

22. ÖSSZETETT SZŰRŐKÖRÖK VIZSGÁLATA

Célkitűzés:

- A műveleti erősítőkből és oszcillátorokból alkalmazott összetett szűrőkörök összeállítása és fizikai jellemzőinek (amplitúdó- és fáziskarakterisztikájának) vizsgálata.
- Az erősítés és fázistolás meghatározására szolgáló mérési módszerek gyakorlása.

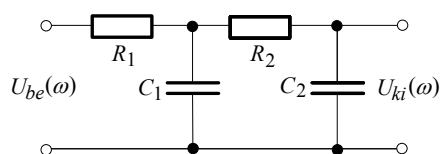
I. Elméleti áttekintés

Az előzőekben megvizsgáltuk a legegyszerűbb RC elemekből álló alul-, illetve felüláteresztő szűrőkörök tulajdonságait. Ebben a gyakorlatban RC tagokból felépített összetett szűrőkörök (speciális kétpóluspárok) jellemzőit vizsgáljuk. A vizsgálandó áramkörök kiválasztását elterjedt felhasználásuk indokolja.

1. A kettős aluláteresztő szűrő: az integrált áramkörökben alkalmazott többfokozatú erősítők és egyes zajgenerátorok modellezhetők sorbakapcsolt aluláteresztő szűrőkkel.
2. A sáváteresztő szűrő: szelektív visszacsatolások, mérőerősítők alapeleme.
3. A proporcionális integráló áramkör: műveleti erősítők frekvencia-kompenzálására alkalmas.
4. A *Wien*-osztó: fontos szerepet játszik a hangolható frekvenciájú oszcillátorokban (pozitív visszacsatoló tagként).

1. A kettős aluláteresztő szűrő

Ha két különböző pólusfrekvenciájú aluláteresztő szűrőt az 1. ábrán látható módon sorba kapcsolunk, az eredő erősítés közelítőleg az egyes aluláteresztő áramkörök erősítésének szorzata, azaz



1. ábra

$$a(\omega) = a_1(\omega) \cdot a_2(\omega) = \frac{1}{1 + j \frac{\omega}{\omega_{p1}}} \cdot \frac{1}{1 + j \frac{\omega}{\omega_{p2}}}, \quad (1)$$

$$|a(\omega)| = |a_1(\omega)| \cdot |a_2(\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_{p1}}\right)^2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_{p2}}\right)^2}}, \quad (2)$$

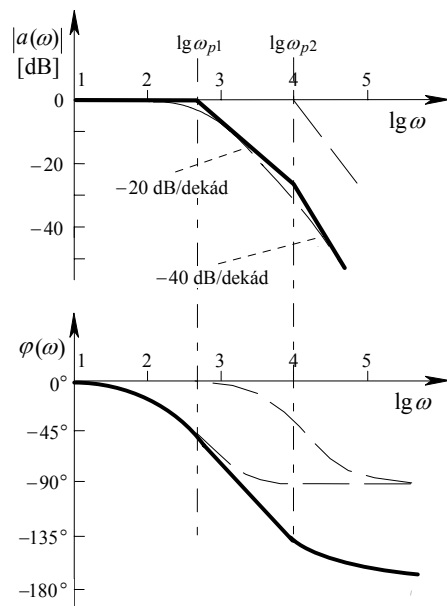
illetve a *Bode*-diagramon ábrázolt logaritmikus erősítés:

$$20 \lg |a(\omega)| = 20 \lg |a_1(\omega)| + 20 \lg |a_2(\omega)|. \quad (3)$$

Az eredő fáziseltolás pedig a két kör fáziseltolásának összege:

$$\varphi(\omega) = \varphi_1(\omega) + \varphi_2(\omega) = - \left(\arctg \frac{\omega}{\omega_{p1}} + \arctg \frac{\omega}{\omega_{p2}} \right). \quad (4)$$

Meg kell jegyeznünk, hogy a fenti közelítés csak abban az esetben kielégítő (hasonlóan a sáváteresztő szűrőnél is), ha az R_1 ellenálláson átfolyó áram döntő többségében a C_1 kondenzátoron folyik tovább, és csak elhanyagolhatóan kis része halad át az R_2 ellenálláson. (A második integráló kör csak kismértékben terheli az elsőt.) A láncparaméterekből képzett láncmátrix megadásával az R_2 -n átfolyó áramot is figyelembe vevő pontos megoldás nyerhető. Tehát a dB-ben kifejezett eredő a erősítés a két részáramkör a_1 , valamint a_2 erősítéseinek összege.



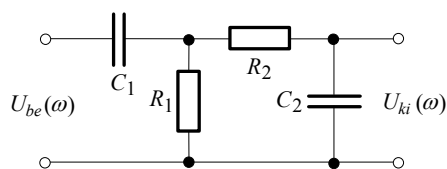
2. ábra

A kettős aluláteresztő szűrő *Bode*-diagramja és fázisdiagramja a 2. ábrán látható. A *Bode*-diagram három különböző meredekségű szakaszra osztható: az ω_{p1} -nél kisebb körfrekvenciákra 0, az $\omega_{p1} - \omega_{p2}$ tartományon -20 dB/decád, az ω_{p2} után pedig -40 dB/decád. A fáziseltolás a frekvencia növelésével a második szűrő kimenetén 0° -tól -180° -hoz tart, az első pólusnál $\varphi = -45^\circ$, a másodiknál $\varphi = -135^\circ$.

2. A sáváteresztő szűrő

Ha a 3. ábrán vázolt elrendezés szerint sorba kapcsolunk egy feluláteresztő szűrőt (differenciáló áramkört) egy aluláteresztő szűrővel (integráló áramkörrel), olyan szűrőt kapunk, amely csak egy – a pólusfrekvenciáktól függő – keskeny sávban engedi át a jelet. Az eredő erősítés ebben az esetben is – közelítőleg – a két részáramkör erősítésének a szor-

zata, azaz



3. ábra

$$a(\omega) = a_1(\omega) \cdot a_2(\omega) = \frac{j \frac{\omega}{\omega_{p1}}}{1 + j \frac{\omega}{\omega_{p1}}} \cdot \frac{1}{1 + j \frac{\omega}{\omega_{p2}}}, \quad (5)$$

$$|a(\omega)| = |a_1(\omega)| \cdot |a_2(\omega)| = \frac{\left(\frac{\omega}{\omega_{p1}}\right)^2}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_{p1}}\right)^2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_{p2}}\right)^2}}, \quad (6)$$

illetve a dB-ben kifejezett logaritmusos erősítés:

$$20 \lg |a(\omega)| = 20 \lg |a_1(\omega)| + 20 \lg |a_2(\omega)|. \quad (7)$$

Az eredő fáziseltolás a két kör fáziseltolásának az összege:

$$\varphi(\omega) = \varphi_1(\omega) + \varphi_2(\omega) = \arctg \frac{\omega_{p1}}{\omega} - \arctg \frac{\omega}{\omega_{p2}}. \quad (8)$$

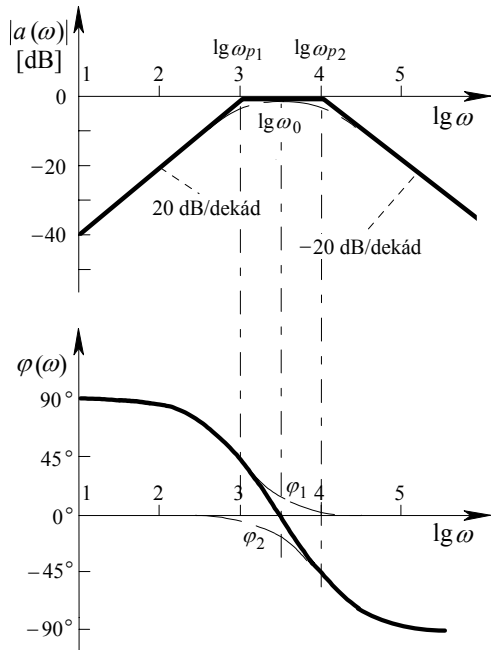
A sávszűrő *Bode*-diagramját és fáziskarakterisztikáját a 4. ábra mutatja. Az ábrán látható, hogy az erősítés maximummal rendelkezik. A maximum annál a frekvenciánál van, ahol a két kör erősítése megegyezik ($|a_1| = |a_2|$).

A maximumhoz tartozó

$$\omega_{max} = \sqrt{\omega_{p1} \omega_{p2}} = \frac{1}{\sqrt{R_1 R_2 C_1 C_2}} \quad (9)$$

frekvencia az ω_{p1} és ω_{p2} frekvenciák mértani középértéke. Ez a sáváteresztő szűrő „rezonancia-frekvenciája”, logaritmusos ábrázolásban pedig:

$$\lg \omega_{max} = \frac{\lg \omega_{p1} + \lg \omega_{p2}}{2} . \quad (10)$$



4. ábra

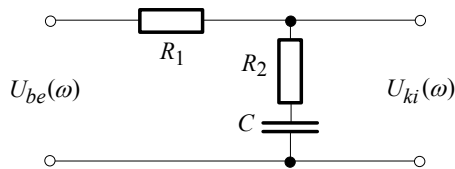
Az ω_{max} frekvenciát behelyettesítve az $|a(\omega)|$ erősítés (3) kifejezésébe megkapjuk az erősítés maximális értékét:

$$|a|_{max} = \frac{\omega_{p2}}{\omega_{p1} + \omega_{p2}} . \quad (11)$$

A fázisdiagramon megfigyelhetjük, hogy a sáváteresztő szűrő fáziseltolása $+90^\circ$ -tól -90° -ig változik a frekvencia növelésével, és a nulla értéket annál az ω_0 frekvenciánál éri el, amelyre $\varphi = \varphi_1 + \varphi_2 = 0^\circ$ -ból következően $\varphi_1 = -\varphi_2$ áll fenn. Az $\arctg(\omega_{p1}/\omega_0) = \arctg(\omega_0/\omega_{p2})$, következésképpen $\frac{\omega_{p1}}{\omega_0} = \frac{\omega_0}{\omega_{p2}}$, vagy

$$\omega_0 = \sqrt{\omega_{p1}\omega_{p2}} , \quad (12)$$

tehát a fáziseltolás a maximális erősítés frekvenciáján nulla.



5. ábra

3. Proporcionális integráló (PI) kör

Ha az aluláteresztő szűrőbe a kondenzátor mellé egy ellenállást (R_2) is elhelyezünk (l. 5. ábra), az a kimenő feszültséget magasabb frekvenciatartományokon sem engedi egy bizonyos érték alá csökkenni. Tehát ez a kör

az alacsonyabb frekvenciákon úgy viselkedik, mint egy aluláteresztő szűrő, majd konstanssá válik a csillapítása. Megmutatható, hogy az erősítés:

$$a(\omega) = \frac{1 + j\frac{\omega}{\omega_z}}{1 + j\frac{\omega}{\omega_p}} , \quad (13)$$

illetve

$$|a(\omega)| = \sqrt{\frac{1 + \frac{\omega^2}{\omega_z^2}}{1 + \frac{\omega^2}{\omega_p^2}}}, \quad (14)$$

ahol

$$\omega_z = \frac{1}{R_2 C} \quad \text{és} \quad \omega_p = \frac{1}{(R_1 + R_2) C}. \quad (15a,b)$$

Látható, hogy $\omega_p < \omega_z$.
Az áramkör fáziseltolása:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\omega}{\omega_z} - \frac{\omega}{\omega_p}. \quad (16)$$

A proporcionális integráló kör *Bode*-diagramja és fáziseltolása a 6. ábrán látható. Vizsgáljuk meg az erősítést a következő három frekvenciatartományban:

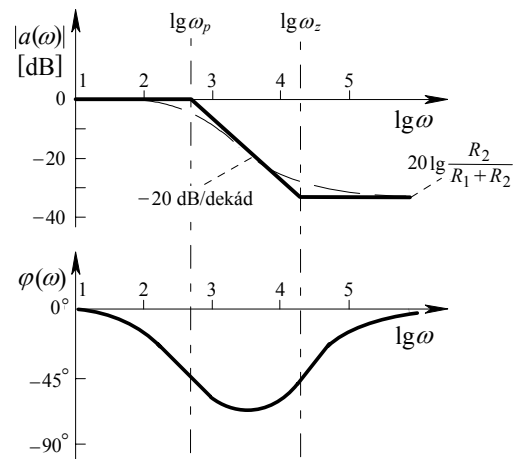
- $\omega \ll \omega_p$ (egyúttal $\omega \ll \omega_z$);
- $\omega_p \ll \omega \ll \omega_z$;
- $\omega_z \ll \omega$ (egyúttal $\omega_p \ll \omega$).

Az alacsonyfrekvenciájú tartományban ($\omega \ll \omega_p$) az erősítés abszolút értéke [a (14) kifejezésből jól kiolvashatóan]:

$$|a(\omega)| = 1, \quad (17)$$

tehát a *Bode*-diagram első harmada 0 dB-es vízszintes egyenes.

Az $\omega_p \ll \omega \ll \omega_z$ frekvenciatartományban az erősítés a következő:



6. ábra

$$|a(\omega)| = \sqrt{\frac{1 + \frac{\omega^2}{\omega_z^2}}{1 + \frac{\omega^2}{\omega_p^2}}} \approx \sqrt{\frac{1}{1 + \frac{\omega^2}{\omega_p^2}}} \approx \frac{\omega_p}{\omega}, \quad (18)$$

illetve dB-ben

$$20 \lg |a(\omega)| = 20(\lg \omega_p - \lg \omega), \quad (19)$$

az aszimptota meredeksége -20 dB/dekád.

A magasabb frekvenciákon ($\omega \gg \omega_z$):

$$|a(\omega)| = \sqrt{\frac{1 + \frac{\omega^2}{\omega_z^2}}{1 + \frac{\omega^2}{\omega_p^2}}} \approx \sqrt{\frac{\frac{\omega^2}{\omega_z^2}}{\frac{\omega^2}{\omega_p^2}}} = \frac{\omega_p}{\omega_z}, \quad (20)$$

illetve dB-ben

$$20 \lg |a(\omega)| = 20 \lg \frac{\omega_p}{\omega_z} = 20 \lg \frac{R_2}{R_1 + R_2}. \quad (21)$$

A Bode-diagram harmadik harmada tehát $20 \lg \frac{R_2}{R_1 + R_2}$ értéknél húzott vízszintes egyenes.

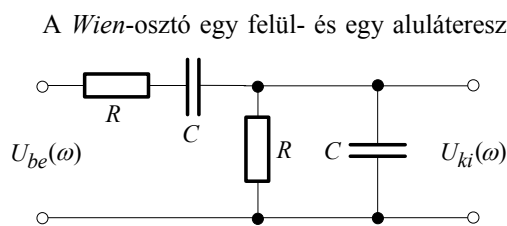
A fáziseltolás fenti kifejezéséből látható, hogy $\omega \rightarrow 0$ és $\omega \rightarrow \infty$ esetén $\text{tg} \varphi \rightarrow 0$, tehát $\varphi \rightarrow 0^\circ$. A két karakterisztikus frekvencia között a fáziseltolás negatív és minimummal rendelkezik. A minimumhoz tartozó ω_{min} frekvencia a $d(\text{tg} \varphi)/d\omega = 0$ feltételből kiszámíthatóan a két pólusfrekvencia mértani középértéke, azaz

$$\omega_{min} = \sqrt{\omega_z \omega_p}, \quad (22)$$

a fáziseltolás ezen a frekvencián:

$$\varphi_{min} = \text{arctg} \frac{\omega_p - \omega_z}{2\omega_{min}}. \quad (23)$$

4. A Wien-osztó



7. ábra

A Wien-osztó egy felül- és egy aluláteresztő szűrő – az eddigiektől eltérő – összekapcsolásával előálló szelektív RC-kör (7. ábra). Az áramkörben a két ellenállás, illetve kondenzátor értéke megegyezik ($R_1 = R_2 = R$, $C_1 = C_2 = C$). Kis frekvenciákon a nagy impedanciájú kondenzátorok miatt az áramkör egy differenciáló körhöz hasonlóan viselkedik [$\omega_0 = (RC)^{-1}$], nagy frekvencián a szűrő integráló jellegű.

A szűrő átviteli függvénye a feszültségosztó képletéből számítható ki:

$$a(\omega) = \frac{Z_2}{Z_1 + Z_2}, \quad (24)$$

ahol

$$Z_1 = R + \frac{1}{jC\omega}, \quad Z_2 = \frac{1}{\frac{1}{R} + jC\omega}. \quad (25a,b)$$

Egyszerű számítások után

$$a(\omega) = \frac{j\frac{\omega}{\omega_0}}{1 + 3j\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}}, \quad (26)$$

ahol

$$\omega_0 = \frac{1}{RC}. \quad (27)$$

Megmutatható, hogy $|a(\omega)|$ maximális értékét az

$$\omega = \omega_0 = \frac{1}{RC} \quad (28)$$

frekvencián veszi fel, amely:

$$|a(\omega_0)| = \frac{1}{3}, \quad (29)$$

illetve ω_0 -nál a logaritmikus erősítés

$$20 \lg \frac{1}{3} = -9,54 \text{ dB}. \quad (30)$$

A rezonanciafrekvenciától távoli tartományban:

$$a(\omega) \approx j\frac{\omega}{\omega_0} \quad (\text{ha } \omega \ll \omega_0), \quad (31)$$

és

$$a(\omega) \approx \frac{1}{j\frac{\omega}{\omega_0}} \quad (\text{ha } \omega_0 \ll \omega). \quad (32)$$

A *Wien*-osztó fáziseltolása:

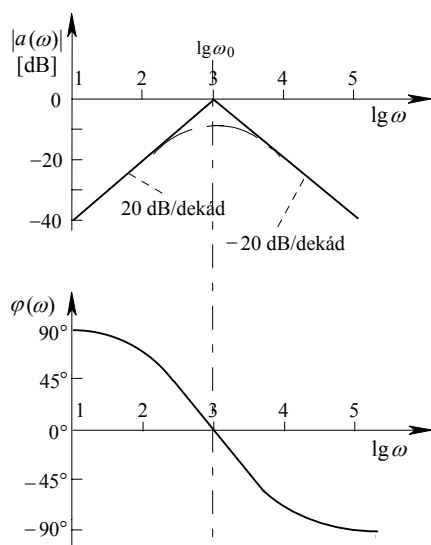
$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\operatorname{Im} a(\omega)}{\operatorname{Re} a(\omega)} = \frac{1}{3} \left(\frac{\omega_0}{\omega} - \frac{\omega}{\omega_0} \right), \quad (33)$$

amelyből:

$\omega \rightarrow 0$ esetén $\varphi \rightarrow 90^\circ$,

$\omega = \omega_0$ esetén $\varphi = 0^\circ$,

$\omega \rightarrow \infty$ esetén $\varphi \rightarrow -90^\circ$.



8. ábra

A Wien-osztó Bode-diagramját és fáziseltolását a 8. ábra szemlélteti.

II. A mérés menete

A szűrőkörök erősítés és fáziseltolás frekvencia-karakterisztikáinak mérése „A felüláteresztő és az aluláteresztő szűrőkörök vizsgálata” című gyakorlat keretében leírtak alapján végezhető el. A mérés elvégzése során ügyeljen a frekvencia és a körfrekvencia értékeinek átszámítására!

Feladatok:

1. Állítsa össze az 1. ábrán látható kettős aluláteresztő szűrőkört! (A kiadott ellenállások és kondenzátorok pontos értékeit mérőhíddal határozza meg! Mérje ki az $a(f)$ és $\varphi(f)$ karakterisztikákat $0,1:f_{p1}$ és $10:f_{p2}$ frekvenciatartományban, logaritmikus léptékben. (A frekvenciákat úgy válassza meg, hogy $\lg f$, illetve $\lg \omega$ ábrázolásnál a mérési pontok egyenlő távolságra legyenek.)
2. Állítsa össze a 5. ábrán látható proporcionális integráló kör kapcsolást! A kiadott R_1 és C értékekhez ellenállás-dekád szekrényből állítson be olyan R_2 értéket, hogy az erősítés értéke -20 dB és -30 dB között legyen! (A választott csillapításhoz R_2 értékét számítással határozza meg!) Mérje ki az $a(f)$ és $\varphi(f)$ karakterisztikákat $0,1:f_p$ és $10:f_z$ között logaritmikus léptékben! (A frekvenciákat úgy válassza meg, hogy $\lg f$, illetve $\lg \omega$ ábrázolásnál a mérési pontok egyenlő távolságra legyenek.)
3. Állítsa össze a sáváteresztő szűrőkörök egyikét (3., illetve 7. ábra) és mérje ki az erősítés, valamint a fáziseltolás frekvencia-karakterisztikákat!
4. Ábrázolja a $\lg \omega$ függvényében a vizsgált áramkörök Bode-diagramjait, továbbá az erősítés dB-ben kifejezett, valamint a fáziseltolás mért értékeit!

5. Hasonlítsa össze a sáváteresztő szűrő és a *Wien*-osztó esetében az a_{max} , továbbá a proporcionális integráló kör esetében a φ_{min} számított és mért értékeit!

Kérdések:

1. Hogy kaphatjuk meg a kettős aluláteresztő szűrő amplitúdó- és fáziskarakterisztikáját?
2. Hogyan számíthatjuk ki a sáváteresztő szűrő rezonanciafrekvenciáját?
3. Hasonlítsa össze a proporcionális integráló kör és az integráló kör felépítését és karakterisztikáit!
4. Hol használható a *Wien*-osztó?
5. Mekkora a *Wien*-osztó rezonancia-frekvenciája? Mekkora a maximális erősítés értéke ezen a frekvencián?

Ajánlott irodalom:

1. Török M.: Elektronika, JATEPress, Szeged, 2000.
2. Budó Á.: Kísérleti Fizika II., Tankönyvkiadó, Budapest, 1968.
3. Fodor Gy.: Elméleti Elektrotechnika, Tankönyvkiadó, Budapest, 1974.