Kvantummechanika 1.
Házi feladatok 1.
Beadási határidő: Szept. 10.
Elérhető pontszám: 10p

1. Számoljuk ki $\sqrt{3+4i}$ és $\frac{3+2i}{1+5i}$ valós és képzetes részét! (2p)

2. Bizonyítandó, hogy a $[0,1]$ intervallumon folytonos függvények vektorteret alkotnak. (2p)

3. Legyen V vektortér a $\langle.|.\rangle$ skalárszorzattal ellátva. Ha $\underline{u}$, $\underline{v} \in V$ és $\underline{w}$=$\underline{v}$-$\langle \underline{u}|\underline{v}\rangle \underline{u}$, akkor mennyi $\langle \underline{u}|\underline{w}\rangle$ és mennyi $\langle \underline{w}|\underline{u}\rangle$? (2p)

4. Legyen $P^n_{[0,l]}$ a legfeljebb n-edfokú $[0,l]$ intervallumon értelmezett polinomok tere. Bizonyítandó, hogy $\langle a|b\rangle = \frac{1}{l}\int\limits_0^l a(t)\, b(t)\, dt$ skaláris szorzat! (2p)

5. Tekintsük a $z = \{z_1, z_2, ..., z_n\}$ komplex számsorozatok terét. Bizonyítandó, hogy a $\langle z|w\rangle = \sum\limits_{i=1}^{n} z_i^* w_i$ művelet skaláris szorzat.

6. A $P^2_{[-1,1]}$ másodfokú polinomok terén a $p_0(x) = \frac{1}{\sqrt{2}}$, $p_1(x) = \sqrt{\frac{3}{2}}x$, $p_2(x) = \frac{3}{2}\sqrt{\frac{5}{2}}\left(x^2 - \frac{1}{3}\right)$ ún. Legendre-polinomok ortonormált bázist alkotnak. Fejtsük ki ebben a bázisban a $g(x) = 3x^2 - 7x + 4$ polimomot!

7. Legyen $e_1 = \begin{pmatrix}1\\2\\4\end{pmatrix}$, $e_2 = \begin{pmatrix}3\\0\\1\end{pmatrix}$, $e_3 = \begin{pmatrix}5\\4\\9\end{pmatrix}$. Hány dimenziós az e_1, e_2, e_3 vektorok által kifeszített tér?

8. Bizonyítandó, hogy a $\left\{\frac{1}{\sqrt{2}}, \cos(nx), \sin(nx)\right\}_{n=1,2,...}$ függvényrendszer ortonormált az $\langle f|g\rangle = \frac{1}{\pi}\int\limits_{-\pi}^{\pi} f(x)\, g(x)\, dx$ skaláris szorzattal. (2p)