Fizika informatikusoknak I.

Hullámtan, hangtan és optika

Ajánlott irodalom

1. Budó Á.: ***Kísérleti fizika I.*** (Tankönyvkiadó)
2. Demény A. – Erostyák J. – Szabó G. – Trócsányi Z.: ***Fizika I.*** (Nemzeti Tankönyvkiadó)
3. Budó Ágoston – Mátrai Tibor: ***Kísérleti fizika III.*** (Tankönyvkiadó)
4. Ábrahám Gy.: ***Optika*** (Panem-McGraw-Hill)
5. A. Nussbaum, R.A.Phillips: ***Modern optika*** (Műszaki Könyvkiadó)
6. Michailovits L.: Fizika (JATEPress, Szeged, 1999)

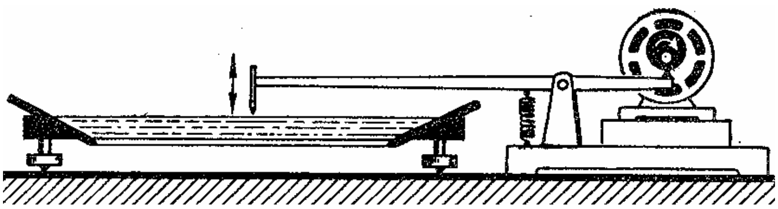
Információk, tételek a kurzussal kapcsolatban:
http://titan.physx.u-szeged.hu/~opthome/optics/indexh.html
Oktatás/Kurzusok menüpont

A hullám fogalma. A síkhullám matematikai alakja.

Irodalom [2]: 71-72 §, [1]: 91-92 §

Kísérletek

- Rugalmas közegben keltett deformáció a közegben tovaterjed, amely például szemléltethető
  - vékony kifeszített gumikötléllel [0:08],
  - vékony kifeszített drótszállal (Julius-féle hullámgép.) [0:02]
  - vízhullámokkal, stb.



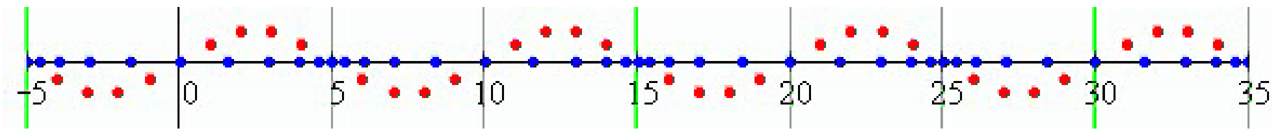
Hullám:
Valamilyen közeg kis tartományában keltett zavar tovaterjed a közeg más pontjaira is.

A hullámok osztályozása (több szempont lehetséges!)

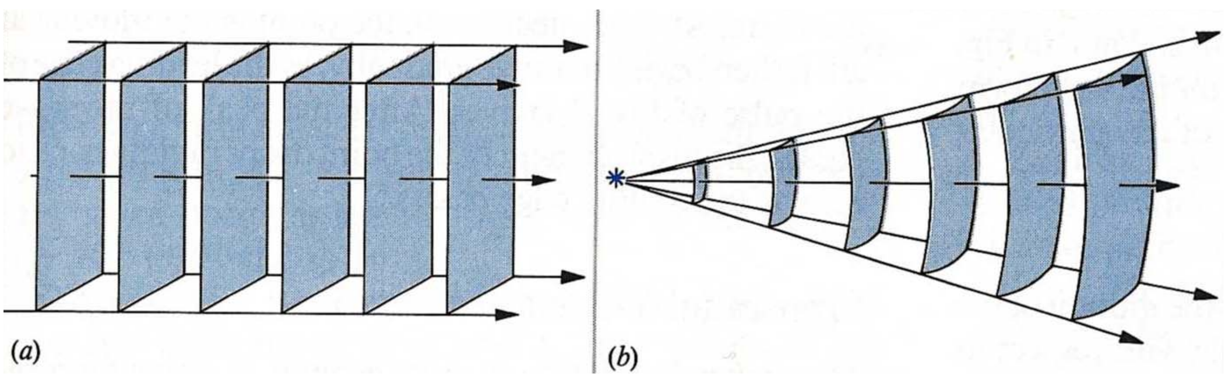
A rezgő fizikai mennyiség típusa alapján a hullám lehet például
- elektromágneses hullám (pl. fény, rádióhullám),
- rugalmas hullám (pl. hang, földrengéshullám),
- vízhullám, (stb).

A közeg dimenziója alapján beszélhetünk
- egyenes mentén (általánosabban pontsoron) terjedő hullámokról, (pl. rezgő húr)
- felületi hullámokról (pl. vízhullámok),
- térbeli hullámokról (pl. hang, fény).

A rezgő mennyiség iránya és a terjedési sebesség irányának viszonya alapján beszélünk *longitudinális* és *transzverzális* hullámról,
- longitudinális hullám esetén a rezgés a terjedési irány mentén megy végbe,
- transzverzális hullám esetén a rezgés iránya a terjedési irányra merőleges.



A hullámfelületek alakja alapján beszélhetünk például
- síkhullámról,
- gömbhullámról,
- Hengerhullámról, stb.



A tér- és időbeli lefutás alapján a hullám lehet például
- periodikus hullámok
  - szinuszos vagy monokromatikus hullám,
  - háromszög, négyszög, fűrészfog, stb.
- nem-periodikus hullámok
  - csupán néhány periódust tartalmazó hullámcsomag (impulzus),
  - zaj

Síkhullám matematikai alakja (haladó szinuszos hullám)

- A hullámterjedés térben és időben lejátszódó folyamat, így a jelenséggel kapcsolatos fizikai mennyiség(ek) helynek és időnek a függvénye(i):

$$\Psi = \Psi(x, y, z, t).$$

- Mi a matematikai alakja ennek a hullámot leíró függvénynek?
- Az egyszerűség kedvéért tekintsünk egy olyan síkhullámot, amely az x tengely irányába terjed.
- Ekkor az x tengelyre merőleges síkokban (azaz az x = állandó helyeken!) Ψ ugyanazokat az értékeket veszi fel, azaz nem függ az y és z koordinátáktól:

$$\Psi = \Psi(x, t).$$

- Ugyancsak az egyszerűség kedvéért tegyük fel, hogy a hullám szinuszos, azaz mind térben, mind időben Ψ a szinusz függvénnyel írható le:

$$\Psi(x,t) = A \cdot \sin(\omega t - kx + \varphi_0)\,.$$

- Ez a kifejezés azonban nem mindig ír le x irányba c sebességgel haladó hullámot!
- Ha a hullám c sebességgel terjed, az azt jelenti, hogy a rezgési állapot (*fázis*) c sebességgel terjed.
- Így, ha a t időpontban az x síkon Φ a fázis, akkor $t + \Delta t$ időpontban az $x + \Delta x$ síkon szintén Φ a fázis és nyílván a terjedési sebességre fenn áll a $c = \Delta x/\Delta t$.

$$\Phi = \omega t - kx + \varphi_0 = \omega(t + \Delta t) - k(x + \Delta x) + \varphi_0 = \omega t - kx + \varphi_0 + \omega \cdot \Delta t - k \cdot \Delta x$$

$$\omega \cdot \Delta t - k \cdot \Delta x = 0 \quad \Rightarrow \quad c = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{\omega}{k}$$

$$\Psi(x,t) = A \cdot \sin(\omega t - kx + \varphi_0) \quad \Rightarrow$$

időbeli periódus: $T = \dfrac{2\pi}{\omega}$ $\Rightarrow$ $\omega = \dfrac{2\pi}{T}$

térbeli periódus: $\lambda = \dfrac{2\pi}{k}$ $\Rightarrow$ $k = \dfrac{2\pi}{\lambda}$

$$\boxed{c = \frac{\omega}{k}} = \frac{2\pi/T}{2\pi/\lambda} \quad \Rightarrow \quad \boxed{c = \frac{\lambda}{T}} \quad \text{vagy} \quad \boxed{c = \lambda\nu} \quad \text{, ahol} \quad \nu = \frac{1}{T}$$

Azaz a keresett matematikai alak:

$$\Psi(x,t) = A \cdot \sin(\omega t - kx + \varphi_0) = \boxed{A \cdot \sin\left[\omega \cdot \left(t - \frac{x}{c}\right) + \varphi_0\right]} = A \cdot \sin\left[2\pi \cdot \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right) + \varphi_0\right]$$

- **Megjegyzés:** általában a hullámot leíró függvény megoldása a

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2} = c^2 \cdot \left(\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial z^2}\right) \qquad \text{hullámegyenletnek.}$$

Ennek megoldása például bármely $\Psi(x,t) = f\left(t - \dfrac{x}{c}\right)$ alakú függvény, ahol $f(t)$ tetszőlegesen választható!

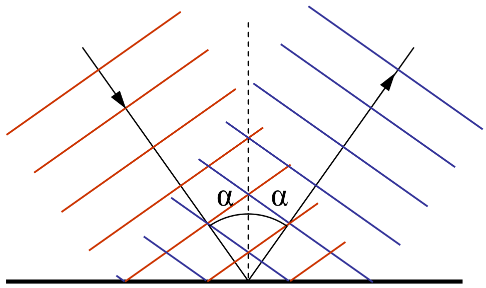
Hullámterjedés (visszaverődés, törés, interferencia és elhajlás). Huygens- és Huygens-Fresnel-féle elv.

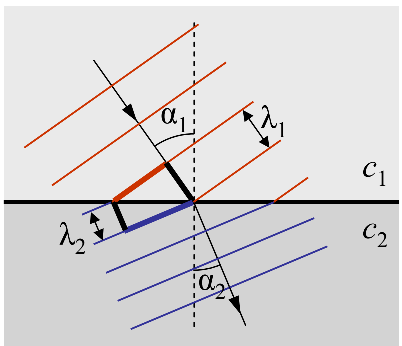
Irodalom [2]: 74-78 §, [1]: 95-99 §

A hullámterjedés során fellépő fontos fizikai jelenségek:

- **Visszaverődés**
  Ha a hullám olyan határfelülethez érkezik, amelynek a mérete sokkal nagyobb, mint a hullámhossza, akkor a határfelületen visszaverődés lép fel.

- **Törés**
  Ha a hullám olyan határfelülethez érkezik, ahol a terjedési sebessége ugrásszerűen megváltozik, akkor a határfelületen átlépő hullám hullámhossza és – a merőleges beeséstől eltekintve, – a terjedési iránya is megváltozik. Emellett a határfelületen visszaverődés is fellép!





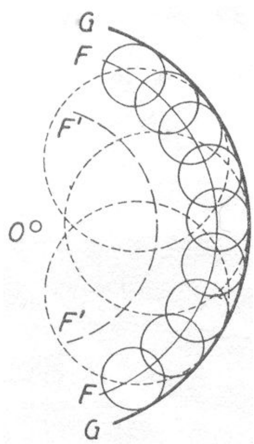
$$\frac{\sin\alpha_1}{\lambda_1} = \frac{\sin\alpha_2}{\lambda_2}$$

$$\frac{\sin\alpha_1}{c_1 T} = \frac{\sin\alpha_2}{c_2 T}$$

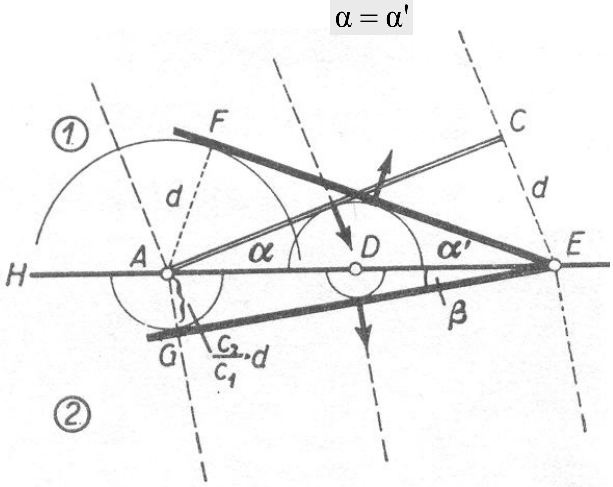
$$\frac{\sin\alpha_1}{\sin\alpha_2} = \frac{c_1}{c_2} = n_{21}$$

- Visszaverődés és törés szemléltetése
  gumikötél [0:08], gömbtükör [0:06], sík-párhuzamos lemez [0:10], áthaladás csatornán [0:10], lencse [0:06].

- **Elméleti értelmezése: Huygens-féle elv**
  A hullámok terjedése során a hullámfelület minden pontja elemi gömbhullámok forrásának tekinthető, a hullámfelületet egy későbbi időpontban ezen elemi hullámok burkolója adja meg.



$$\alpha = \alpha'$$



$$\overline{AF} = \overline{CE} = d$$

$$\tau = d/c_1$$

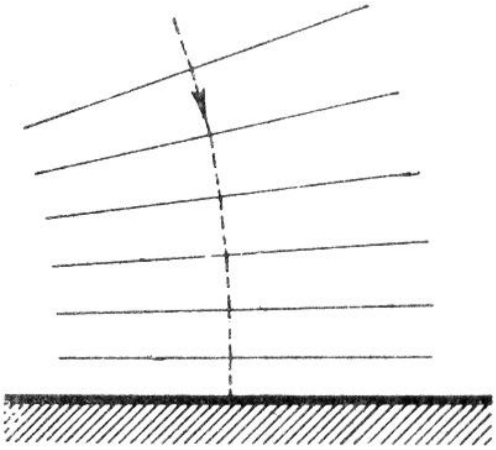
$$\overline{AG} = c_2\tau = \frac{c_2}{c_1} d$$

$$\overline{AE} = \frac{\overline{CE}}{\sin\alpha} = \frac{\overline{AG}}{\sin\beta}$$

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{\overline{CE}}{\overline{AG}} = \frac{d}{d\,c_2/c_1}$$

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{c_1}{c_2}$$

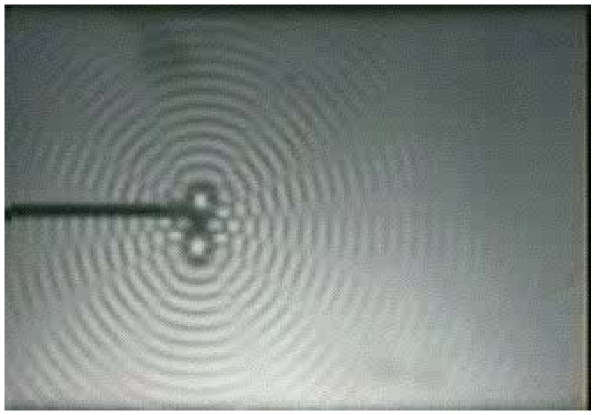
- Ha a terjedési sebesség nem *ugrásszerűen* változik, hanem fokozatosan (vagyis folytonosan), akkor a hullámterjedési iránya és hullámhossza fokozatosan változik meg.
- A terjedés egyenes vonalak (pl. fénysugarak) helyett görbékkel szemléltethető. (Fermat-féle elv).
- Ezzel magyarázható például, hogy a vízhullámok sokszor a part felé fordulnak és merőlegesen érik el azt.



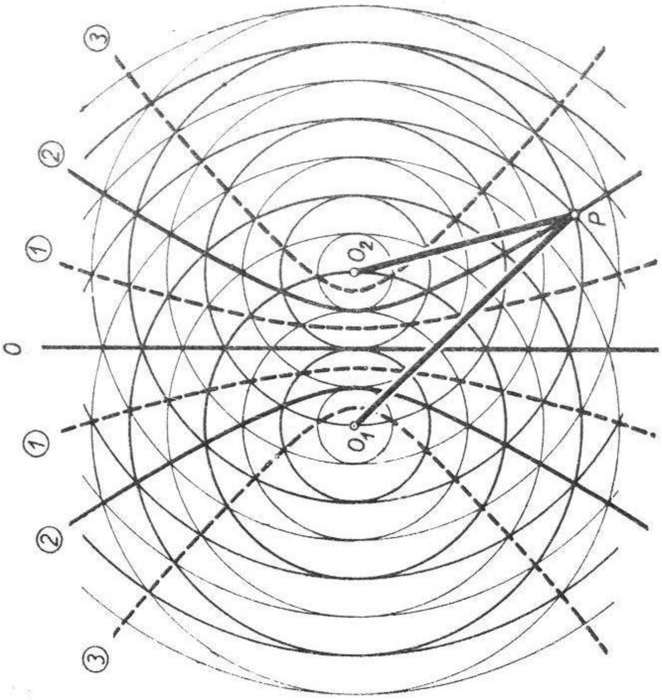
- **Interferencia**

  Hullámok találkozásánál fellépő jelenség. *A szuperpozíció elvével* értelmezhető:

  A hullámok egymás terjedését nem befolyásolják, a megfigyelhető hullámhatást a két hullám összege (szuperpozíciója) határozza meg. (T. Young)



időben változó hullámhossz !!!



$$\Psi(P,t) = \Psi_1(P,t) + \Psi_2(P,t) =$$

$$= A_1 \cdot \sin(\underbrace{\omega t - kr_1}_{\varphi_1}) + A_2 \cdot \sin(\underbrace{\omega t - kr_2}_{\varphi_2}) =$$

$$= A \cdot \sin(\omega t + \varphi)$$ ([2]: 8 §, [1]: 87 §)

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos(\varphi_1 - \varphi_2)}$$

$$\mathrm{tg}\,\varphi = \frac{A_1 \sin\varphi_1 + A_2 \sin\varphi_2}{A_1 \cos\varphi_1 + A_2 \cos\varphi_2}$$

$$\delta = \varphi_1 - \varphi_2 = k(r_2 - r_1) = \frac{2\pi}{\lambda}(r_2 - r_1)$$

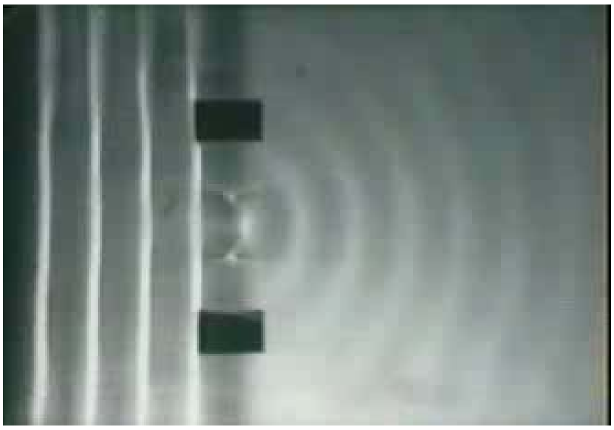
$$\delta = \begin{cases} 2m \cdot \pi & \text{maximális erősítés} \\ (2m+1) \cdot \pi & \text{maximális gyengítés} \end{cases}$$

$$r_2 - r_1 = \begin{cases} 2m \cdot \lambda/2 = m \cdot \lambda & \text{maximális erősítés} \\ (2m+1) \cdot \lambda/2 & \text{maximális gyengítés} \end{cases}$$

$$m = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$$

- **Elhajlás (diffrakció)**
  Ha a hullám terjedését olyan tárgy akadályozza, melynek mérete összemérhető a hullámhosszal, akkor az egyenes vonalú terjedéstől elérések mutatkoznak!

  A hullám olyan tartományba is behatol, ahova az egyenes vonalú terjedést követve nem juthatna el. A jelenség a *Huygens-Fresnel-féle elvvel* értelmezhető.

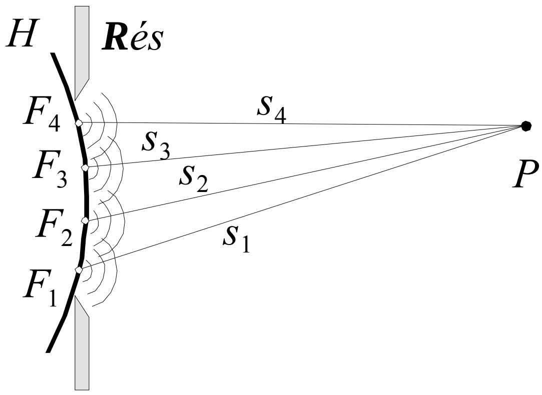


Elhajlás résen

Elhajlás élen

- **Az elhajlás és az interferencia között igen szoros kapcsolat áll fenn!** Ez különösen jól szemléltethető a híres *Young-féle* kétréses kísérlettel.

- **Értelmezése: Huygens-Fresnel-féle elv**
  A hullámok terjedése során egy hullámfelület minden pontja elemi hullámforrás. Egy későbbi időpontban megfigyelhető hatást ezen elemi hullámforrások interferenciája határozza meg.



- **Diszperzió**
  A hullám fázissebessége függ a frekvenciától (vagy a hullámhossztól).
- **Hatására**

  egy véges hosszúságú hullám (hullámcsomag, impulzus) terjedési sebessége, az u.n. csoportsebesség különbözik a fázissebességtől, és

  az impulzus kiszélesedik a terjedés során (szétfolyik a hullámcsomag).

Csoportsebesség: $$v_g = c - \lambda \frac{\Delta c}{\Delta \lambda}$$

A hang és terjedése. A hangérzet jellemzői. Az emberi fül.

Irodalom [2]: 79-80 §, 82. §, 84. §, [1]: 100.§, 103.§, 105-106 §, 108.§

A hang fogalma

- rugalmas közegben terjedő hullám; *fizikai jelenség*
- füllel érzékelhető külső inger, hangérzet; *élettani jelenség*
- hangélmény (értelmi és érzelmi hatás); *lélektani jelenség*

HANG rugalmas közegben terjedő hullám	→	érzék-szerv	idegi vezetés	agy-működés	→	HANG-ÉRZET

- intenzitás
- rezgésszám
- színkép
- időtartam
- irány

- hangosság
- hangmagasság
- hangszín
- érzékelt időtartam
- érzékelt irány

A hangtan a hang

- keletkezésével (hangforrásokkal)
- terjedésével
- észlelésével,
- más fizikai folyamatokkal (fizikai mennyiségekkel) való kapcsolatával foglalkozó tudomány.

Rugalmas közegben a terjedési sebességet a közeg rugalmas tulajdonságai határozzák meg.

- nyújtással és összenyomással kapcsolatos *Young-féle modolus* (E),
- haránt összehúzódás kapcsolatos *Poisson-féle szám* (μ),
- nyírással (érintő irányú deformálással) kapcsolatos *nyírási modolus* (G),
- minden oldalú egyenletes összenyomással kapcsolatos *kompresszió modolus* (K).

- Az E, μ, G és K állandók az anyagi minőségre jellemzők.
- Homogén és izotróp szilárd közegben közülük csak kettő független, ugyanis közöttük a

$$K = \frac{1}{3}\frac{E}{1-2\mu} \quad \text{és a} \quad G = \frac{1}{2}\frac{E}{1+\mu}$$ összefüggések állnak fenn.

Rugalmas közegben terjedhet

- az érintőleges – nyíró – mechanikai feszültséggel kapcsolatos transzverzális hullám, és
- a nyomó és húzó mechanikai feszültséggel kapcsolatos longitudinális hullám is.
- **Ha külön nem említik, akkor hangon mindig a longitudinális hullámot értik!**

- A közegben terjedő rugalmas hullám Ψ kitérésének hely és idő függését a

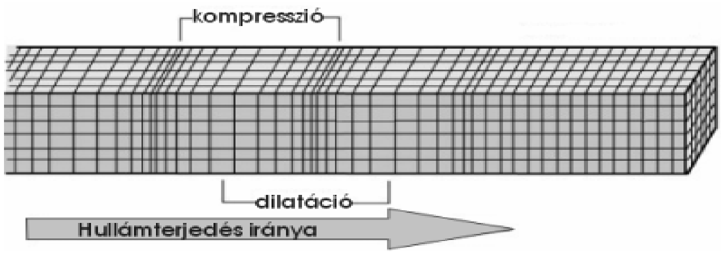
$$\frac{\partial^2\Psi}{\partial t^2} = c^2 \cdot \left(\frac{\partial^2\Psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\Psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\Psi}{\partial z^2} \right)$$ hullámegyenlet

megoldásával határozhatjuk meg.

- A hullámegyenletben szereplő c állandó a hullám terjedési sebességét adja meg!

longitudinális hullámra

$$c = c_l = \sqrt{\frac{E}{\rho} \cdot \frac{1-\mu}{(1+\mu)\cdot(1-2\mu)}}$$

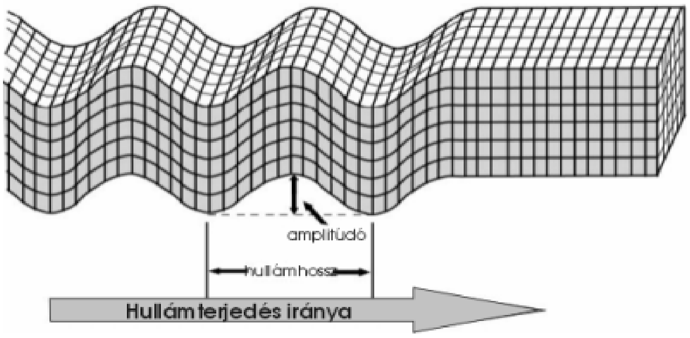


transzverzális hullámra

$$c = c_t = \sqrt{\frac{G}{\rho}} = \sqrt{\frac{E}{\rho} \cdot \frac{1}{2(1+\mu)}}$$

ahol ρ a közeg sűrűsége

$$c_l > c_t$$



- **A hang terjedési sebessége**

Minden irányban nagy kiterjedésű szilárd anyagban: $$c = \sqrt{\frac{E}{\rho} \cdot \frac{1-\mu}{(1+\mu)\cdot(1-2\mu)}}$$

Vékony rúdban: $$c = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$$

Folyadékban: $$c = \sqrt{\frac{K}{\rho}}$$

Gázokban: $$c = \sqrt{\kappa \cdot \frac{p}{\rho}}$$ $\kappa = \frac{c_p}{c_v}$ a két fajhő hányadosa.

Hőmérséklettől való függés ideális gázokban:

$$c = c_0\sqrt{\frac{T}{T_0}}$$, ahol T az abszolút hőmérséklet $c_0 = c(T_0)$.

A hullámterjedés energiaviszonyait jellemző fizikai mennyiségek

- **Energiasűrűség:** w

  A közeg (kicsi) ΔV térfogatú részében lévő ΔW energia és a ΔV hányadosa:
  $w = \Delta W / \Delta V$.

- **Energiaáramlás erőssége:** P **(hangtanban: hangteljesítmény)**

  Az energiaáramlás irányára merőleges kicsiny Δq felületen kicsiny Δt idő alatt átáramló ΔW energia és a Δt hányadosa:
  $P = \Delta W / \Delta t$.

- **Energiaáramlás sűrűsége:** I

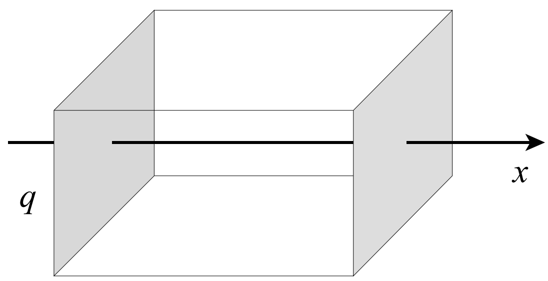
  Az energiaáramlás irányára merőleges kicsiny Δq felületre vonatkozó P energiaáramlás erősség és a Δq hányadosa:
  $I = P/\Delta q = \Delta W/(\Delta t\, \Delta q)$.

- **A hullám intenzitása:** I

  Az energiaáramlás (átlagos) sűrűsége.

$$\Delta W = I \cdot \Delta q \cdot \Delta t$$

- **A síkhullám intenzitása**



8 = $c\,T$

$$\Psi = A \sin\left[2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right) + \varphi_0\right]$$

$$w = \frac{1}{2}\rho \cdot \left(\frac{\partial \Psi}{\partial t}\right)^2 + \frac{1}{2}\rho c^2 \cdot \left(\frac{\partial \Psi}{\partial x}\right)^2$$

$$w = \underbrace{\frac{1}{2}\rho A^2\omega^2}_{\overline{w}} + \frac{1}{2}\rho A^2\omega^2 \cos\left[2 \cdot 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right) + 2\varphi_0\right]$$

$$\overline{w} = \frac{1}{2}\rho A^2\omega^2 = \frac{1}{2}\rho v_{\max}^2$$

$$P = \frac{W}{T} = \frac{\overline{w} \cdot V}{T} = \frac{\overline{w} \cdot q \cdot cT}{T} = \overline{w} c \cdot q \quad \Rightarrow \quad I = \frac{P}{q} \quad \Rightarrow \quad I = \overline{w} \cdot c$$

$$I = \frac{1}{2}\rho c A^2\omega^2 = \frac{1}{2}\rho c\, v_{\max}^2 \quad \Rightarrow \quad I \propto A^2$$

- **Hangtér:** a térnek hanghullámokkal kitöltött része

  A hang terjedése során fizikai mennyiségek rezgést végeznek.

- A hangteret jellemző fizikai mezők (terek)

a "részecskék" kitérése:	$\boldsymbol{s} = \boldsymbol{s}(\boldsymbol{r}, t)$	(vektor)
a "részecskék" sebessége:	$\boldsymbol{v} = \boldsymbol{v}(\boldsymbol{r}, t)$	(vektor)
hangnyomás (nyomásingadozás):	$\Delta p = \Delta p(\boldsymbol{r}, t) = p - p_0$	(skalár)
sűrűségingadozás:	$\Delta\rho = \rho(\boldsymbol{r}, t) = \rho - \rho_0$	(skalár)
hőmérsékletingadozás:	$\Delta T = \Delta T(\boldsymbol{r}, t) = T - T_0$	(skalár)

$$\Psi = A \sin\left[2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right) + \varphi_0\right]$$ síkhullám terjedése esetén a tér egy adott helyén

a fenti a mennyiségek mind harmonikus rezgést végeznek, melyek amplitúdói a

- a mozgási amplitúdó: A
- a sebességi amplitúdó: v_m
- a nyomási amplitúdó: p_m

Ezek az amplitúdóik egymástól nem függetlenek:

$$v_m = A \cdot \omega\,, \qquad p_m = \rho c \cdot v_m$$

$$I = \frac{1}{2}\rho c\,\omega^2 A^2 = \frac{1}{2}\rho c\, v_m^2 = \frac{p_m^2}{2\rho c}$$

- **A decibel skála (dB)**

A hangteljesítmény és a hangintenzitás több nagyságrendben változhat, ezért igen elterjedt a logaritmikus skálán való összehasonlítás!

Az összehasonlításhoz nyílván alap-pontok szükségesek!

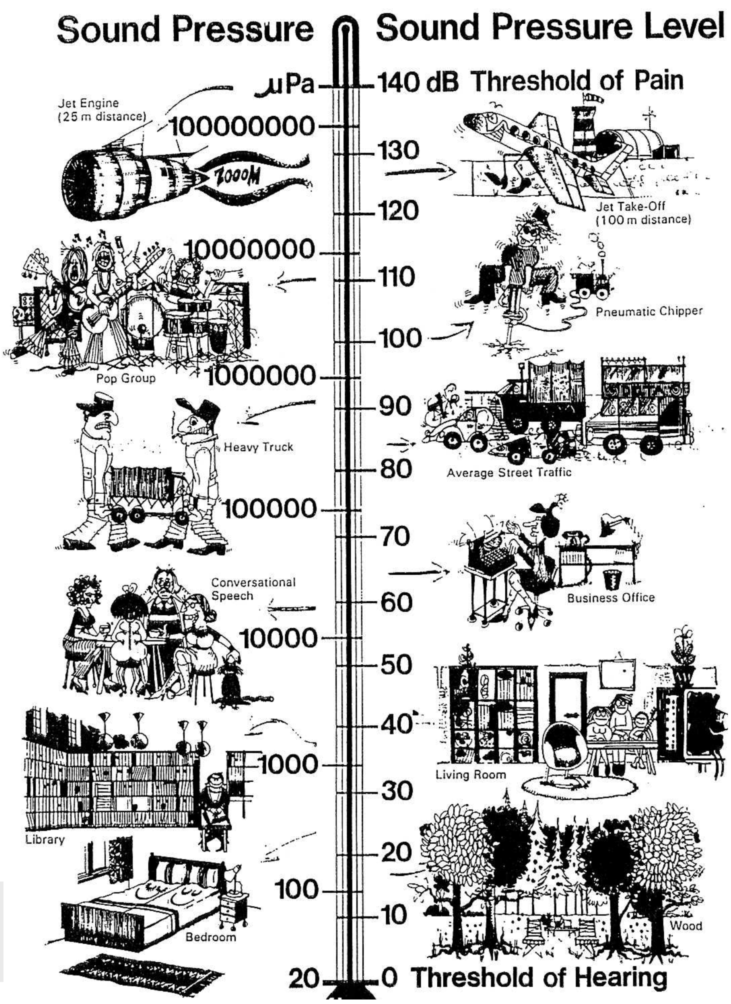
Az 1000 Hz frekvenciájú tisztahangra vonatkozó ingerküszöböt veszik alapul:

$$I_0 = 10^{-12}\ \mathrm{W/m^2}$$
$$P_0 = 10^{-12}\ \mathrm{W}$$
$$p_0 = 20\ \mu\mathrm{Pa}$$

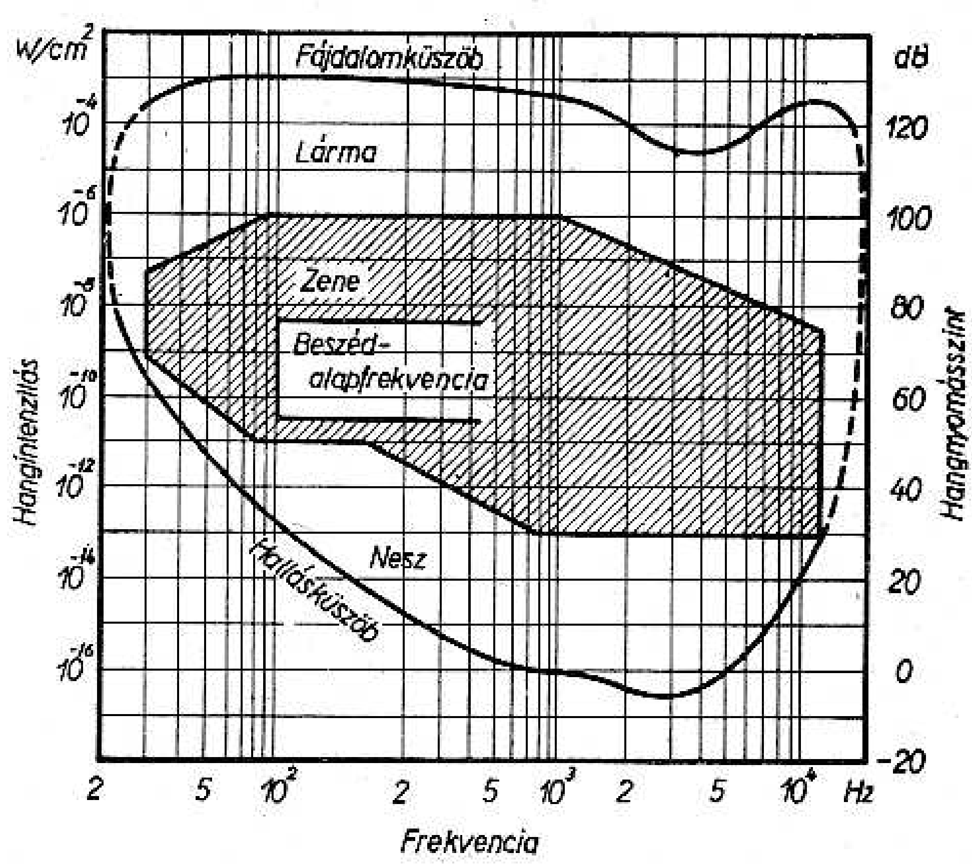
hangteljesítményszint: $$L_P = 10\lg\frac{P}{P_0}\ \mathrm{dB}$$

hangintenzitásszint: $$L_I = 10\lg\frac{I}{I_0}\ \mathrm{dB}$$

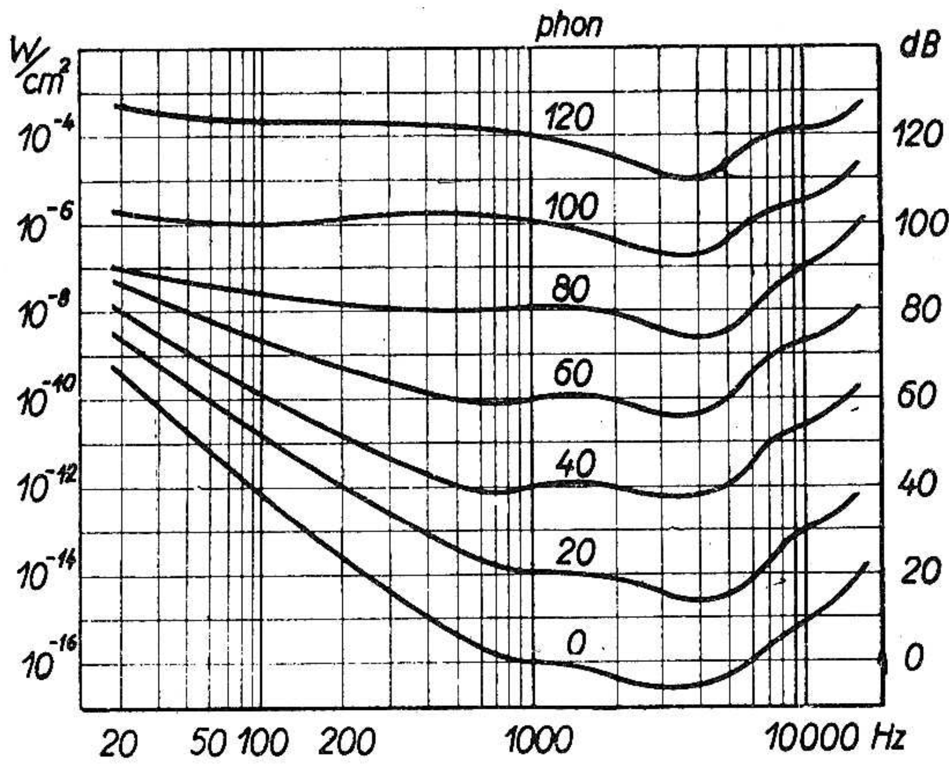
hangnyomásszint: $$L_p = 20\lg\frac{p}{p_0}\ \mathrm{dB}$$



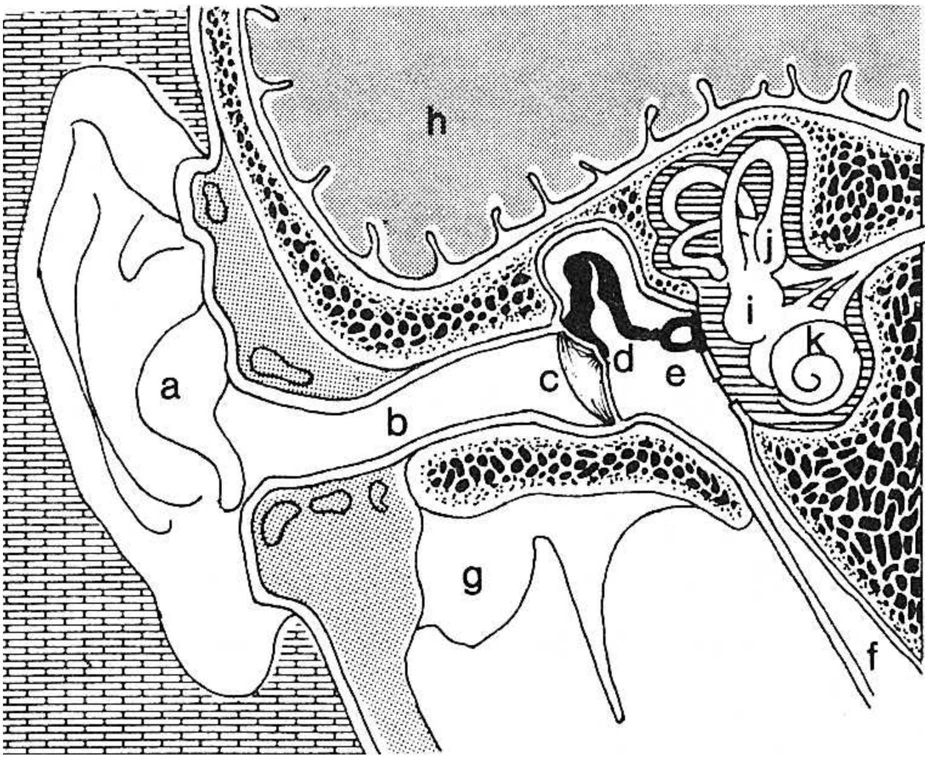
Az emberi hallástartomány



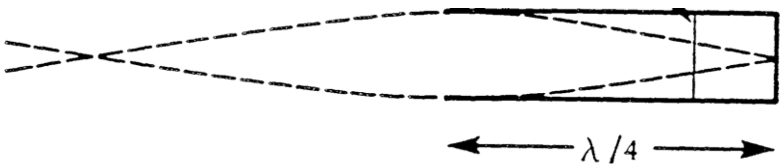
Az azonos hangosság görbéi, hangosságszintek



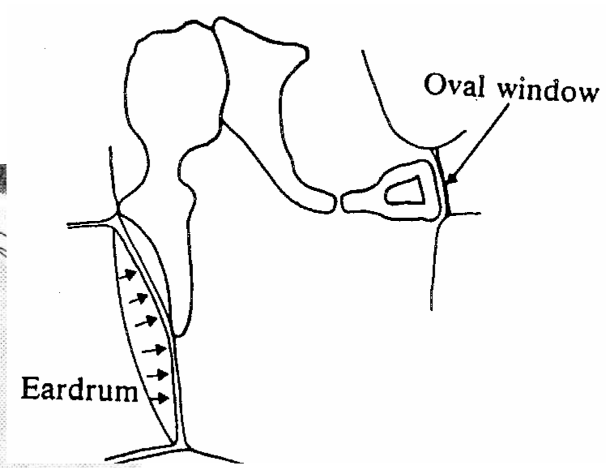
Hallás, az emberi fül felépítése

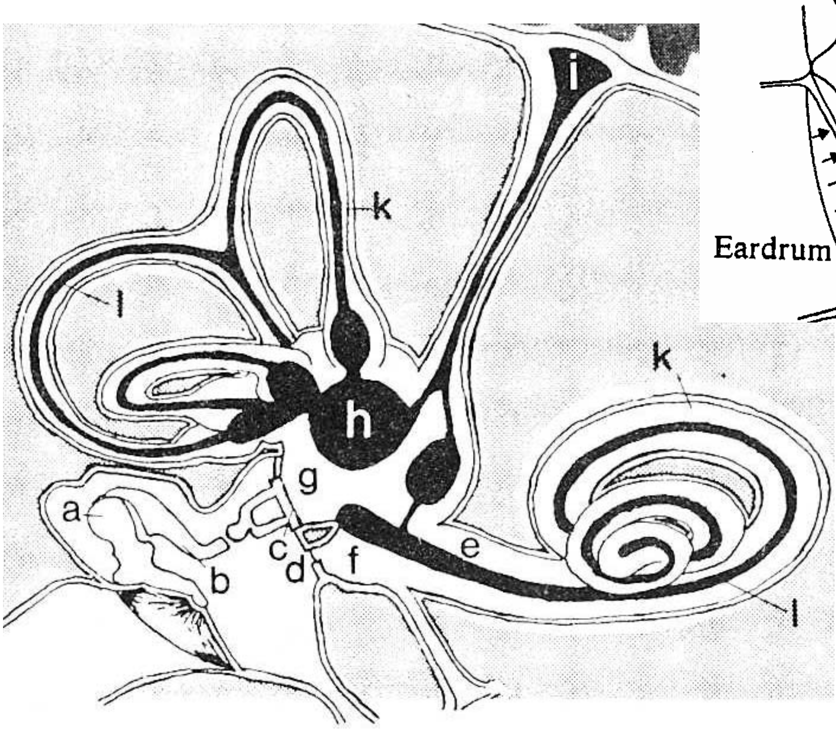


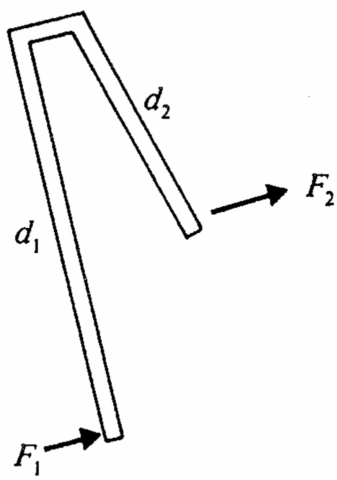
- a: fülkagyló
- b: külső hallójárat
- c: dobhártya
- d: középfül a halló-csontokkal (kalapács, üllő és kengyel)
- e: kengyel az ovális ablakban
- f: fülkürt a szájüreg felé
- h: agyvelő
- i: csarnok
- j: félkörös ívjáratok
- k: csiga (vonalas rész: csontos labirintus)
- l: hallóideg



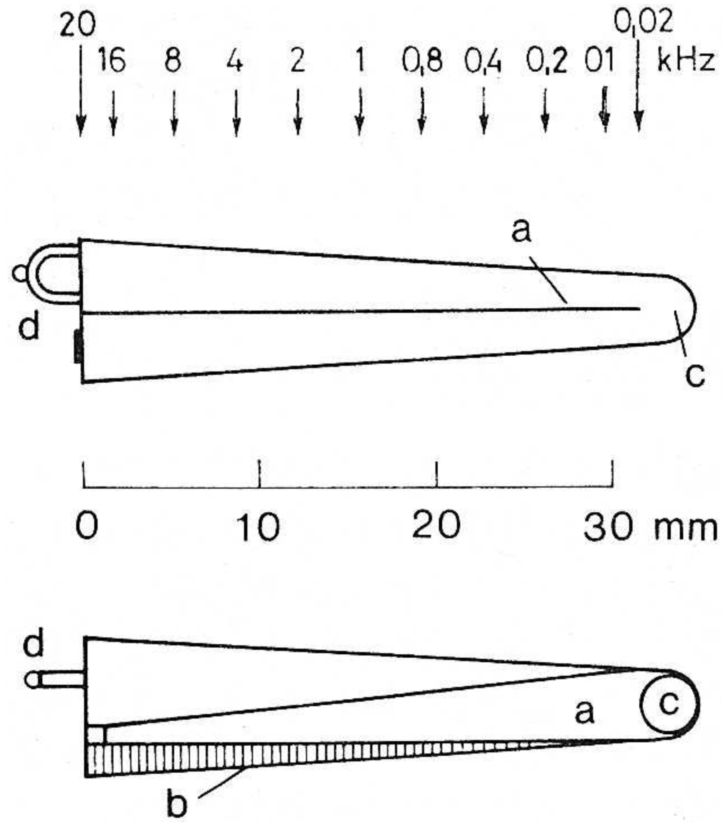
Közép és belső fül

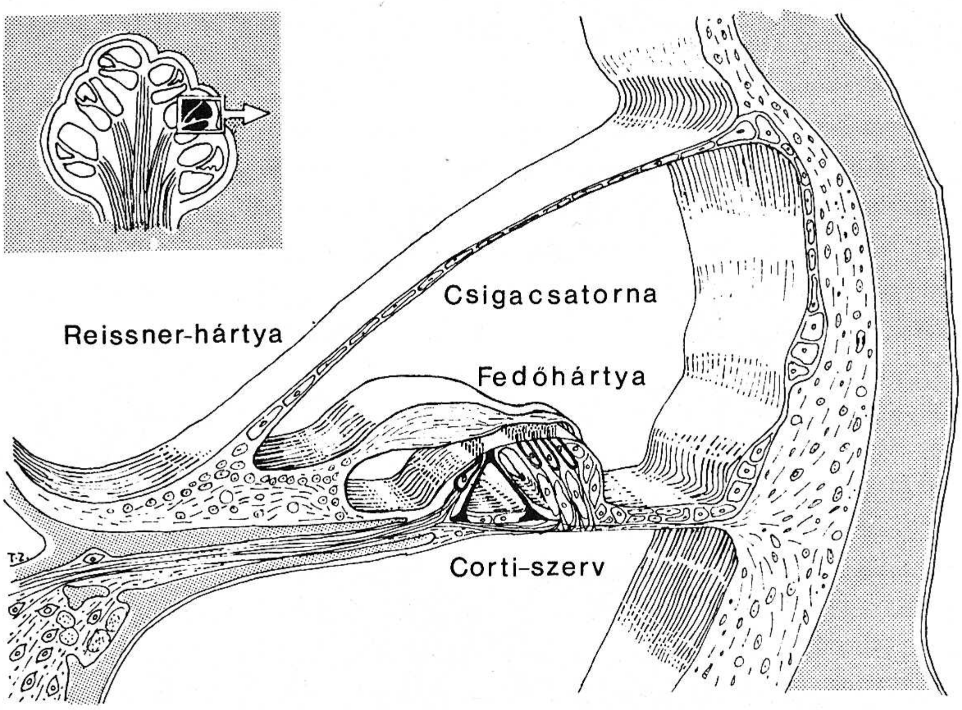




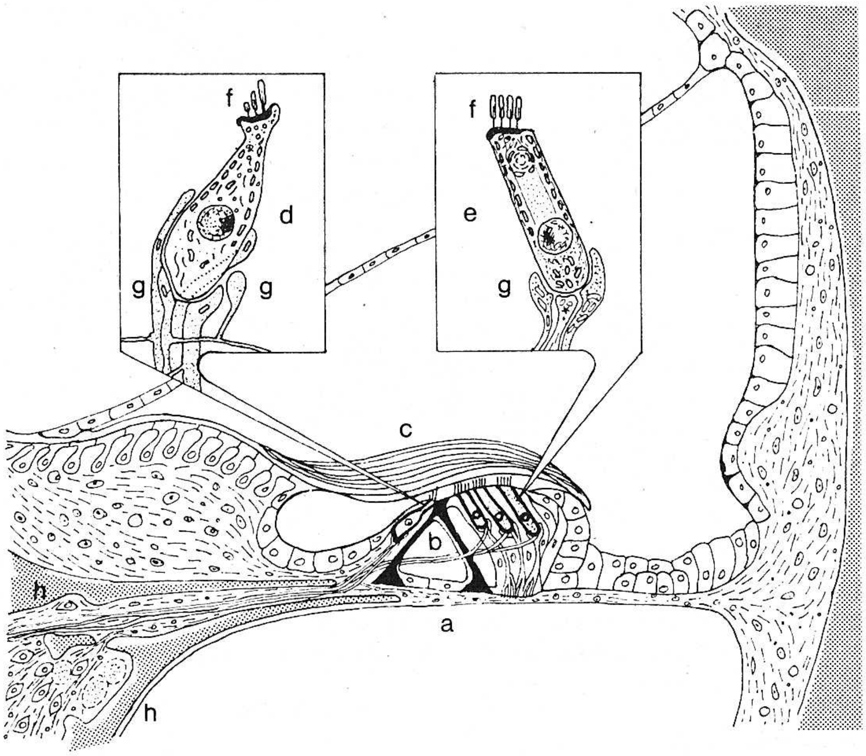


A letekert csiga vázlata





A csiga egyik menetének metszete. Közel anatómiai hűségű ábra. A csarnoki és a dobűri csatorna csak részben látszik, a csatornarendszer természetesen körben zárt. Az idegek bal felé távoznak a csigából, és ott találhatók az idegvezetékek első sejtmagjai



Az előző ábra főbb részletei a hallásérzékelés magyarázatához. Külön bemutatva a belső és külső szőrsejtek alakja és a hozzájuk tapadó idegvéződések. A kiálló csillócskák száma egy-egy szőrsejten elérheti a százat is. Ezek meghajlítása indítja meg az elsődleges elektromos kisüléseket: Jelölések: a: alaphártya (membrana basilaris) a *Corti*-féle szervvel, b: *Corti*-féle alagút a keresztező idegekkel, c: fedőhártya (membrana tectorialis), d: belső szőrsejtek, e: külső szőrsejtek, f: csillócskák (cilia), g: tapadó idegvégződések, h—h: az idegkivezetés csontos nyílása

Fénytani alapfogalmak, a fény terjedési sebességének mérése.

Irodalom [3]: 244-246§

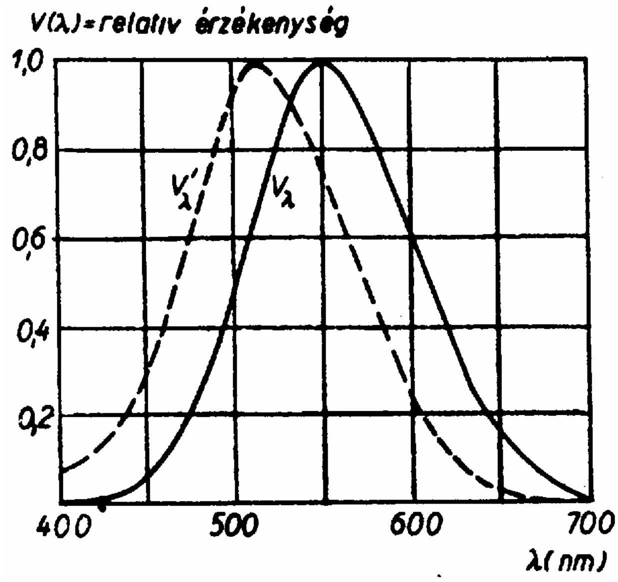
Az optika felosztása

- Geometriai optika
- Fizikai optika (hullámoptika)
- Kvantum optika

A mai ismereteink szerint a fény elektromágneses hullám

Elektromágneses színkép

- rádióhullámok
- mikrohullámok
- infravörös fény
- látható fény (380 nm < λ < 780 nm)
- ultraibolya fény
- röntgen sugárzás
- gamma sugárzás
- kozmikus sugárzás



Az elektromágneses tér jellemzői (vektor mennyiségek)

- Elektromos térerősség, $\boldsymbol{E}$ [V/m]
- Elektromos eltolás, $\boldsymbol{D}$ [As/m^2]
- Mágneses indukció, $\boldsymbol{B}$ [T (tesla) = N/Am]
- Mágneses térerősség, $\boldsymbol{H}$ [A/m]

Lineáris és izotróp közegben $\mathbf{D} = \varepsilon_0\, \varepsilon_r\, \mathbf{E}$ és $\mathbf{B} = \mu_0\, \mu_r\, \mathbf{H}$,

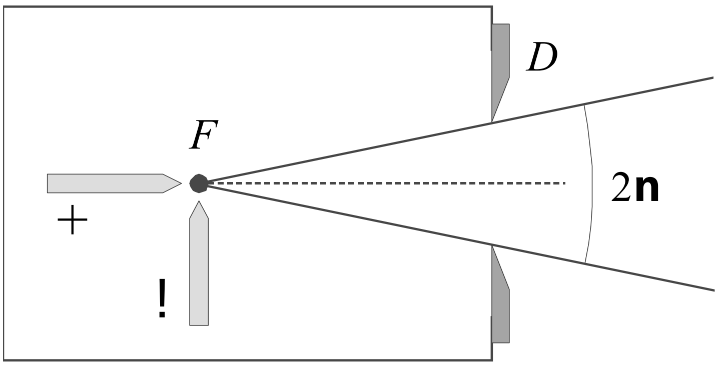
- ε_0 a vákuum permittivitása (dielektromos állandója),
- μ_0 a vákuum permeabilitása,
- ε_r a közeg relatív permittivitása (dielektromos állandója),
- μ_r a közeg relatív permeabilitása.

$$c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\, \varepsilon_r\, \mu_0\, \mu_r}} = \frac{c_0}{\sqrt{\varepsilon_r\, \mu_r}}\ , \quad \text{ahol}\ \ c_0 = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\, \mu_0}}$$

$$\frac{c_0}{c} = n = \sqrt{\varepsilon_r\, \mu_r} \quad \text{(Maxwell - féle reláció)}$$

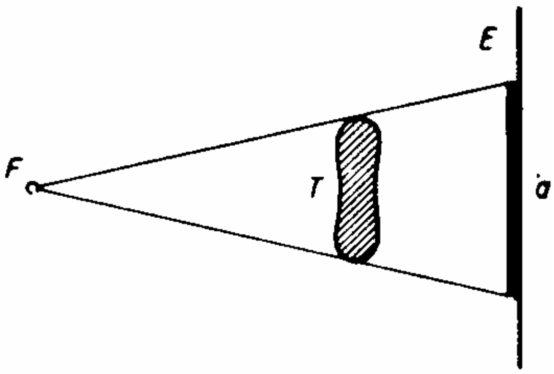
Fénytani alapfogalmak

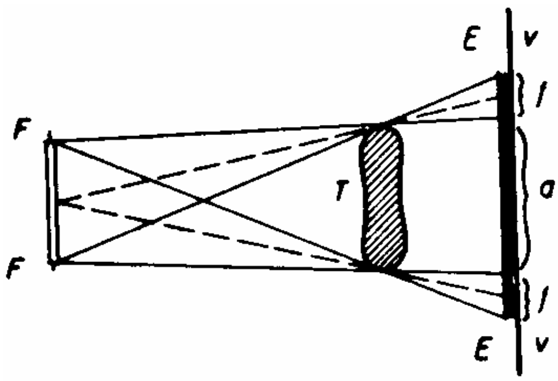
- fényforrás
- fénynyaláb
- fénysugár



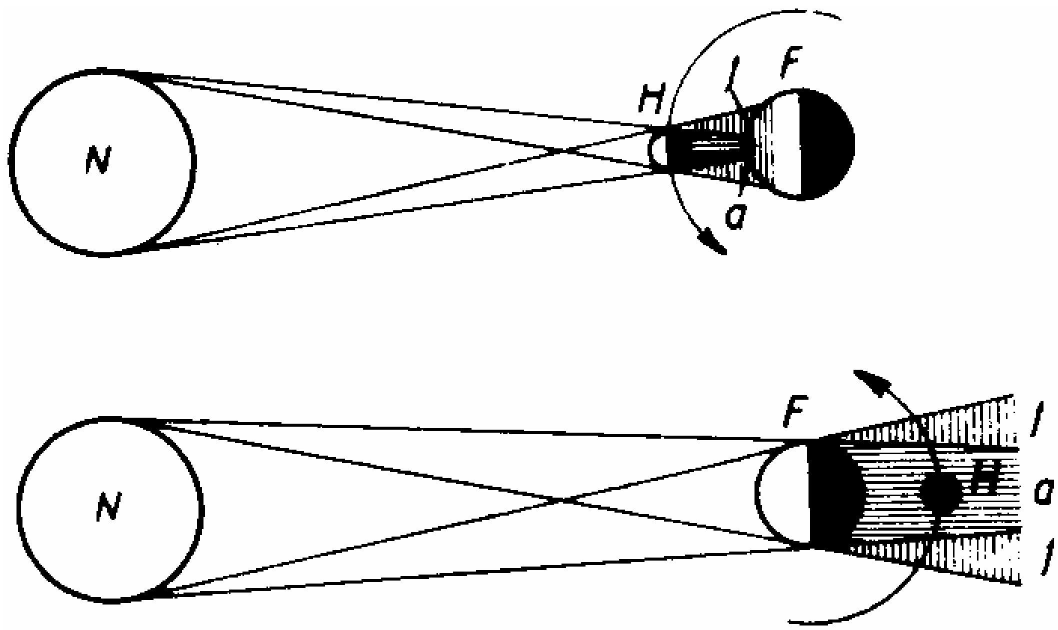
Egyenes vonalú terjedés

- árnyékjelenségek
- nap- és holdfogyatkozás
- lyukkamera

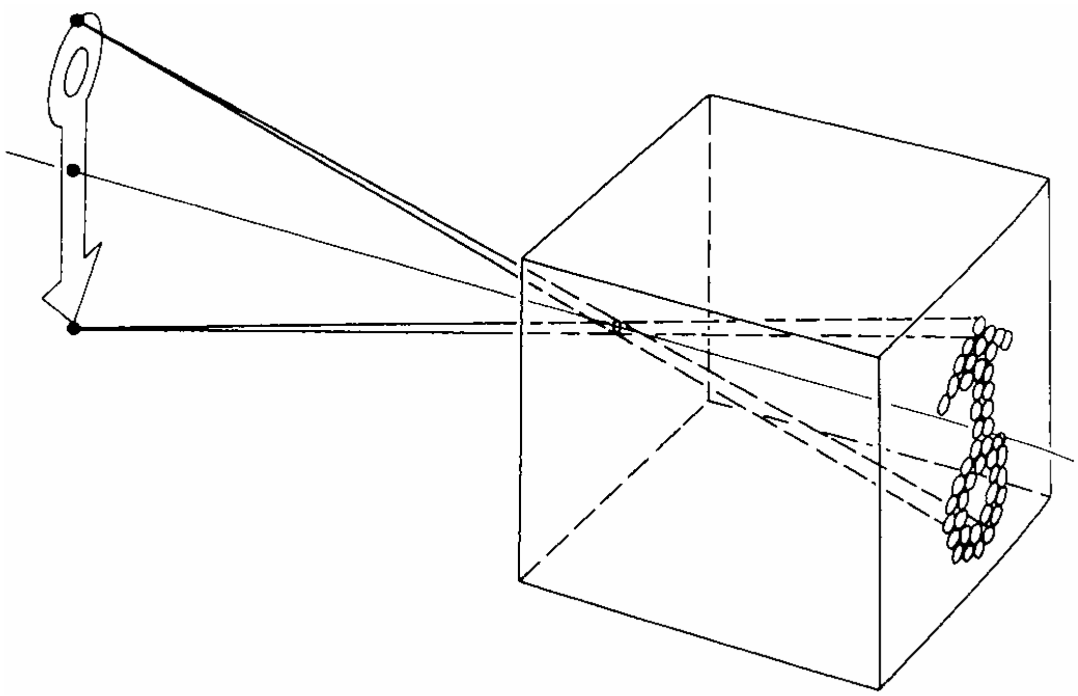




Nap- és holdfogyatkozás



Lyukkamera (Camera obscura)

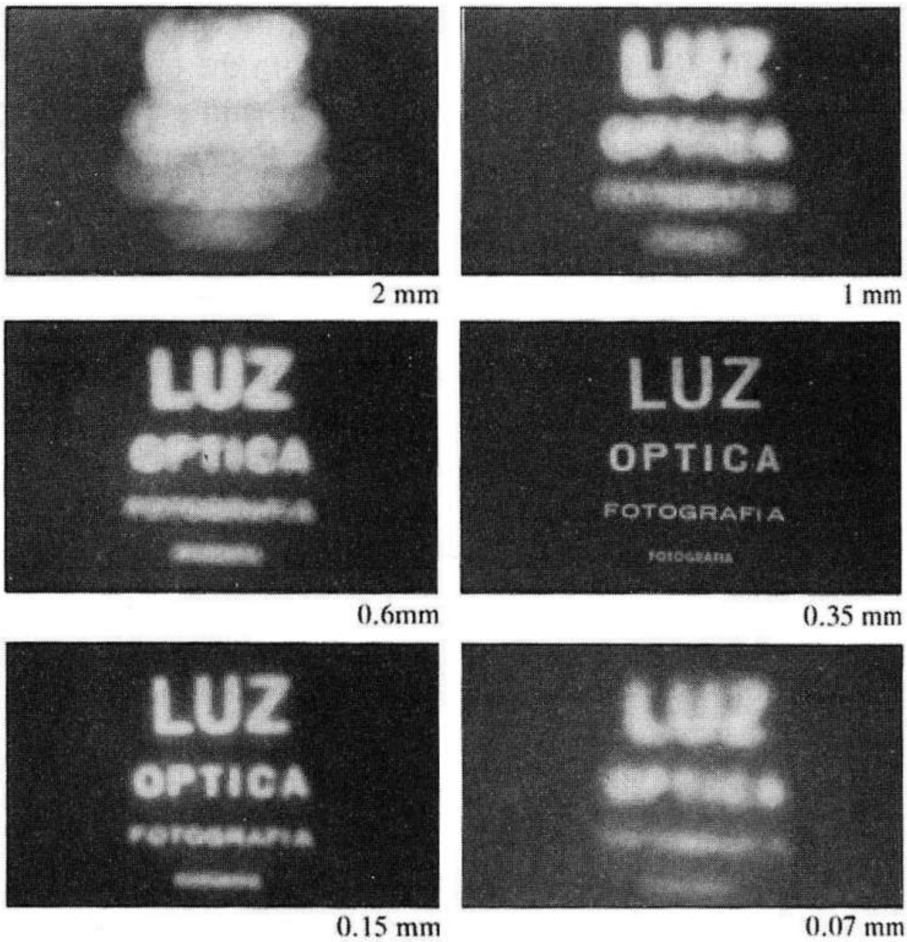


A kép intenzitása és élessége függ a nyílás átmérőjétől.

Nagyobb átmérő esetén – az egyenes vonalú terjedésből is érhetően – nagyobb folt felel meg a tárgy egy pontjának.

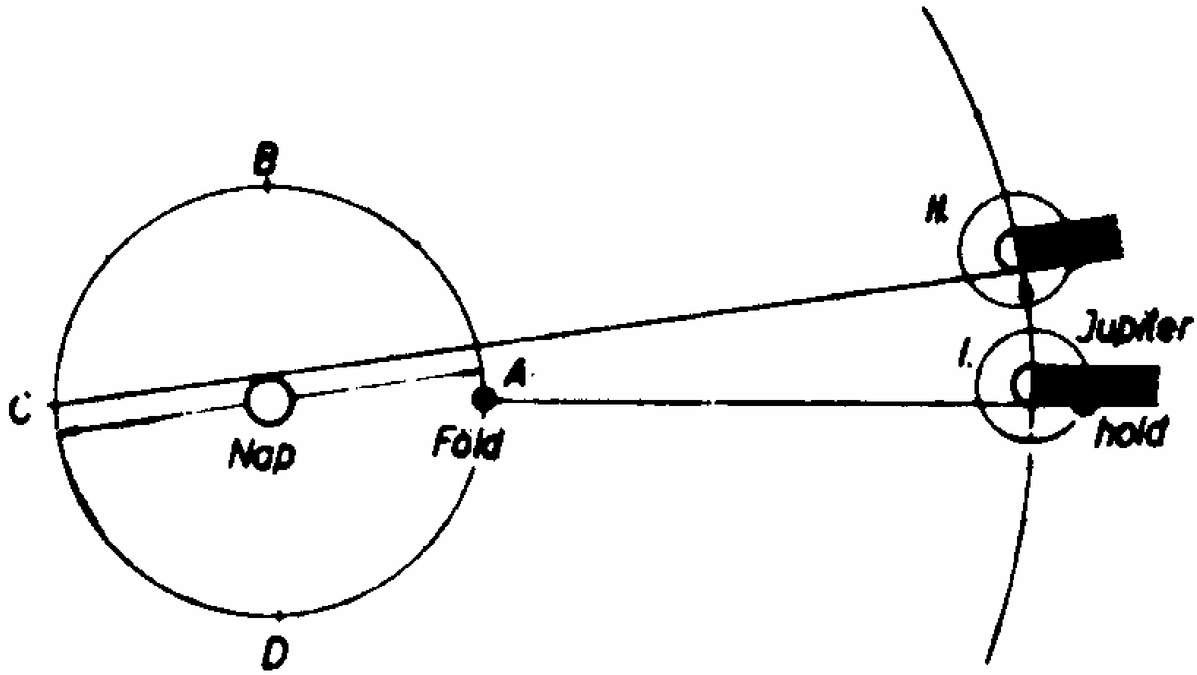
Azt várnánk, hogy csökkentve az átmérőt a kép élesség javul.

Egy ideig ez így is van. Azonban kis átmérők esetén az egyenes vonalú terjedéstől eltérések mutatkoznak (elhajlás lép fel), amely lerontja a kép élességét!

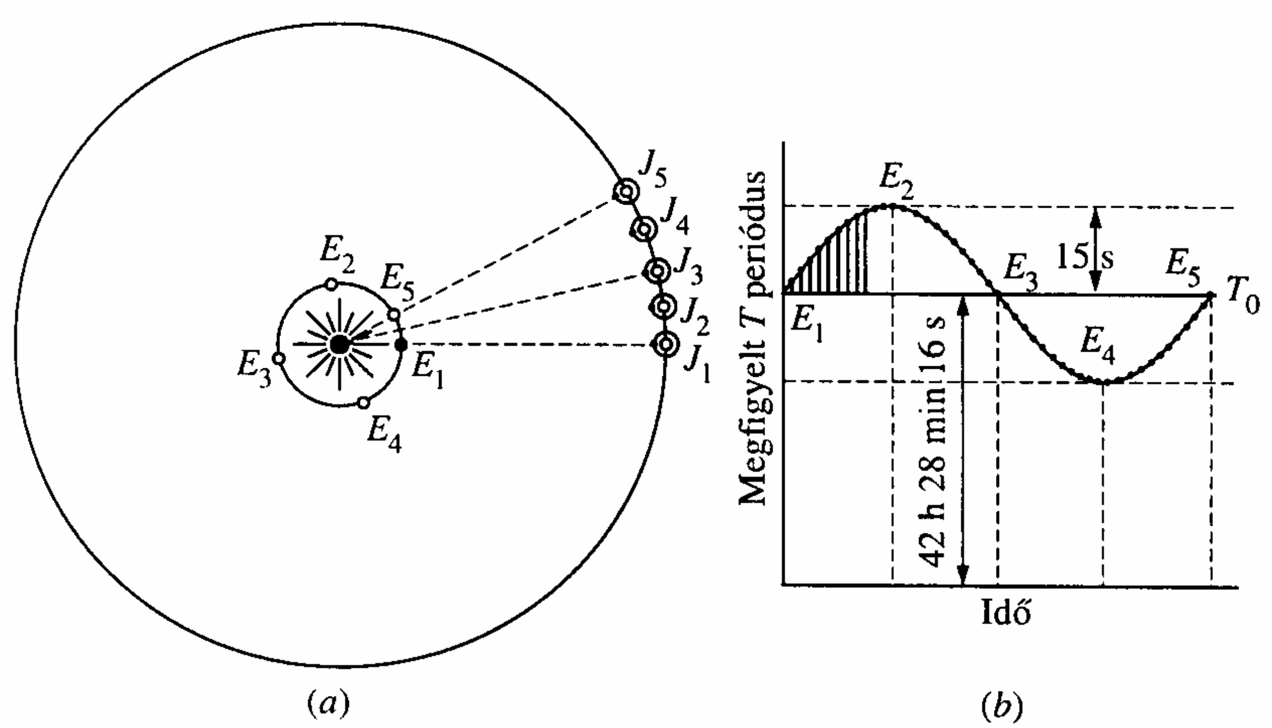


A fénysebesség mérése

Römer módszere, 1675.



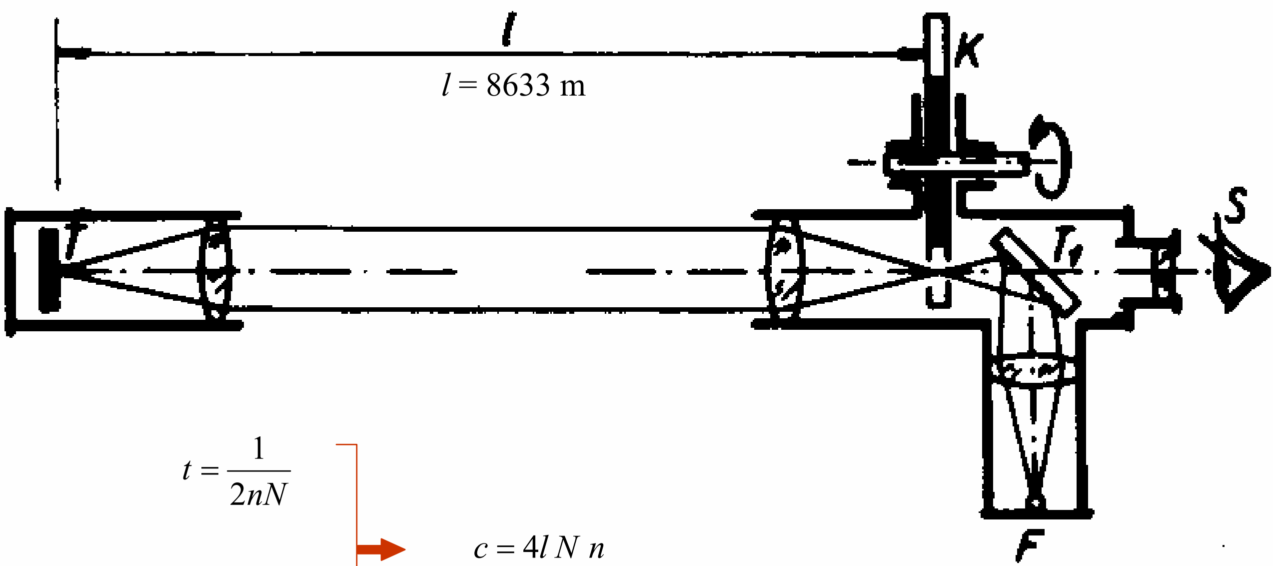
Römer módszere (csillagászati módszer)



Fizeau módszere (fogaskerék-módszer), 1849.

n a fogaskerék fordulatszáma

$N = 720$



$$t = \frac{1}{2nN}$$

$$c = \frac{2l}{t}$$

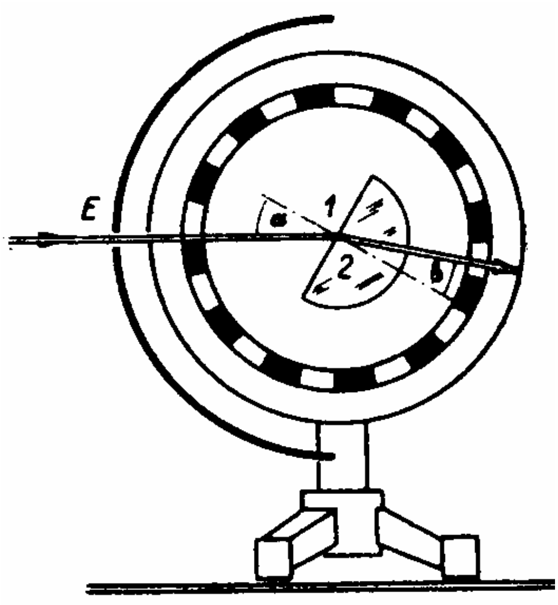
$$\Rightarrow \quad c = 4l\,N\,n$$

A legtöbb mai „modern” módszer elve ugyanez, csak a fényszaggatás módja más (pl. Kerr-cella).

A fénytörés és visszaverődés törvényei. A Fermat-elv és alkalmazása

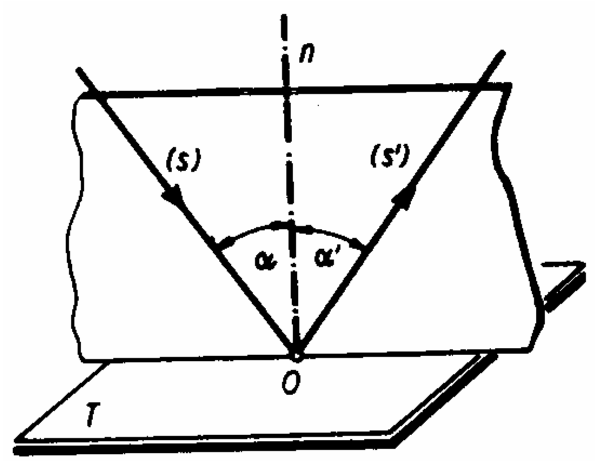
Irodalom [3]: 247-248§, 250.§

Kísérleti vizsgálata: Hartl-féle korong



Visszaverődés

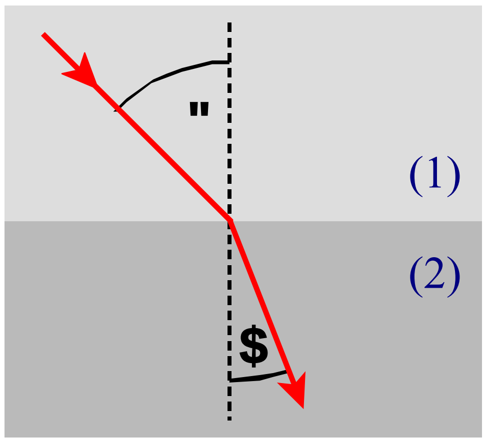
- A visszavert fénysugár a beesési síkban van. Más szavakkal: a beeső fénysugár, a beesési merőleges és visszavert fénysugár egy síkba esik.
- A visszaverődési szög egyenlő a beesési szöggel.



Törés

- A megtört fénysugár a beesési síkban van. Más szavakkal: a beeső fénysugár, a beesési merőleges és a megtört fénysugár egy síkba esik.
- Snellius-Descartes-törvény: a beesési szög (α) szinuszának és a törési szög (β) szinuszának hányadosa állandó,

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = n_{21}$$



n_{21} a (2) közeg (1) közegre vonatkozó relatív törésmutatója.

$$n_{21} = \frac{c_1}{c_2} = \frac{c_0/c_2}{c_0/c_1} = \frac{n_2}{n_1} \quad \text{, ahol} \quad n_1 = \frac{c_0}{c_1} \quad \text{és} \quad n_2 = \frac{c_0}{c_2}$$

az (1) és a (2) közeg vákuumra vonatkozó törésmutatója, más néven abszolút törésmutatója.

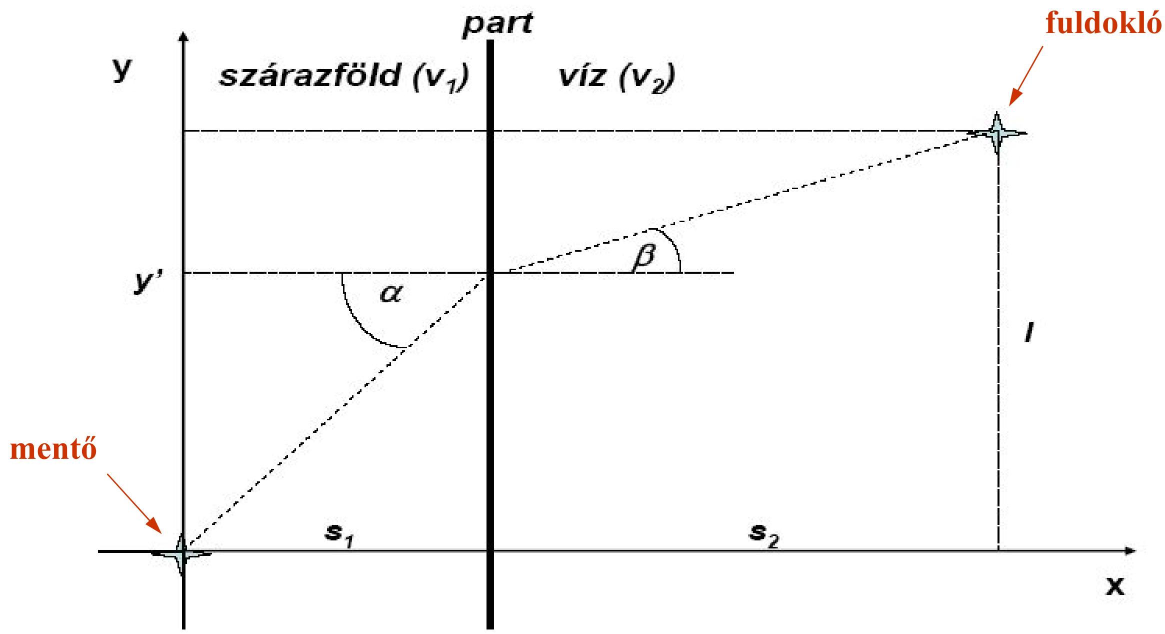
$$n_1 \cdot \sin\alpha = n_2 \cdot \sin\beta$$

A fénysugarak megfordíthatók ➡ $n_{12} = \frac{1}{n_{21}}$

A visszaverődés és törés következményei és felhasználásai

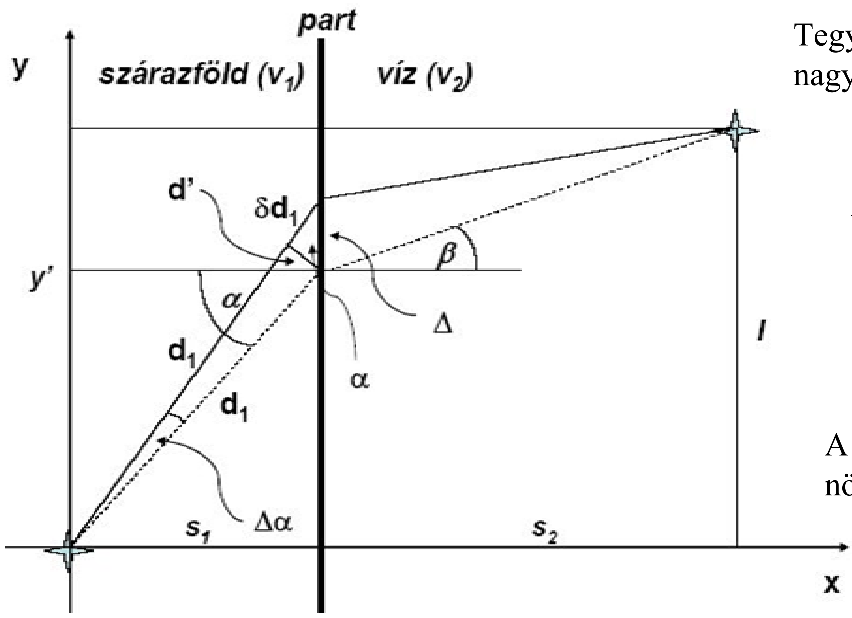
- Visszaverődések és törések megváltoztatják a terjedési irányt, következésképpen a tárgyak más irányból látszanak.
- Tükrök (sík, gömbi, parabolikus, stb)
- Síkpárhuzamos lemez
- Optikai prizma
- Lencsék, összetett leképező eszközök
- Optikai kábel
- Törésmutató meghatározás

A legrövidebb idő elve



Milyen pályán haladjon a mentő, hogy a leghamarabb elérje a fuldokló embert?

$$t_{y'} = \frac{y'}{v_1 \sin\alpha} + \frac{l - y'}{v_2 \sin\beta}$$



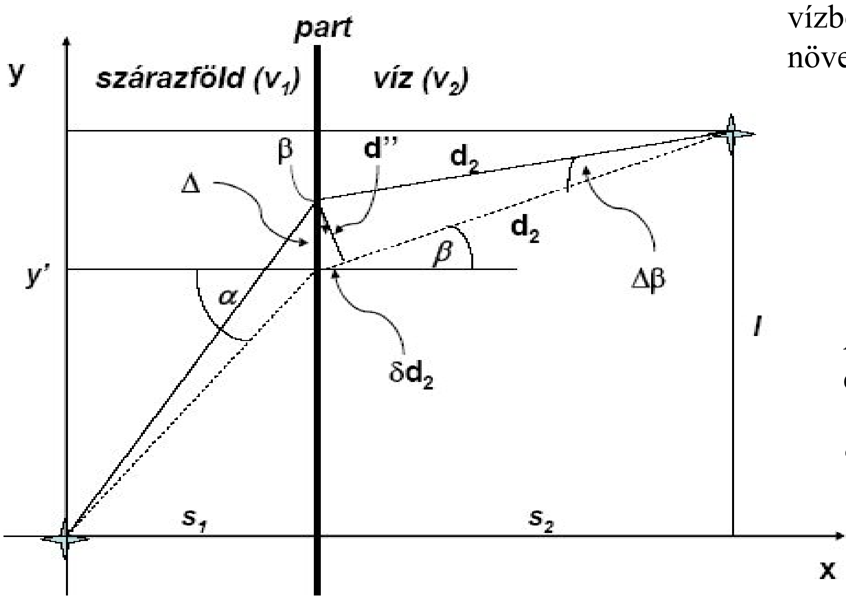
Tegyük fel, hogy α-t megváltoztatjuk nagyon kicsiny Δα értékkel!

A d_1 hossz növekménye:

$$\delta d_1 = \Delta \sin \alpha$$

A szárazföldön való tartózkodási idő növekménye:

$$\delta t_{sz} = \frac{\delta d_1}{v_1} = \frac{\Delta \sin \alpha}{v_1}$$



Hasonlóan a megmutatható, hogy a vízben való tartózkodási idő növekménye:

$$\delta t_v = -\frac{\Delta \sin \beta}{v_2}$$

A minimumot eredményező elrendezésre fenn áll a

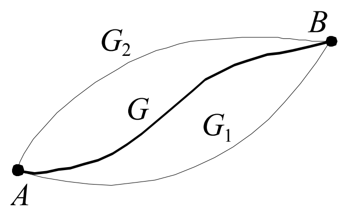
$\delta t_{y'} = \delta t_{sz} + \delta t_v = 0$ feltétel!

Amiből kapjuk, hogy a $\dfrac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \dfrac{v_1}{v_2}$

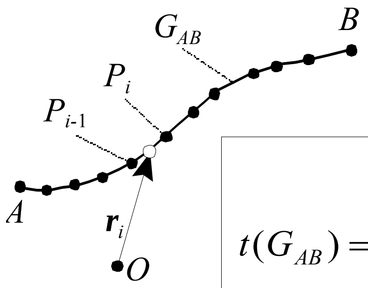
feltétel teljesülése jelöli ki a legrövidebb időt biztosító pályát!

Fermat elve

A fény két adott (A és B) pont között előírt feltételek mellett (például visszaverődés, törés, stb) azon a görbén terjed, amelyen a terjedési idő extrémális (többnyire minimális).



$$A = P_0 - P_1 - \text{ÿ} - P_{i-1} - P_i - \text{ÿ} - P_n = B$$



$$\Delta s_i = \overline{P_{i-1} P_i}$$

$$t(G_{AB}) = \frac{\int\limits_{G_{AB}} n(\mathbf{r})\, ds}{c_0}$$

$$t(G_{AB}) \approx \sum_{i=1}^{n} \Delta t_i = \sum_{i=1}^{n} \frac{\Delta s_i}{c(\mathbf{r_i})}$$

$$n(\mathbf{r_i}) = \frac{c(\mathbf{r_i})}{c_0} \Rightarrow \frac{1}{c(\mathbf{r_i})} = \frac{n(\mathbf{r_i})}{c_0}$$

$$t(G_{AB}) \approx \frac{1}{c_0} \sum_{i=1}^{n} n(\mathbf{r_i})\, \Delta s_i$$

$$n \to \infty \quad \left[\max_{1 \le i \le n} \Delta s_i \to 0 \right]$$

$$\sum_{i=1}^{n} n(\mathbf{r_i})\, \Delta s_i \to \int\limits_{G_{AB}} n(\mathbf{r})\, ds = \Delta(G_{AB})$$

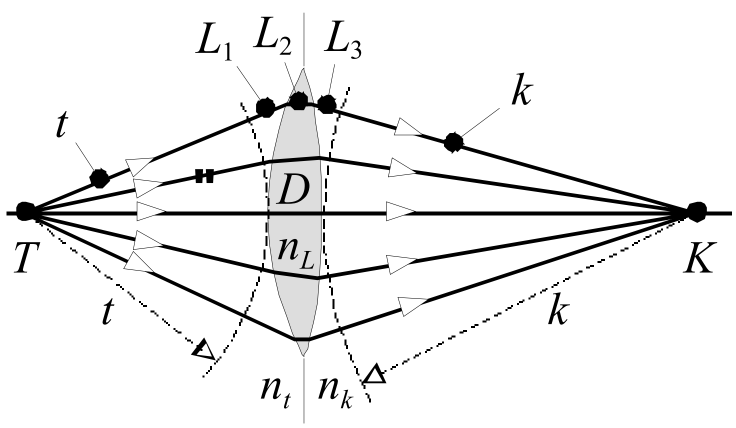
optikai úthossz

Az optikai úthossz egyenlő azzal a geometriai hosszal, melyet a fény vákuumban tenne meg $t(G_{AB})$ idő alatt.

Homogén és izotróp közegben: $\Delta_{AB} = n\, s_{AB}$

Következmények:

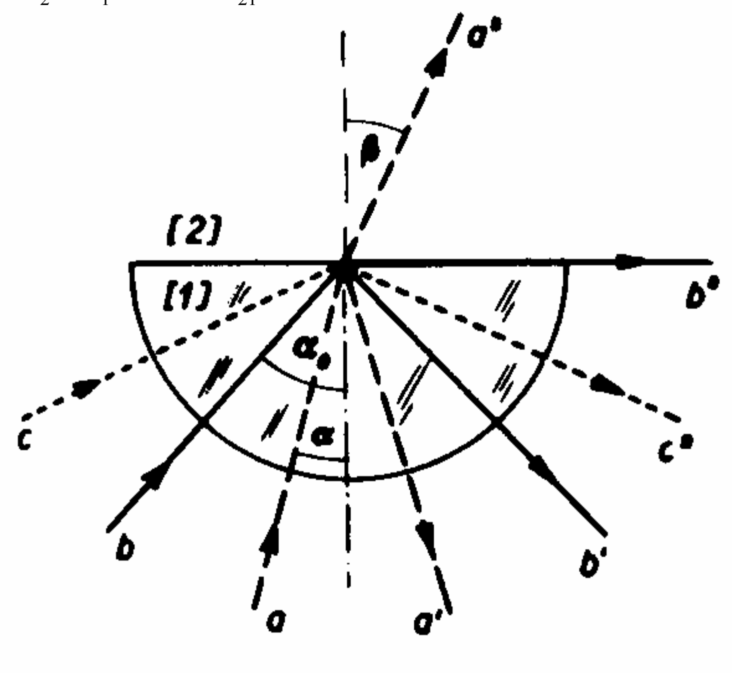
- a fény (optikailag) homogén és izotróp közegben egyenes vonalban terjed
- a fénysugarak megfordíthatók
- visszaverődés törvénye
- törés törvénye (Snellius-Descartes törvény)
- képalkotásnál a tárgypont és a képe között az összes sugárra azonos az optikai úthossz



A teljes visszaverődés. A fényvezető szálak működése

Irodalom [3]: 249. §

$n_2 < n_1 \leftrightarrow n_{21} < 1$



249,1. ábra

A határszög meghatározása

$$n_1 \cdot \sin\alpha_0 = n_2 \cdot \sin 90°$$

$$n_1 \cdot \sin\alpha_0 = n_2$$

$$\sin\alpha_0 = n_2 / n_1 = n_{21}$$

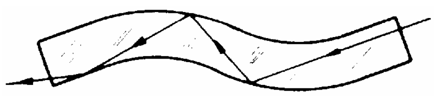
Fényvezető szálak

A fényvezető szál numerikus apertúrája

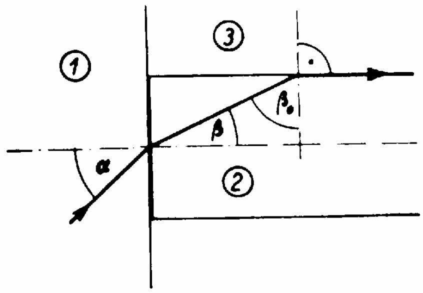
$$\frac{n_3}{n_2} = \sin\beta_0 = \sin(90^\circ - \beta) = \cos\beta$$

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{\sin\alpha}{\sqrt{1-\cos^2\beta}} = \frac{n_2 \sin\alpha}{\sqrt{n_2^2 - n_3^2}}$$

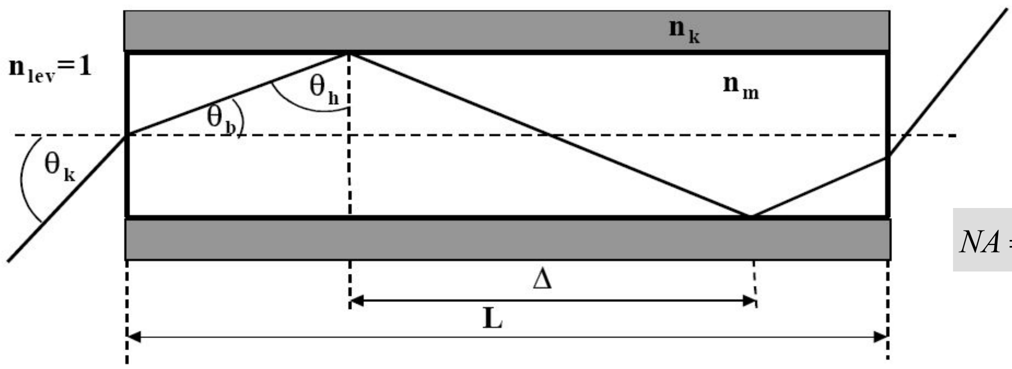
$$\sin\alpha = \frac{\sqrt{n_2^2 - n_3^2}}{n_1}$$



249,6. ábra



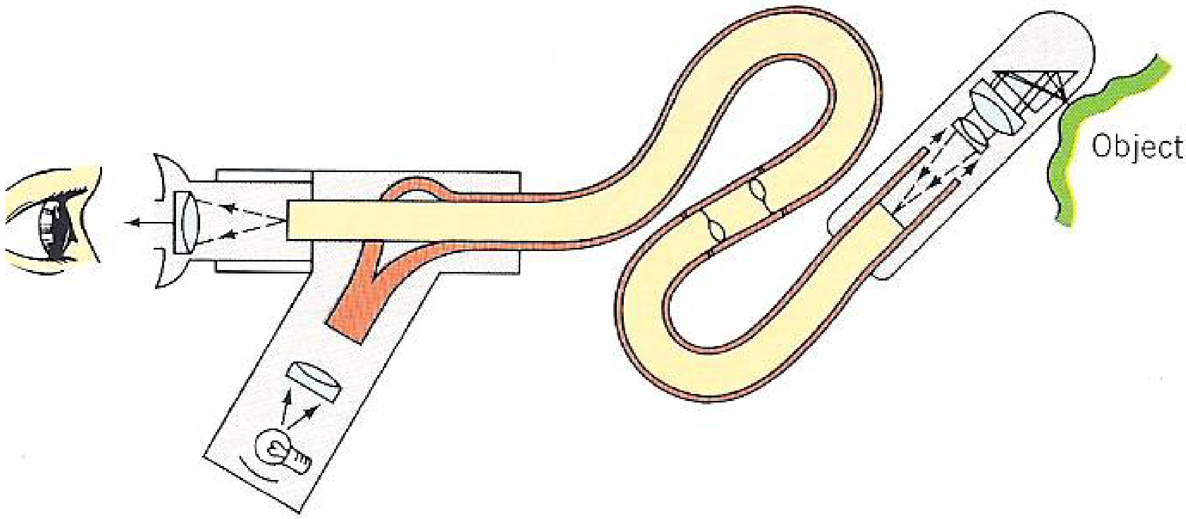
249,7. ábra



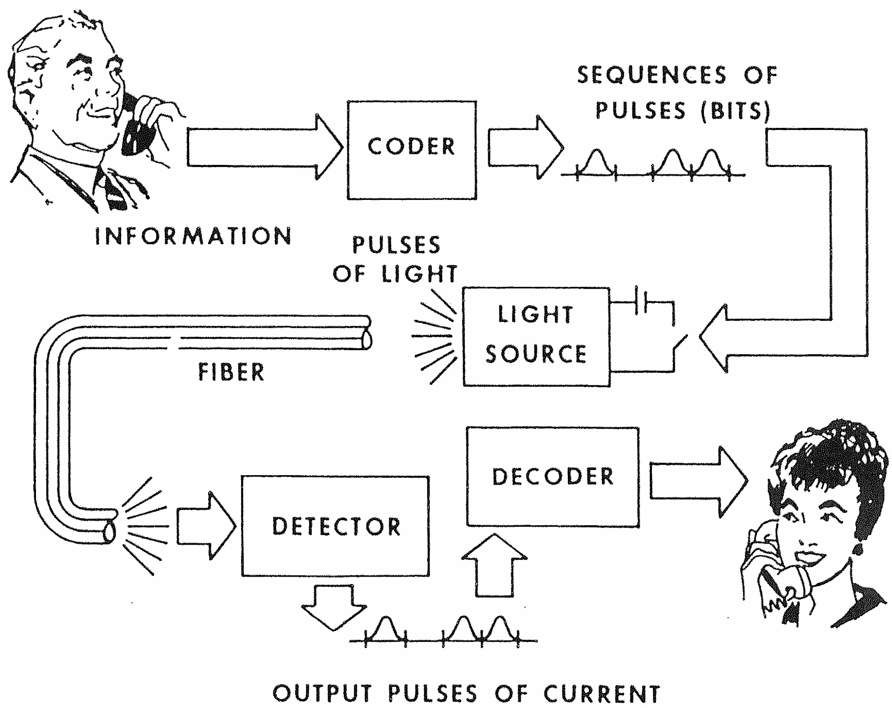
$$NA = \sin\theta_0 = \sqrt{n_m^2 - n_k^2}$$

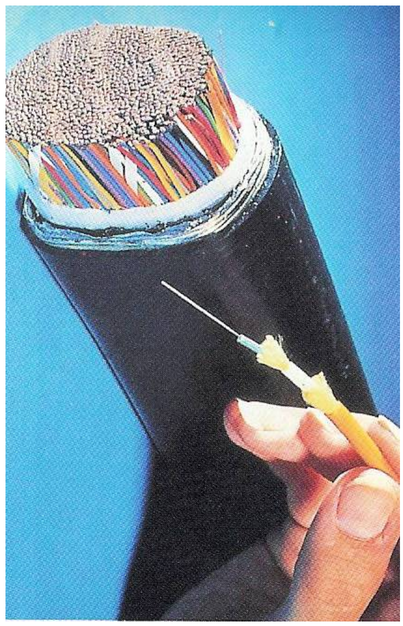
A fényvezető szálak alkalmazásai

endoszkóp



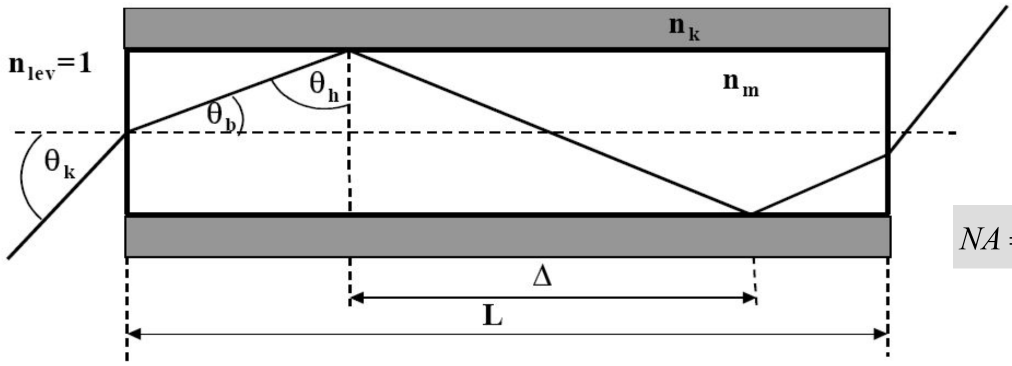
Optikai távközlés





Optikai távközlésnél a legfontosabb tényező az adat átviteli sebesség

- A nagy sebességhez az szükséges, hogy a biteket reprezentáló (fény)impulzusok minél sűrűbben követhessék egymást, ami viszont csak akkor lehetséges, ha maguk az impulzusok rövidek.
- Ebből következően végül is a sebességet az határozza meg, hogy milyen hosszú az a legrövidebb impulzus, amely a szálban történő terjedés során még megtartja időtartamát, vagyis nem szélesedik ki.
- A fénysugár a szálban nagyon sokféle úton terjedhet. A legrövidebb úton a szál tengelyével párhuzamosan beeső sugár halad, míg a leghosszabb utat nyilvánvalóan a θ_0 szög alatt beeső sugár teszi meg.
- Ha a két sugármenet megtételéhez szükséges idők közötti különbség eléri, vagy meghaladja a beküldött fényimpulzus időtartamát, akkor a kimeneten impulzus kiszélesedést észlelünk.



$$NA = \sin\theta_0 = \sqrt{n_m^2 - n_k^2}$$

- Az optikai szálban különböző szög alatt terjedő sugarakat módusoknak is szokás nevezni,
- a köztük fellépő δt_L időbeli késés ezért a módusok közötti, azaz ***intermodális diszperzió***.

$$\delta t_L = \frac{L n_m}{c}\left(\frac{n_m}{n_k} - 1\right)$$

- Nézzük meg, hogy mit jelent ez a gyakorlatban!

  Optikai szál: magja n_m= 1,5 törésmutatójú üveg, köpenye n_k= 1,49 törésmutatójú műanyag. Az 1 km hosszra eső intermodális diszperzióra ekkor 33,5 ns.

  Bármilyen rövid impulzust is küldünk be az optikai szálba, az 1 km megtétele után 33,5 ns-ra kiszélesedik!

- Milyen korlátot jelent ez a kommunikációs sebességre?

  Ahhoz hogy a jelek a kimeneten megkülönböztethetőek legyenek, az impulzusok közötti követési idő nem lehet kisebb, mint a (kiszélesedett) impulzushossz kétszerese.

  Ebből az következik, hogy másodpercenként $1/6{,}7\cdot10^{-8}$ jel vihető át, tehát a kommunikációs sebesség 15 Mbit/s, ami nem túl nagy!

  Az ilyen ú.n. **multimódusú optikai szálak** igen olcsók, és a nagy magátmérő – 50-100 μ – miatt használatuk igen egyszerű.

- Az ú.n. **egymódusú optikai szálak** használatával sokkal nagyobb átviteli sebesség érhető el!

  Az egymódusú optikai szálnak olyan kicsiny a magátmérőjük – kisebb mint 10 μm – hogy csak a tengellyel párhuzamos módus képes bennük terjedni.

  Ebben az esetben intermodális diszperzió nem lép fel,

  így a kommunikációs sebességet csak a később tárgyalandó anyagi diszperzió korlátozza.

  Ezek a szálak sokkal drágábbak, és csak lézerek segítségével működtethetők, de a kommunikációs sebesség elérheti a 40 Gbit/s –os értéket is!