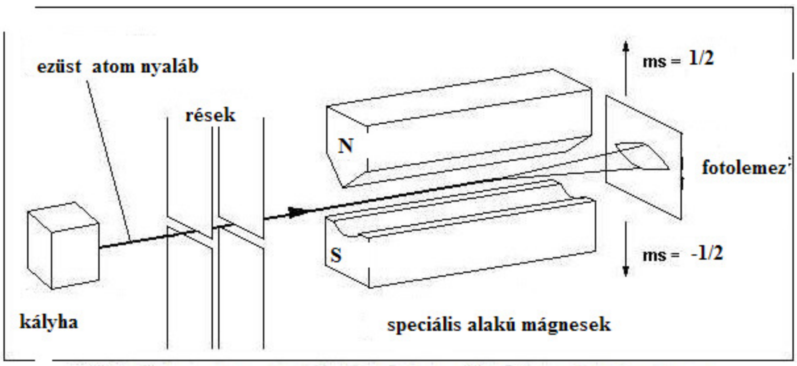
Feles spin és fotonpolarizáció

Stern-Gerlach berendezések

A kísérleti fizikából ismeretes a Stern-Gerlach kísérlet. Egy kályhából ezüstatomok lépnek ki, majd egy kollimátor (szűrő és gyűjtő rések) után egy atomnyalábot kapunk, amely *inhomogén* mágneses mezőn halad keresztül. A tapasztalat szerint a mágneses mező hatására a nyaláb kettéválik. Az ezüstatomok elektromosan semlegesek ezért az eltérülést nem a mágneses Lorentz erő gyakorolja, homogén mágneses térben nincs is ilyen effektus. Az eltérülés oka az, hogy – mint kiderült – ezek az atomok mágneses dipólusmomentummal rendelkeznek, azaz úgy viselkednek mint egy kis mágnestű vagy egy kis köráram. Az ilyen tulajdonságú részecskékre az inhomogén mágneses mező erőt gyakorol. Emiatt az ezüstatomok eltérülnek a berendezés mögött. Az eltérülés arányos a μ mágneses diplólusmomentumnak az inhomogenitás fő irányába (amely legyen most a z irány) mutató komponensével $-\mu\frac{\partial B}{\partial z}$.

A mágneses dipólusmomentum mindig mechanikai momentumhoz, perdülethez, azaz impulzusnyomatékhoz kapcsolódik, azzal arányos. Azt gondolhatjuk, hogy a perdület vektora akármilyen irányú is lehet a térben, s ennek megfelelően a mágneses momentumok is tetszőleges irányúak lehetnek, tehát azt várjuk, hogy mindenféle irányba jönnek ki az ezüstatomok. Ehelyett lényegében csak két egymástól jól elkülönülő irányban történik eltérülés, az atomnyaláb ketté válik. Megelőlegezve itt a későbbi eredményeket, kiderült hogy a két nyaláb a kísérletek szerint $\hbar/2$ illetve $-\hbar/2$ impulzusnyomatékú ezüstatomoknak felel meg. A lényeges eredmény szempontunkból egyelőre az, hogy két kimenő csatorna van, ha az inhomogenitás fő irányát választjuk a z tengelynek, akkor a kijövő atomok $+z$ vagy $-z$ irányba térülnek el, amint az az ref: sternger ábrán látható.



A Stern-Gerlach kísérlet

A Stern-Gerlach berendezés vázlata. A déli (S) pólustól az északi (N

Takarjuk ki most az egyik kimenő nyalábot, mondjuk a $-z$ irányba eltérülőt, és helyezzünk el egy másik SG berendezést az első után, amelynek az inhomogén tere ugyanolyan, azaz z irányú, mint az elsőé. Ekkor ennek $-z$-nek megfelelő kimenetén már nem jelentkeznek részecskék, ami érthetőnek látszik, hiszen azokat már kiszűrtük. Legyen azonban most a második berendezésünk olyan, hogy az inhomogén mágneses mező, az előzőre merőleges $+x$ irányú, azt tapasztaljuk, hogy az elsőből kijövő $+z$ típusú részecskék egyik fele a $+x$ másik fele a $-x$ irányba eltérülve jön ki. Ez nem meglepő, mert úgy gondoljuk, hogy a z szempontjából $+$ vagy $-$ irányba beállt részecskék az x irány szempontjából még lehetnek kétfélék. Tegyünk azonban most egy harmadik berendezést is be, a második után, amelyben ismét z irányú a mágneses mező. Azt találjuk, hogy azon megint van $-z$ irányú eltérülés. Tehát ha a dolgot úgy képzeltük volna, hogy az első berendezés már kiszűrte a $-z$ irányú részecskéket, és azok már ezért nem jelenkeznek a harmadik berendezés után, az nem felel meg a valóságnak. A dolog talán még meglepőbb ha úgy csináljuk a dolgot, hogy a két z irányú közül az egyiknek a $-z$ kimenetét takarjuk ki, a másiknak a $+z$ irányú kimenetét. Ha csak ez a kettő van egymás után elhelyezve akkor nincs kilépő részecske. Tegyük most be az x irányút a kettő közé ekkor megjelenik a harmadik után a $-z$ (és a $+z$ is). Úgy tűnik, hogy az x irányú berendezésen áthaladó részecskék elfelejtik az előző szűrés eredményét. A hagyományos részecskeképpel ez semmiképpen nem magyrázható!

A jelenséget leíró kvantummechaniakai számítás részletes tárgyalását későbbre hagyjuk, most az a célunk, hogy egyáltalán fölvázoljuk azt a modellt amelyben a jelenség tárgyalható. A dolog megértése céljából hívjunk segítségül egy sok szempontból hasonló problémát.

Fotonok polarizációja

Egy lézernyaláb útjába kalcit kristályt helyezünk, amely kettősen tör. A nyaláb térben kétfelé ketté válik, és egy polarizátorral ellenőrizhető, hogy a két nyaláb egymásra merőleges irányban lineárisan poláros. A kalcit megfelelő beállításával elérhető, hogy az egyik nyaláb vízszintesen, a másik függőlegesen polarizált legyen. Vizsgáljuk a két nyaláb közül csak az egyiket, pl. kitakarjuk a másikat. Erre a célra a kalcit helyett helyett alkalmazhatunk egy olyan eszközt is – polarizátort – amely eleve csak valamely irányba poláros fényt enged át. Az erre merőleges irányú polarizátort betéve nincs átmenő fény. Tegyünk közbe azonban egy az első polarizátor irányával 45^0-ot bezáró polarizátort. Az átmenő fény ismét megjelenik.

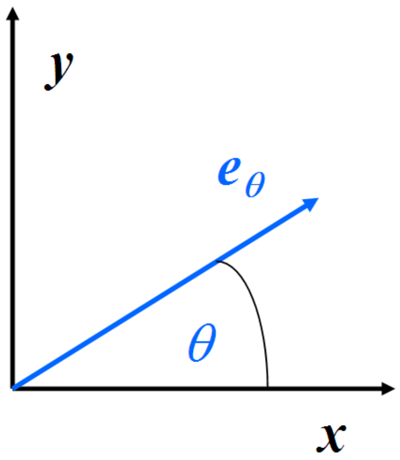
Hogyan magyarázhatjuk a jelenséget fény esetén? A lézerből kijövő fényhullám transzverzális, és elektromos vektora $\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 \cos(\omega t - kz)$. Itt $\mathbf{E}_0$ iránya véletlenszerű, ezért átengedjük először egy x irányú polarizátoron, amely kiválasztja az x irányú rezgést. Ennek nincs y irányú komponense, ezért van az, hogy ha a második polrizátor y irányú, akkor azon már nem megy át az x polarizált komponenes. Ha azonban beteszünk a kettő közé egy 45^0-os polarizátort, akkor mivel az x irányú rezgést felbonthatjuk egy és egy -45^0-os rezgés összegére, a 45^0-oson átmegy a fény (a teljes intenzitás fele),viszont ezután a polarizátor után a fény már 45^0-os polarizációjú lesz, azaz elfelejti a korábbi rezgését. Ennek a 45^0-ban polarizált fénynek viszont már megint lesz y irányú összetevője, ezért ezután már át fog menni a harmadik y irányba beállított polarizátoron is. Az intenzitása viszont ismét gyengülni fog.

Ha meggondoljuk hasonló dolog történik az ezüstatomokkal a három Stern-Gerlach berendezésen való áthaladás után. Azt kell föltételeznünk tehát, hogy a spin mérése szempontjából az ezüstatomok is valamiképpen hasonlóan viselkednek mint a fény, azaz mintha egy adott irányú impulzusmomentum valami fajta rezgési iránynak felelne meg, s emiatt az impulzusmomentummal rendelkező részecskék hasonlóan viselkednek mint a polarizáció szempontjából a fény. De hogyan lehetne a spinnel renelkező részecskét úgy tekinteni mint egy valamilyen irányban rezgő vektort, hiszen itt diszkrét részecskék csapódnak be a detektorba? Mégis erről van szó, és valójában a fény polarizációjánál is föllép ez a meglepő jelenség, ha figyelembe vesszük, hogy ha a polarizátoros berendezésnél a fényforrásból bejövő intenzitást gyengítjük, akkor itt is megjelenik a diszkrétség: a fotonokat számlálni lehet. Mivel a fény esetében a hullámképből már tudjuk, hogy minek kell kijönni, a dolgot ennek segítségével elemezhetjük, és a kvantummechanika bizonyos törvényszerűségeit ennek alapján megállapíthatjuk.

Tekinsünk tehát egy fényforrást, egy lézert, amelyből kijövő fénysugarat, melynek terjedési iránya legyen a z tengely iránya. Ezt átengedjük egy polarizátoron, amely egy a z-re merőleges síkban lévő az x tengellyel valamilyen θ szöget bezáró $\hat{e}_\theta$ egységvektor által kijelölt irányba polarizál. Engedjük át ezt a polarizált fényt ezután egy kettősen törő kalcit kristályon, amelyből a vízszintes $\hat{x}$ és a függőleges $\hat{y}$ egységvektorok által kijelölt irányban polarizált fény lép ki térben különböző irányokba. Mivel az $\hat{e}_\theta$ az x tengellyel θ szöget zár be, akkor az $\hat{e}_\theta$ irányú elektromos vektort fölbonthatjuk

$$\hat{e}_\theta = \hat{x}\cos\theta + \hat{y}\sin\theta \qquad \#$$

alakba és így az x irányú amplitúdó $\cos\theta$ arányban lesz kisebb, mint a bejövő amplitúdó, míg az y irányú $\sin\theta$ arányban.



Mivel a fény intenzitása (Poynting vektorának nagysága) az amplitúdó négyzetével arányos a megfelelő intenzitások

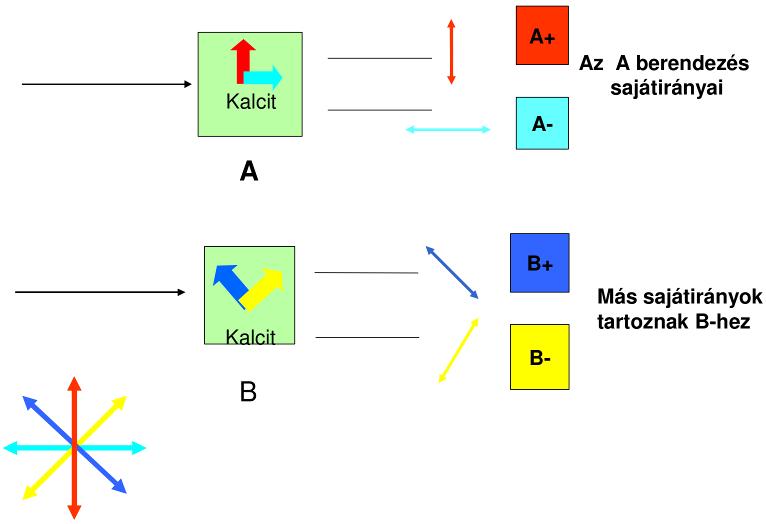
$$I_x = I_0\cos^2\theta \quad \text{illetve} \quad I_y = I_0\sin^2\theta. \qquad \#$$

ahol I_0 a bejövő intenzitás.Gyöngítsük azonban most I_0-t. A szemmel való észlelés helyett érzékeny detektorokat helyezünk a két nyaláb útjába, amelyek pl. kattanással jelzik, ha egy fotont nyeltek el. Elegendően gyönge intenzitás esetén, amikor már csak egyszerre egy foton lehet a berendezésben, azt tapasztaljuk, hogy vagy az egyik, vagy a másik detektor kattan, egyszerre soha sem! Ha összesen N fotont észleltek a detektorok és az x irányban polarizált fény útjába helyezett N_x a másik N_y számú fotont detektált, akkor a tapasztalat szerint

$$\frac{N_x}{N} = \cos^2\theta \qquad \frac{N_y}{N} = \sin^2\theta \qquad \#$$

Nagyszámú részecske esetén ezek az arányok úgy interpretálhatók, mint detektálási valószínűségek összhangban a fönti ref: inten intenzitásképletekkel. Ha θ nem 0 vagy $\pi/2$, akkor nem tudjuk teljes bizonyossággal megjósolni, hogy hová ékezik a foton az x vagy az y irányt érzékelő detektorba. Abban a két speciális esetben azonban amikor θ éppen 0 vagy $\pi/2$ a kimenetel biztos. Ezért ezt a két irányt a kalcit sajátirányainak vagy sajátállapotainak nevezzük. Lényeges dolog az, hogy a sajátirányok függenek a kalcit helyzetétől. Ha a kristályt a bejövő fénysugár mint tengely körül elfordítjuk, akkor a sajátirányok mások lesznek, de a két sajátirány mindig merőleges lesz egymásra, pl. olyan, hogy az előző x tengellyel $+45^0$-ot illetve -45^0-ot fog bezárni amint azt az alábbi ábra mutatja.

Fotonok polarizációja



Az A és a B kalcit mindegyikének két egymásra merőleges

Az ref: exy képletben szereplő szögfüggvények kifejezhetők mint a a megfelelő egységvektorok belső vagy skaláris szorzata, mivel $\cos\theta = \langle\hat{x}|\hat{e}_\theta\rangle$, $\sin\theta = \langle\hat{y}|\hat{e}_\theta\rangle$. Ennek alapján

$$\hat{e}_\theta = \hat{x}\cos\theta + \hat{y}\sin\theta = \hat{x}\langle\hat{x}|\hat{e}_\theta\rangle + \hat{y}\langle\hat{y}|\hat{e}_\theta\rangle \qquad \#$$

írható. Összevetve ezt ref: NxNy-al azt látjuk, hogy egyetlen fotonra vonatkoztatva a jelenséget úgy lehet magyarázni, hogy a detektálási valószzínűségeket a belső szorzatok négyzetével azonosítjuk:

$$P_x = \cos^2\theta = |\langle x|e_\theta\rangle|^2, \qquad P_y = \sin^2\theta = |\langle y|e_\theta\rangle|^2. \qquad \#$$

A valószínűségi amplitúdó fogalma

Tekintsük az előző kísérletet, a polarizátoron átmenő nyaláb átmegy egy kalcit kristályon, majd utána újra egyesülnek. Engedjük át az egyesített nyalábot egy olyan polarizátoron, amely csak $\hat{e}'$ irányba enged át. Ha $\hat{e}'$ merőleges $\hat{e}$-re, akkor az előbbi elgondolás szerint, a fény ismét mint $\hat{x}\cos\theta + \hat{y}\sin\theta$ irányban rezgő vektor módjára egyesül, s ez alapján azt várjuk, hogy az utóbbi $\hat{e}'$-s polarizátoron már nem megy át semmi, mert $\langle\hat{e}'|\hat{e}\rangle = 0$

Ha viszont a fotonokat mint klasszikus részecskéket képzeljük el, akkor a következőképpen kellene eljárnunk. A részecske átmegy az első berendezésen és utána ha az x irányban polarizált akkor ez $|\langle\hat{x}|\hat{e}_\theta\rangle|^2 = \cos^2\theta$ valószínűséggel történik, majd ezután az $\hat{e}'$ irányban $|\langle\hat{e}'|\hat{x}\rangle|^2 = |-\sin\theta|^2 = \sin^2\theta$ valószínűséggel detektáljuk. Annak valószínűsége tehát, hogy a foton előbb az x irányba polarizálódik, majd átmegy az $\hat{e}'$ irányba állított polarizátoron $\sin^2\theta\cos^2\theta$, mivel a két eseményt függetlennek tekinthetjük. A másik lehetőség, hogy a foton a kalcit után az y irányba lesz polarizált $|\langle\hat{y}|\hat{e}_\theta\rangle|^2 = \sin^2\theta$ valószínűséggel, majd innen az $\hat{e}'$-be $|\langle\hat{e}'|\hat{y}\rangle|^2 = |\cos\theta|^2 = \cos^2\theta$ valószínűséggel kerül. Ha a kétfajta út független, márpedig a klasszikus kép alapján ezt gondolhatjuk, akkor az összes valószínűség a kétféle úthoz tartozó valószínűségek összege vagyis $2\sin^2\theta\cos^2\theta$. Ez pedig láthatólag különbözik a hullámkép alapján kapható valószínűségtől, ami $\langle\hat{e}'|\hat{e}\rangle = 0$ esetén nulla volt.

A helyes eredményt a hullámkép adja a tényleges valószínűség a fönti kísérletnél:

$$P(\hat{e}' \leftarrow \hat{e}) = |\langle\hat{e}'|\hat{x}\rangle\langle\hat{x}|\hat{e}_\theta\rangle + \langle\hat{e}'|\hat{y}\rangle\langle\hat{y}|\hat{e}_\theta\rangle|^2 \qquad \#$$

Konklúzió: Minden $\hat{e} \to \hat{e}'$ átmenethez hozzárendelünk egy úgynevezett valószínűségi amplitúdót:

$$c(e' \leftarrow e) = \langle e'|e\rangle, \qquad \#$$

egy számot, amely általában véve komplex, és ha a részecske több különféle úton is mehet, akkor az egymás után következő lehetőségek amplitúdóit össze kell szorozni, illetve ha ez több úton is történhet, akkor a megfelelő amplitúdókat össze kell adni és a végén négyzetre emelni, ez adja a valószínűséget. Azaz nem szabad a valószínűségeket összeadni, hanem a megfelelő amplitúdókat kell összeadni és a végén négyzetre emelni.

Létezik olyan kristály, amely a ráeső *bármilyen irányban lineárisan poláros* bemenő síkhullámot *két, azonos intenzitású* ellentétes értelmű cirkulárisan poláros nyalábra bontja ezeket $+$ és $-$ állapotúaknak fogjuk nevezni. Ezek az úgynevezett pozitív pzitív helicitású (régebbi elnevezéssel balra cirkuláris) illetve negatív helicitású fotonok (az utóbbiakat nevezték vagy nevezik néha ma is jobbra cirkulárisan polárosnak). A fizikai mennyiség amelyben ezek különböznek az általuk vitt impulzusnyomatékban van, egy foton $\hbar$ illetve $-\hbar$ impulzusnyomatékot visz a haladás irányával $+$ esetén jobb $-$ állapot esetén balcsavart alkotva. Ennek alapján ki lehet deríteni, hogy a cirkulárisan poláros fotonok kapcsán föllépő amplitúdók általában szükségképpen komplex számok, és az eredmény a következő választás esetén konzisztens a kísérletekkel: $\langle +|\hat{e}_\theta\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} e^{-i\theta} e^{i\gamma}$, ahol a γ egy konvenció által rögzített valós szám, s ezt $\gamma = 0$-nak szokás választani, azaz:

$$\langle +|\hat{e}_\theta\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} e^{-i\theta}$$

Így speciálisan $\hat{e}_\theta = \hat{x},$ (ahol $\theta = 0$), illetve $\hat{e}_\theta = y$ (ahol $\theta = \pi/2$) esetén:

$$\langle +|\hat{x}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}, \qquad \langle +|\hat{y}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} e^{-i\pi/2}$$

A negatív helicitású fotonokra ugyanez az eredmény:

$$\langle -|\hat{e}_\theta\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} e^{i\theta}.$$

4.1 Feladat: Bontsuk föl az $\hat{e}_\theta$ irányú lineársian poláros fotont egy x és y irányban lineárisan polárosra, majd engedjük át a egy + -os szűrőn, úgy hogy közben nem vizsgáljuk, hogy x vagy y irányú volt a foton. A $\langle +|\hat{e}_\theta\rangle$ valószínűségi amplitúdó így két rész interferenciájából származik: $\langle +|\hat{e}_\theta\rangle = \langle +|\hat{x}\rangle\langle \hat{x}|\hat{e}_\theta\rangle + \langle +|\hat{y}\rangle\langle \hat{y}|\hat{e}_\theta\rangle$. A tapasztalat szerint $|\langle +|\hat{e}_\theta\rangle|^2 = \frac{1}{2}$, a θ szögtől függetlenül. Mutassuk meg, hogy nem lehet egyszerre $\langle +|\hat{x}\rangle$ és $\langle +|\hat{y}\rangle$ is valós, azaz nem lehet $\pm 1/\sqrt{2}$. Mutassuk meg, hogy a fönti komplex amplitúdók viszont tetszőleges θ esetén helyes eredményt adnak.

4.2 Feladat. Mutassuk ki hasonló okoskodással ugyanezt a $\langle -|\hat{e}_\theta\rangle$ amplitúdókra.

4.3 Feladat Tudjuk, hogy $\langle \hat{e}_\theta|\hat{e}_{\theta'}\rangle = \cos(\theta - \theta')$, (honnan tudjuk?). Engedjük a bejövő nyalábot közben át egy $\pm$ berendezésen, azaz vizsgáljuk a z amplitúdót a következő fölbontásban: .$\langle \hat{e}_\theta|\hat{e}_{\theta'}\rangle = \langle \hat{e}_\theta|+\rangle\langle +|\hat{e}_{\theta'}\rangle + \langle \hat{e}_\theta|-\rangle\langle -|\hat{e}_{\theta'}\rangle$. Mutassuk meg, hogy szükségképpen $\langle \hat{e}_\theta|+\rangle = \langle +|\hat{e}_\theta\rangle^* = e^{i\theta}$, és $\langle \hat{e}_\theta|-\rangle = \langle -|\hat{e}_\theta\rangle^* = e^{-i\theta}$, . azaz az amplitúdót fordított sorrendben számítva az eredetei amplitúdó komplex konjugáltjaként adódik.

4.4 Feladat, Mutassuk meg, egy xy berendezés közbeiktatásával és az amplitúdók interferenciájával, hogy a fönti választás esetén, a atapasztalattal összhangban $\langle +|-\rangle = 0$.

A Stern-Gerlach berendezésre visszatérve, ezüst atomok esetén két kimenet volt, de ugyanez a helyzet H, Na, K atomok esetén is. Hasonló jelenséget tapasztaltak más atomok nyalábjainál is, azzal a különbséggel, hogy több kimenő csatorna is lehetséges. Pl. higany (Hg) esetén ez 1, vanádium esetén 4, mangán (Mn) esetén 6, vas (Fe) esetén 9. Az ok a kérdéses atomok sajátimpulzusmomentumával, spinjével van kapcsolatban és a magyarázatot később látni fogjuk.

Az ilyen típusú kísérletekből a következő szabályok vonhatók le. A részecskének van egy kezdő bemenő állapota, jelöljük ezt ψ-vel, amit valamilyen módon preparáltunk. Ez a részecske bemegy egy olyan berendezésbe, amelynek n különböző kimenete lehetséges, amely után a részecske több különböző, a berendezésre jellemző u_k, $k = 1, 2, \ldots n$ állapotba kerülhet (egy részecske mindig csak egybe). Minden kimenethez rendelhetünk egy komplex számot a $c_k = \langle u_k | \psi \rangle$ valószínűségi amplitúdót, amelynek abszolút érték négyzete megadja azt, hogy mekkora valószínűséggel megy a k-adik csatornába a részecske:

$$P(u_k \leftarrow \psi) = |\langle u_k | \psi \rangle|^2 = |c_k|^2. \qquad \#$$

Erről csak úgy tudunk meggyőződni, ha oda is tesszük a detektort. Mivel a részecske valamelyik csatornába biztosan megy:

$$\sum |\langle u_k | \psi \rangle|^2 = \sum |c_k|^2 = 1 \qquad \#$$

Ha eleve valamelyik u_k állapot volt a bejövő, akkor az eredmény biztosan ugyanez lesz: csak a k-adik csatornába történik kimenet, a többibe biztosan nem, azaz:

$$|\langle u_k | u_k \rangle| = 1, \qquad \#$$

$$\langle u_k | u_l \rangle = 0, \quad \text{ha} \quad k \neq l. \qquad \#$$

Emiatt az u_k állapotokat az adott módon beállított berendezés *sajátállapotainak* nevezzük. Megállapodunk továbbá abban, hogy azonos be- és kimenő állapot esetén, nem csak az abszolút érték, hanem maga a szorzat is 1: $\langle u_k | u_k \rangle = 1$.

Ha a részecskét előbb beengedjük egy másik berendezésbe amelynek sajátállapotai v_i-k, majd a csatornákból kijövő részecskenyalábokat újra egyesítjük, és ezután engedjük az A berendezésbe, akkor az u_k mérési eredmény amplitúdóját a

$$\sum_i \langle u_k | v_i \rangle \langle v_i | \psi \rangle \qquad \#$$

összeggel kell kiszámítani.

További feladatok:

4.5 Tekintsünk egy függőlegesen polarizált fénynyalábot, amely egymás után áthalad a következő berendezéseken:

*(**a**) polarizátor (Nicol prizma), mely csak a függőlegesen polarizált fényt engedi át.*

*(**b**) polarizátor (Nicol prizma), mely csak a függőlegessel +45°-ot bezáró síkban polarizált fényt engedi át.*

*(**c**) polarizátor (Nicol prizma), mely csak a vízszintesen polarizált fényt engedi át.*

*(**d**) Mágneses térbe helyezett speciális anyag, ami +45°-al elforgatja a polarizációs síkot (Faraday-effektus).*

*(**e**) $\lambda/4$-es lemez, ami $\frac{\pi}{2}$ relatív fáziskülönséget hoz létre a vízszintesen és függőlegesen polarizált komponensek között.*

*(**f**) polarizátor (Nicol prizma), mely csak a függőlegessel -45°-ot bezáró síkban*

polarizált fényt engedi át.

4.5.1. Legyen a beeső fényhullám amplitúdója E*. Milyen polarizációjú és mekkora amplitúdójú fény hagyja el az a, b, c, d, e és f eszközöket?*

4.5.2. Egyetlen függőlegesen polarizált foton lép be a rendszerbe. Mi figyelhető meg az ***a, b, c, d, e*** *és* ***f*** *eszközök után (mekkora valószínűséggel jut el oda a foton és milyen lesz a polarizációja)?*

4.5.3. A fény állapota jellemezhető egy vektorral. Az E *amplitúdójú függőleges polarizációjú fény pl. a* $\phi = \begin{pmatrix} 0 \\ E \end{pmatrix}$ *vektorral írható le. Egy berendezésen áthaladva a fényt leíró vektor megváltozik. Ezt a változást egy mátrixszal lehet leírni. Pl. az (a) berendezéshez tartozó mátrix:* $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$*. Írjuk fel a többi berendezésekhez tartozó mátrixokat (*B, C, D, E, F*)! Adjuk meg hogyan transzformálódik az imént megadott vektor, amint sorban halad végig az eszközökön!*

4.5.4. Az előző pontban olyan koordinátarendszert választottunk, amelynek x *tengelye vízszintes,* y *tengelye füügőleges volt. Válasszunk most egy ehhez képest* $45°$*-kal elforgatott kordinátarendszert, amiben a* $\begin{pmatrix} 0 \\ E \end{pmatrix}$ *vektor* $-45°$*-ban polarizált fényt ír le. Írjuk fel afüggőlegesen polarizált fényt jellemző vektort ebben a koordinátarendszerben! Írjuk fel a berendezéseket leíró transzformációs márixokat (*A', B', C', D', E', F'*) és az egyes berendezéseken való áthaladás utáni állapotvektorokat is az elforgatott bázisban és végezzük el az állapotvektorok transzformációját!)*

4.5.5. Határozzuk meg a transzformációs mátrixok sajátértékeit és sajátvektorait! (10p)

4.5.6. Az eredeti és az elforgatott koordinátarendszerben felírt állapotvektorok és mátrixok egymásba transzformálhatók. Hogyan?