

## Fizika mérőműszerek

**27. feladat:** Zenét digitalizálunk számítógéppel, sztereóban (2 csatorna), 16 bit felbontással, 44100 Hz mintavételi frekvenciával. Hány perc zene fér rá egy 700 MB-os CD-re?

**Megoldás:**

Mivel a jel kétcsatornás, 16 bit = 2 bájt felbontású, így minden egyes mintavétel alkalmával 4 bájtnyi adatot kapunk. Másodpercenként  $4 \text{ B} \cdot 44100 = 176400 \text{ B} = 172 \text{ KB}$  adatot kapunk, egy perc alatt  $60 \cdot 172 \text{ kB} = 10 \text{ MB}$  adatot kapunk. A CD-re ráférő zene mennyisége:  $700 \text{ MB} / 10 \text{ MB} / \text{min} = 70 \text{ min}$ .

Megjegyzés: egy 700 MB-s CD-re általában az van írva, hogy 80 perc zene fér rá, mi lehet az eltérés oka?

Az audió CD és az adat CD adattárolási formátuma lényegesen különbözik, adat CD-k esetén, ahol akár egy bit sérülése is komoly problémát okozhat, sokkal komolyabb hibajavítási algoritmusokat tartalmaznak mint audió CD-k esetén, e miatt kevesebb adat fér rá mint audió CD esetén.

**28. feladat:** Egy 8 bit-es A/D konverter referenciafeszültsége 5V.

a.) Mekkora  $\Delta U$ ?

b.) Mekkora a kvantálási hiba?

c.)  $U = 0,1 \text{ V}$ .  $Z = ?$  Mekkora a kvantálásból adódó relatív hiba ennel a feszültséggel ( $\Delta U / 2 / U$ )? Mekkora lenne a relatív hiba 16 bit-es konverter esetén?

d.)  $U = 3,65 \text{ V}$ .  $Z = ?$  Mekkora a kvantálásból adódó relatív hiba ennel a feszültséggel ( $\Delta U / 2 / U$ )? Mekkora lenne a relatív hiba 16 bit-es konverter esetén?

e.)  $Z = 165$ .  $U = ?$

**Megoldás:**

a.) Mekkora  $\Delta U$ ?

$$\Delta U = \frac{U_{ref}}{2^b} = \frac{5 \text{ V}}{2^8} = 0,01953 \text{ V}$$

b.) Mekkora a kvantálási hiba?

A kvantálási hiba a kvantum nagyság ( $\Delta U$ ) fele:

$$\frac{\Delta U}{2} = 0,00977 \text{ V}$$

c.)  $U = 0,1 \text{ V}$ .  $Z = ?$  Mekkora a kvantálásból adódó relatív hiba ennel a feszültséggel ( $\Delta U / 2 / U$ )? Mekkora lenne a relatív hiba 16 bit-es konverter esetén?

$$Z = \left\lfloor \frac{U \cdot 2^b}{U_{ref}} + 0,5 \right\rfloor = \left\lfloor \frac{0,1 \text{ V} \cdot 2^8}{5 \text{ V}} + 0,5 \right\rfloor = \lfloor 5,12 + 0,5 \rfloor = \lfloor 5,62 \rfloor = 5$$

A kvantálásból eredő relatív hiba ebben a feszültségtartományban:

$$\frac{\Delta U}{2 \cdot U} = \frac{0,00977V}{0,1V} \approx 10\%$$

Vagyis ilyen kis feszültségeket ezzel a konverterre már csak igen nagy hibával tudunk mérni. Ha 16 bit-es konvertert használnánk:

$$\frac{\Delta U}{2 \cdot U} = \frac{U_{ref}}{2^b \cdot 2 \cdot U} = \frac{5V}{2^{16} \cdot 2 \cdot 0,1V} \approx 0,04\%$$

Vagyis egy 16 bit-es konverter még ezt a kis feszültséget is igen kis relatív hibával tudná mérni.

**d.)**  $U = 3,65 V$ .  $Z = ?$  Mekkora a kvantálásból adódó relatív hiba ennél a feszültségnél ( $\Delta U/2/U$ )? Mekkora lenne a relatív hiba 16 bit-es konverter esetén?

$$Z = \left\lfloor \frac{U \cdot 2^b}{U_{ref}} + 0,5 \right\rfloor = \left\lfloor \frac{3,65V \cdot 2^8}{5V} + 0,5 \right\rfloor = \lfloor 186,88 + 0,5 \rfloor = \lfloor 187,38 \rfloor = 187$$

A kvantálásból eredő relatív hiba ebben a feszültségtartományban:

$$\frac{\Delta U}{2 \cdot U} = \frac{0,00977V}{3,65V} \approx 0,27\%$$

Vagyis nagyobb feszültségen a konverter már kielégítőbb pontossággal képes mérni. Ha 16 bit-es konvertert használnánk:

$$\frac{\Delta U}{2 \cdot U} = \frac{U_{ref}}{2^b \cdot 2 \cdot U} = \frac{5V}{2^{16} \cdot 2 \cdot 3,65V} \approx 0,001\%$$

Vagyis egy 16 bit-es konverter még kisebb hibával képes konvertálni. Természetesen mivel a konverter nem ideális (és  $U_{ref}$  sem mindig pontos) a nagyobb felbontás nem jelent automatikusan nagyobb pontosságot, viszont mint láttuk kis jelek esetén (ha azon nem használják ki a teljes mérési tartományt) egy nagyobb felbontású konverter nagyobb pontosságot tesz lehetővé.

**e.)**  $Z = 165, U = ?$

A D/A konverterhez hasonlóan:

$$U = Z \cdot \frac{U_{ref}}{2^b} = 165 \cdot \frac{5V}{2^8} = 3,223V$$

Természetesen a korrekt eredménymegadáshoz hozzá kell venni a kvantálási hibát (meg esetleg a többi ismert hibát is):

$$U = 3,223V \pm 0,00977V$$

**29. feladat:** Egy számítógépre kapcsolható műszer  $-10 V$  és  $+10 V$  közötti feszültségeket mér 11 bit felbontással. Mekkora  $\Delta U$ ? Egy mennyiséget ezzel a műszerrel 1 mV felbontással kéne mérjünk. Mit tehetünk?

**Megoldás:**

A bemenő feszültségtartomány 20 V, ez osztódik  $2^{11}$  részre. Vagyis:

$$\Delta U = \frac{20V}{2^{11}} = 0,00977V = 9,77mV$$

Azt látjuk, hogy a műszer felbontása kisebb mint az általunk kívánt felbontás, nem képes 1 mV felbontással vizsgálni a jeleket. Ahhoz hogy 1 mV felbontással tudjuk mérni a kívánt jelünket, nagyjából 3 megoldás lehetséges:

a) Műszer cseréje: költséges megoldás, de beválhat.

b) Ha a vizsgált jelünk jóval kisebb mint a mérési tartomány, akkor megpróbálhatunk egy előerősítővel erősíteni rajta, pl. egy 10-szeres erősítéssel már el is érhetjük a kívánt felbontást. (Néhány A/D konverter egység/műszer eleve támogatja a bemenő jel erősítését, ennek érdemes lehet utánanézni az adatlapban.)

c) Trükközéssel javítsunk a konverter felbontásán. Az A/D konvertereknek általában van valamekkora belső zaja, ennek eredményeként ha konstans feszültséget mérünk is, a kimeneten mérhető Z folyamatosan változik néhány bitnyit. Ha több konvertálási eredményt átlagolunk, akkor már egy törtszámot kaphatunk, melynek felbontása nagyobb lesz mint az eredeti Z. Pl. ha 10 eredményt átlagolunk, a végeredményt már 0,1 bit felbontással kaphatjuk meg. Sajnos a helyzet nem ennyire jó, ha visszaemlékszünk a "mérési eredmények megadása" részre, akkor ott azt látjuk, hogy a konfidenciaintervallum a mérések számának gyökével fordítottan arányos. Vagyis ahhoz, hogy tízszeresése növeljük a felbontást legalább 100 mérést kell végeznünk (különben hiába tűnik úgy, hogy nagyobb a felbontásunk, de sokkal zajosabb lesz a végeredmény). Ha véletlenül a konverterünk nem lenne elég zajos az eljárás kivitelezéséhez (mindig ugyanazt a számot adná vissza), akkor mi is hozzákeverhetünk zajt (ezt a megoldást hívják dithering-nek). Természetesen az eljárásnak vannak korlátai: a felbontást ugyan növelhetjük, de a pontosságot nem, a végeredményt károsan befolyásolják a konverter hibái (differenciális/integrális nemlineáritás, offset és erősítéshiba...).