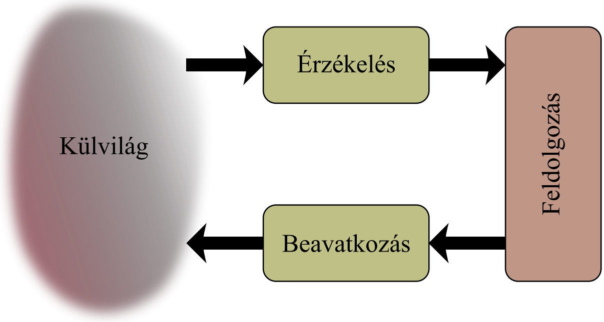
Tartalom I

Ajánlott irodalom

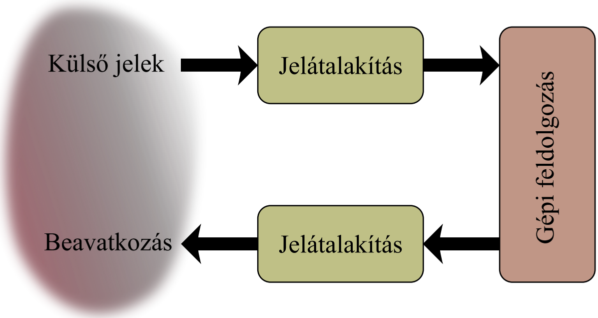
- **Kocsondi András**: *„Tudományelmélet”*, Szeged, 1990, JATE Kiadó
- **Kemény Sándor,Deák András**: *„Mérések tervezése és eredményeik értékelése”*, Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1990
- **Schnell szerk.**: *„Jelek és rendszerek méréstechnikája”*, Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1985.
- **Hesselmann, N.**: *„Digitális jelfeldolgozás”*, Műszaki Könyvkiadó Budapest, 1985.
- **Prékopa András**: *„Valószínűségelmélet műszaki alkalmazásokkal”*, Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1971.
- **Rényi Alfréd**: *„Valószínűségszámítás”*, Tankönyvkiadó, Budapest, 1981.

Az ember kapcsolata a külvilággal



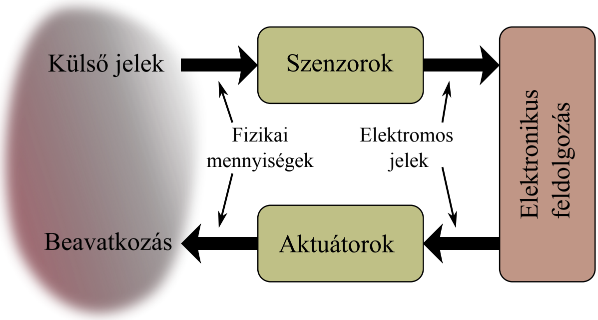
- létfenntartás, komfort
- megismerés (tudomány, oktatás)
- gazdaságosság ...

Műszerek, gépek



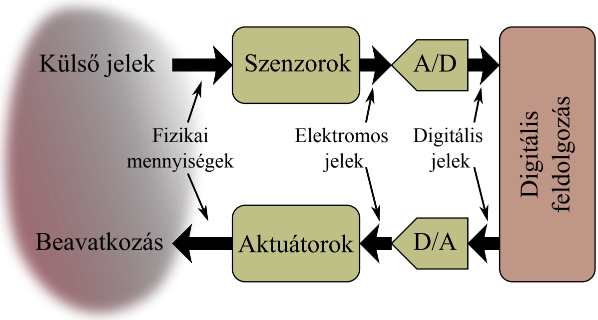
- A bemenő jeleket át kell alakítani, hogy kezelhetők legyenek
- Vissza kell alakítani őket, hogy hassanak a külvilágra
- Hatékony feldolgozás $\Rightarrow$ hatékony gép

Elektronikus feldolgozás



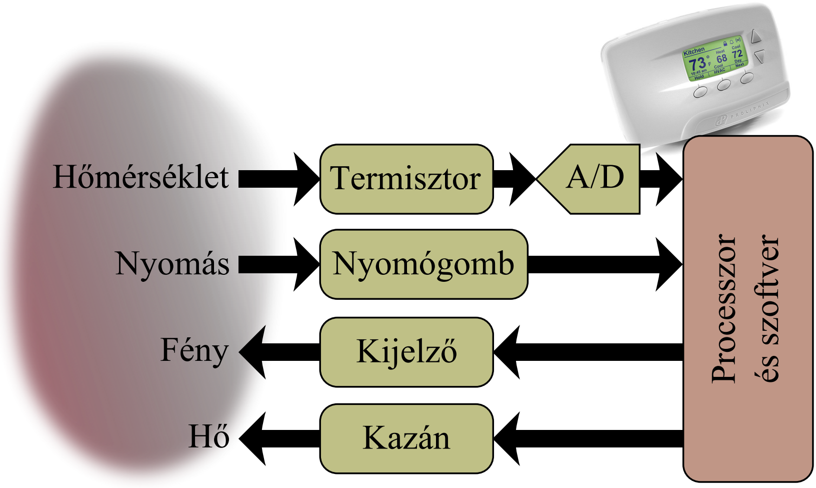
- Feldolgozás: elektromos jelek segítségével
- A fizikai jeleket könnyű elektromos jelekké alakítani
- Tetszőleges matematikai művelet megvalósítható

Digitális feldolgozás



- Fizikai mennyiségek $\rightleftharpoons$ számok
- Rugalmas, hatékony feldolgozás
- Az eszköz működését a szoftver határozza meg (könnyen cserélhető)

Példa: digitális termosztát



A mérés szerepe a természettudományban

- A tudományos megismerés célja
  - a valóságra vonatkozó új ismeretek szerzése
  - összefüggések keresése
  - ismeretek alkalmazása
- Kutatás: tudományos problémák megoldásának a folyamata
  Probléma → hipotézis → elmélet
  - probléma ← új tudás iránti szükséglet (új empirikus tények)
  - hipotézis ← korábbi ismeretek / empirikus tudás
- Hipotézisek + elméletek: elméleti rendszerek
  egymással versenyeznek
  döntés:
  - elméleti ismeretek (ellentmondások, egyszerűség ...)
  - empirikus ismeretek (← mérések)
  - divat

Empirikus megismerés

- Empirikus megismerés:
  - megfigyelés (nem avatkozik be)
  - kísérlet (mesterséges, beavatkozik)
- Részei:
  - Mérés
  - Leírás (rögzítés, rendszerezés)
  - Modellkísérletek
  - fenomenologikus elméletek, empirikus törvények
- Mérés:
  - konkrét paraméterek megállapítása
  - elméletek ellenőrzése, elméletek közötti döntés

A mérés befolyásolja a mért értéket.

A mérés pontossága korlátozott.

Méréselmélet (metrológia)

- Mikor és hogy végezhető el egy mérés
- Mikor lesz megbízható egy mérés
- A mérés pontosságának becslése
- A mérési adatok feldolgozása, kiértékelése
- Mérési módszerek megadása, fejlesztése
    - Technikai problémák kezelése
    - Zajok kezelése
    - Optimalizálás (pl. pontosság / költség)
    - Helyes-e a modell / alkalmazott törvény (Pl. Newton törvények)
    - Van-e pontos érték (vagy csak valószínűségi változó, pl. kockadobás)
    - Ok-okozati kérdések

A mérés

A mérés definíciója:

- A mért jellemzők leképezése egy szimbólumhalmazra
- Egy (fizikai / kémiai) mennyiség nagyságának jellemzése a választott mértékegységben kifejezett számmértékkel
  mennyiség = számmérték · mértékegység
- Egy ismeretlen mennyiséget egy ismert, állandónak gondolt mennyiséggel hasonlítjuk össze.
  Ez az állandó (**etalon**) rendelkezésre kell álljon.

Egységrendszerek

- i. e. 4 évezred: Egyiptom, Mezopotámia: hossz, tömeg, idő
- Görögök: tudományos alapok
- Tradicionális egységek: emberi test a mérték (pl. hossz)
- Metrikus rendszer: Francia forradalom (1791.)
- SI: 1960 (az MKS rendszeren alapul)

SI alapegységek

- **Tömeg:** A kilogramm a Franciaországban őrzött 90% platina, 10% irídium ötvözet tömegével definiált egység.
  Az etalon másolata több országban is megtalálható.
  Ha az etalon tömege bármilyen okból megváltozik, akkor a világon minden test tömege számszerűen megváltozik.
- **Idő:** A másodperc definíciója szerint az az idő, ami a cézium atom pontosan definiált körülmények közötti oszcillációs periódusidejének 9192631770 szerese.
- **Hosszúság:** A méter definíció szerint az hosszúság, melyet a fény vákuumban 1/299792458 másodperc alatt tesz meg.

SI alapegységek

- **Áram:** Az amper az az állandó áram, mely ha két egyenes, vákuumban levő, végtelen hosszú, egymástól párhuzamosan 1 méterre levő elhanyagolható körkeresztmetszetű vezetőn át folyik, akkor a fellépő erő méterenként $2 \cdot 10^{-7}$ N.
- **Hőmérséklet:** A kelvin úgy definiált, hogy a víz hármaspontjánál a hőmérséklet értéke $273,16$ K. A hármaspontnál a víz három különböző halmazállapota egyensúlyban jelenik meg.
- **Fényintenzitás:** Egy candela fényintenzitás esetén az $540 \cdot 10^{12}$ Hz frekvenciájú monokromatikus fény egy adott irányban egységnyi szteradián térszögbe sugárzott teljesítménye $1/683$ W.
- **Anyagmennyiség:**. Egy mól anyag definíció szerint annyi azonos elemi részt tartalmaz, mint ahány atom található $0,012$ kg szén 12-es izotópban.

SI kiegészítő egységek

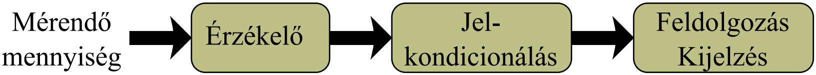
- **Síkszög:** A radián a kör két sugara által bezárt szög, melyek a körből éppen egy sugárnyi ívet jelölnek ki.
- **Térszög:** A szteradián annak a kúpnak a térszöge, melynek a csúcsát a gömb középpontjába helyezve a gömb felületéből éppen a sugár négyzetével egyenlő területet jelöl ki a gömb felszínén.

SI prefixumok

Jele	Szorzó
Y	10^{24}
Z	10^{21}
E	10^{18}
P	10^{15}
T	10^{12}
G	10^{9}
M	10^{6}
k	10^{3}
h	10^{2}
dk	10^{1}

Jele	Szorzó
d	10^{-1}
c	10^{-2}
m	10^{-3}
μ	10^{-6}
n	10^{-9}
p	10^{-12}
f	10^{-15}
a	10^{-18}
z	10^{-21}
y	10^{-24}

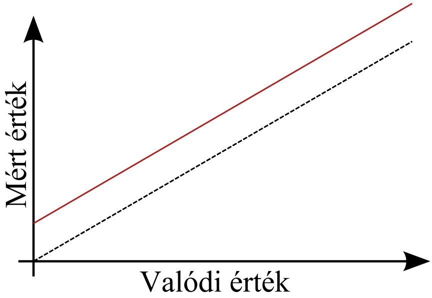
A mérőberendezés felépítése



- **Érzékelő:** fizikai mennyiség → másfajta fizikai mennyiség, amelyet a műszer többi része fel tud dolgozni
  Pl. hőmérséklet → elmozdulás; hőmérséklet → feszültség.
- **Jelkondicionálás:** pl. erősítés, zajszűrés, további átalakítások
- **Feldolgozás:** egyszerű számolások, bonyolult számolások, adattárolás...
- **Kijelzés:** pl. mutató, digitális kijelző, számítógépek (grafikonok...)

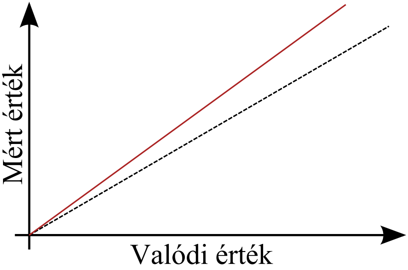
A műszerek legfontosabb jellemzői

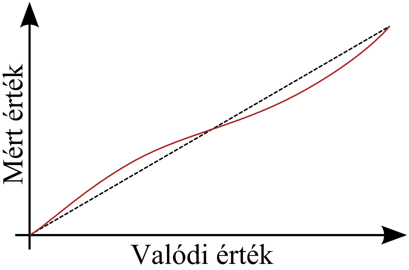
- **Pontosság:** az a maximális érték, amivel a kijelzett érték eltérhet a valódi értéktől. (Pl. 1 mm, 1%)
- **Felbontás:** az a legkisebb változás a mérendő mennyiségben, melyet a műszer még követni képes. (Pl. 1 K)
- **Nullponthiba** az a hiba, mely a mért értéktől függetlenül mindig ugyanakkora. Azonos azzal az értékkel, amit a műszer mutat 0 valódi értéknél.



A műszerek legfontosabb jellemzői

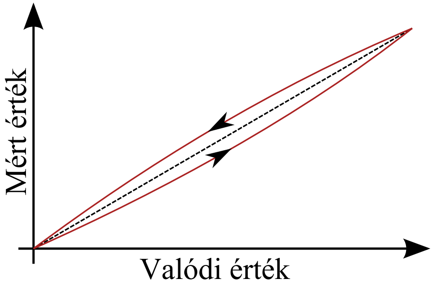
- **Skálahiba:** a valós és a mért érték hányadosa nem 1.
  A hiba arányos a mért értékkel.
- **Linearitáshiba:** a mért érték nem lineáris függvénye a valós értéknek.





A műszerek legfontosabb jellemzői

- **Hiszterézis.** A hiba függ attól, hogy a mért érték nő vagy csökken. Oka pl. a súrlódás



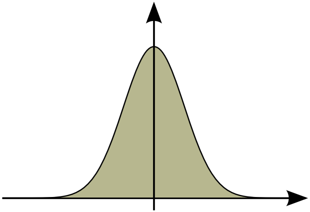
- **Reprodukálhatóság.** A műszer hibái időben változhatnak.
- **Reagálási idő**
- **Sávszélesség**

Determinisztikus és véletlenszerű mérési hibák

- A méréseket mindig hiba terheli $\Rightarrow$ a mért érték eltér a valódi értéktől
- **Determinisztikus hibák**
  - pl. nullponthiba, skálahiba; hőmérséklet hatása a mérésre ...
  - előre meghatározott $\Rightarrow$ kompenzálható (kompenzálni kell)
- **Véletlenszerű hiba**
  - minden egyes mérésnél más és más értékű
  - nem megjósolható $\Rightarrow$ nem kompenzálható
  - okai: a rendszerben fellépő véletlen jelenségek
  - kezelés: statisztikai módszerek

Véletlen hibák kezelése

- Véletlen hiba $\Rightarrow$ minden egyes mérés más és más értéket ad
- **valószínűségi változó:** olyan mennyiség, amelynek számértéke valamilyen véletlen esemény kimenetelétől függ.
  - **Diszkrét valószínűségi változó**
    pl. kockadobás
    Megszámlálhatóan sok lehetséges érték, minden egyes értékhez egy valószínűséget lehet hozzárendelni.
  - **Folytonos valószínűségi változó**
    pl. emberek magassága
    Jellemzője: **sűrűségfüggvény**



Valószínűségi változók jellemzői

- **Várható érték** (A valódi értékkel azonosítjuk.)

$$\langle x\rangle = \mathrm{E}(x) = \lim_{N\to\infty}\sum_{i=1}^{N}\frac{x_i}{N}$$

$$\mathrm{E}(x) = \sum_{i=1}^{k} x_i p_i \;\; ; \;\; \mathrm{E}(x) = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x)\,\mathrm{d}x$$

- **Szórás** (Mennyire térnek el az egyes eredmények az átlagtól)

$$\mathrm{D}^2(x) = \mathrm{E}\left((x-\mathrm{E}(x))^2\right)$$

$$\mathrm{D}^2(x) = \sum_{i=1}^{k}(x-\mathrm{E}(x))^2\,p_i \;\; ; \;\; \mathrm{D}^2(x) = \int_{-\infty}^{\infty}(x-\mathrm{E}(x))^2 f(x)\,\mathrm{d}x$$

A várható érték és szórás tulajdonságai

- Minden esetben:

$$\mathrm{E}(a \cdot x) = a \cdot \mathrm{E}(x)$$

$$\mathrm{E}(x_1 + x_2 + \cdots) = \mathrm{E}(x_1) + \mathrm{E}(x_2) + \cdots$$

- Ha az egyes értékek függetlenek egymástól:

$$\mathrm{D}^2(x_1 + x_2 + \cdots) = \mathrm{D}^2(x_1) + \mathrm{D}^2(x_2) + \cdots$$

A mérési eredmény megadása

- A mérés során kapott értékek eltérnek a fizikai mennyiség valódi értékétől
  - Determinisztikus hiba ← korrigálni kell, statisztikai módszerrel nem kezelhető
  - Statisztikus hiba
- A mérési eredmény megadása:

$$\langle x \rangle = \overline{x} \pm \Delta x$$

  - Valódi érték: $\langle x \rangle$ ($\equiv$ várható érték)
  - Mérért adat: $\overline{x}$
  - Hiba nagysága: Δx
    Konfidencia-intervallum: a valódi érték ezen intervallumon belül van valamekkora valószínűséggel.

Mérési eredmény megadása, ha σ ismert

- Ha a szórás meg van adva:

$$\langle x \rangle = \overline{x} \pm \lambda\sigma$$

- Általános esetben Csebisev-egyenlőtlenség $\Rightarrow \lambda$

$$\mathrm{P}\left(\left|\langle x \rangle - \overline{x}\right| < \lambda\sigma\right) \geq 1 - \frac{1}{\lambda^2}$$

- p annak a valószínűsége, hogy a valódi érték a megadott intervallumban van
- $\alpha = 1 - p$: szignifikanciaszint
- Példa: $p = 0,95$, $\alpha = 0,05$

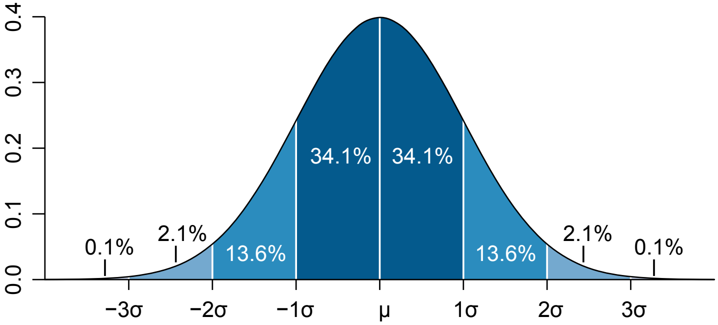
$$p = 1 - \frac{1}{\lambda^2}$$

$$\lambda = \sqrt{\frac{1}{1-p}} = \sqrt{20} \approx 4,47$$

Normális eloszlás (Gauss-eloszlás)

- A mérési hiba a legtöbb esetben normális eloszlású

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$



Normális eloszlású hiba

- Normális eloszlás esetén

$$p = \mathrm{P}\left(\left|\langle x\rangle - \overline{x}\right| < \lambda\sigma\right) = \mathrm{P}\left(\frac{\left|\langle x\rangle - \overline{x}\right|}{\sigma} < \lambda\right) =$$

$$= \int_{-\lambda}^{+\lambda} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \mathrm{e}^{-\frac{x^2}{2}}\,\mathrm{d}x = 2F(\lambda) - 1$$

ahol F a normális eloszlás eloszlásfüggvénye

- λ értéke:

$$\lambda = F^{-1}\left(\frac{p+1}{2}\right)$$

- Pl. $p = 0{,}95 \;\Rightarrow \lambda \approx 1{,}96$

σ ismert, N mérési adat

- Egy mérési adatnál az átlag (középérték) jobb becslése a valódi értéknek

$$\overline{x_N} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} x_i$$

- A mérési adatok alapján számolt középérték is ingadozik

$$\mathrm{D}^2\left(\overline{x_N}\right) = \mathrm{D}^2\left(\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} x_i\right) = \frac{1}{N^2}\sum_{i=1}^{N}\mathrm{D}^2(x_i) = \frac{1}{N^2}\sum_{i=1}^{N}\mathrm{D}^2(x) = \frac{1}{N}\mathrm{D}^2(x)$$

$$\mathrm{D}\left(\overline{x_N}\right) = \frac{1}{\sqrt{N}}\mathrm{D}(x)$$

- A mérési eredmény megadása:

$$\langle x\rangle = \overline{x_N} \pm \frac{\lambda\sigma}{\sqrt{N}}$$

σ ismeretlen, N mérési adat

- Szükségünk van a szórás becslésére a mérési adatok alapján
  $\Rightarrow$ **Korrigált empirikus szórás**

$$\sigma^*_{N-1} = \sqrt{\frac{1}{N-1}\sum_{i-1}^{N}\left(x_i - \overline{x_N}\right)^2} = \sqrt{\frac{1}{N-1}\sum_{i=1}^{N}\left(x_i - \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} x_i\right)}$$

- Ha x normális eloszlású, akkor az

$$\frac{\langle x\rangle - \overline{x_N}}{\sigma^*_{N-1}}$$

mennyiség **t-eloszlású** $\nu = N - 1$ szabadsági fokkal

σ ismeretlen, N mérési adat

- λ helyett t_{N-1}-et használva:

$$p = \mathrm{P}\left(\left|\langle x\rangle - \overline{x_N}\right| < t_{N-1}\sigma^*_{N-1}\right) = \mathrm{P}\left(\frac{\left|\langle x\rangle - \overline{x_N}\right|}{\sigma^*_{N-1}} < t_{N-1}\right) =$$

$$= \int\limits_{-t_{N-1}}^{+t_{N-1}} p_{t,N-1(x)}\,\mathrm{d}x = 2F_{t,N-1}(t_{N-1}) - 1$$

ahol $F_{t,N-1}$ az $N-1$ szabadsági fokú t-eloszlás eloszlásfüggvénye

$$t_{N-1} = F^{-1}_{t,N-1}\left(\frac{p+1}{2}\right)$$

- A mérési eredmény megadása:

$$\langle x\rangle = \overline{x_N} \pm \frac{t_{N-1}\sigma^*_{N-1}}{\sqrt{N}}$$

λ, t_{N-1} meghatározása

- Statisztikai programcsomag megfelelő függvényével
- Táblázat
- λ

p	0,9	0,95	0,99	0,995	0,999
α	0,1	0,05	0,01	0,005	0,001
λ	1,64521	1,96039	2,57624	2,80739	3,29076

- t_{N-1}

	p	0,9	0,95	0,99	0,995	0,999
N	α	0,1	0,05	0,01	0,005	0,001
2	t_{N-1}	6,31370	12,70615	63,65672	127,32133	636,61920
3	t_{N-1}	2.91996	4.30264	9.92477	14.08897	31.59903
5	t_{N-1}	2.13183	2.77638	4.60409	5.59755	8.61026
10	t_{N-1}	1.83307	2.26215	3.24979	3.68960	4.78089
100	t_{N-1}	1.66036	1.98416	2.62640	2.87130	3.39150

1. példa

Tömegmérés mérési adata:

$$m = 1,21\,\mathrm{kg}$$

A szórás ismert, értéke:

$$\sigma = 0,017\,\mathrm{kg}$$

Adjuk meg az $\alpha = 0,01$ szignifikanciaszinthez tartozó eredményt!

$$\alpha = 0,01 \quad \Rightarrow \quad \lambda = 2,57624$$

$$\Delta m = \lambda \cdot \sigma = 2,57624 \cdot 0,017\,\mathrm{kg} = 0{,}043796\,\mathrm{kg} \approx 0,044\,\mathrm{kg}$$

A mérés eredménye:

$$m = 1,210\,\mathrm{kg} \pm 0,044\,\mathrm{kg}$$

2. példa

Az elöző feladatban megadott feltételek mellett hány mérési adatot kell gyűjtenünk ahhoz, hogy a mérés hibája 0,01 kg alá csökkenjen?

$$\Delta m < 0,01\,\mathrm{kg}$$

$$\frac{\lambda\sigma}{\sqrt{N}} < 0,01\,\mathrm{kg}$$

$$N > \left(\frac{0,043796}{0,01}\right)^2 \approx 19,18$$

$$N \geq 20$$

3. példa

Egy mérést többször elvégezve, egy ellenállás értékére a következőket kapjuk: 7,20 Ω; 7,190 Ω; 7,19 Ω; 7,22 Ω; 7,23 Ω.
Adjuk meg az $\alpha = 0,05$ szignifikanciaszinthez tartozó eredményt!

$$\overline{R_N} = 7,206\,\Omega$$

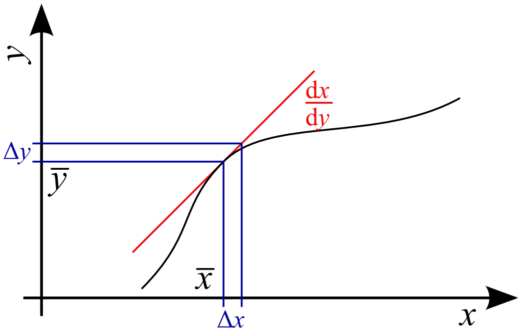
$$\sigma^*_{N-1} = 0,018166\,\Omega$$

$$\alpha = 0,05,\ N = 5 \ \Rightarrow\ t_{N-1} = 2,77638$$

$$\Delta x = \frac{t_{N-1}\sigma^*_{N-1}}{\sqrt{N}} \approx 0,022556$$

$$R = 7,206\,\Omega \pm 0,023\,\Omega$$

A mérési hiba terjedése



- Egy y mennyiség a mérési hibával terhelt x mennyiségtől függ.

$$\Delta y = \left|\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}\right|_{x=\overline{x}} \cdot \Delta x$$

A mérési hiba terjedése többváltozós függvények esetén

- A vizsgált q mennyiség több mért mennyiségtől függ.

$$q = q(x, y, \cdots)$$

- Minden egyes mennyiség hibája növeli a végeredmény hibáját a szórásnégyzetek adódnak össze $\Rightarrow$

$$(\Delta q)^2 = (\Delta q_x)^2 + (\Delta q_y)^2 + \cdots$$

$$(\Delta q)^2 = \left|\frac{\partial q}{\partial x}\right|^2_{x=\bar{x},\, y=\bar{y}} \cdot (\Delta x)^2 + \left|\frac{\partial q}{\partial y}\right|^2_{x=\bar{x},\, y=\bar{y}} \cdot (\Delta y)^2 + \cdots$$

$$\Delta q = \sqrt{\left|\frac{\partial q}{\partial x}\right|^2_{x=\bar{x},\, y=\bar{y}} \cdot (\Delta x)^2 + \left|\frac{\partial q}{\partial y}\right|^2_{x=\bar{x},\, y=\bar{y}} \cdot (\Delta y)^2 + \cdots}$$

Példa

$m = 3{,}21\,\mathrm{kg} \pm 0{,}05\,\mathrm{kg}$

$v = 7{,}31\,\mathrm{m/s} \pm 0{,}11\,\mathrm{m/s}$

$$E_{\text{mozg}} = \frac{1}{2} m v^2$$

$$E_{\text{mozg}} = ?$$

$$\overline{E_{\text{mozg}}} = \frac{1}{2} \cdot \overline{m}\,\overline{v}^2 = \frac{1}{2} \cdot 3{,}21 \cdot 7{,}31^2\,\mathrm{J} \approx 85{,}7649\,\mathrm{J}$$

Példa

$$\frac{\partial E}{\partial m} = \frac{v^2}{2} \quad , \quad \frac{\partial E}{\partial v} = mv$$

$$\Delta E = \sqrt{\left|\frac{\overline{v}^2}{2}\right|^2 (\Delta m)^2 + \left|\overline{mv}\right|^2 (\Delta v)^2}$$

$$\Delta E = \sqrt{\frac{7{,}31^4}{4} \cdot 0{,}05^2 + (3{,}21 \cdot 7{,}31)^2 \cdot 0{,}11^2}\,\mathrm{J} = 2{,}906377\,\mathrm{J}$$

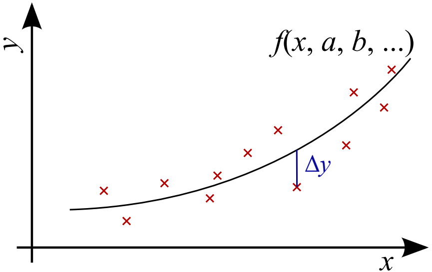
$$E = 85{,}76\,\mathrm{J} \pm 2{,}91\,\mathrm{J}$$

Függvény illesztése

- A mérés során két (vagy több) egymástól függő fizikai mennyiséget mérünk meg:

  $$y = f(x, a, b, \cdots)$$

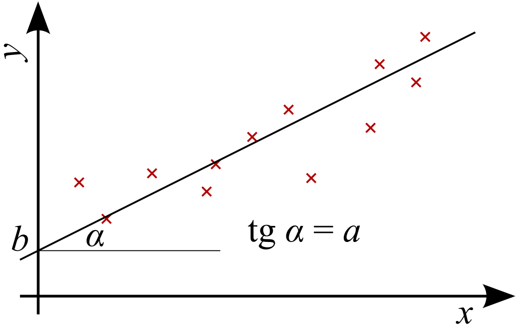
  ahol *a, b,* ... ismeretlen paraméterek.
- Paraméterek meghatározása: függvény illesztése.



Legkisebb négyzetek módszere

- Cél: illesztés hibájának minimalizálása.

$$S(a,b,\cdots) = \sum_{i=1}^{N} \left[y_i - f(x_i,a,b,\cdots)\right]^2 = min$$



Legkisebb négyzetek módszere

- Szélsőérték-keresési probléma
  Egyenes esetén ($y = a \cdot x + b$):

$$S(a,b) = \sum_{i=1}^{N} \left[y_i - (a \cdot x_i + b) \right]^2 = min$$

$$\frac{\partial S(a,b)}{\partial a} = \sum_{i=1}^{N} 2 \left[y_i - (a \cdot x_i + b) \right] (-x_i) = 0$$

$$\frac{\partial S(a,b)}{\partial b} = \sum_{i=1}^{N} 2 \left[y_i - (a \cdot x_i + b) \right] (-1) = 0$$

Egyenes illesztése

- a és b meghatározása:

$$b = \overline{y_N} - a \cdot \overline{x_N}$$

$$a = \frac{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} x_i \cdot y_i - \overline{x_N} \cdot \overline{y_N}}{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} x_i^2 - \overline{x_N}^2}$$

- Az illesztés jóságát megadó mennyiség a korrelációs együttható (R).
  - 0: nincs lineáris összefüggés a mennyiségek között
  - 1: tökéletesen illeszkedik az egyenes

$$R^2 = \frac{\left[\sum_{i=1}^{N} (x_i - \overline{x_N}) \cdot (y_i - \overline{y_N})\right]}{\sum_{i=1}^{N} (x_i - \overline{x_N})^2 \cdot \sum_{i=1}^{N} (y_i - \overline{y_N})^2}$$

Origón átmenő egyenes illesztése

- $b \equiv 0 \Rightarrow y = a \cdot xb$

$$S(a) = \sum_{i=1}^{N} \left[y_i - (a \cdot x_i)\right]^2 = min$$

$$\frac{\partial S(a)}{\partial a} = \sum_{i=1}^{N} 2\left[y_i - (a \cdot x_i)\right](-x_i) = 0$$

- Az a paraméter értéke:

$$a = \frac{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} x_i \cdot y_i}{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} x_i^2}$$

Nemlineáris illesztés

- A legkisebb négyzetek módszere nemlineáris esetben is működik
  Változó nagyságrendek $\Rightarrow$ célszerű egy súlyfüggvény alkalmazása

$$S(a,b,\cdots) = \sum_{i=1}^{N} w_i \left[y_i - f(x_i,a,b,\cdots)\right]^2 = min$$

Pl.:

$$S(a,b,\cdots) = \sum_{i=1}^{N} \frac{1}{y_i^2} \left[y_i - f(x_i,a,b,\cdots)\right]^2 = min$$

- Linearizálás: függvény átalakítása, hogy egyenest kelljen illeszteni

Linearizálás

- Illesztendő függvény:

$$y = a \cdot x^2$$

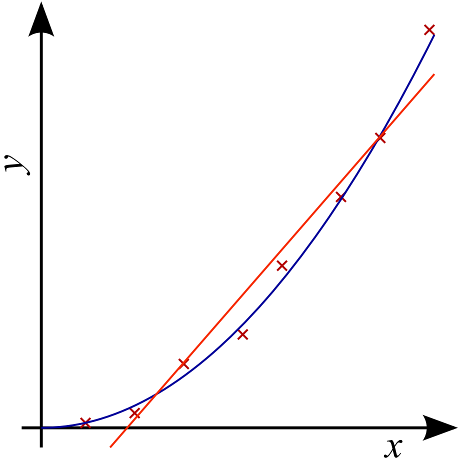
y_i és x_i mérve
a: ismeretlen

- Keresett függvény:

$$Y = A \cdot X + B$$

Ahol Y_i és X_i meghatározható a mért adatokból.
Keressük A és B értékét.

$$Y = ? \;\; ; \;\; X = ?$$



Linearizálás

$$\sqrt{y} = \sqrt{a} \cdot x$$

$$Y = \sqrt{y} \;;\; X = x \;;\; A = \sqrt{a}$$

$$y = a \cdot x^2$$

$$Y = y \;;\; X = x^2$$