

Bevezetés a lézeres anyag- megmunkálásba

FBN332E-1

Dr. Geretovszky Zsolt

2010. november 3.

További általánosítás dimenzió nélküli változók bevezetésével

$$\text{E2.19} \quad T_{(0,0,z,t)} - T_0 = \frac{Aq}{2\pi\lambda\nu[t(t+t_0)]^{1/2}} e^{-\frac{1}{4a}\left(\frac{(z+z_0)^2}{t}\right)}$$

Gauss intenzitáseloszlású
(körszimmetrikus) mozgó
cw nyaláb z mélységben

$$t_0 = \frac{r_B^2}{4a}$$

karakterisztikus hőterjedési idő

a: hődiffúziós együttható [m²/s]
λ: hővezetőképesség [W/(m K)]

z_0

karakterisztikus hossz (a felszíni hőmérsékletet
limitálja a véges időnek megfelelően, a valós felület
 z_0 -lal van a modellezet felszín alatt)

Általános

$$q^* = \frac{Aq}{r_B \lambda (T_m - T_0)}$$

dimenzió nélküli (elnyelt) nyalábteljesítmény

$$v^* = \frac{\nu r_B}{a}$$

dimenzió nélküli sebesség

Specifikus

$$T^* = \frac{T - T_0}{T_m - T_0}$$

$$t^* = \frac{t}{t_0}$$

$$z^* = \frac{z}{r_B}$$

T_m : op.

Analitikus hőmérsékleteloszlások (felületi forrás)

Fast moving	Circular	Gaussian	$T_{(0,y,z,t)} - T_0 = \frac{Aq}{2\pi\lambda v [t(t+t_0)]^{1/2}} \times \exp -\frac{1}{4a} \left(\frac{z^2}{t} + \frac{y^2}{t+t_0} \right)$	E2.17	(Rykalin <i>et al.</i> , 1978)
-------------	----------	----------	--	-------	--------------------------------

Moving	Circular	Gaussian	$T_{(0,y,z,t)} - T_0 = \frac{Aq}{2\pi\lambda v [t(t+t_0)]^{1/2}} \times \exp -\frac{1}{4a} \left(\frac{(z+z_0)^2}{t} + \frac{y^2}{t+t_0} \right)$	E2.18	(Ashby and Easterling, 1984)
--------	----------	----------	--	-------	------------------------------

$$T_{(0,0,z,t)} - T_0 = \frac{Aq}{2\pi\lambda v [t(t+t_0)]^{1/2}} \times \exp -\frac{1}{4a} \left(\frac{(z+z_0)^2}{t} \right) \quad \text{E2.19}$$

$$\frac{dT}{dt} = \frac{(T-T_0)}{t} \left(\frac{(z+z_0)^2}{4at} - \frac{(2t+t_0)}{(2t+2t_0)} \right) \quad \text{E2.20}$$

$$t_p = \frac{t_0}{4} \left(\frac{2(z+z_0)^2}{r_B^2} - 1 + \left(\frac{4(z+z_0)^4}{r_B^4} + \frac{12(z+z_0)^2}{r_B^2} + 1 \right)^{1/2} \right) \quad \text{E2.21}$$

3/3

$$T^* = \frac{(2/\pi)(q^*/v^*)}{\sqrt{t^*(t^*+1)}} e^{-\frac{(z^*+z_0^*)^2}{t^*}} \quad \text{E1}$$

ahol $z_0^* = \frac{z_0}{r_B}$, melyet a következő módon határozhatunk meg.

Határozzuk meg mennyi idő alatt (t_p^*) éri el a rendszer a csúcshőmérsékletet (T_p^*)

Abban az időpillanatban, amikor a hőmérséklet maximális, a $T^*(t^*)$ függvény érintője éppen 0 meredekségű.

$$\left. \frac{dT^*}{dt^*} \right|_{t^*=t_p^*} = 0$$

$$t_p^* = \frac{1}{4} \left\{ 2(z^*+z_0^*)^2 - 1 + \sqrt{4(z^*+z_0^*)^4 + 12(z^*+z_0^*)^2 + 1} \right\} \quad \text{E2}$$

Ha most beíránk **E2**-t, **E1**-be, akkor kapnánk egy igen bonyolult kifejezést T_p^* -ra. Ezt összehasonlítva egy ismert $T_p^*(t_p^*)$ összefüggéssel, kiszámítható lenne z_0^* .

Ezt azonban érdemes kiváltani

$$\text{E2.8} \quad T_{(0,0,0)t} - T_0 = \frac{Aq}{\pi^{3/2} \lambda r_B} \operatorname{arctg} \left(\frac{4at}{r_B^2} \right)^{1/2}$$

Gauss intenzitáseloszlású (körszimmetrikus) álló nyaláb a felszínen

avagy dimenzió nélküli mennyiségekkel kifejezve:

$$T^* = \frac{q^*}{\pi^{3/2}} \operatorname{arctg} \sqrt{t^*}$$

Mekkora hőmérsékletet érünk el a felszínen, ha τ ideig fűtjük a mintát?

$$t^* = \frac{\tau}{t_0} = \frac{\tau}{r_B^2 / 4a} = \frac{4a\tau}{r_B^2} \quad \text{s mivel} \quad \tau = \frac{2r_B}{v} \quad \text{és} \quad v^* = \frac{vr_B}{a}$$

$$T_p^* \Big|_{z^*=0} = \frac{q^*}{\pi^{3/2}} \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{8}{v^*}}$$

E3

Analitikus hőmérsékleteloszlások (felületi forrás)

Table E2.1 Analytical equations for the temperature fields around a surface energy source

Type	Shape	Energy distribution	Equation	Eqn no.	Source
Stationary	Area A_B	Uniform	$T_{(0,0,z,t)} - T_0 = \frac{2Aq}{A_B} \left[\left(\frac{at}{\pi} \right)^{1/2} \exp - \left(\frac{z^2}{4at} \right) - \frac{z}{2} \operatorname{erfc} \frac{z}{\sqrt{4at}} \right]$	E2.1	(Carslaw and Jaeger, 1959)
			$T_{(0,0,0,t)} - T_0 = \frac{Aq}{\lambda A_B} \left(\frac{4at}{\pi} \right)^{1/2}$	E2.2	(Carslaw and Jaeger, 1959)
Stationary	Circular	Uniform	$T_{(0,0,0,t)} - T_0 = \frac{2Aq}{\pi^{3/2} \lambda r_B^2} (at)^{1/2}$	E2.3	(Bass, 1983a)
			$T_{(0,0,0,\infty)} - T_0 = \frac{Aq}{\pi \lambda r_B}$	E2.4	(Bass, 1983b)
Stationary	Rectangular	Uniform	$T_{(0,0,0,\infty)} - T_0 = \frac{Aq}{2\pi \lambda r_x r_y} \left(r_x \sinh^{-1} \frac{r_y}{r_x} + r_y \sinh^{-1} \frac{r_x}{r_y} \right)$	E2.5	(Bass, 1983c)
Stationary	Square	Uniform	$T_{(0,0,0,\infty)} - T_0 = \frac{\sinh^{-1}(1)Aq}{\pi \lambda r_B} = \frac{0.881Aq}{\pi \lambda r_B}$	E2.6	(Carslaw and Jaeger, 1959)
Stationary	Circular	Gaussian	$T_{(x,y,z,t)} - T_0 = \frac{Aq}{4\lambda c(at)^{1/2}(t+t_0)} \times \exp - \frac{1}{4a} \left(\frac{z^2}{t} + \frac{x^2 + y^2}{t+t_0} \right)$	E2.7	(Ready, 1971)

(Cont'd)

Analitikus hőmérsékleteloszlások (felületi forrás)

Table E2.1 (Contd)

Type	Shape	Energy distribution	Equation	Eqn no.	Source
			$T_{(0,0,0,t)} - T_0 = \frac{Aq}{\pi^{3/2} \lambda r_B} \tan^{-1} \left(\frac{4at}{r_B^2} \right)^{1/2}$	E2.8	(Ready, 1971)
			$T_{0,0,0,\infty} = \frac{\pi^{1/2}}{2} \frac{Aq}{\pi \lambda r_B} = 0.866 \frac{Aq}{\pi \lambda r_B}$	E2.9	(Ready, 1971)
Moving	Point		$T_{(r,0,0,t)} - T_0 = \frac{Aq}{2\pi \lambda vt} \exp \left(\frac{r^2}{4at} \right)$	E2.10	(Rosenthal, 1946; Ashby and Easterling, 1982)
			$\left(\frac{dT}{dt} \right)_{T>T_p} = -2\pi \lambda \frac{v}{Aq} (T - T_0)^2$	E2.11	
			$T_p - T_0 = \frac{2}{\pi e} \frac{Aq}{\rho c v r^2}$	E2.12	
			$(\Delta t_{T_2 - T_1})_{T>T_p} = \frac{Aq}{v} \frac{1}{2\pi \lambda \theta_1}$	E2.13	
			$t_p = \frac{Aq}{v} \frac{1}{2\pi \lambda e} \frac{1}{T_p - T_0} = \frac{\Delta t_{T_2 - T_1} \theta_1}{e(T_p - T_0)} = \frac{r^2}{4a}$	E2.14	
			$T - T_0 = \theta_1 \frac{\Delta t}{t} \exp \left[-\frac{\Delta t}{et} \left(\frac{\theta_1}{(T_p - T_0)} \right) \right]$	E2.15	
			where $\frac{1}{\theta_1} = \frac{1}{T_1 - T_0} - \frac{1}{T_2 - T_0}$ and $T_2 > T_1$		
		$w_{T_{p1} - T_{p2}} = \left\{ \frac{Aq}{v} \frac{2}{\pi e \rho c} \left[\frac{1}{(T_{p1} - T_0)} - \frac{1}{(T_{p2} - T_0)} \right] \right\}^{1/2}$	E2.16		

2/3

Mennyi lesz **E2** helyettesítési értéke $z^*=0$ -ban?

$$t_p^* \Big|_{z^*=0} = \frac{1}{4} \left\{ 2(z_0^*)^2 - 1 + \sqrt{4(z_0^*)^4 + 12(z_0^*)^2 + 1} \right\} \quad \mathbf{E4}$$

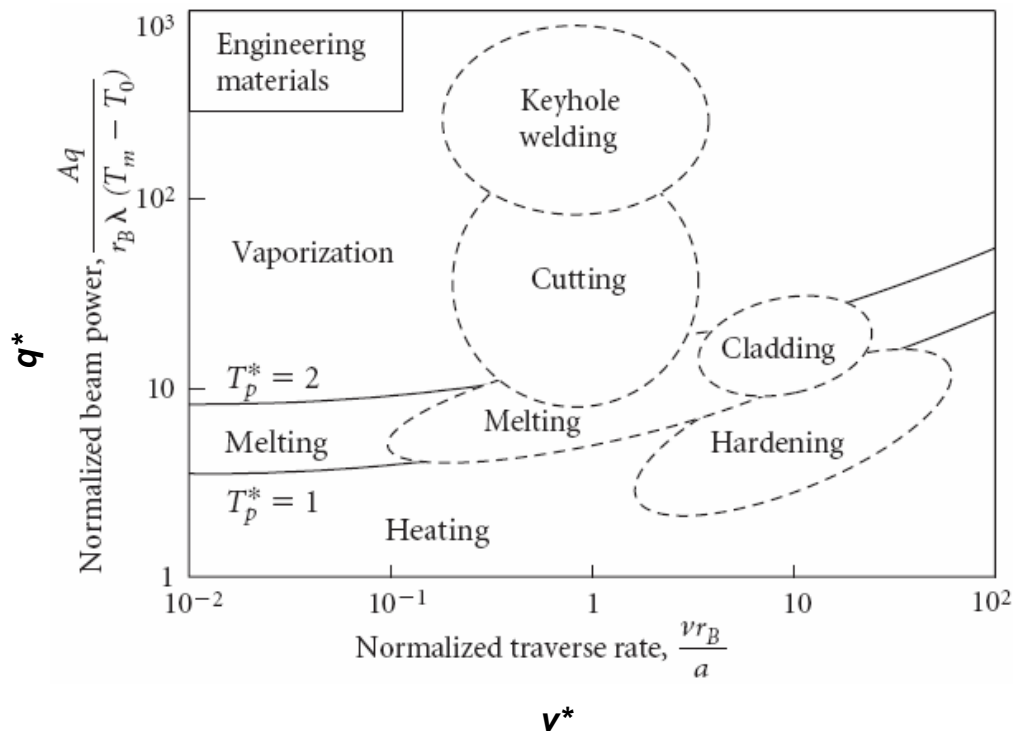
Végül helyettesítsük be **E4**-et **E1**-be és tegyük egyenlővé **E3**-mal!

$$T_p^* \Big|_{z^*=0} = \frac{(2/\pi)(q^*/v^*)}{\sqrt{t_p^* \Big|_{z^*=0} (t_p^* \Big|_{z^*=0} + 1)}} e^{-\frac{(z_0^*)^2}{t_p^* \Big|_{z^*=0}}} = \frac{q^*}{\pi^{3/2}} \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{8}{v^*}}$$

$$T_p^* \Big|_{z^*=0} = \frac{(2/v^*)}{\sqrt{t_p^* \Big|_{z^*=0} (t_p^* \Big|_{z^*=0} + 1)}} e^{-\frac{(z_0^*)^2}{t_p^* \Big|_{z^*=0}}} = \frac{1}{\pi^{1/2}} \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{8}{v^*}} \quad \mathbf{E5}$$

v^* ismeretében **E5**-ből z_0^* numerikusan számolható, melyet **E1**-be visszaírva (q^* és t_p^* felhasználásával) T_p^* számolható.

Az anyagfüggetlen grafikon



Hát nem sokkal egyszerűbb grafikonnal?!?!

Termodinamika - kinetika

- A **termodinamika** azt mondja meg, hogy egy termikusan indukált folyamat **milyen valószínűséggel** játszódik le.
- Azt, hogy a termodinamikai lehetőségek szabta kereteken belül a folyamat **milyen mértékben** zajlik le a **kinetika** határozza meg.

Az átalakulás mértékét az ún. **kinetikai hatással** (kinetic effect) szokás mérni.

Kinetikai hatás 1.

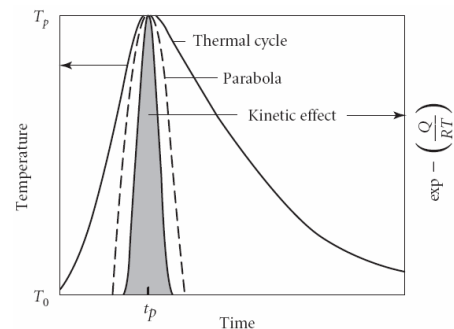
Általános esetben:

$$I = \int_0^{\infty} e^{-\frac{Q}{RT(t)}} dt$$

ahol Q : a folyamat aktivációs energiája
 R : az egyetemes gázállandó

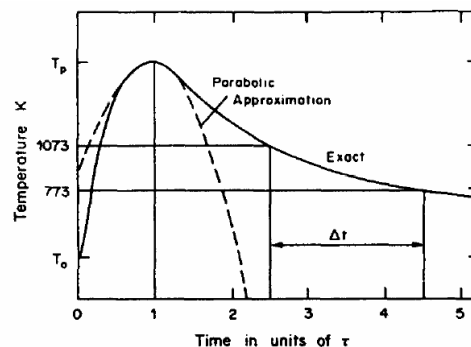
mivel a diffúzió a csúcshőmérséklet közelében a legjelentősebb így praktikus a kinetikai hatást ennek függvényében kifejezni:

$$I = \alpha t_p e^{-\frac{Q}{RT_p}}$$



Kinetikai hatás 2.

A csúcshőmérséklet közelében a $T(t)$ függvény jól közelíthető parabolával.



Ezzel a közelítéssel az α és t_p zárt analitikus formában kifejezhető:

pontszerű felszíni forrás $\alpha = \sqrt{\frac{2\pi RT_p}{Q}}$ $t_p = \frac{Aq}{v} \frac{1}{2\pi\lambda e} \frac{1}{T_p - T_0}$ e: a term. logaritmus alapszáma

vonalszerű mélységi forrás $\alpha = 2\sqrt{\frac{\pi RT_p}{Q}}$ $t_p = \left(\frac{Aq}{vd}\right)^2 \frac{1}{4\pi\lambda\rho c e} \frac{1}{(T_p - T_0)^2}$ d: a lemez vastagság

Kinetikai hatás 3.

Leggyakrabban azt szeretnénk, ha a változás leggyorsabban, vagy legnagyobb mértékben lejátszódna, ami ekvivalens azzal, hogy

$$T_p \approx T_m$$

Avagy

pontszerű
felszíni forrás

$$I = \sqrt{\frac{2\pi RT_m}{Q}} \frac{Aq}{v} \frac{1}{2\pi\lambda e} \frac{1}{T_m - T_0} e^{-\frac{Q}{RT_m}}$$

vonalszerű
mélységi forrás

$$I = 2 \sqrt{\frac{\pi RT_m}{Q}} \left(\frac{Aq}{vd}\right)^2 \frac{1}{4\pi\lambda\rho c e} \frac{1}{(T_m - T_0)^2} e^{-\frac{Q}{RT_m}}$$

pl. diffúzióra Q/RT_m az egyes anyagcsaládokra kb. állandó,
fémek: 15-20, kerámiák 22-27, gyémánt 31-36