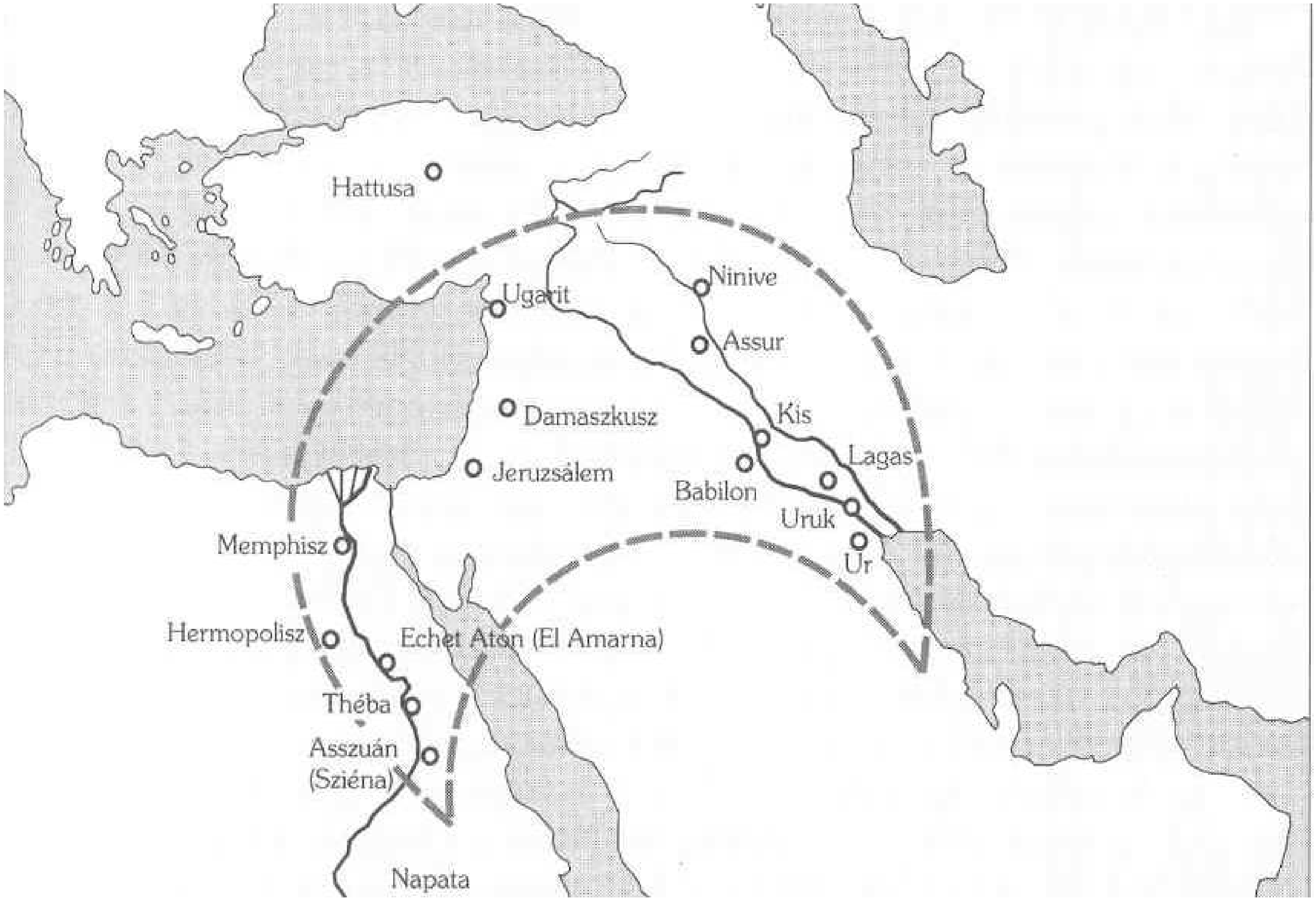
A fizika története

A matematikai háttér

Folyómenti kultúrák ie 2000 körül

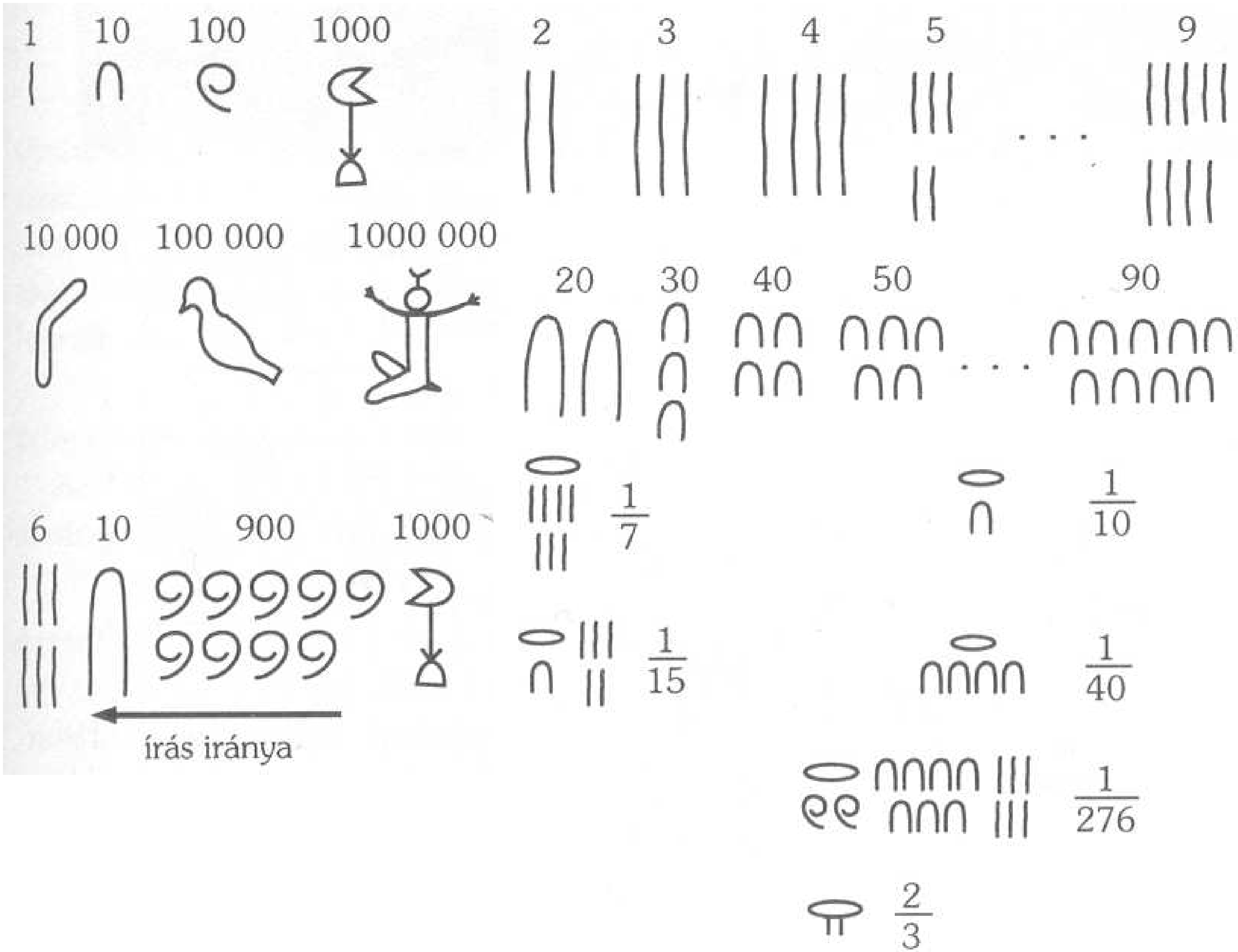
A „termékeny félhold”



A számrendszerek típusai

1. **Hieroglifikus**
   - a *csomószámokra* épül
   - minden csomószámnak saját szimbóluma (pl római csomószámok: I, V, X, L, C, D, M)
   - példák: egyiptomi, föníciai, ókínai, óhindu, azték, római
2. **Alfabetikus**
   - a számokat az ábécé betűivel jelölték, megkülönböztető jellel ellátva
   - előnye: röviden leírható számok
   - hátránya: nehéz megjegyezni, nehéz műveleteket végezni
   - példák: a görög jón rendszer (ie V. század), héber, arab
3. **Helyiértékes**
   - a számjegy értéke a számsorban elfoglalt helyétől függ
   - példák: a mai tízes és kettes, a babilóniai, hindu, maya

Egyiptomi számírás

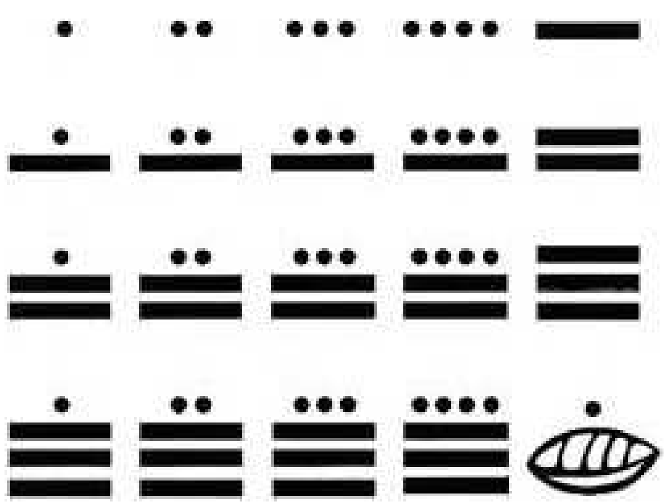


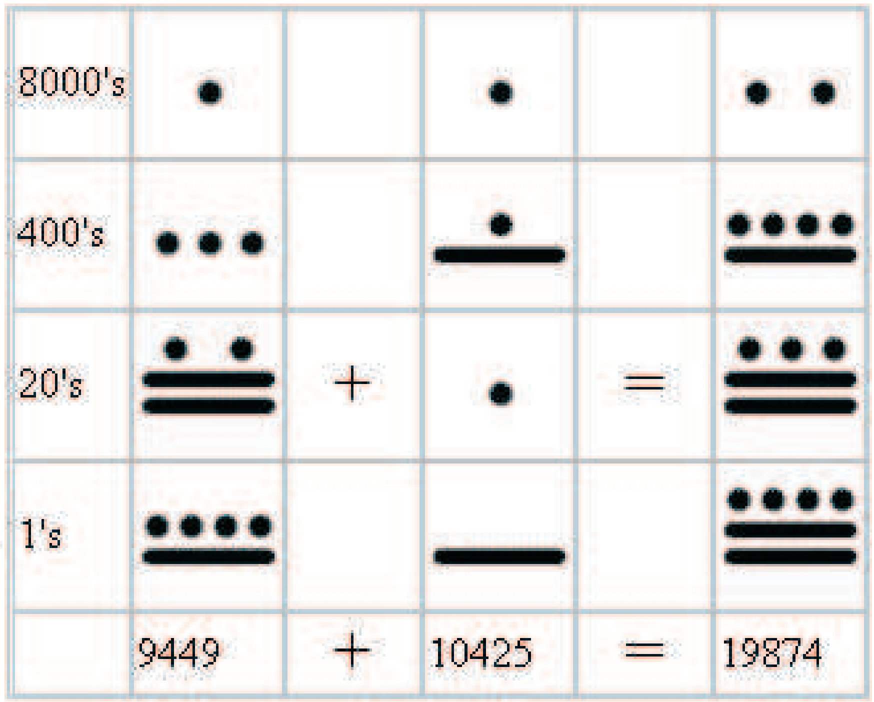
A görög alfabetikus rendszer

$1 = \bar{\alpha}$	$10 = \bar{\iota}$	$100 = \bar{\varrho}$
$2 = \bar{\beta}$	$20 = \bar{\kappa}$	$200 = \bar{\sigma}$
$3 = \bar{\gamma}$	$30 = \bar{\lambda}$	$300 = \bar{\tau}$
$4 = \bar{\delta}$	$40 = \bar{\mu}$	$400 = \bar{\upsilon}$
$5 = \bar{\epsilon}$	$50 = \bar{\nu}$	$500 = \bar{\varphi}$
$6 =$ *(digamma)*	$60 = \bar{\xi}$	$600 = \bar{\chi}$
$7 = \bar{\zeta}$	$70 = \bar{o}$	$700 = \bar{\psi}$
$8 = \bar{\eta}$	$80 = \bar{\pi}$	$800 = \bar{\varpi}$
$9 = \bar{\vartheta}$	$90 =$ *(koppa)*	$900 =$ *(szampi)*

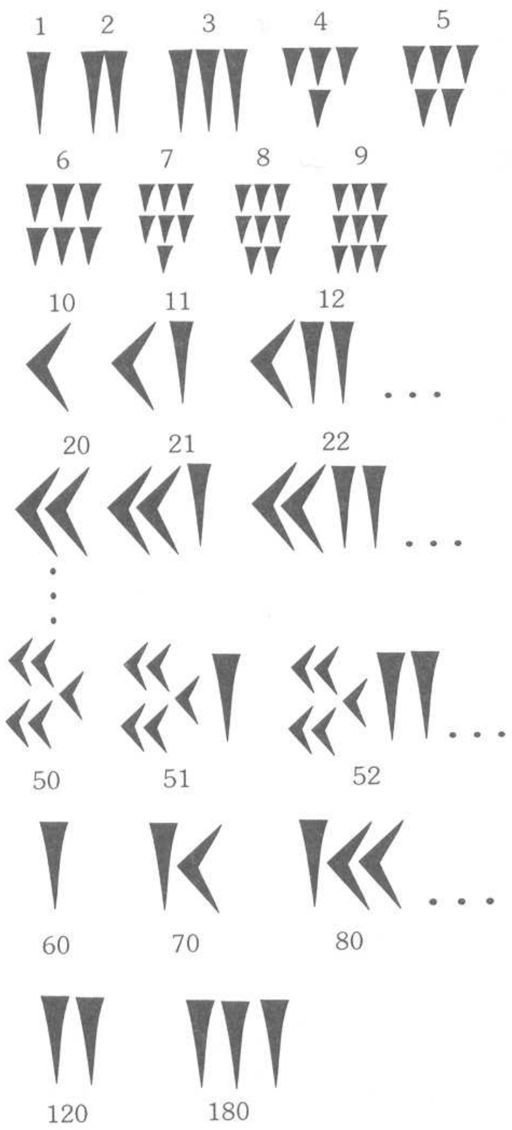
- például $444 = \bar{\upsilon}\bar{\mu}\bar{\delta}$
- a 999-nél nagyobb számok leírására kiegészítő jelek, pl $1000 = ,\bar{\alpha}$

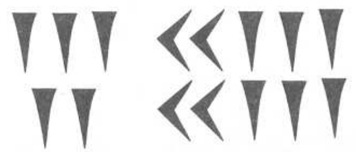
A maják 20-as számrendszere





A babilóniai 60-as számrendszer



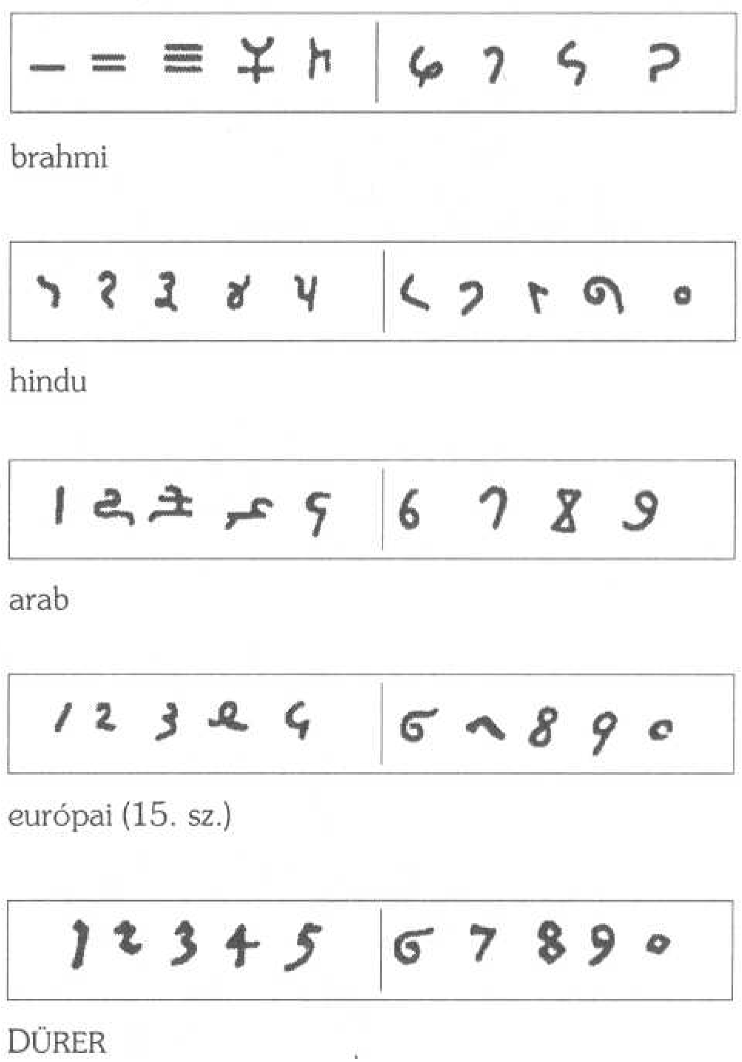


A bizonyítás megjelenése a matematikában

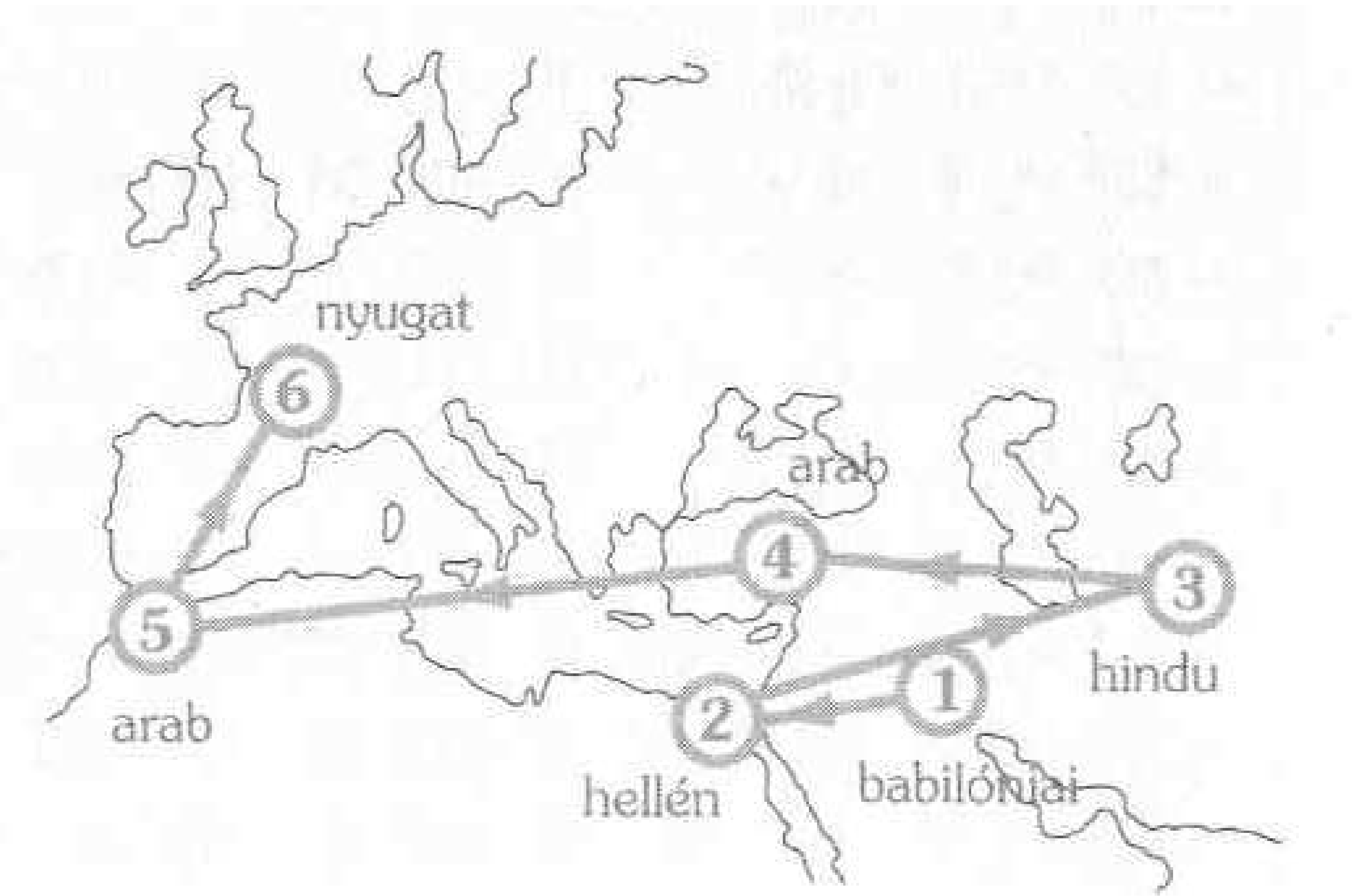
- Egyiptom: a matematika gyakorlati feladatokra korlátozódott, amelyekhez megoldási mintákat adtak
- a bizonyítás igénye nem merült föl; ha a gyakorlati feladat elvégzése lehetséges volt a megoldás alapján, az igazolta a számítást
- Mezopotámia: lehetséges, hogy egyes esetekben a matematikát már önmagáért művelték; bizonyítást ők sem adtak
- a bizonyítás igénye a görögöknél jelent meg; a hagyomány szerint THALÉSZ (IE 640–546) volt az első, aki valamit is bizonyított (az átmérő a kört két egyenlő részre osztja)
- bizonyítás $\Leftarrow$ a tapasztalaton túllépő igazságigény

Az „arab” számok és a hindu matematika

- a hinduk a helyiértékrendszert átvették, valószínűleg Alexandriából
- bevezették a tízes számrendszert
- a babiloniak helykihagyása helyett bevezették a nullát, és számoltak is vele (pl 0-val való szorzás)
- ismerték a negatív számokat
- az „arab” számok tőlük származnak



A helyiérték-számolás útja Nyugatra

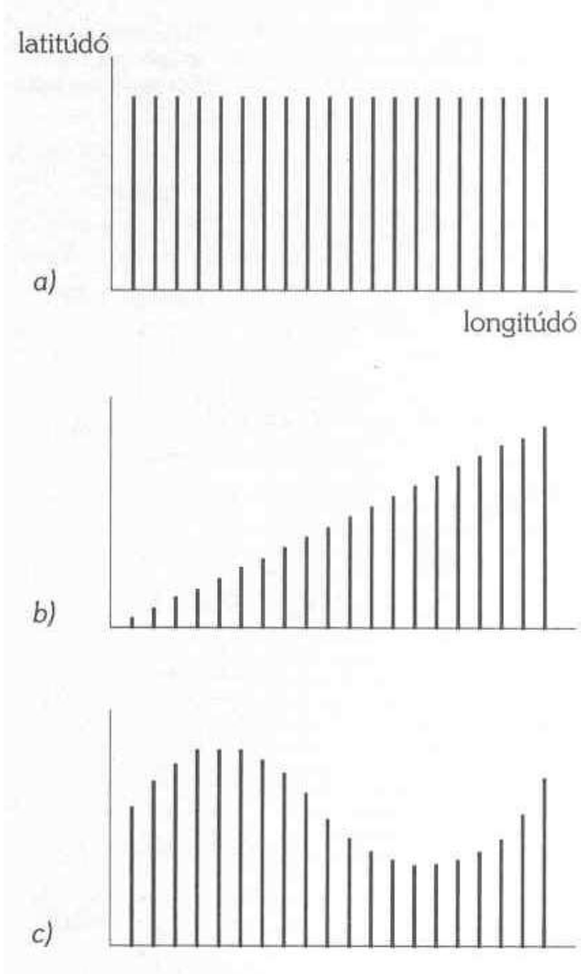


FIBONACCI és az „arab számok”

- az arab tudás útja Európába: Toledo visszahódítása a móroktól; Konstantinápoly török meghódítása ⇒ a menekülő szerzetesek Európába hozzák az antik görög szerzők munkáit
- a számolás eszköze a XIII. századig: abakusz; számrendszer, számjegyek: római számok
- LEONARDO DA PISA, (Bonaccio fia = FIBONACCI, 1170?–1250?): *Liber Abaci* (1202) – az „arab” számokkal (ő még hindu számjegyekről beszélt) való számolás mellett érvelt
- Fibonacci-sorozat: $a_0 = 1$, $a_1 = 1$, $a_n = a_{n-1} + a_{n-2}$
- a római számok hívei: *abacisták*; az arab gyökerű algoritmusok hívei: *algoritmisták*
- *algoritmus* ← AL-KHWARIZMI (780–846) arab tudós nevének latin alakja *Algorismus*
- ellenérzések az „arab” számokkal szemben: lehet őket hamisítani ⇒ Firenze, 1299: a váltókon az összeg kiírása betűvel

A kvantitatív megközelítés kezdetei

- ARISZTOTELÉSZ és a skolasztikusok: számos minőséget – például melegség, sebesség,fehérség, jószívűség, *&c*– nem tartottak mérhetőnek
- NICOLE D’ORESME (1323–1382): **a minőségek intenzitásáról beszél**, ezeket a mai koordinátarendszerekhez hasonlóan ábrázolja – *latitúdó, longitúdó*



DESCARTES: algebrai geometria

- REGIOMONTANUS (JOHANNES MÜLLER, 1436–1476): az algebrát háromszög-szerkesztési feladatok megoldására használta
- FRANÇOIS VIÈTE (1540–1603): a hatványok és a dimenziók között összefüggések – $x^1 \to$ „oldal”, $x^2 \to$ „terület”, $x^3 \to$ „test”; *csak egynemű mennyiségeket lehetett összeadni*
- DESCARTES: már gond nélkül összeadott és kivont egymásból különböző hatványokat (algebrai szemléletmód)
- DESCARTES módszere: a geometriai feladatot algebrai formába önteni, algebrai átalakításokkal egyszerűbb alakra hozni, majd az egyszerűbb, már ábrázolható alak alapján megszerkeszteni
- a mai koordinátageometria formuláit (pl rendezett párok) hiába keresnénk nála

FERMAT (1601–1665) analitikus geometriája

- DESCARTES-hoz hasonlóan koordinátarendszert vezetett be, nála ez hegyesszögű is lehetett
- levezette az egyenes, a kör és a kúpszeletek egyenletét
- koordinátatranszformációkat végzett az egyenletek egyszerűbb, kanonikus alakra való hozására
- DESCARTES-nál következetesebben alkalmazta a koordináta-módszert, ám DESCARTES könyve, a *Geometria* hamarabb jelent meg (1637)
- azért sem terjedt el módszere, mert a nehézkes VIÈTE-féle formalizmust használta

Az algebrai jelölések

- AL-KHWARIZMI könyvében az egyenletek még szóban vannak megfogalmazva: *„a négyzet egyenlő a gyökkel”* $\Leftrightarrow$ $ax^2 = bx$
- NICOLE CHUQUET szimbolikája (XV. század vége): a szimbólumok többsége szavak rövidítésével keletkezett: $\bar{R}_x$ – gyök *(radix)*, összeadás: $\bar{p}$, az ismeretlennek nincs speciális jele

$$\bar{R}_x^4 24\bar{p}\bar{R}_x^2 37\bar{m}20^2\bar{m} \Leftrightarrow \sqrt[4]{24+\sqrt{37}} - 20x^{-2}$$

- + és - jelek: JAN WIDMANN könyvében (1485)
- CARDANO (1501–1576): $R_x ucu R_x 108p10mR_x ucu R_x 108m10$ $\Leftrightarrow \sqrt[3]{\sqrt{108+10}} - \sqrt[3]{\sqrt{108-10}}$
- FRANÇOIS VIÈTE: A cubus + B planum in A_3 aequatur D solido $\Leftrightarrow A^3 + 3BA = D$, vagy $x^3 + 3Bx = D$

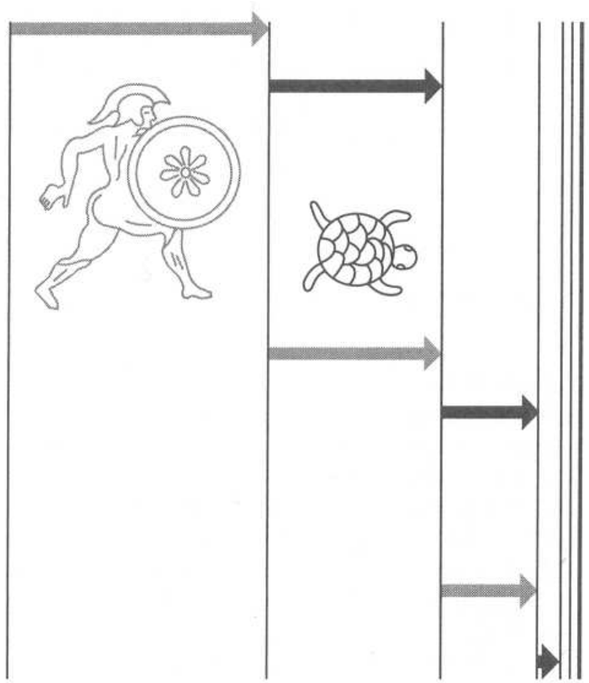
Komplex számok

- algebrai egyenletek megoldása során bukkan föl a gondolat, hogy negatív gyökök is előfordulhatnak
- CARDANO az $x^2 - 10x + 40 = 0$ egyenlet példáján mutatja meg, hogy a gyökök párosával fordulnak elő (itt $x_{1,\,2} = 5 \pm \sqrt{-15}$), ezeket ő „szofisztikus gyököknek” nevezi, de nem tekinti megoldásnak
- RAFFAELLO BOMBELLI: megadta a képzetes és komplex számokkal való műveletek szabályait (1572)
- megmutatta, hogy a $(\pm \mathrm{i}) \cdot (\pm \mathrm{i}) = -1, \quad (\pm \mathrm{i}) \cdot (\mp \mathrm{i}) = 1$ szabályokra támaszkodva minden olyan szám, amely CARDANO „szofisztikus gyökeit” tartalmazza, $a + b\mathrm{i}$ alakra hozható

Hatványok, logaritmusok

- NICOLE D'ORESME: a törtkitevők bevezetése, a velük való műveletek megadása
- STIFEL: a negatív kitevők bevezetése
- SIMON STEVIN (1548–1620): a tizedestörtek bevezetése, kamatoskamat-táblázatok $\Rightarrow$ BÜRGI (1552–1632) első logaritmustáblázata
- JOHN NAPIER (1550–1617): trigonometrikus függvények $1/e$ alapú logaritmusa
- LEONHARD EULER adta meg a logaritmusfüggvények elméletének végső alakját

A végtelen kicsi: Akhilleusz és a teknős



- ZÉNÓN paradoxona szerint Akhilleusz sosem éri utol a teknős, mert amikor odaér arra a helyre, ahol a teknős az előbb volt, az már továbbhaladt
- a paradoxon föloldása: a végtelen sok időintervallum összegzése végül végeset ad

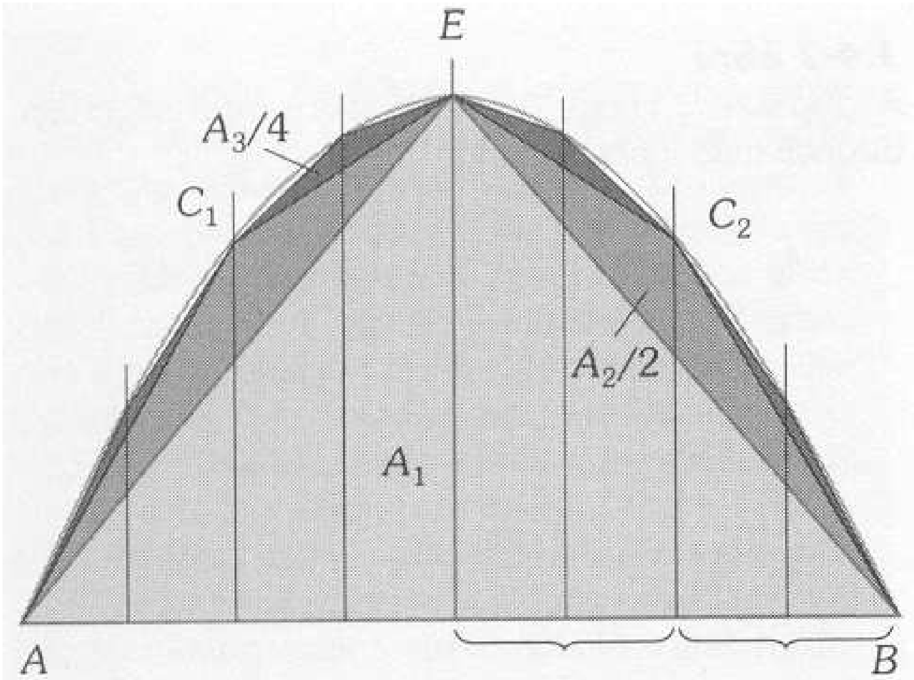
$$t = \frac{l}{v_A} + \frac{v_t(l/v_A)}{v_A} + \frac{v_t(l/v_A)}{v_A}\frac{v_t}{v_A} + \dots$$

$$t = \frac{l}{v_A}\left[1 + \frac{v_t}{v_A} + \left(\frac{v_t}{v_A}\right)^2 + \dots\right]$$

$$t = fraclv_A \frac{1}{1 - v_t/v_A} = \frac{l}{v_A - v_t}$$

Arkhimédész „infinitezimálszámítása”

- bizonyítandó: a parabolaszelet területe egyenlő a beírt háromszög területének 4/3-szorosával
- módszere: egyre csökkenő területű háromszögekkel egyre jobban megközelítette a parabolaszelet területét



A modern infinitezimálszámítás

- KEPLER módszere a boroshordók űrtartalmának meghatározására $\Rightarrow$ forgástestek térfogatszámítása
- CAVALIERI: az „oszthatatlanok” módszere a görbe alatti terület meghatározására
- FERMAT érintőmódszere a görbék érintőinek és szélsőértékeinek meghatározására
- NEWTON: fluensek (időfüggő mennyiségek) és fluxióik (változási sebességük)
- LEIBNIZ: az integrálszámítás mai szimbólumai (pl $\int$ egy elnyújtott S, a *summa* kezdőbetűjéből)

Fölhasznált irodalom

- SIMONYI KÁROLY: *A fizika kultúrtörténete.* Budapest, 1998, Akadémiai Kiadó
- RIBNYIKOV, KONSZTANTIN ALEKSZEJEVICS: *A matematika története.* Budapest, 1968, Tankönyvkiadó
- ROPOLYI LÁSZLÓ – SZEGEDI PÉTER (SZERK.): *A tudományos gondolkodás története : előadások a természettudományok és a matematika történetéből az ókortól a XIX. századig.* Budapest, 2000, ELTE Eötvös Kiadó