A fény mint hullám. Az interferencia feltételei, koherencia.

Irodalom [3]: 275-276 §

Az elektromágneses fényelmélet szerint a (látható) fény egy olyan elektromágneses hullám, amelynek hullámhossza (vákuumban) 380 nm és 780 nm közötti tartományban van.

A fényben tehát az elektromágneses tér jellemezői rezegnek, melyek a következők:

- elektromos térerősség, ***E*** [V/m]
- elektromos eltolás, ***D*** [As/m^2]
- mágneses indukció, ***B*** [T (tesla) = Vs/m^2 = N/Am]
- mágneses térerősség, ***H*** [A/m]

Lineáris és izotróp közegben $\mathbf{D} = \varepsilon_0\, \varepsilon_r\, \mathbf{E}$ és $\mathbf{B} = \mu_0\, \mu_r\, \mathbf{H}$,

- ε_0 a vákuum **permittivitása** (**dielektromos állandója**),
- μ_0 a vákuum **permeabilitása**,
- ε_r a közeg **relatív permittivitása** (**relatív dielektromos állandója**),
- μ_r a közeg **relatív permeabilitása**.

- Az elektromágneses tér jellemzőinek tér- és időbeli függését a **Maxwell-egyenletek** írják le.
- Ezekből megmutatható, hogy töltés- és árammentes közegben a tér jellemzői kielégítik a hullámegyenletet. Ebből következtethetünk az elektromágneses hullámok létezésére!
- Vákuumbeli a terjedési sebesség pontosan a vákuumbeli fénysebességgel azonos. Ezért is következtethetünk arra, hogy a fény is elektromágneses hullám!

A Maxwell-féle elmélet szerint Az elektromágneses hullám terjedési sebessége a közegre jellemző állandóktól függ:

$$\boxed{c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\, \varepsilon_r\, \mu_0\, \mu_r}} = \frac{c_0}{\sqrt{\varepsilon_r\, \mu_r}}}$$

, ahol $c_0 = \dfrac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\, \mu_0}}$ a vákuumbeli terjedési sebesség.

$$n = \frac{c_0}{c} = \frac{c_0 T}{cT} = \frac{\lambda_0}{\lambda}$$

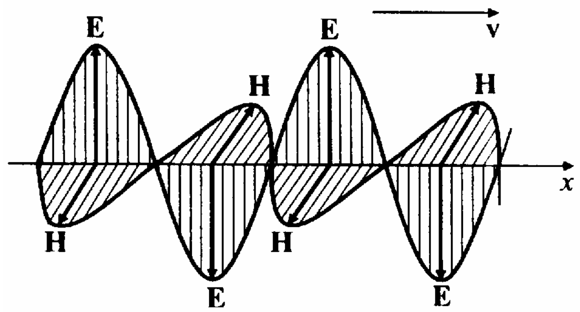
, ahol λ_0 vákuumbeli hullámhossz

$$\boxed{n = \frac{c_0}{c} = \sqrt{\varepsilon_r\, \mu_r}}$$ (Maxwell-féle reláció)

Elektromágneses síkhullám (a párhuzamos, homogén fénynyaláb közelítőleg ilyen)

$$\vec{E} = E_0 \sin\left[\omega\left(t - \frac{x}{c}\right) + \alpha\right] \vec{e}_y$$

$$\vec{H} = H_0 \sin\left[\omega\left(t - \frac{x}{c}\right) + \alpha\right] \vec{e}_z$$



A **Maxwell-egyenletekből** következik, hogy a két térmennyiség egymásra és terjedési irányra is merőleges és azonos fázisban változik.

A hullám fázisát más alakba is felírhatjuk:

$$\omega \cdot (t - x/c) = 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{cT}\right) = 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right) = 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{n\,x}{\lambda_0}\right) = 2\pi(\nu\, t - n\, k_0\, x)$$

A **Maxwell-egyenletekből** az is következik, hogy az amplitúdók nem függetlenek egymástól:

$$E_0\sqrt{\varepsilon_0\,\varepsilon_r} = H_0\sqrt{\mu_0\,\mu_r} \quad\Rightarrow\quad \frac{E_0}{H_0} = Z = \frac{\sqrt{\mu_0\,\mu_r}}{\sqrt{\varepsilon_0\,\varepsilon_r}}$$

Z a közeg hullámellenállása, vákuumra $\varepsilon_r = \mu_r = 1$, így

vákuumra $Z_0 = \sqrt{\mu_0/\varepsilon_0} \approx 377\ \Omega$

A síkhullám energiasűrűsége: $w = \frac{1}{2}\varepsilon_0\varepsilon_r \boldsymbol{E}^2 + \frac{1}{2}\mu_0\mu_r\boldsymbol{H}^2$

$$w = \frac{1}{2}\left(\varepsilon_0\,\varepsilon_r E_0^2 + \mu_0\,\mu_r H_0^2\right)\sin^2\left[\omega\cdot(t - x/c) + \alpha\right] = \varepsilon_0\,\varepsilon_r E_0^2\,\sin^2\left[\omega\cdot(t - x/c) + \alpha\right]$$

A fény intenzitás kiszámításánál w időbeli átlagértéke számít: $\boxed{\overline{w} = \frac{1}{2}\varepsilon_0\,\varepsilon_r E_0^2}$

Az energiaáramlás-sűrűsége (Poynting-vektor)

$$\vec{\boldsymbol{S}} = \vec{\boldsymbol{E}}\times\vec{\boldsymbol{H}} = \frac{E_0^2}{Z}\sin^2\left[\omega\cdot(t - x/c) + \alpha\right]\vec{\boldsymbol{e}}_x = S\,\vec{\boldsymbol{e}}_x \quad \text{, ahol} \quad S = \frac{E_0^2}{Z}\sin^2\left[\omega\cdot(t - x/c) + \alpha\right]$$

A fény intenzitása

$$J = \overline{S} = \frac{E_0^2}{Z}\overline{\sin^2\left[\omega\cdot(t - x/c) + \alpha\right]} = \frac{E_0^2}{2Z} = \frac{E_0^2}{2}\sqrt{\frac{\varepsilon_0\,\varepsilon_r}{\mu_0\,\mu_r}} = \frac{E_0^2}{2}\frac{\varepsilon_0\,\varepsilon_r}{\sqrt{\varepsilon_0\,\varepsilon_r\,\mu_0\,\mu_r}} = \frac{\varepsilon_0\,\varepsilon_r\,E_0^2}{2}c$$

$$\boxed{J = \frac{E_0^2}{2Z} = \frac{Z\,H_0^2}{2}} \quad \text{és} \quad \boxed{J = \overline{w}\,c}$$

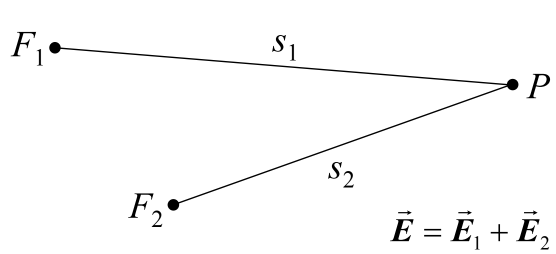
A fény interferenciája

Az interferencia hullámok találkozásánál fellépő jelenség.

A szuperpozíció elvével értelmezhető.

- Ha a hullámok azonos fázisban találkoznak, akkor a hullám amplitúdója maximális,
- ha a hullámok ellentétes fázisban találkoznak, akkor a hullám amplitúdója minimális.

Hogyan függ a fényintenzitás a két találkozó fényhullám intenzitásától?



$$\vec{\boldsymbol{E}}_1 = A_1\sin\left[2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{n\,s_1}{\lambda}\right) + \alpha_1\right]\vec{\boldsymbol{e}}_y$$

$$\vec{\boldsymbol{E}}_2 = A_2\sin\left[2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{n\,s_2}{\lambda}\right) + \alpha_2\right]\vec{\boldsymbol{e}}_y$$

$$\vec{\boldsymbol{E}} = \vec{\boldsymbol{E}}_1 + \vec{\boldsymbol{E}}_2 = A\sin(2\pi t/T + \alpha)\,\vec{\boldsymbol{e}}_y$$

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos\delta \quad \text{, ahol} \quad \boxed{\delta = \varphi_2 - \varphi_1 = 2\pi\frac{n\,s_1 - n\,s_2}{\lambda} + \alpha_2 - \alpha_1}$$

$$J = \frac{A^2}{2Z} = \frac{A_1^2}{2Z} + \frac{A_2^2}{2Z} + 2\frac{A_1}{\sqrt{2Z}}\frac{A_2}{\sqrt{2Z}}\cos\delta = J_1 + J_2 + 2\sqrt{J_1J_2}\cos\delta$$

$$\boxed{J = J_1 + J_2 + 2\sqrt{J_1J_2}\cos\delta}$$

$$J_{\max} = \left(\sqrt{J_1} + \sqrt{J_2}\right)^2 \text{, ha} \quad \delta = 2m\pi$$

$$J_{\min} = \left(\sqrt{J_1} - \sqrt{J_2}\right)^2 \text{, ha} \quad \delta = (2m+1)\pi$$

$$m = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$$

Ha a két fényforrás azonos fázisban rezeg ($\alpha_1 = \alpha_2$)

a maximális erősítés feltétele: $\delta = 2m\pi$ ⟺ $\boxed{\Delta = n\,s_1 - n\,s_2 = 2m\,\lambda/2 = m\,\lambda}$

a maximális gyengítés feltétele: $\delta = (2m+1)\pi$ ⟺ $\boxed{\Delta = n\,s_1 - n\,s_2 = (2m+1)\,\lambda/2}$

$m = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$

Koherencia

- Minden napos tapasztalat az optikában, hogy két fényforrással egy helyre világítva nem lesz sötétebb! (Az interferencia esetén ilyen előfordulhat!)
- Többnyire a két fényforrás fényének intenzitása egyszerűen összeadódik, vagyis az eredő intenzitásra $J = J_1 + J_2$ áll fenn!
- **Miért nem tapasztaljuk általában az előzőekben tárgyalt interferenciát?**
- Ennek oka a fénykibocsátás sajátosságaival kapcsolatos!
- Ha két fényhullám találkozásánál interferencia lép fel, akkor azt mondjuk, hogy a két hullám ***koherens***.
- Ha két fényhullám találkozásánál interferencia nem lép fel, akkor azt mondjuk, hogy a két hullám ***nem koherens***, vagy ***inkoherens***.
- Tehát két fényhullám találkozásánál az eredő intenzitásra

koherens esetben:

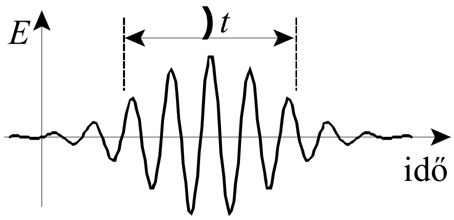
$$J = J_1 + J_2 + \underbrace{2\sqrt{J_1 J_2}\,\cos\delta}_{\text{koherenciatag}}$$

inkoherens esetben:

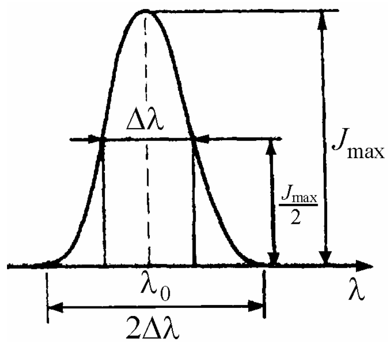
$$J = J_1 + J_2$$

A fénykibocsátás sajátosságai

- A fényforrások kiterjedtek.
- A fényt a fényforrásban lévő gerjesztett atomok (vagy molekulák) sugározzák ki.
- Szokásos fényforrásainknál a gerjesztett atomok (molekulák) fénykibocsátása egymástól függetlenül és rendszertelenül, **spontán** módon, az esetlegesen jelenlévő külső elektromágneses tértől függetlenül történik (***spontán emisszió***).
- A fénykibocsátás igen rövid idejű (ns nagyságrendű). Ennek következtében a kibocsátott fényhullám **nem** monokromatikus, hanem egy véges tér- és időbeli hosszúságú hullámvonulat (hullámcsomag). A hullámvonulat hosszát ***koherenciahossznak*** nevezik.

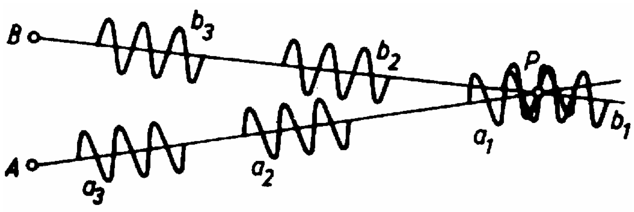


$$\boxed{l = c\,\Delta t \approx \frac{\lambda_0^2}{\Delta\lambda}}$$



- Ahhoz, hogy a – hullámvonulat időtartamához képest viszonylag hosszú – megfigyelési idő alatt látható interferencia jöjjön létre állandó fáziskülönbség szükséges!
- Ez – az egymástól független és rendezetlen elemi fénykibocsátások miatt – nyilvánvalóan nem teljesül.

- Így, bár az A és B pontokból származó (a_1,b_1) vonulatok – a fáziskülönbségtől függően – pl. erősíthetik vagy gyengíthetik egymást, de ez csak rövid ideig tart.
- Az egymást rendszertelenül követő további, (a_2,b_2), (a_3,b_3), … vonulatok teljesen más fényhatást hoznak létre.

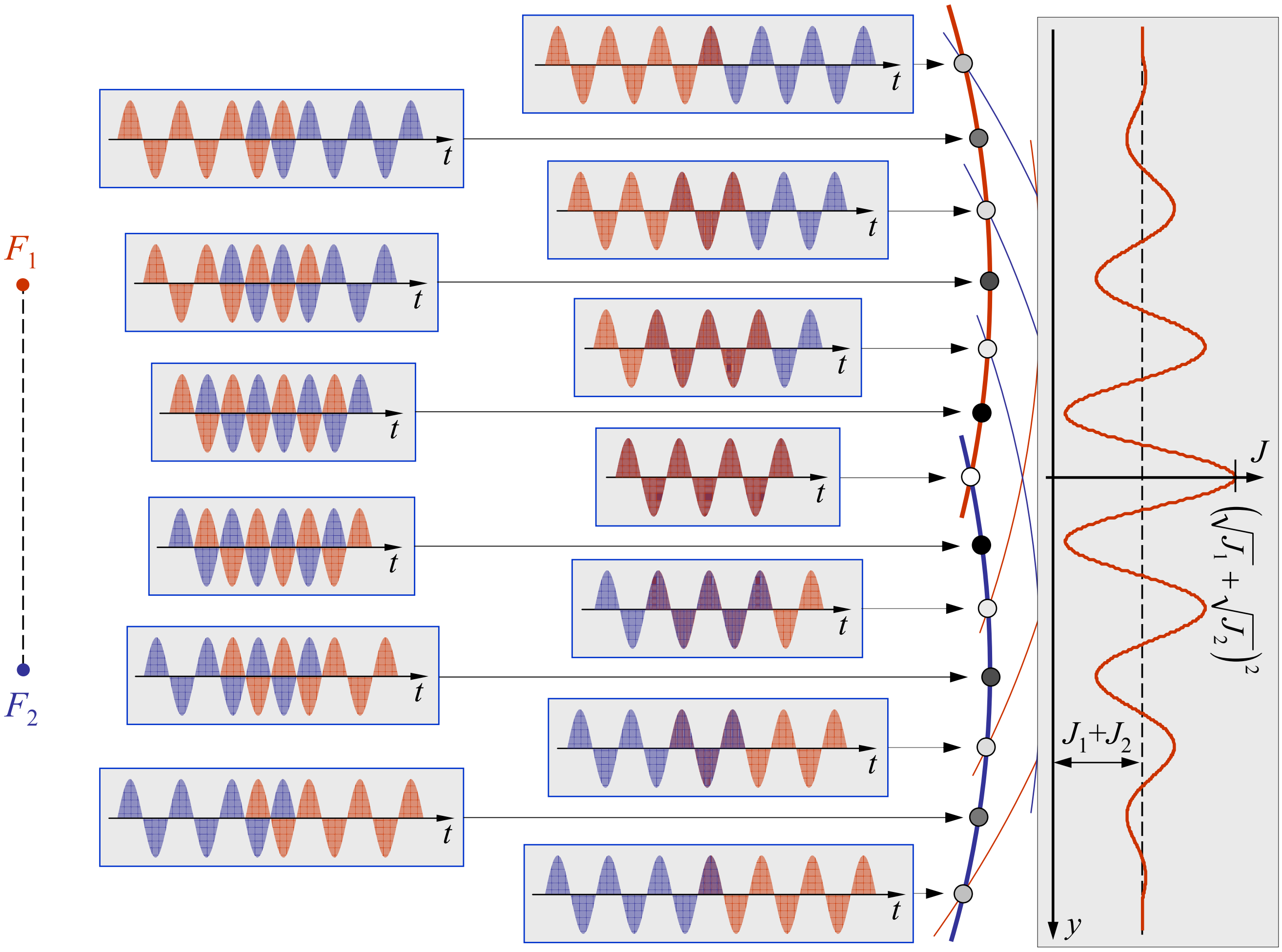


- A detektor a hullámvonulatok hosszának megfelelő időt nem képes felbontani, valójában az elemi folyamatokhoz tartozó intenzitások megfigyelési időre vonatkozó átlagát méri.
- A rendszertelen fáziskülönbség miatt, a megfigyelési időre vonatkozólag az interferenciatag időbeli átlaga **zérus**. Így a megfigyelt intenzitás a két intenzitás összege.
- Ennek következtében a fényinterferencia egyik feltétele:

  Csak olyan fényhullámok között figyelhetünk meg interferenciát, amelyek a fényforrás ugyanazon pontjából, és ugyanazon elemi fénykibocsátási folyamatból származnak.

- Az interferenciához nyílván az is szükséges, hogy az elemi hullámvonulatok találkozzanak. Ez nyílván a közöttük lévő útkülönbségre ró ki egy feltételt:

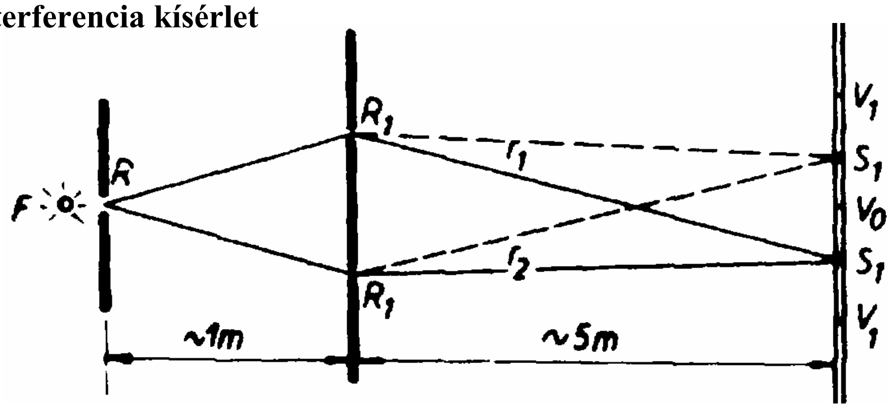
  Az interferenciához szükséges, hogy a útkülönbség a koherenciahossznál kisebb legyen.

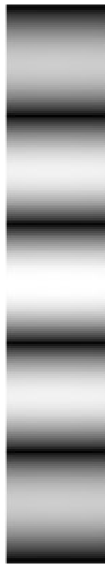


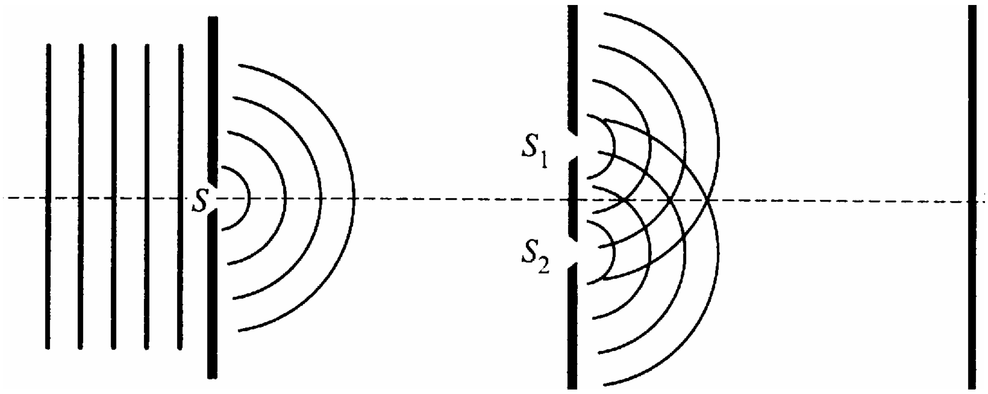
A hullámfront osztáson alapuló (Young-Fresnel-féle) interferenciajelenségek

Irodalom [3]: 277 §

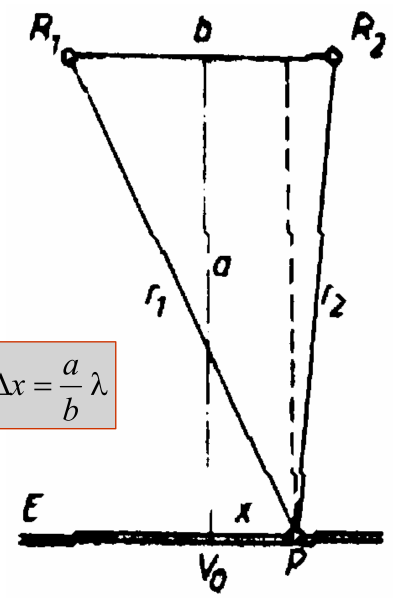
Young-féle interferencia kísérlet



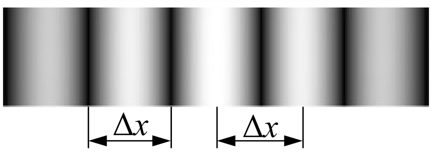




Mekkora az interferenciacsíkok távolsága?



$$\boxed{\Delta x = \frac{a}{b}\lambda}$$



A világos csíkok helyét meghatározó feltétel:

$$r_1 - r_2 = m\,\lambda$$

$$(r_1 - r_2)(r_1 + r_2) = r_1^2 - r_2^2$$

$$|x| \ll a \quad \text{és} \quad b \ll a \quad \Rightarrow \quad r_1 + r_2 \approx 2a$$

$$\left.\begin{aligned} r_1^2 &= a^2 + (b/2 + x)^2 = a^2 + (b/2)^2 + bx + x^2 \\ r_2^2 &= a^2 + (b/2 - x)^2 = a^2 + (b/2)^2 - bx + x^2 \end{aligned}\right] \Rightarrow$$

$$r_1^2 - r_2^2 = 2bx$$

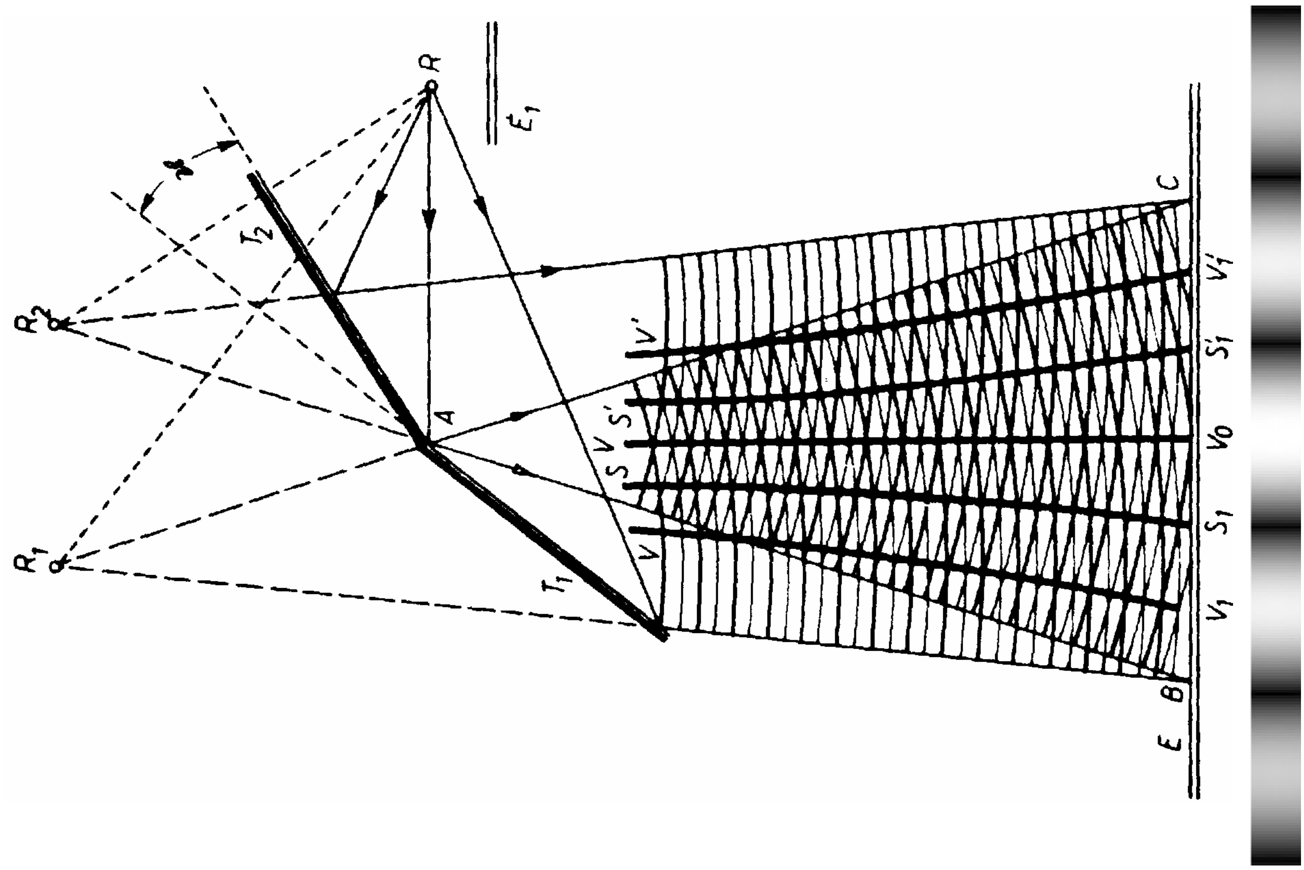
$$(r_1 - r_2)\cdot 2a = 2b\cdot x \quad \Rightarrow \quad r_1 - r_2 = (b/a)\cdot x$$

Az m-ed rendű világos csík helye: $\boxed{x_m = m\cdot\frac{a}{b}\lambda}$

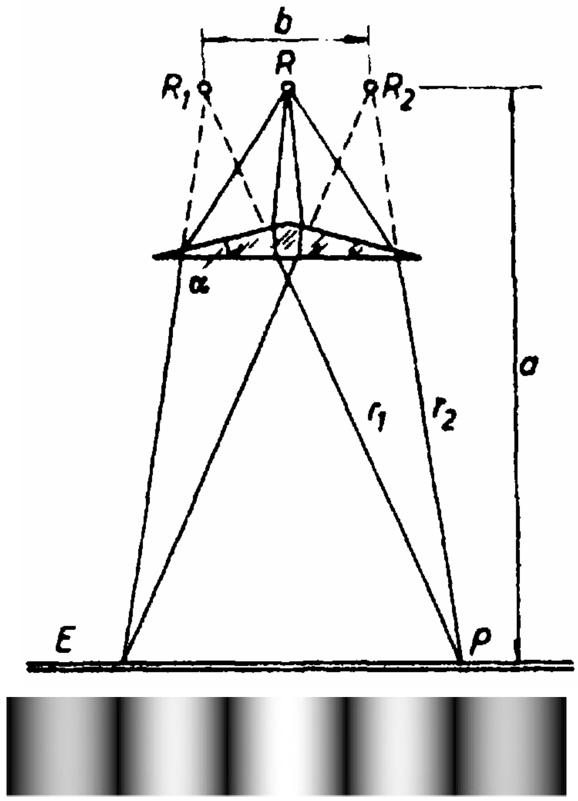
- λ = 0,5 μm esetén $\Delta x \geq 1$ mm teljesüléséhez $a/b \geq 2000$ szükséges.
- Ez a tény jelentős mértékben közrejátszott abban, hogy a kísérletet csak az 1800-as évek elején sikerült elvégezni.

A Young kísérlet fizika történeti jelentősége: szemléletesen bizonyítja a fény hullámtermészetét.

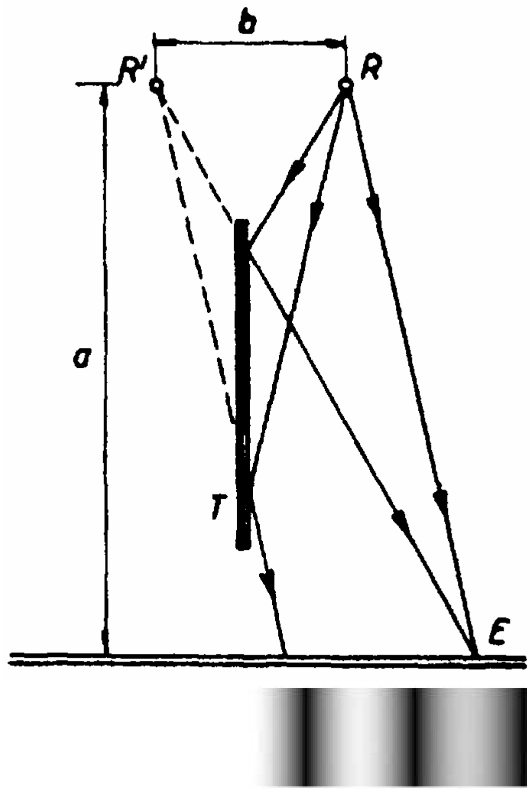
Fresnel-féle kettőstükör



Fresnel-féle biprizma



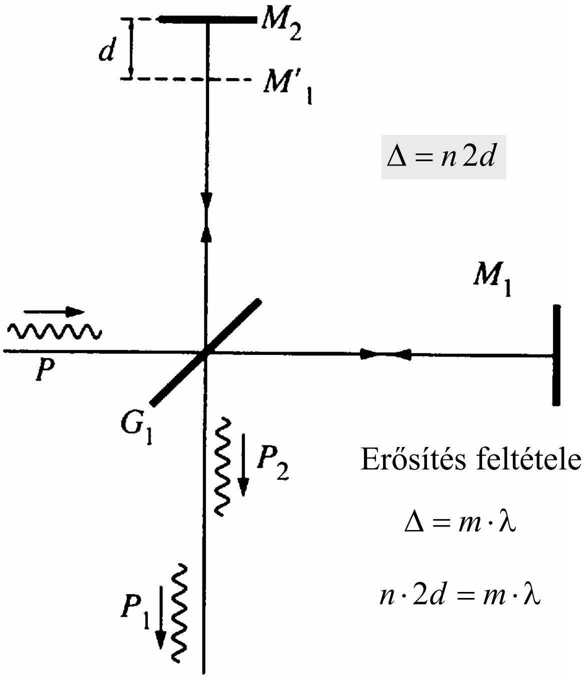
Lloyd-féle tükör



Interferencián alapuló optikai eszközök.
A Michelson-, a Sagnac-, és Fabry-Perot-interferométer működése és alkalmazása.

Irodalom [3]: 280 §

Michelson-interferométer

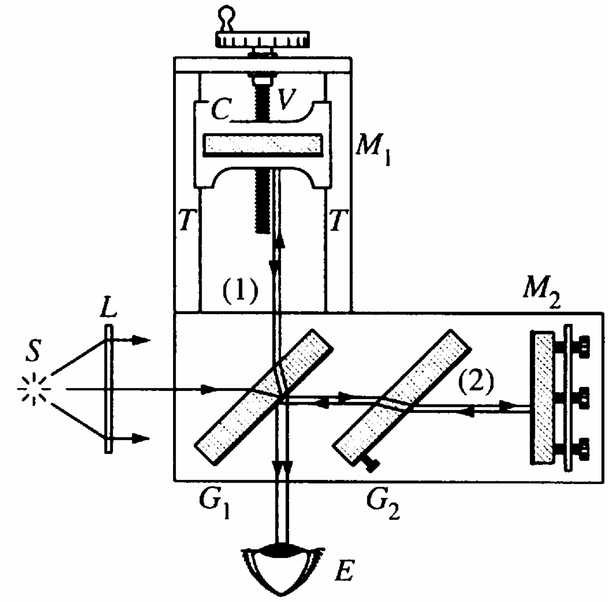


$\Delta = n\,2d$

Erősítés feltétele:

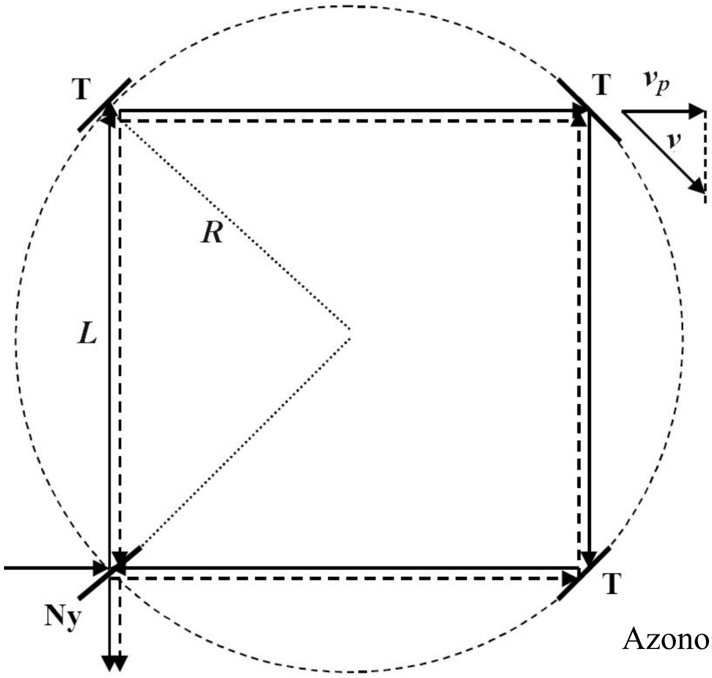
$\Delta = m \cdot \lambda$

$n \cdot 2d = m \cdot \lambda$



A Michelson interferométer igen pontos távolságmérést tesz lehetővé, akár még $\lambda/50$ távolságváltozás – ez zöld fény esetén 0,01 μm (!) – is mérhető vele.

Sagnac-interferométer



Nyugvó (vagy egyenletesen mozgó) interferométer

- a két nyaláb azonos fázisban találkozik, mert ***ugyanolyan*** $4L$ hosszúságú utat járnak be, csak ellenkező irányban.

Forgó interferométer

- a két nyaláb között fáziskülönbség lép fel, mert a két különböző körbejárási irányba ***különböző*** hosszúságú utakat járnak be.
- A forgási iránnyal azonos körbejárás:

Két tükör között t_a ideig terjed a fény.

$$ct_a = L + v_p t_a \;\Rightarrow\; t_a = \frac{L}{c - v_p} = \frac{R\sqrt{2}}{c - v_p}$$

$$v_p = \frac{v}{\sqrt{2}} = \frac{R\omega}{\sqrt{2}} \;\Rightarrow\; t_a = \frac{2R}{c\sqrt{2} - R\omega}$$

Azonos irányú körbejáráshoz tartozó idő: $T_a = 4t_a$

$$T_a = \frac{8R}{c\sqrt{2} - R\omega}$$

Teljesen hasonlóan adódik a forgási iránnyal ellentétes irányú körbejáráshoz tartozó idő:

$$T_e = \frac{8R}{c\sqrt{2} + R\omega}$$

A forgási iránnyal azonos és ellentétes irányú körbejáráshoz tartozó idők különbsége:

$$\Delta T = T_a - T_a = 8R\cdot\left(\frac{1}{c\sqrt{2}-R\omega}-\frac{1}{c\sqrt{2}+R\omega}\right) = 8R\cdot\frac{c\sqrt{2}+R\omega-(c\sqrt{2}-R\omega)}{2c^2-(R\omega)^2} = \frac{16R^2\omega}{2c^2-(R\omega)^2}$$

$$(R\omega)^2 \ll 2c^2 \quad \Rightarrow \quad \Delta T \approx \frac{8R^2\omega}{c^2}$$

$$\boxed{\Delta T = \frac{4A\omega}{c^2}}$$

, ahol $A = L^2 = 2R^2$ a fénysugarak által határolt négyzet területe.

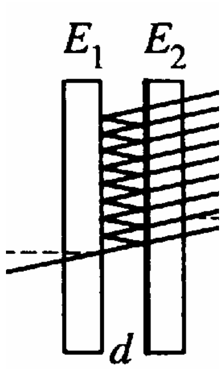
A két irányban körbehaladó nyalábok közötti útkülönbség nyílván $\Delta s = c\cdot\Delta T$.

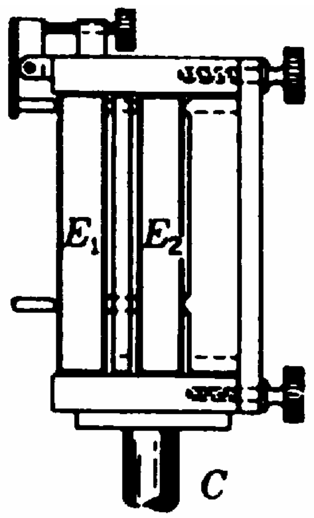
$$\boxed{\Delta s = \frac{4A\omega}{c}}$$

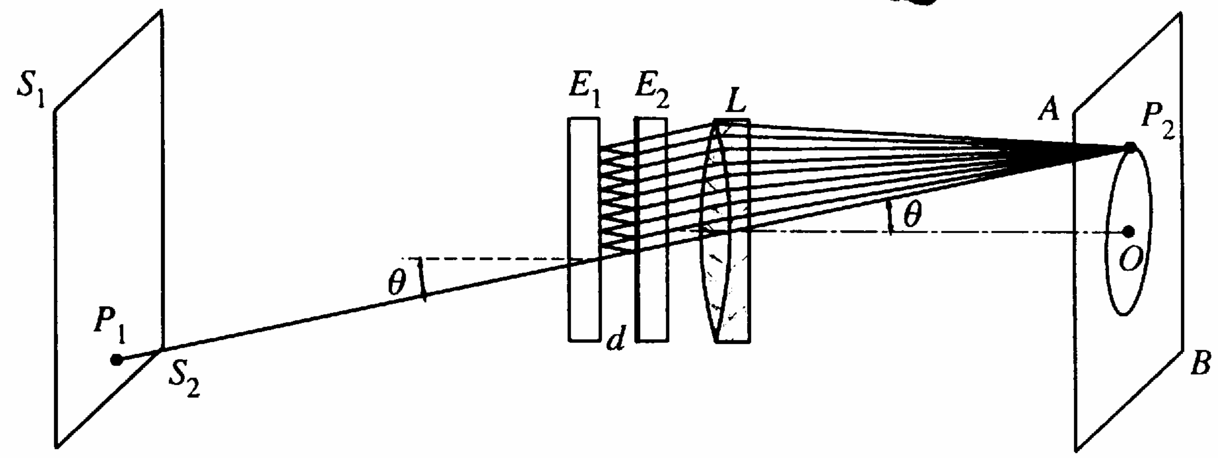
Az útkülönbség miatt a forgó interferométerből kilépő fénynyalábok interferencia lép fel!

- Ezt a jelenséget *Sagnac-effektusnak* nevezik.
- A jelenséggel a forgás kimutatható, illetve a forgás szögsebessége mérhető!
- Egyik fontos alkalmazása:
  modern navigációs eszközökben használt lézeres giroszkópok.

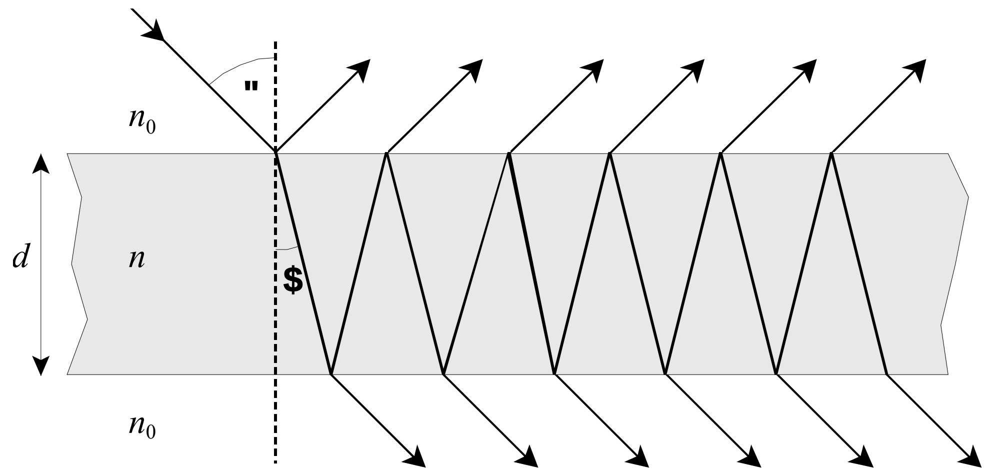
Fabry-Perot-interferométer





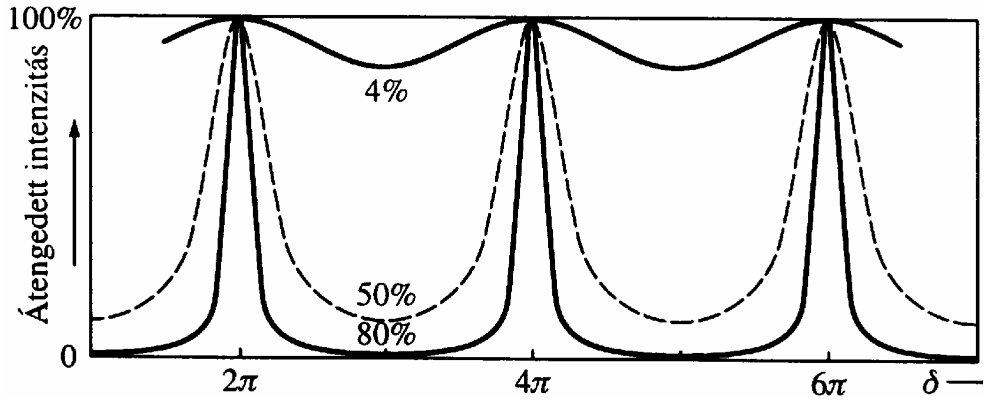


Az átengedett (transzmittált) intenzitás szemléltetése soksugaras interferenciánál.



két egymást követő hullám közötti fáziskülönbség:

$$\delta = \frac{4\pi}{\lambda} nd \cos\beta$$

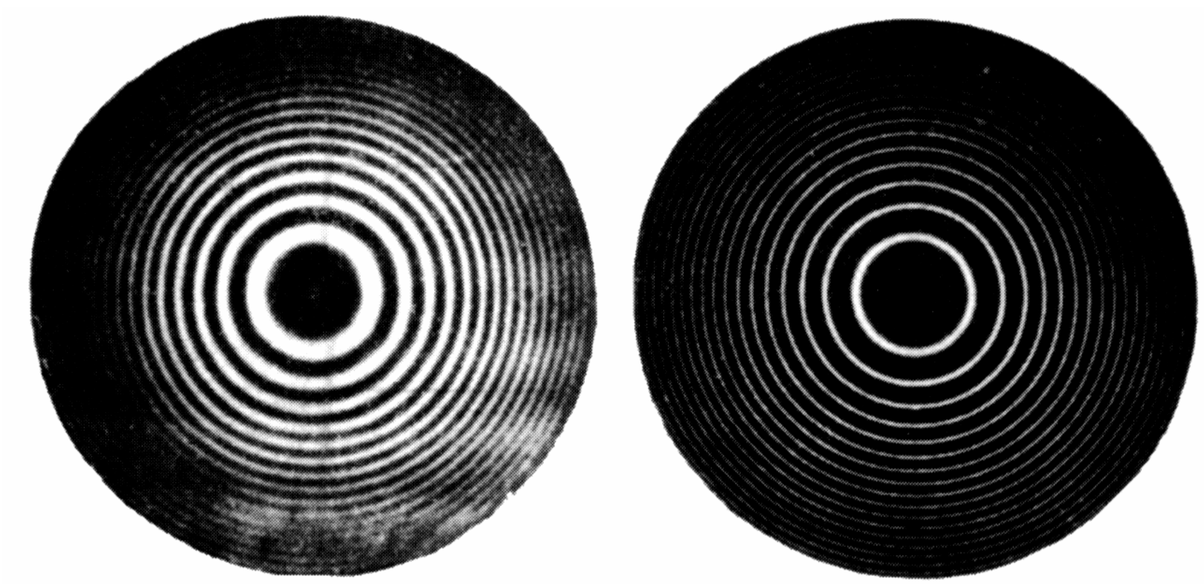


$$I_t = \frac{I_i}{1 + F \sin^2 \dfrac{\delta}{2}}$$

$$F = \frac{4R}{(1-R)^2}$$

R a reflexiós tényező

A soksugaras interferencia sokkal keskenyebb intenzitáseloszlást eredményez mint a kétsugaras interferencia.



(a) (b)

7.14.ábra.

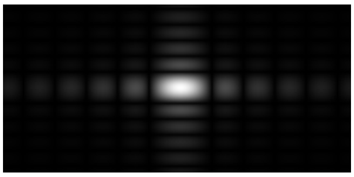
Csíktípusok összehasonlítása: (a) Michelson-interferométerrel, (b) Fabry–Perot-féle interferométerrel létrehozott csíkok 0,8 reflektivitású felületeknél

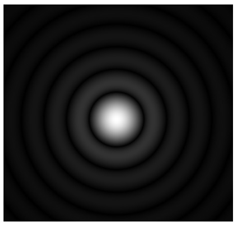
A Fabry-Perot interferométerrel igen nagy felbontás érhető el spektrumok vizsgálatánál!

A fényelhajlás alapjelenségei. Fraunhofer-féle elhajlás. Fraunhofer-féle elhajlás résen, kör alakú nyíláson és optikai rácson

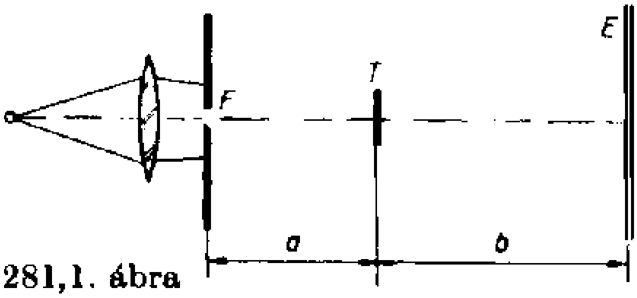
Irodalom [3]: 281-283 §

- A fénysugarakkal leírható egyenes vonalú terjedéstől bizonyos esetekben eltérés mutatkozik: a fény az árnyék zónába is behatol, ahová pedig az egyenes vonalú terjedés szerint **nem** juthatna el. Az árnyékhatár közelében világos és sötét helyek váltakozása figyelhető meg.
- **A fény hullámtermészetének egyik fontos bizonyítéka**

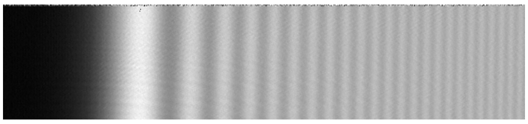

rés


kör alakú nyílás

Kísérleti bemutatása

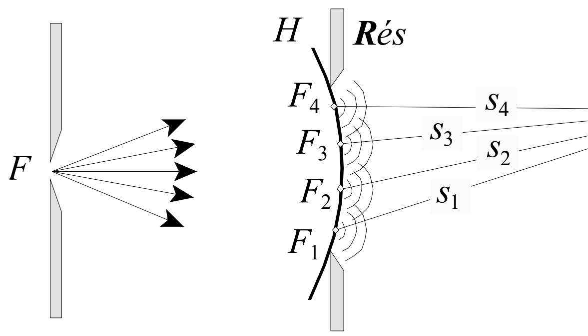


281,1. ábra


él

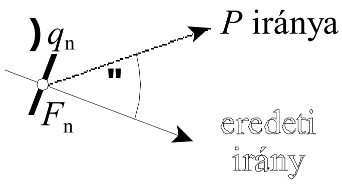
- **Értelmezése: Huygens-Fresnel-féle elv**
  A fényhullámok terjedése során egy hullámfelület minden pontja elemi hullámforrás. Egy későbbi időpontban egy adott helyen megfigyelhető hatást ezen elemi hullámok interferenciája határozza meg.

A Huygens-Fresnel-féle elv szemléltetése



$$E(P)=\sum_n E_n(P)$$

Az elemi hullámok kiszámítása



$$E_n(P)=\frac{E(H)}{s_n}\sin\left[2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{n\,s_n}{\lambda}\right)+\frac{\pi}{2}\right] f(\alpha)\,\Delta q_n$$

- Ezzel a gondolatmenettel eljuthatunk az u.n. ***diffrakciós integrál*** fogalmához.
- A diffrakció elméleti vizsgálata ezen integrál kiszámítását jelenti.

Az elhajlított hullám közelítő kiszámítása:

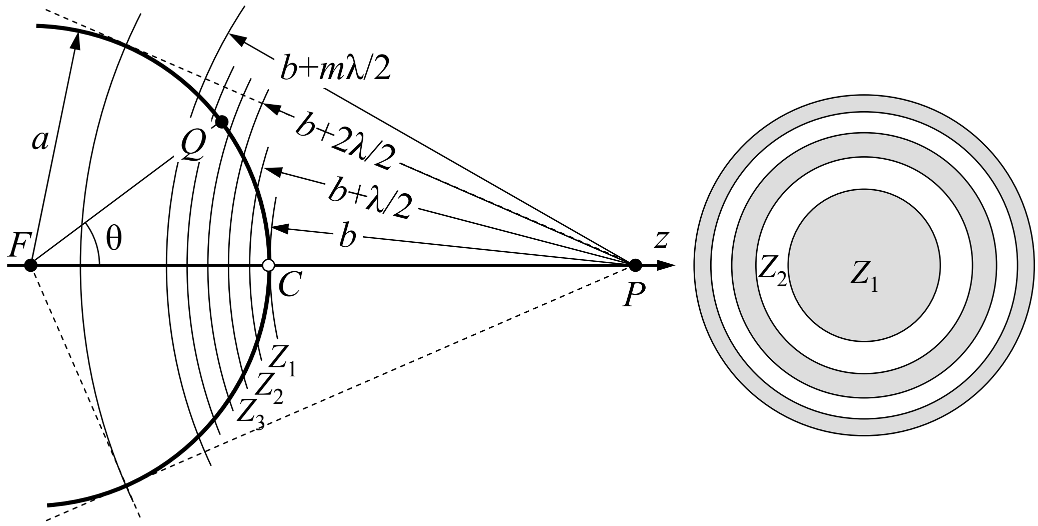
Fresnel-féle zónák

- A hullámfrontot felületdarabokra (zónákra) bontjuk fel úgy, hogy a egyes darabok hatását ki tudjuk számítani.
- **A zónaszerkesztés szabálya**

  A hullámfrontot úgy osztjuk fel zónákra , hogy két szomszédos zónának a megfigyelési ponttól mért távolsága a hullámhossz felével különbözzön.

  Ekkor két szomszédos zóna ellentétes fázisú rezgést kelt a megfigyelési pontban.

Fresnel-féle zónák szerkesztése gömbhullám esetén

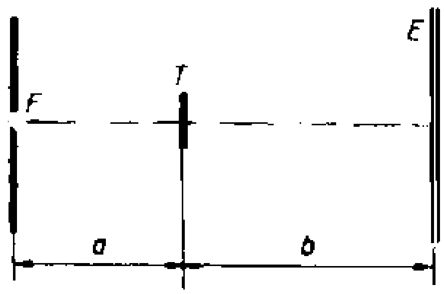


Az elhajlási jelenségek osztályozása

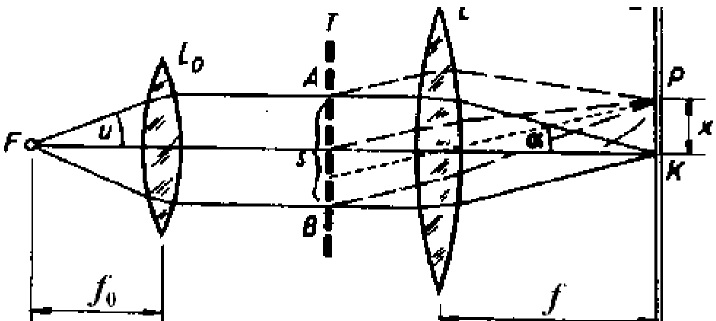
- **Fresnel-féle**

  A fényforrásnak és a megfigyelési helynek az elhajlító tárgytól mért távolsága (*a* és *b*) véges
- **Fraunhofer-féle**

  A fényforrásnak és a megfigyelési helynek az elhajlító tárgytól mért távolsága (*a* és *b*) végtelen (nagyon nagy)



A Fraunhofer-féle elhajlás kísérleti megvalósítása



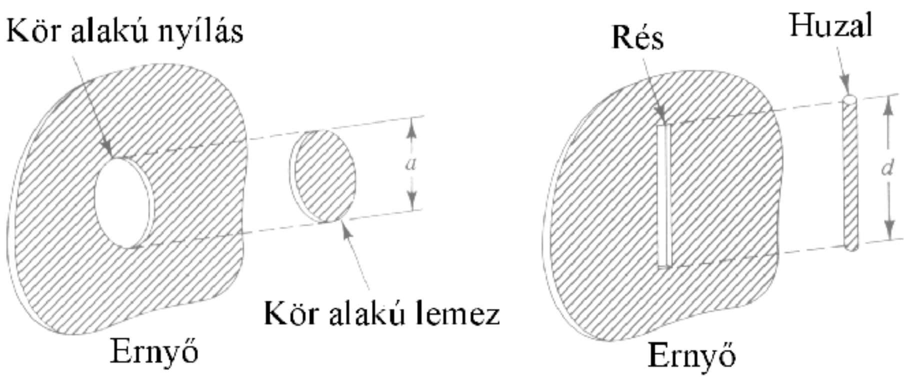
281,11. ábra

Néhány fontosabb akadály

- rés
- él
- kör alakú nyílás
- gyűrű alakú nyílás
- átlátszatlan korong
- kettős rés
- optikai rács
- zónalemez

Babinet-féle elv

Egy elhajlító tárgy és annak komplementere által létrehozott elhajlási jelenségek közötti kapcsolatot fogalmazza meg.

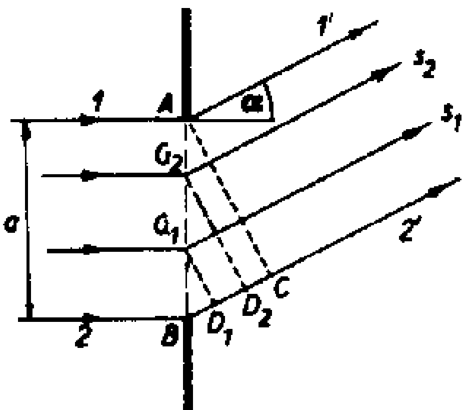


Az elhajlító tárgy és a komplementere által diffraktált fényhullámok együttesen (azaz fényhullámokat összeadva) a zavartalan terjedéshez tartozó fényhullámot adják.

$$E_{\text{zavartalan}} = E_{\text{elhajlított}}^{(\text{nyílások})} + E_{\text{elhajlított}}^{(\text{komplementer nyílások})}$$

Fraunhofer-féle elhajlás résen

A gyengítési és erősítési irányok kiszámítása a Fresnel-zónákkal

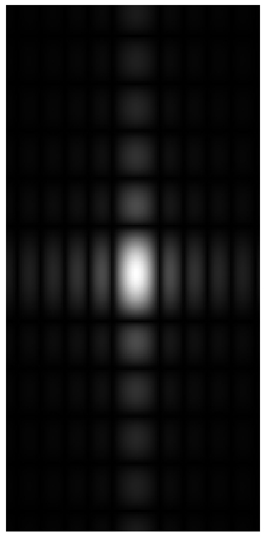


282,1. ábra

$$\overline{BC} = \Delta s_{\max}(\alpha) = a\sin\alpha$$

Fresnel – zónák száma az α irányból nézve:

$$N = \frac{\Delta s_{\max}(\alpha)}{\lambda/2} = \frac{2a\sin\alpha}{\lambda}$$



$$\text{A fényhatás} \begin{cases} \text{gyengítés, ha az } \alpha \text{ irányból nézve a zónák száma páros} \\ \text{erősítés, ha az } \alpha \text{ irányból nézve a zónák száma páratlan} \end{cases}$$

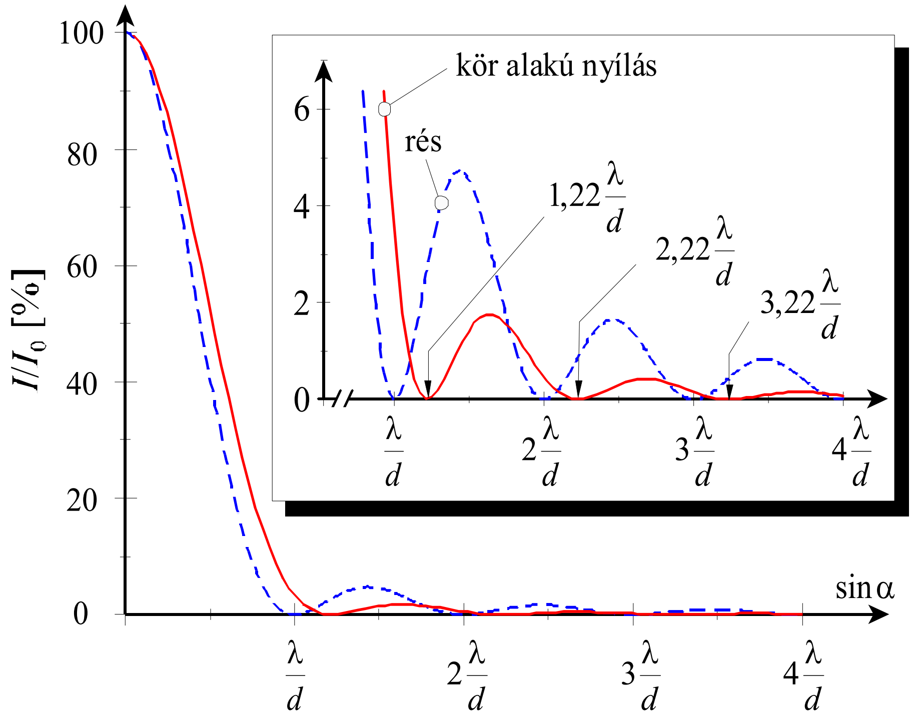
$$\frac{2a\sin\alpha}{\lambda} = \begin{cases} N=2m, \\ N=2m+1, \end{cases}$$

$$\boxed{\begin{array}{lll} \text{gyengítés} & \Leftrightarrow & a\sin\alpha = m\lambda \\ \text{erősítés} & \Leftrightarrow & a\sin\alpha = (m+1/2)\lambda \end{array}}$$

$$(m = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \ldots)$$

Fraunhofer-féle elhajlás kör alakú nyíláson

Intenzitás az elhajlási szög szinuszának függvényében
d átmérőjű környílás és d szélességű rés esetén.



kör alakú nyílás esetén

Az 1. kioltási irányra:

$$\boxed{d\sin\alpha_1 = 1{,}22\,\lambda}$$

rés esetén

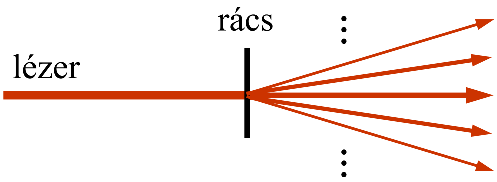
Az 1. kioltási irányra:

$$\boxed{d\sin\alpha_1 = \lambda}$$

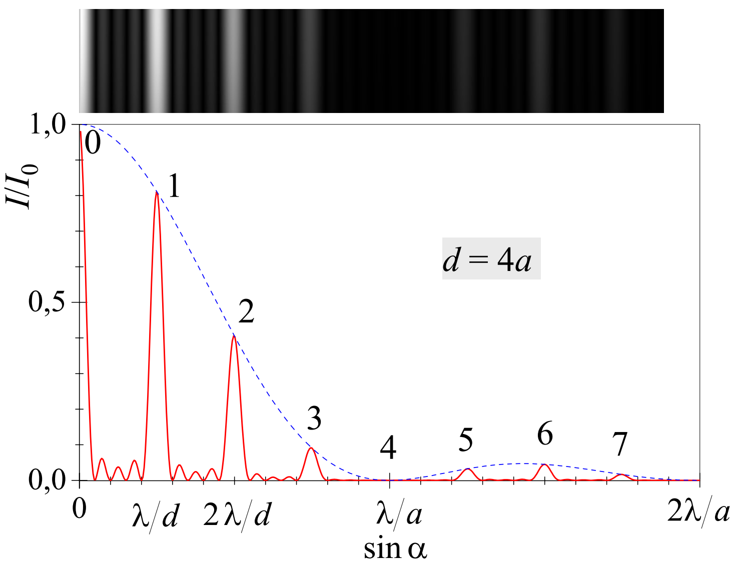
Környílás esetén a mellékmaximumok kisebb intenzitásúak, mint a rés esetén!

Fraunhofer-féle elhajlás optikai rácson

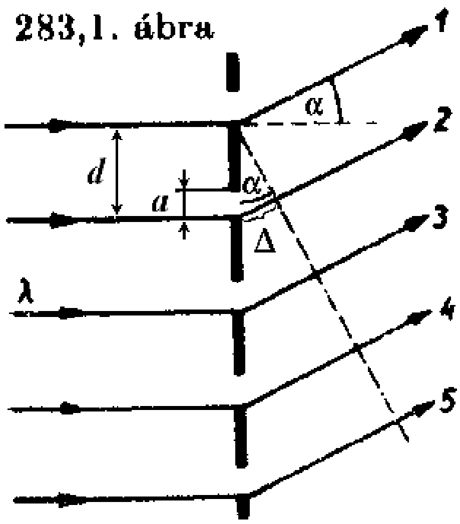
kísérlet



Intenzitás az elhajlási szög szinuszának függvényében



Az erősítés feltételének kiszámítása



$$\Delta = d\sin\alpha$$

Az erősítés feltétele

$$\Delta = m\lambda$$

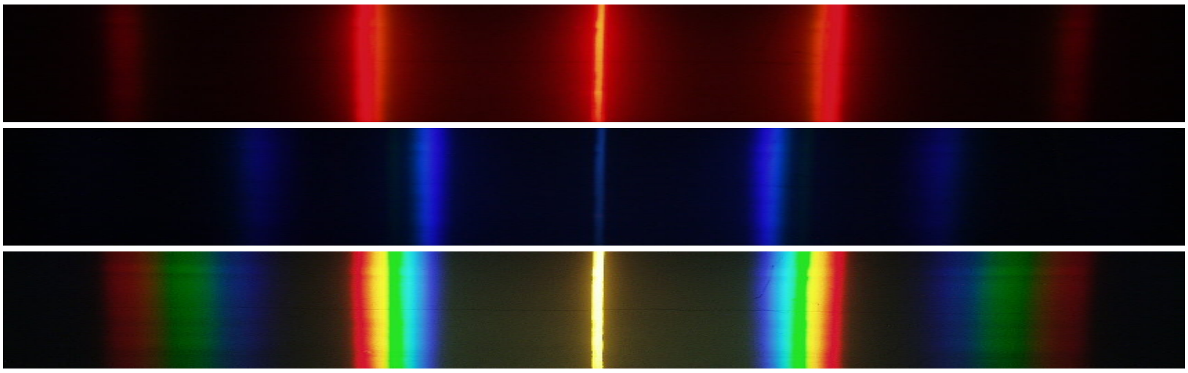
$$(m = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots)$$

$$\boxed{d\sin\alpha_m = m\lambda}$$

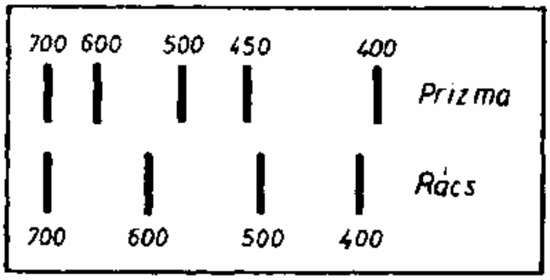
$$d \sin \alpha_m = m \lambda$$

Az eltérítés szöge függ a hullámhossztól!

- Ezért az optikai rács spektroszkópiai eszközökben bontó elemként használható.
- A spektrum (kis szögváltozásokra) lineárisan függ a hullámhossztól, és
- a színkép hossza az interferencia rendjével arányos.



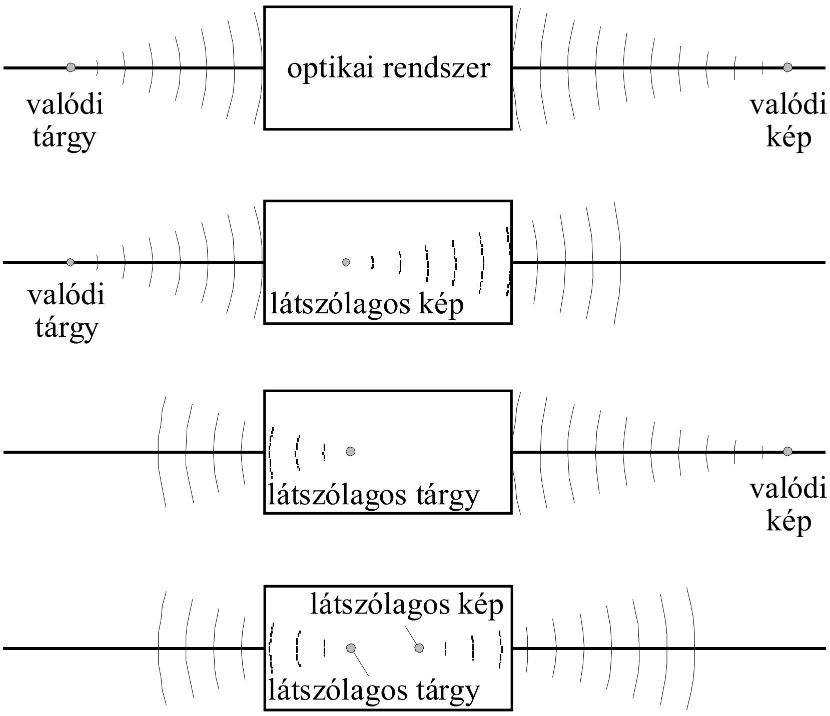
A prizma és a rács által létrehozott spektrum összehasonlítása



Az optikai leképezés hullámelméletéről. Az optikai eszközök felbontóképessége

Irodalom [3]: 285-286 §

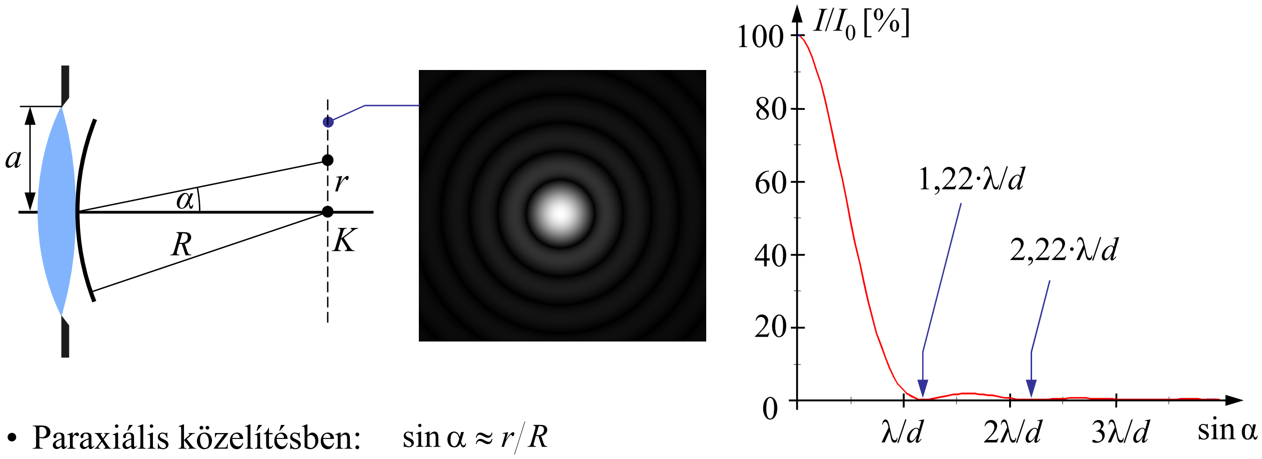
Egy képalkotási hibáktól mentes optikai leképező rendszer – a geometriai optika szerint – pontot pontba képez. A jelenség hullámoptikai értelmezése: egy ideális képalkotó optikai rendszerre gömbhullám esik be, akkor az leképező eszközt szintén gömbhullám hagyja el.



Szemléltetés vízhullámokkal

- A belépő és a kilépő hullámfrontok görbületi sugarát (a fősíkoknál) az $1/f = 1/t + 1/k$ leképezési egyenlet határozza meg.
- A kilépő – legtöbb esetben kör alakú – nyíláson elhajlás lép fel.
- Az elhajlást leíró – Huygens-Fresnel-elvet matematikai alakban kifejező – diffrakciós integrál vizsgálatával megmutatható, hogy ekkor a képsíkbeli intenzitás megegyezik a nyíláshoz tartozó Fraunhofer-féle elhajláshoz tartozó intenzitás mintázattal.

Fraunhofer-féle elhajlás kör alakú nyíláson



- Paraxiális közelítésben: $\sin\alpha \approx r/R$
- Az első sötét gyűrű sugarát jelölje ρ
- Az intenzitást leíró grafikonról leolvasható, hogy

$$\rho/R = 1{,}22\cdot\lambda/d = 0{,}61\cdot\lambda/a \quad \Rightarrow \quad \boxed{\rho = 0{,}61\cdot(R/a)\lambda}$$

- Eredményünk azt mutatja, hogy az elhajlás miatt az ideális leképezés még egy képalkotási hibáktól mentes optikai leképező rendszer esetén sem valósul meg, hiszen a képsíkban egy pontnak egy korong – az ú.n. ***elhajlási korong*** – felel meg, amelynek a sugara

$$\boxed{\rho = 0{,}61\cdot(R/a)\lambda}$$

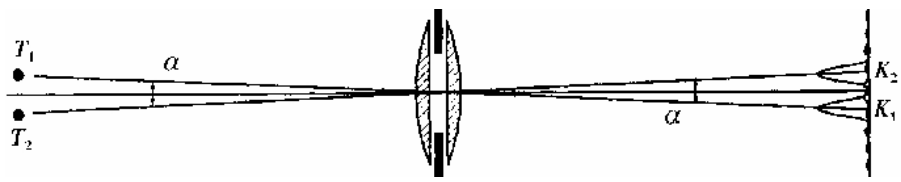
a a kilépő nyílás sugara, R a kilépő nyílást kitöltő hullámfront görbületi sugara, λ a hullámhossz.

Optikai eszközök felbontóképessége

- Optikai leképezés során mikor különböztethető meg két különálló pontszerű tárgy képei?
- Ha két kép megkülönböztethető, akkor azt mondjuk, hogy az optikai eszköz felbontja a két különálló pontszerű tárgyat.
- A geometria optika szerint ideális képalkotás esetén, a felbontásnak elvileg nincsen határa, hiszen a nagyítás növelésével a két pontszerű kép mindig felbontható.
- Valójában az elhajlás és a gyakorlatilag teljesen nem kiküszöbölhető képalkotási hibák mindig korlátozzák a felbontást.

Képalkotó optikai eszköz felbontási határa: Két, még éppen felbontott tárgypont (szög)távolsága.

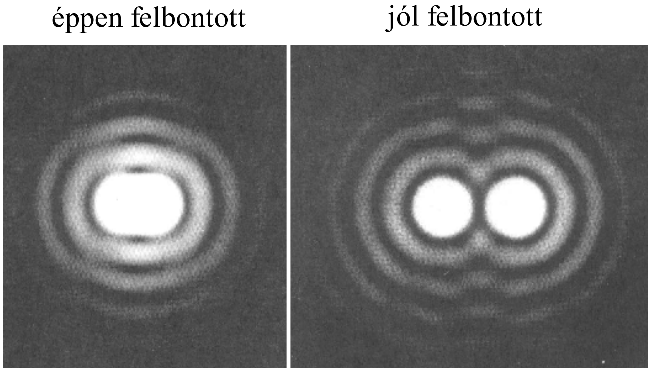
Képalkotó optikai eszköz felbontóképessége: Két, még éppen felbontott tárgypont (szög)távolságának, azaz a felbontási határának a reciproka.



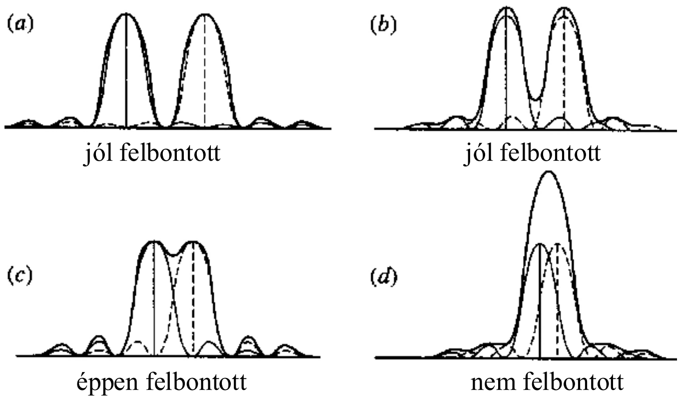
- A képek megkülönböztethetőségét nyílván valamilyen megállapodás alapján tudjuk eldönteni.
- **Rayleigh-féle kritérium:**

  A két tárgypontot felbontottnak tekintjük, ha a képeiknek megfelelő elhajlási korongok közül az egyiknek a középpontja a másik peremére, vagy azon kívülre esik.

  Az intenzitásokkal megfogalmazva, ez azt jelenti, hogy a felbontás határán az egyik kép intenzitás maximuma a másik kép intenzitásának az első zérushelyére esik.

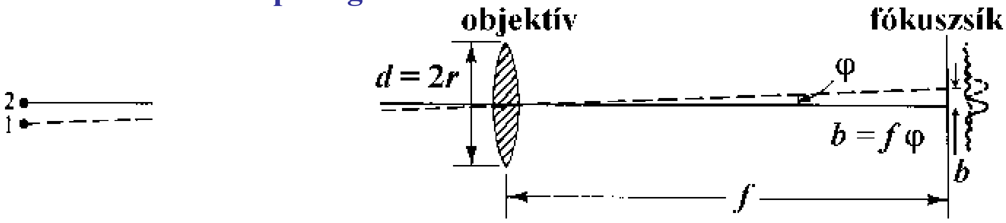


- Mivel a Rayleigh-féle kritérium esetén az intenzitásokat hasonlítjuk össze, nyílván a kritérium, akkor használható amikor a két tárgypont nem koherens fényt sugároz.
- Ez az eset áll fenn többnyire az önállóan világító szokásos fényforrások (pl. izzó, napfény) esetén.
- Így a *távcső*, a *szem* és a *nagyító* szokásos használata esetén a Rayleigh-kritériumot közvetlenül alkalmazhatjuk.



- Koherens megvilágítás esetén további megfontolások szükségesek (Abbe-féle elmélet, stb).

A távcső felbontóképessége



$$b \geq 0{,}61 \cdot (f/r)\lambda$$

$$\varphi = b/f$$

$$\varphi \geq 0{,}61 \cdot \lambda/r$$

a távcső felbontási határa

$$\boxed{\varphi_h = 0{,}61 \cdot \lambda/r}$$

a távcső felbontóképessége

$$\boxed{F = \frac{1}{\varphi_h} = \frac{r}{0{,}61 \cdot \lambda}}$$

Hawaii Mauna Kea csúcson lévő tükrös távcsőnél $d = 10$ m, így $\lambda = 0{,}5$ μm-re

$$\varphi_h = 6{,}1 \cdot 10^{-8} \text{ rad} = 3{,}5 \cdot 10^{-6} \text{ fok} \quad \Rightarrow \quad F \approx 1{,}64 \cdot 10^{7}$$

A szem felbontóképessége

A távcsőnél alkalmazott eljárás a szemre is érvényes, így a felbontás határát és a felbontóképességet ugyanazon formulák írják le.

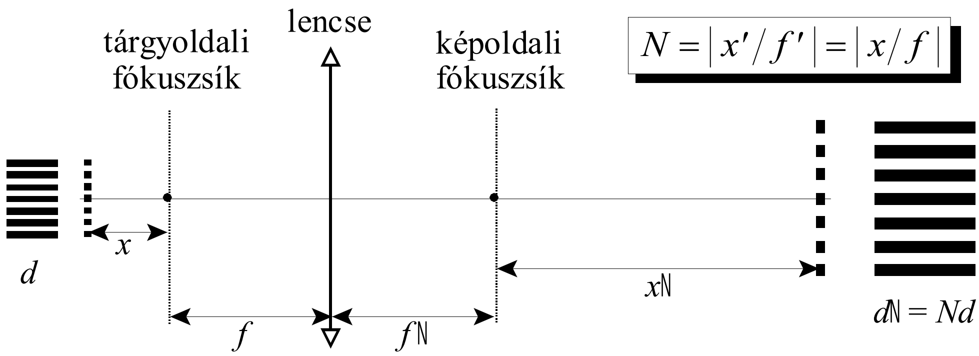
$d = 4$ mm pupilla átmérőre és $\lambda = 0{,}5$ μm-re $\quad \varphi_h = 0{,}153 \text{ mrad} = 0{,}52 \text{ ívperc}$

$$F \approx 6557$$

Valójában az érzékelő sejtek sűrűsége és a leképezési hibák miatt a valódi érték a fizikai határ kétszerese: $\varphi_h = 0{,}3$ mrad = 1 ívperc ! ($F = 3333$).

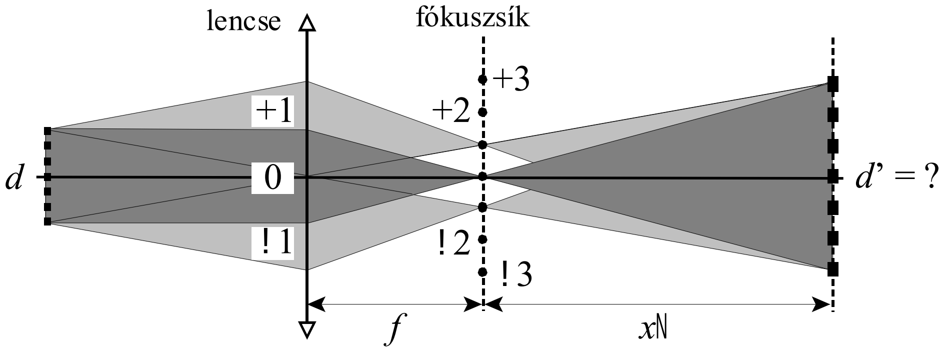
Koherens megvilágítás – Abbe-féle elmélet

- Koherens fénnyel megvilágított *kis méretű tárgy* esetén a fényelhajlás jelentős hatással lehet a képre. Gyakorlatban a mikroszkópot használva találkozhatunk ezzel a problémával.
- Az interferencia miatt előfordulhat, hogy a létre jött kép egyáltalán nem hasonlít a tárgyra!
- Mikor kapunk a tárgyhoz hasonló képet?
- Példa: egy d rácsállandójú rácsot képezünk le egy lencsével, amelynek az adott kép és tárgy síkra vonatkozólag N a nagyítása. Mikor lesz a kép $d' = N \cdot d$ periódusú csíkrendszer?



- A kísérletek azt mutatják, hogy a kép ugyan egy világos-sötét csíkrendszer, de nem minden esetben azonos a tárgy N-szeresére nagyított csíkrendszerével!
- Abbe vizsgálatai szerint bizonyos feltételeknek teljesülnie kell ahhoz, hogy a kép a tárgyhoz hasonló legyen.

- A koherens megvilágítás miatt a tárgyon (itt rácson) áthaladó fénynél elhajlás lép fel.
- A lencse az egy adott irányba haladó párhuzamos fénysugarakat a fókuszsíkjának egy adott pontjába gyűjti össze, így ebben a pontban megfigyelhető fényhatás attól függ, hogy az adott irányba elhajlított fény intenzitása milyen.
- Ez alapján megmutatható, hogy a fókuszsíkbeli intenzitás megegyezik a tárgy által létrehozott Fraunhofer-féle elhajláshoz tartozó intenzitás mintázattal.
- A példabeli rács esetén a fókuszsíkban megjelenik a rácsra jellemző diffrakciós mintázat, amelynek a maximumai olyan α szöggel adott irányban vannak, melyre $d \cdot \sin\alpha = m \cdot \lambda$, ahol $m = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \ldots$ a diffrakció rendszáma.
- Az alábbi ábrán csak a 0, ±1 rendeknek megfelelő párhuzamos sugarakból álló elhajlított fénynyalábokat tüntettük fel, a többi rendszámra csak a maximumok helyét szemléltetjük.



- Azonban a leképezésben nem feltétlenül minden diffrakciós rend vesz részt, például a lencse nyílásának végessége, vagy a fókuszsíkban elhelyezett nyílásrendszer (u.n. *térszűrő*) blokkoló hatása (, vagy egyéb blokkoló hatás) miatt.

- Belátható, hogy a fókuszsíktól tovább terjedő fény a képsíkban ismét egy csíkrendszert hoz létre, azonban a periódusa nem feltétlenül N-szerese a tárgy periódusának!
- Ha a képbeli csíkrendszer periódusa nem N-szerese tárgy periódusának, akkor a képet nem tekinthetjük a tárgyhoz hasonlónak. Ekkor a kép alapján nyílván nem tudjuk megmondani, hogy milyen valójában a tárgy!

Abbe a koherens leképezéssel kapcsolatban a következőket állapította meg:

- Ahhoz hogy a kép a tárgyhoz hasonló legyen szükséges és elégséges, hogy legalább három szomszédos diffrakciós rend (m-1, m, m+1) részt vegyen a leképezésben.

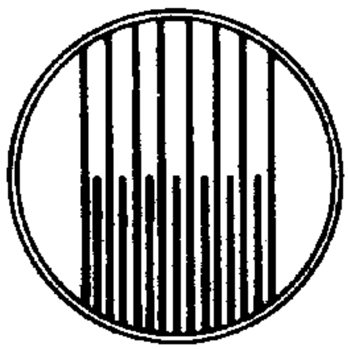
  A *példánkban* a 0 rend mellett szükséges, hogy a ± 1 rendek is áthaladjanak a lencse nyílásán. Ehhez nyílván a d rácsállandó nem lehet kisebb egy bizonyos értéknél, hiszen d csökkenésével az elhajlási szög növekszik, így egy adott rácsállandó alatt a diffrakciós rendek kicsúsznak a lencse nyílásán túlra.
- A kép annál inkább hasonlít a tárgyra, minél több diffrakciós rend vesz részt a leképezésben.

  A *példánkban* a képbeli sötét és világos csíkok közötti ármenet meredekebb lesz a leképezésben résztvevő diffrakciós rendek számának növekedésével. A tárgy esetén ezek az átmenetek ugrásszerűek.
- Két eltérő távolságú tárgybeli pontpár ugyanolyan képsíkbeli elhajlási korong képpárt hozhat létre, amely azt jelenti, hogy legalább az egyik esetben a kép nem hasonló a tárgyhoz!

  A *példánkban* egy $d/2$ rácsállandójú rács esetén például a 0 és ± 1 rendek egybe esnek az eredeti rács 0 és ± 2 rendjeivel. Így, ha az eredeti esetben a képalkotásban a 0 és ± 2 rendek, a feles periódusú rácsnál a 0 és ± 1 rendek vesznek részt, akkor a képsíkban mindkét esetben ugyanazon $Nd/2$ periódusú csíkrendszert kapunk.

Az előbbi megállapítások szemléltetése az Abbe-féle optikai kettős ráccsal.

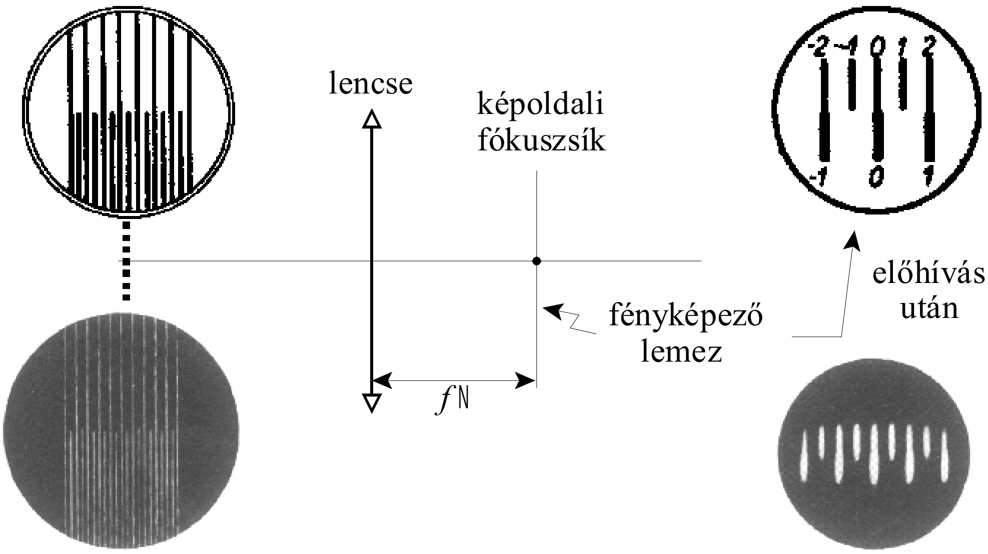
Abbe-féle optikai kettős rács



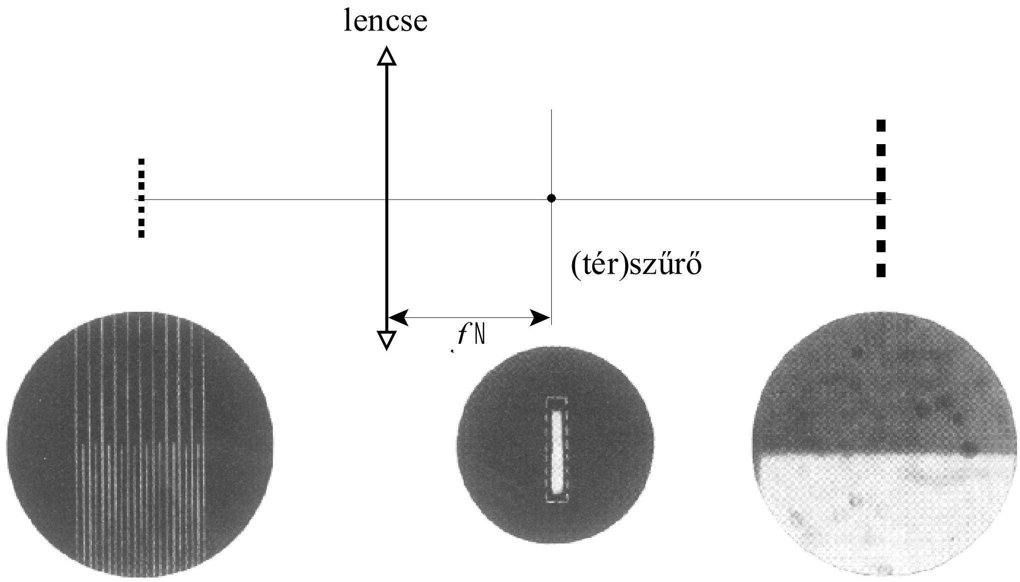
- Olyan optikai rács, melynél a párhuzamos karcolatok alul kétszer sűrűbben helyezkednek el, mint a rács felső részében.

Kísérlet az Abbe-féle optikai kettős ráccsal

- Az ábrán látott elrendezésben a képoldali fókuszsíkba egy fényképező lemezt (filmet) teszünk, akkor előhívás után a lemezen egy csíkrendszert kapunk. Az egyes csíkok mellé írt számok a diffrakciós rendszámot mutatják.

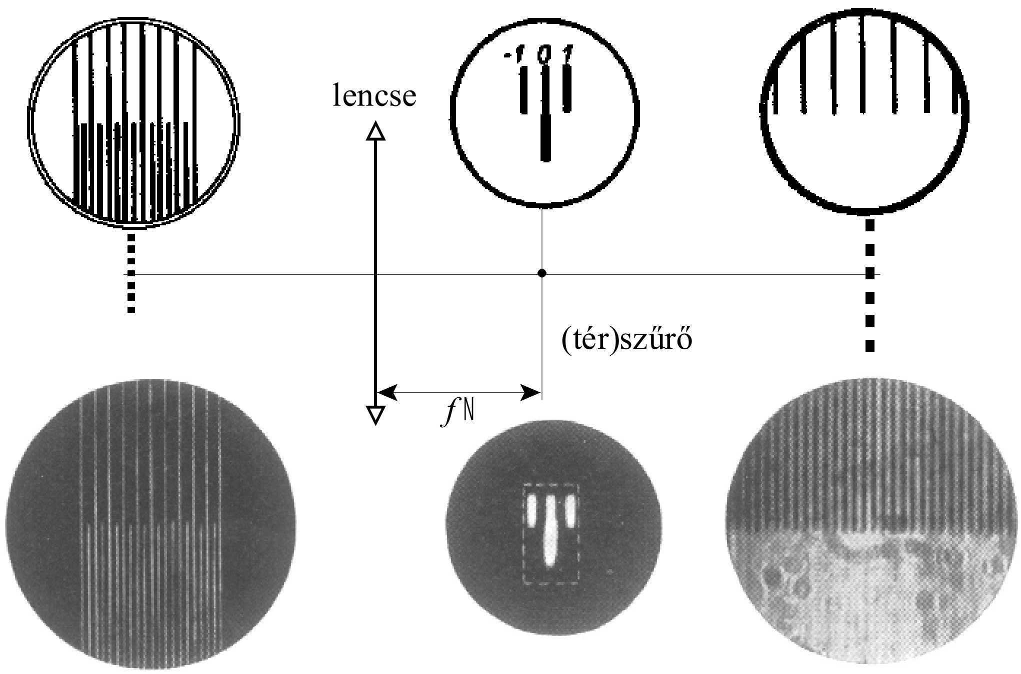


- A fényképező lemez alapján készíthetünk egy nyílásrendszert (térszűrőt), amelyet a fókuszsíkba helyezve, bizonyos diffrakciós rendeket kizárhatunk, míg másokat átengedhetünk.
- Ha olyan szűrőt használunk, amely csak nulladrendeket engedi át, akkor a képsíkban az ábrán látható kép jön létre.



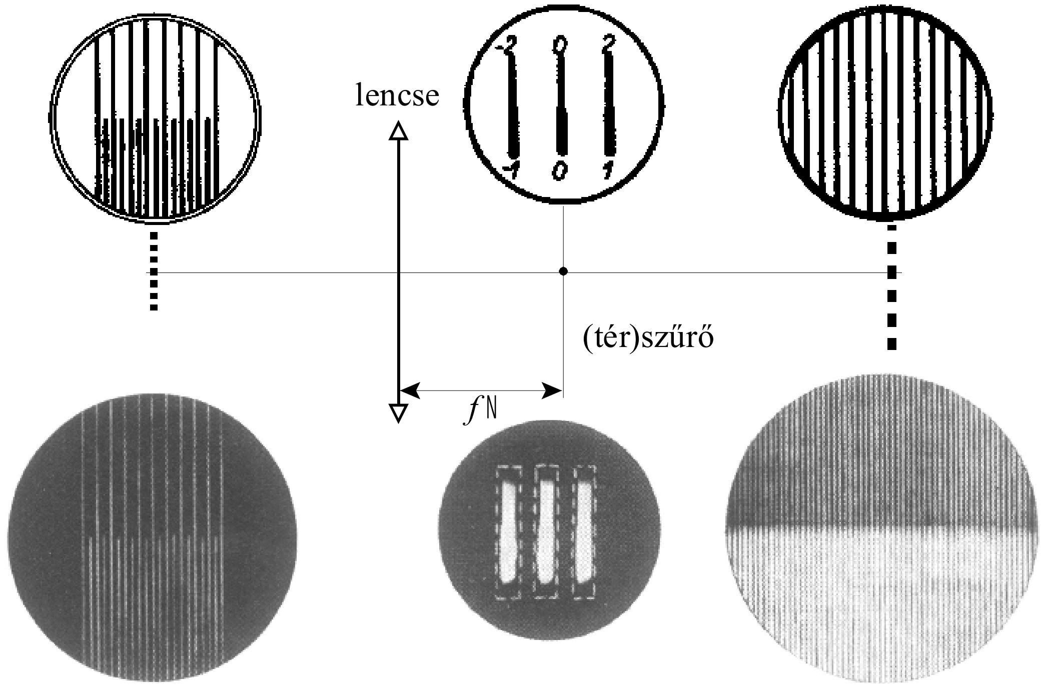
- Látható, hogy a keletkező kép nem hasonlít a tárgyra. Ezt azzal magyarázhatjuk, hogy a nulladrend önmagában nem elegendő a tárgyhoz hasonló képalkotáshoz, ehhez még szükséges két szomszédos diffrakciós (pl. a ±1) rend átengedése is.

- Ha olyan szűrőt használunk amely a felső résznél átengedi a 0 és a ±1 rendeket, az alsó résznél csak 0 rendet engedi át, akkor a képsíkban az ábrán látható kép jön létre.



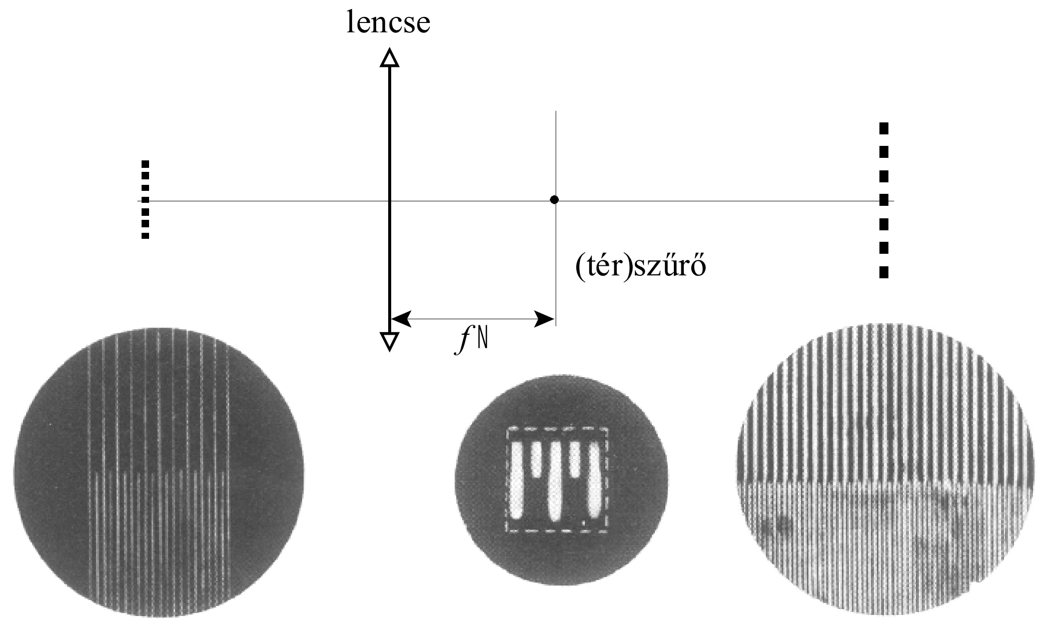
- Látható, hogy a rács felső feléről hasonló képet kaptunk, míg az alsóról nem.

- Ha olyan szűrőt használunk amely a felső résznél átengedi a 0 és a ±2 rendeket, az alsó résznél a 0 és a ±1 rendeket engedi át, akkor a képsíkban az ábrán látható kép jön létre.



- Látható, hogy a képbeli csíkrendszer alul és felül is ugyanolyan periódusú, pedig a hasonló képhez felül kétszer ritkább csíkrendszert kellene kapni.

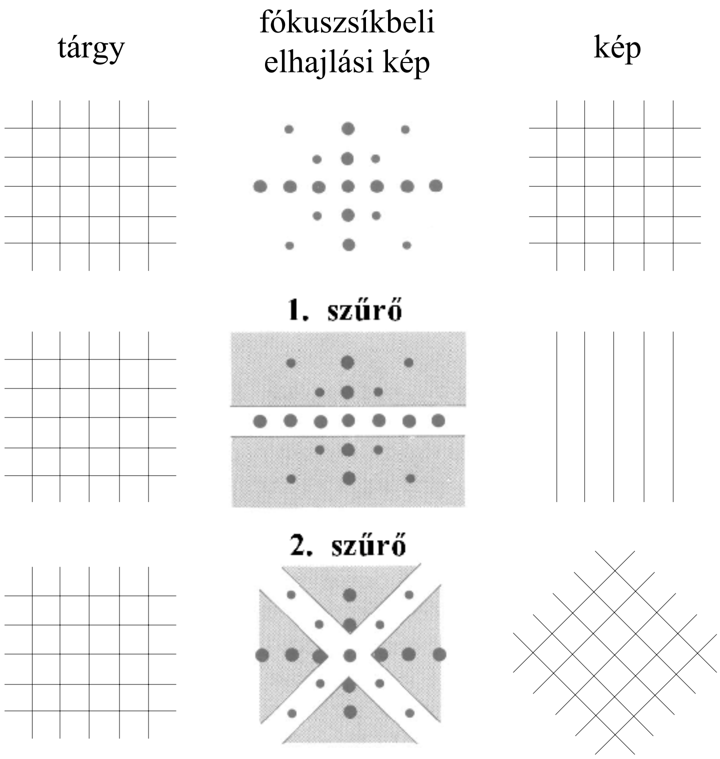
- Ha olyan szűrőt használunk amely a felső résznél átengedi a 0, a ±1 és a ±2 rendeket, az alsó résznél a 0 és a ±1 rendeket engedi át, akkor a képsíkban az ábrán látható kép jön létre.



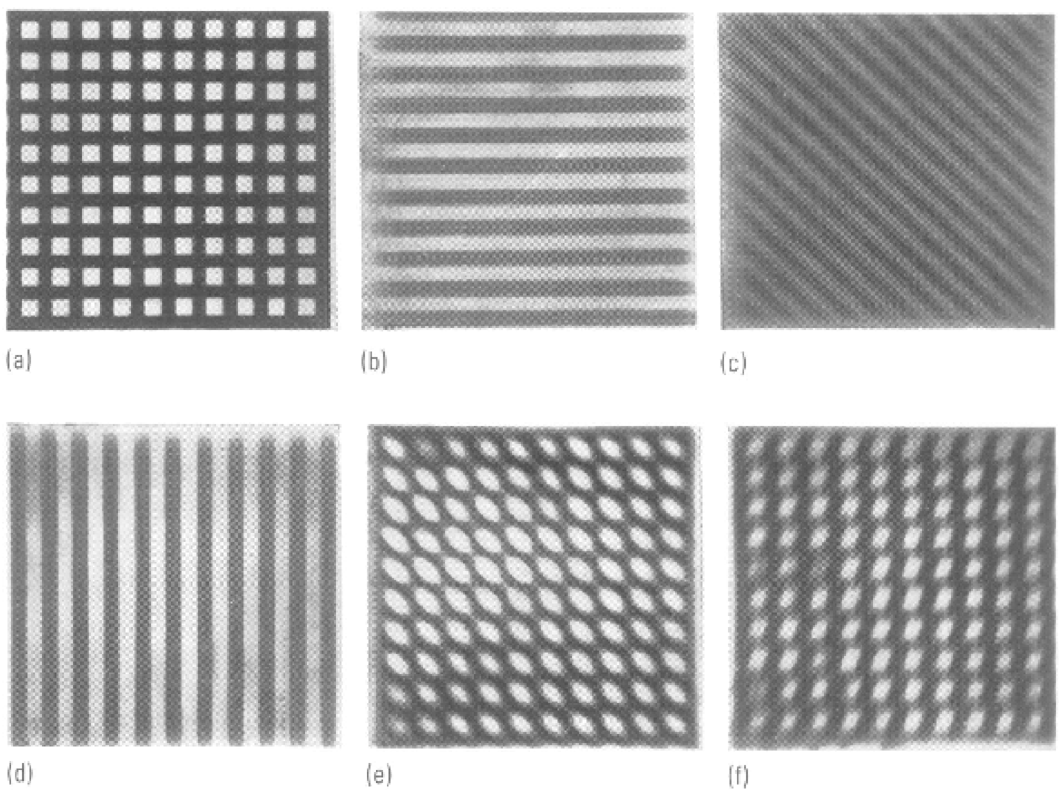
- Látható, hogy a képbeli csíkrendszer hasonló a tárgyhoz és a felső csíkrendszer élesebb mint amikor felül csak a 0, ±1 rendeket engedtük át.
- További magasabb diffrakciós rendek átengedésével a csíkok még élesebbek lesznek és kép még inkább hasonlít a tárgyra.

Az Abbe-féle elmélet további kísérleti szemléltetése

- Egy lencsével egymásra merőleges csíkokból álló tárgyat képezünk le.
- Szűrő nélkül (azaz sok diffrakciós rendet átengedve) az első sorban látható képet kapjuk.
- Ha a fókuszsíkba az 1. és a 2. térszűrőt helyezzük, akkor a következő képeket kapjuk.



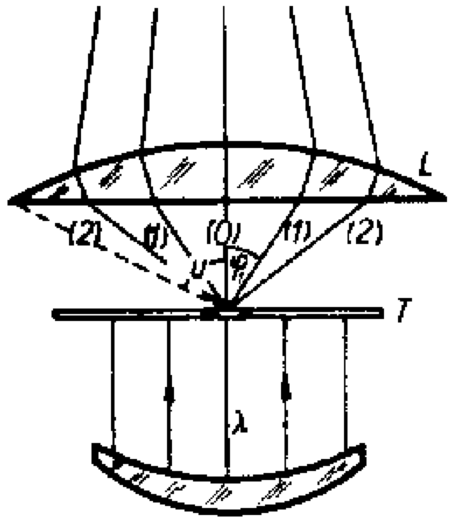
- Egy lencsével egymásra merőleges csíkokból álló tárgyat képezünk le (a).
- A fókuszsíkba egy keskeny forgatható rést helyezünk.
- A rés forgatásával a (b), (c), …, (f) képeket kapjuk.



A mikroszkóp felbontóképessége

koherens megvilágítás

- A mikroszkóppal vizsgált – felbontani kívánt – tárgy szerkezetének lineáris méretét jelölje *d*.
- A koherens megvilágítás miatt a tárgyon elhajlás lép fel. Az diffrakciós rendek φ_m elhajlási szögét a $d \cdot \sin\varphi_m = m \cdot \lambda$ egyenletből számíthatjuk ki.
- Az Abbe-féle elmélet alapján, ahhoz, hogy a tárgyhoz hasonló képet kapjunk, legalább a 0 és a ±1 elhajlási rendeknek át kell menniük az objektíven.
- Ehhez nyílván az szükséges, hogy a ±1 elhajlási rendek az objektív apertúráján (nyílásán) belülre essenek, azaz – az ábra jelöléseit használva –



$$u \geq \varphi_1 \,.$$

$$\left.\begin{aligned} \sin u &\geq \sin\varphi_1 \\ d \cdot \sin\varphi_1 &= 1 \cdot \lambda \end{aligned}\right\} \Rightarrow \sin u \geq \lambda / d$$

A felbontás határán: $\sin u = \lambda / d$

$$F = \frac{1}{d} = \frac{\sin u}{\lambda} = \frac{n \sin u}{\lambda_0} \,,$$

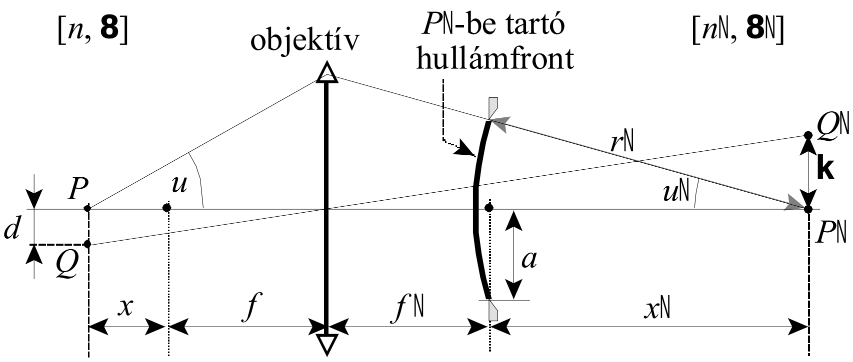
ahol n az objektív és a tárgy közötti közeg törésmutatója,

λ_0 a vákuumbeli hullámhossz.

$$\boxed{F = \frac{n \cdot \sin u}{\lambda_0}}$$

inkoherens megvilágítás

- A mikroszkóppal vizsgált – felbontani kívánt – tárgy szerkezetének lineáris méretét jelölje *d*.
- *P* és *Q* pontok képei *P*’ és *Q*’.



- A Rayleigh-féle kritérium alapján, a felbontás határán a *Q*’ éppen *P*’-höz tartozó elhajlási korong peremére esik, így a felbontás határán

$$\rho = 0{,}61 \cdot \lambda' \frac{r'}{a} = \frac{0{,}61 \cdot \lambda'}{\sin u'}$$

Az aberráció mentes leképezésre teljesül a szinusz-feltétel:

$$d \cdot n \cdot \sin u = \rho \cdot n' \cdot \sin u'$$

$$\Rightarrow \rho = \frac{0{,}61 \cdot \lambda'}{\dfrac{d \cdot n \cdot \sin u}{\rho \cdot n'}} = \frac{0{,}61 \cdot \lambda'}{d \cdot n \cdot \sin u} \rho \cdot n'$$

azaz $\dfrac{0{,}61 \cdot \lambda'}{d \cdot n \cdot \sin u} \cdot n' = 1$

Így a felbontóképesség: $F = \frac{1}{d} = \frac{n \cdot \sin u}{0{,}61 \cdot \lambda' \cdot n'} = \frac{n \cdot \sin u}{0{,}61 \cdot \lambda_0}$

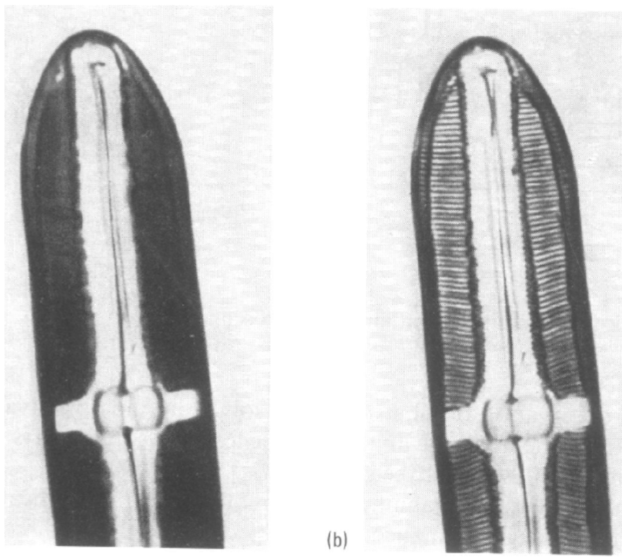
$$\boxed{F = \frac{n \cdot \sin u}{0{,}61 \cdot \lambda_0}}$$

- Látható, hogy a két (koherens és inkoherens) eset azonos nagyságrendű eredményre vezet, hiszen csak a nevezőben lévő 0,61 szorzótényezőben különböznek!

- A számlálóban lévő $n \cdot \sin u$ mennyiséget az objektív *numerikus apertúrájának* nevezik, és az objektív egyik fontos értékmérője!
- A felbontóképesség a numerikus apertúrával arányosan nő, ezért nagyobb felbontóképesség eléréséhez nagy numerikus apertúrájú objektív használata szükséges.
- Mivel a törésmutató tipikus értéke 1 és 1,5 közé esik és $\sin u \leq 1$, a feloldás határáról (vagyis a még éppen felbontott pontok távolságáról) megállapíthatjuk, hogy a megvilágító fény vákuumbeli hullámhosszával azonos vagy annál nagyobb nagyságrendű.
- Ebből arra következtethetünk, hogy rövidebb hullámhosszúságú fényt alkalmazva finomabb részleteket tudunk felbontani!

Egy alga mikroszkóppal készített képe 1000-szeres nagyításban

vörös fénnyel készítve (8 = 680 nm) | **kék fénnyel készítve (8 = 458 nm)**

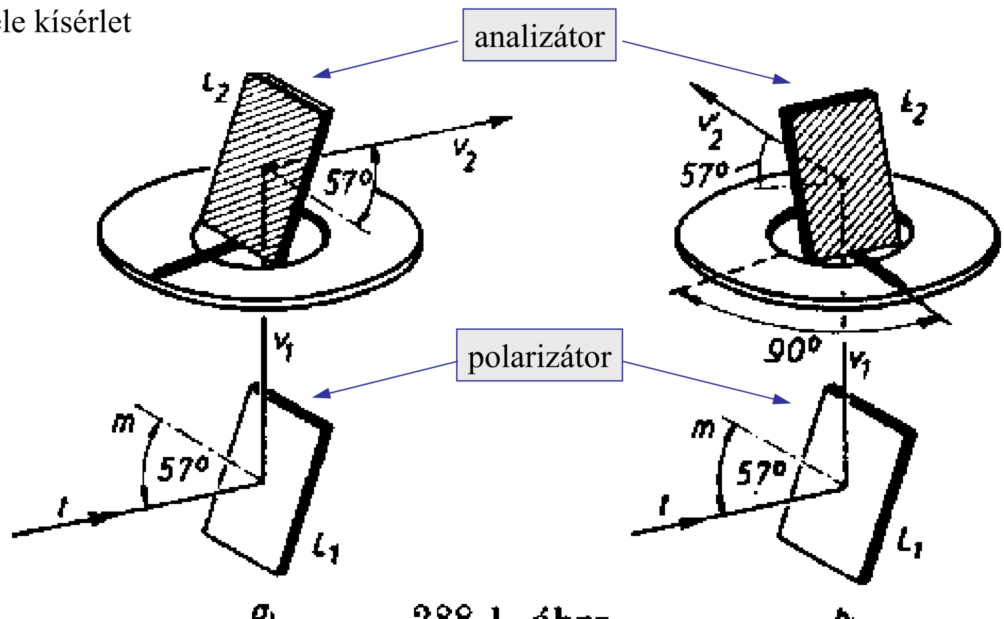


Polarizáció. Kettőstörés, dikroizmus, optikai aktivitás. Polarizátorok, a fény polarizációján alapuló eszközök

Irodalom [3]: 288-291 §

A fény polarizációja, polarizáció visszaverődésnél

- Malus-féle kísérlet



288,1. ábra

A kilépő J_φ és a beeső J_0 fényintenzitások közötti viszonyt a Malus-féle törvény írja le:

$$\boxed{J_\varphi = J_0 \cos^2 \varphi}$$

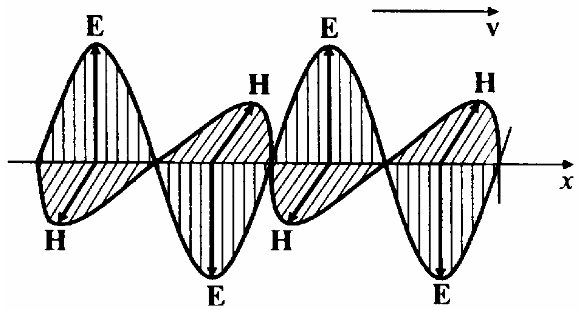
- A Malus-féle kísérlet azt mutatja, hogy a fény polarizálható.
- A fény polarizálhatósága azt mutatja, hogy a fény transzverzális hullám.
- A fényhullámok transzverzális természete a Maxwell-féle egyenletekből levezethető, ami azt mutatja, hogy az elektromágneses fényelmélet számot ad a polarizációról is.

Példák poláros fényhullámra (síkhullámok)

- Lineárisan poláros fény

$$\vec{E} = E_0 \sin\left[\omega\left(t - \frac{x}{c}\right) + \alpha\right]\vec{e}_y$$

$$\vec{H} = H_0 \sin\left[\omega\left(t - \frac{x}{c}\right) + \alpha\right]\vec{e}_z$$



az elektromos és mágneses térerősségek merőlegesek egymásra és a terjedési irányra, és két egymásra merőleges, a terjedési irányon átfektetett síkban rezegnek.

rezgési sík: az a sík, amelyben az ***E*** vektor rezeg.

polarizációs sík: a rezgési síkra merőleges sík (***H*** vektor síkja).

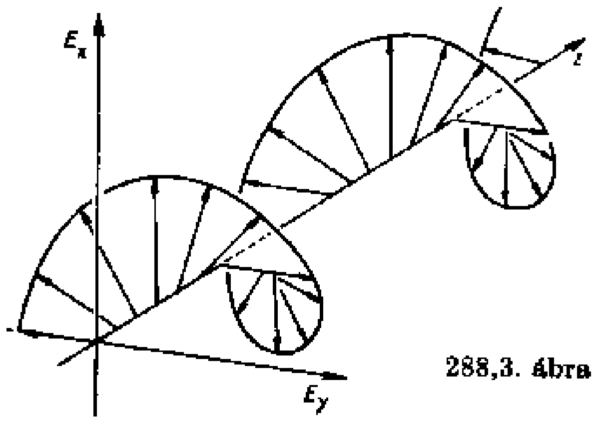
Két egymásra merőleges rezgési síkú, 0° vagy 180° fáziskülönbségű (δ = 0; π) lineárisan poláros fény összege szintén lineárisan poláros fényt eredményez.

- Ellipszisben poláros fény

Az ***E*** és ***H*** vektorok a terjedési irányra merőleges síkokban lévő ellipszis mentén körbe forog.

A különböző síkokban a forgásban a síkok távolságának megfelelően fáziskülönbség van.

Két egymásra merőleges rezgési síkú lineárisan poláros fény összegének tekinthető.



288,3. ábra

- Körben poláros fény poláros fény

Az ellipszisben poláros fény speciális esete: az ellipszis kis- és nagytengelye egyenlő ($a = b$).

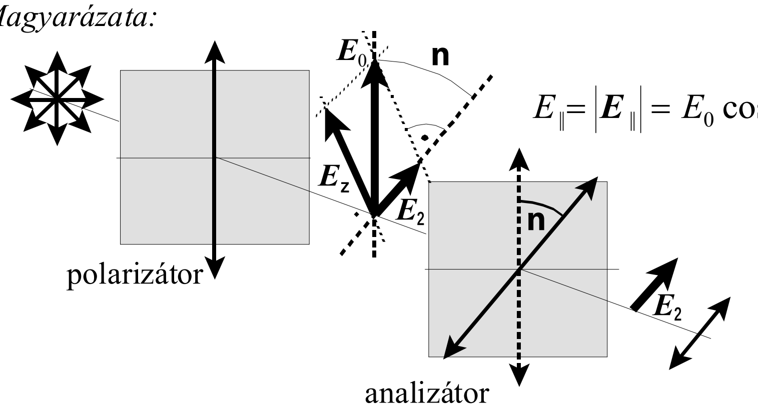
Két azonos amplitúdójú és 90° vagy 270° fáziskülönbségű és egymásra merőleges rezgési síkú lineárisan poláros fény összege ($A_x = A_y$ és $\delta = \pi/2$; $3\pi/2$).

Természetes fény

- A fényforrások egy jelentős részének a közvetlen fénye nem poláros.
- Az ilyen fényt természetes fénynek nevezik.
- *Magyarázata*: A fényforrást alkotó nagy számú atom egyenként ugyan poláros hullámvonulatot sugároz, azonban ezek rezgései síkja teljesen rendezetlenül, igen gyorsan változik, így a lehető legrövidebb mérési időre is egyetlen sík sem lehet kitüntetett.

$J_\varphi = J_0 \cos^2 \varphi$

Magyarázata:



$$E_\parallel = |\boldsymbol{E}_\parallel| = E_0 \cos\varphi$$

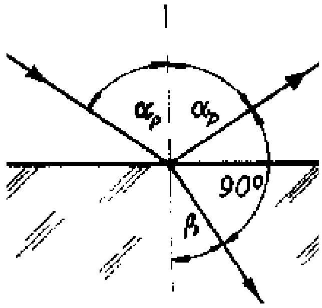
- A polarizátor csak egy adott rezgési síkba eső fényhullámot engedi át, azaz a természetes fény rendezetlen rezgési síkjai közül kiválaszt egyet (vagyis polarizálja a fényt).
- A polarizátorhoz képest φ szöggel elforgatott analizátor ugyancsak az általa kijelölt síkba eső térerősség komponenst engedi át. Az átengedett térerősségből az intenzitás már kiszámítható:

$$J_\varphi = \frac{E_\parallel^2}{2Z} = \frac{(E_0\cos\varphi)^2}{2Z} = \frac{E_0^2}{2Z}\cos^2\varphi = J_0\cos^2\varphi$$

Brewster-féle szög (polarizációs szög)

- A tapasztalat szerint, ha egy átlátszó közegre természetes fény esik, és a megtört és a visszavert sugarak egymásra merőlegesek, akkor a visszavert fény lineárisan poláros, és a rezgési síkja merőleges a beesési síkra (*Brewster törvénye*).
- Ezt a beesési szöget nevezik Brewster-féle (vagy polarizációs) szögnek.

$$n = \frac{\sin\alpha_p}{\sin\beta} = \frac{\sin\alpha_p}{\sin(90° - \alpha_p)} = \frac{\sin\alpha_p}{\cos\alpha_p} = \mathrm{tg}\,\alpha_p$$



$$\boxed{\mathrm{tg}\,\alpha_p = n}$$

- A Malus-féle kísérletnél használt üveglemezre a polarizációs szög 57°. Éppen ezért 57°-os a beesési szög a kísérletnél!

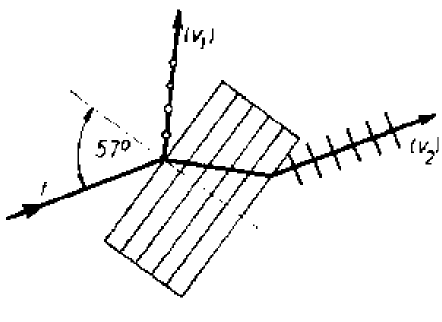
Polarizáció törésnél

- Brewster-törvénye alapján azt várhatnánk, hogy a közegbe behatoló fény is olyan lineárisan poláros lesz, amelynek a rezgési síkja a beesési sík.
- A tapasztalat azonban azt mutatja, hogy a polarizációs szög alatt beeső természetes fény esetén a közegbe behatoló fény csak *részlegesen poláros*. Egy analizátort forgatva maximális fényintenzitást kapunk a beesési síkkal párhuzamos állásnál, míg minimális intenzitást erre merőleges állású (keresztezett) analizátorra.
- Az átmenő fény polarizációjának fokát a Q polarizációs fokkal jellemezzük:

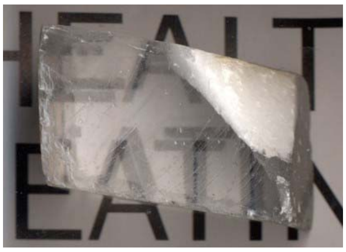
$$Q = \frac{J_{max} - J_{min}}{J_{max} + J_{min}},$$

ahol J_{max} és J_{min} az analizátor forgatásakor mért maximális és minimális intenzitás. Látható, hogy $0 \le Q \le 1$, és természetes fényre $Q = 0$, lineárisan poláros fényre $Q = 1$.

- Az átmenő fény polarizációs foka további töréseknél mindig növekszik, így egyre inkább megközelíti az 1 értéket.
- Így az ábrán látható üveglemez-sorozattal gyakorlatilag az átmenő fény is lineárisan polárossá tehető.



Kettős törés



- Bizonyos átlátszó kristályos anyagon (például mészpát [$CaCO_3$] kristályon) keresztül nézve kettős képet látunk.
- A jelenséget *kettős törésnek* nevezzük, és úgy magyarázzuk, hogy a tárgy bármely pontjából kiinduló fénysugár a kristályon való áthaladáskor, két különbözőképpen megtört sugárra bomlik.
- Egy polarizátorral könnyen megmutatható, hogy a két különböző irányba megtört sugár mentén terjedő fény egymásra merőleges rezgési síkokban lineárisan poláros.
- A kettős törés mélyebb oka a kristályok szerkezetében rejlő *anizotrópia*, amely azt jelenti, hogy a fizikai tulajdonságok szempontjából az irányok nem egyenértékűek. Azaz bizonyos fizikai mennyiségek irányfüggőek lehetnek.
- Anizotrop kristályban a hullámfront elemi hullámforrásnak tekinthető pontjai két egymásra merőlegesen poláros elemi fényhullámot sugároznak ki, melyek terjedési sebessége – az anizotrópia miatt – függ a polarizáció irányától és a terjedési iránytól is.

Ordinárius és extraordinárius sugarak

- A kísérletek azt mutatják, hogy a két különbözőképpen törő sugár nem minden esetben követi a szabályos törést általában leíró *Snellius-Descartes-féle törvényt*!
- A Snellius-Descartes-féle törvényt követő sugarakat *rendes* vagy *ordinárius* sugaraknak nevezzük. Ezek sugarak szabályosan viselkednek, terjedési sebességük nem irányfüggő.
- A Snellius-Descartes-féle törvényt nem követő sugarakat *rendellenes* vagy *extraordinárius* sugaraknak nevezzük. Ezek terjedési sebessége irányfüggő.

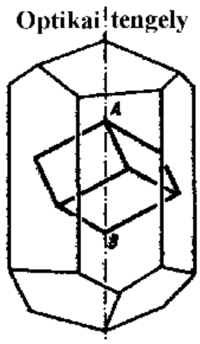
Optikai tengely és főmetszet

- Bizonyos irányokra a kristályban terjedő két egymásra merőlegesen poláros hullámok terjedési sebessége megegyezik. Ezekkel az irányokkal párhuzamos bármely egyenest *optikai tengelynek* nevezzük. Bármely az optikai tengelyt tartalmazó síkot *főmetszetnek* nevezünk.
- A tapasztalat szerint a kettősen törő anyagoknak optikailag két fajtája van:

  Az u.n. *egytengelyű kristályoknak* egy, a fenti tulajdonsággal rendelkező irány található. Ezekre *a két sugár közül az egyik ordinárius, míg a másik extraordinárius sugár*.

  Az u.n. *kéttengelyű kristályoknál* kettő, a fenti tulajdonsággal rendelkező irány található. Ekkor *mindkét sugár extraordinárius*.

  - A példaként említett mészpát kristály egytengelyű. A hexagonális kristálytani rendszerbe tartozó mészpát könnyen hasítható romboéderekre. Az ábrán *A* és *B* jelöli azokat csúcsokat, ahol a rombuszlapok élei tompaszögben találkoznak. A mészpát kristály esetén az optikai tengely irányát az *AB* egyenes jelöli ki.



- Mind az ordinárius, mind az extraordinárius sugarakra definiálhatjuk a törésmutatót a szokásos definícióval:

$$n_o = c/v_o\,, \qquad n_{eo} = c/v_{eo}\,,$$

ahol v_o és v_{eo} a fázissebesség az ordinárius és extraordinárius sugarakra, c a vákuumbeli fázissebesség. Mivel az extraordinárius sugarakra a fénysebesség irányfüggő, így az ezekre vonatkozó törésmutató szintén irányfüggő.

- Nyílván az optikai tengely irányában a két fajta sugárra vonatkozó törésmutató megegyezik.

A kettős törés magyarázata Huygens elve alapján

- Az kristálybeli *O* pontban lévő hullámforrásból két egymásra merőlegesen lineárisan poláros fényhullám indul ki, ezek közül legalább az egyiknek a terjedési sebessége irányfüggő!
- Az egyszerűség kedvéért tekintsünk egytengelyű kristályt!

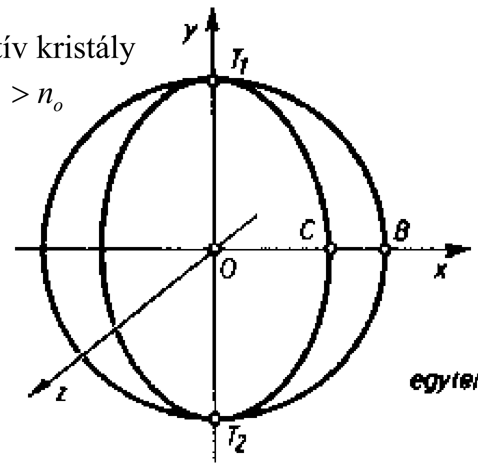
  Ekkor az ordinárius sugarakra a terjedési sebesség nem irányfüggő, így az *O* pontban keltett zavar egy adott idő alatt az *OB* sugarú gömbfelületre ér.

  Az irányfüggő terjedési sebességű extraordinárius sugarakra, az *O* pontból kiinduló zavar ugyanezen idő alatt – itt nem részletezett elméleti megfontolásokkal indokolhatóan – egy forgási ellipszoidra jut el. Az ellipszoid forgástengelye a kristály optikai tengelye.

  A két fajta hullámfelület az optikai tengelyen érintkezik (T_1 és T_2 pontok).

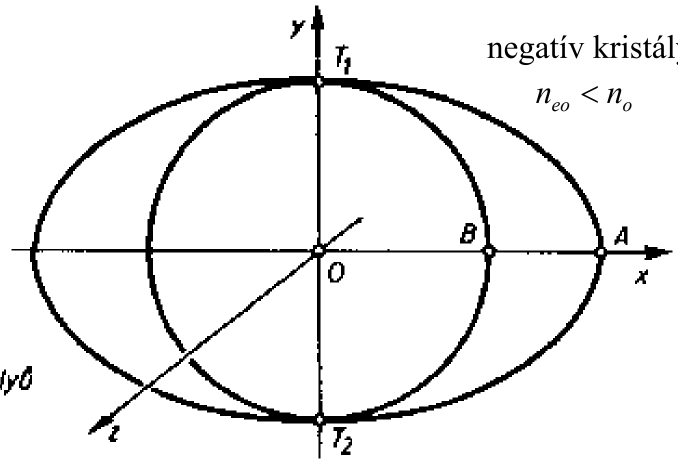
pozitív kristály

$n_{eo} > n_o$



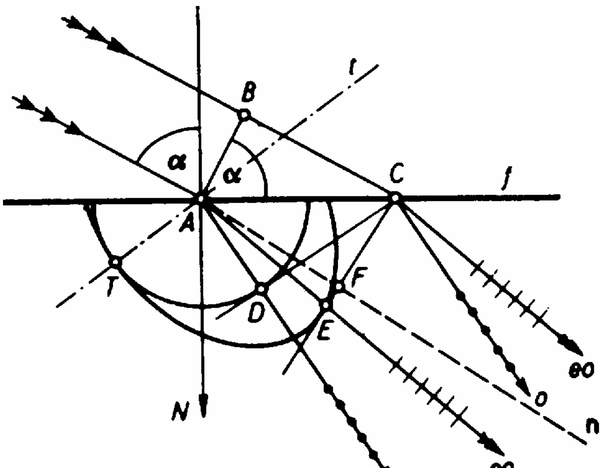
negatív kristály

$n_{eo} < n_o$



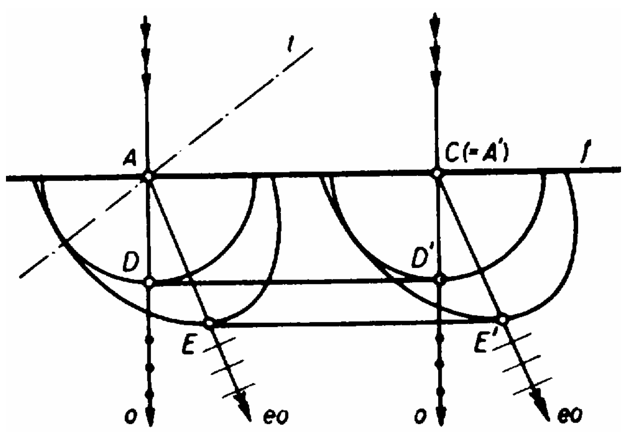
Síkhullám kettős törése egytengelyű kristályban

ferde beesés



290,7. ábra a)

merőleges beesés



290,7. ábra b)

- A sugarak és hullámfelület normálisa különböző irányú, így az energia és a hullámfelületek eltérő irányban terjednek!
- Ha a fény az optikai tengelyre merőlegesen esik be, akkor a két sugár nem válik ketté, így ekkor látszólag nincs kettős törés! Azonban a fény az *o* és az *eo* sugarak mentén eltérő sebességgel terjed, így a két hullám között fáziskülönbség lép fel!

- Az előbb tárgyalt „természetes” kettős törésen kívül más esetekben is felléphet kettős törés. Ekkor az eredetileg izotróp anyag valamilyen külső fizikai hatásra anizotróppá válik.

A kettős törés egyéb esetei

- Feszültségi kettős törés (mechanikai feszültség)
- Elektromos kettős törés (Kerr-féle effektus)

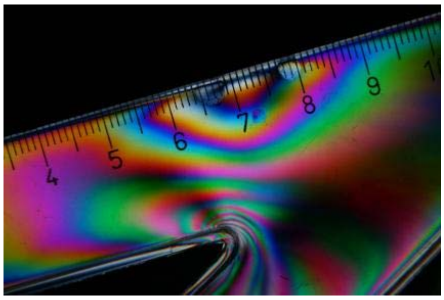
$$n_{eo} - n_o = K_\lambda \cdot \lambda \cdot \vec{\boldsymbol{E}}^2$$

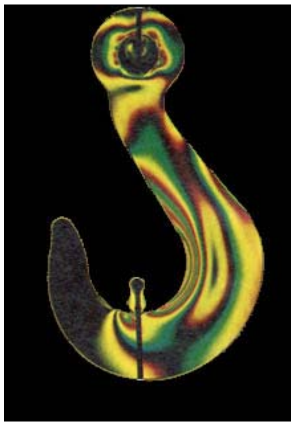
- Mágneses kettős törés (Cotton-Mutton-féle effektus)

$$n_{eo} - n_o = C_\lambda \cdot \lambda \cdot \vec{\boldsymbol{H}}^2$$

- Áramlási kettős törés
- Pockel-effektus

  Néhány egytengelyű kristály (pl. KDP) az optikai tengelyével azonos elektromos tér hatására kéttengelyű válik.



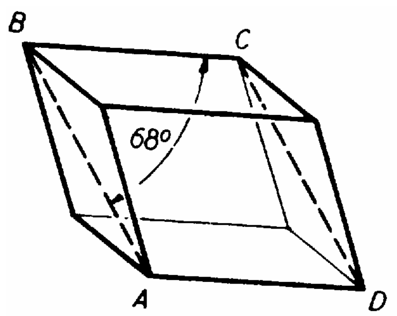


Polarizációs készülékek

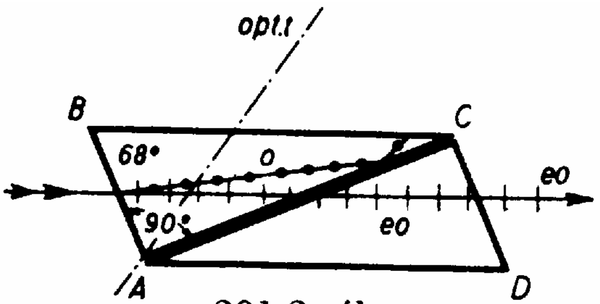
Lineárisan poláros fény előállítása

- Visszaverődés Brewster-féle szög alatt
- Üveglemez-sorozat
- Kettős törés felhasználásával

Nicol-féle prizma



291,1. ábra



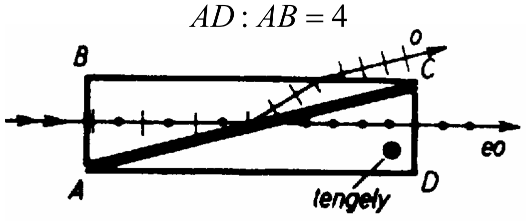
291,2. ábra

Hátrányai:

- A csiszolt lapokon nem merőlegesen halad át a sugár, ezért sík-párhuzamos lemezhez hasonlón a fénysugár eltolódik. Így a prizma forgatásakor a látómező elmozdul.
- A ferde beesés és a diszperzió nem monokromatikus fénynél kromatikus hibát okoz.

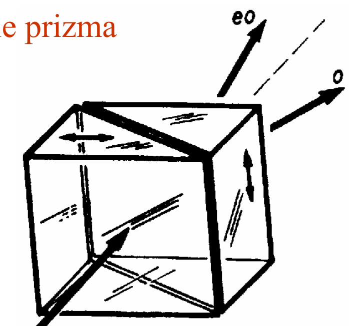
Glan-Thomson-féle prizma

$\overline{AD} : \overline{AB} = 4$



291,3. ábra

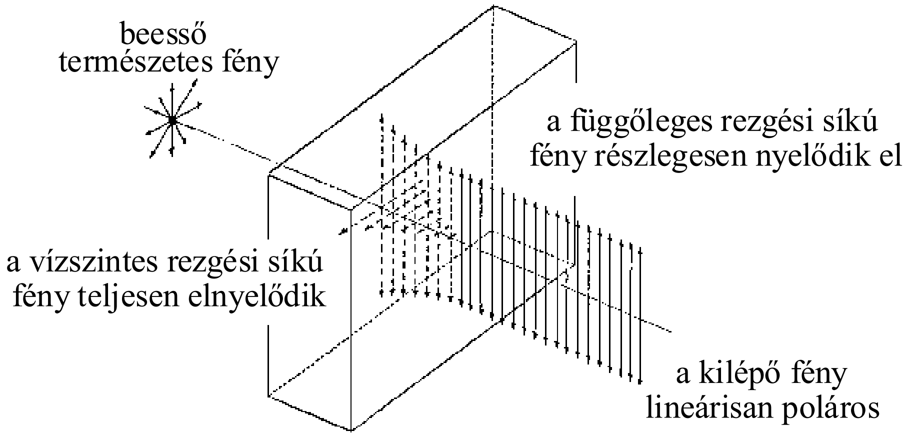
Wollaston-féle prizma



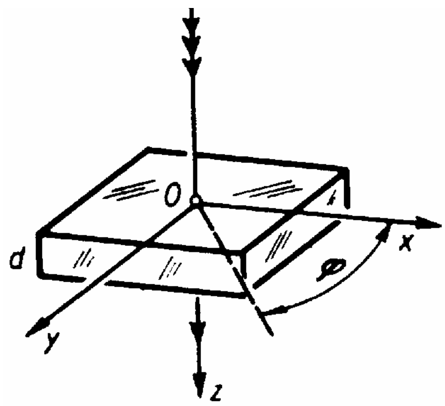
291,4. ábra

Polarizációs szűrők

Működésük azon alapul, hogy bizonyos kettősen törő anyagok a két sugár közül az egyiket a másiknál sokkal erősebben nyelik el (dikroizmus).



Ellipszisben és körben poláros fény előállítása



- Az optikai tengellyel párhuzamosan csiszolt *d* vastagságú kristálylapra lineárisan poláros fény merőlegesen esik be, akkor látszólag nem lép fel kettős törés, azonban a kristályban terjedő két egymásra merőlegesen, lineárisan poláros (*o* és *eo*) hullám között

  $$\delta = \frac{2\pi}{\lambda}(n_{eo} - n_o) \cdot d$$ fáziskülönbség lép fel.

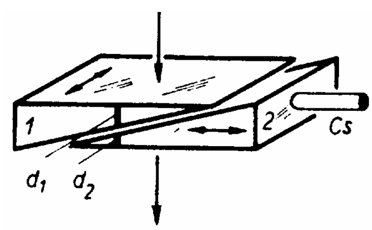
  Ekkor a lemezből elliptikusan poláros fény lép ki. Az ellipszis helyzetét és alakját a két hullám amplitúdója (E_o és E_{eo}) és a δ fáziskülönbség határozza meg.

- Ha a beeső fény rezgési síkja a kristályban terjedő kétféle hullám rezgési síkjával 45º-os szöget zár be, akkor $E_o = E_{eo}$ teljesül, valamint *d*-t úgy választjuk meg, hogy δ $\pi/2$ vagy $3\pi/2$ legyen, akkor a lemezből cirkulárisan poláros fény lép ki.

  Mivel a $\delta = \pi/2$-nek $\lambda/4$ útkülönbség felel meg, az ilyen lemezt $\lambda/4$-es lemeznek nevezik.

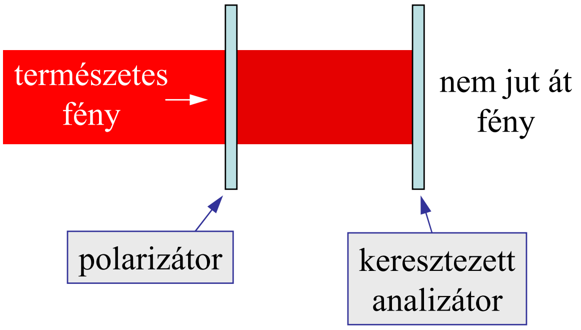
- A kettős ék alkalmazásával a lemez *d* vastagsága folytonosan változtatható. Ezek a berendezések az u.n. kompenzátorok. Ezek segítségével a δ fáziskülönbség tetszőleges értékre beállítható.

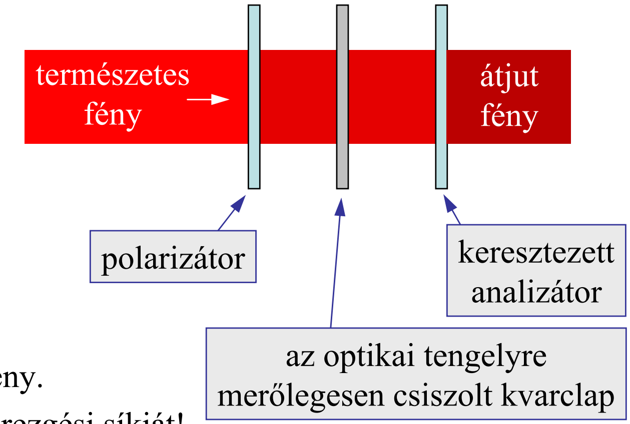
  A kompenzátor vastagságának megfelelő beállításával a lineárisan és elliptikusan poláros fény egymásba kölcsönösen átalakíthatók.



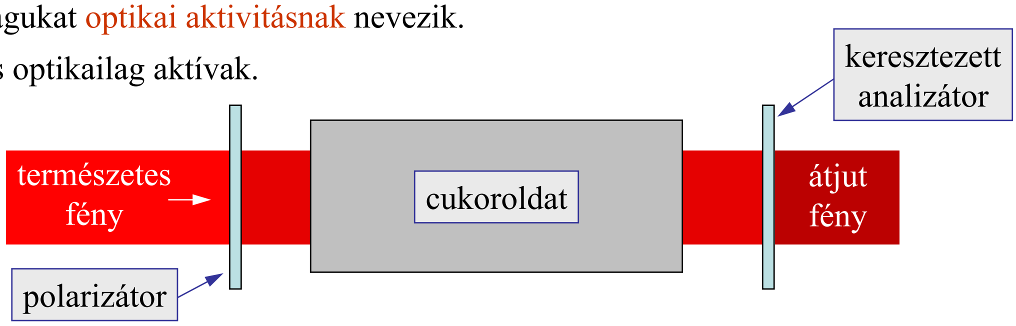
Optikai aktivitás

- Két keresztezett polarizátoron nem jut át fény.
- Ha közéjük az optikai tengelyre merőlegesen csiszolt kvarclapot teszünk a fény átjut!



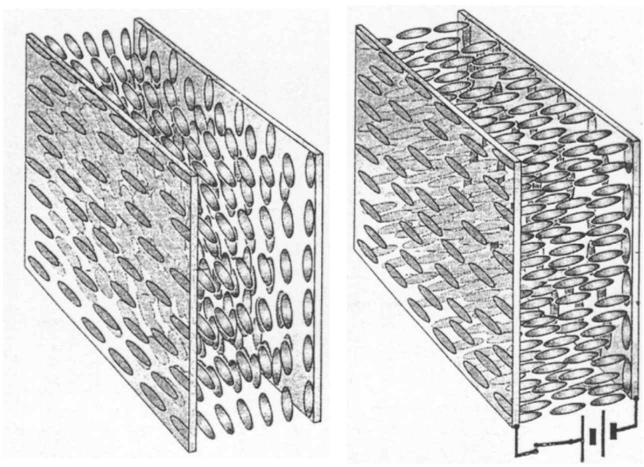


- Az analizátort elforgatva ismét nem jut át a fény.
- A kísérlet szerint a kvarclap elforgatta a fény rezgési síkját!
- Bizonyos anyagok a kvarchoz hasonlóan elforgatják a fény rezgési síkját, Ezt a tulajdonságukat optikai aktivitásnak nevezik.
- Cukoroldatok is optikailag aktívak.

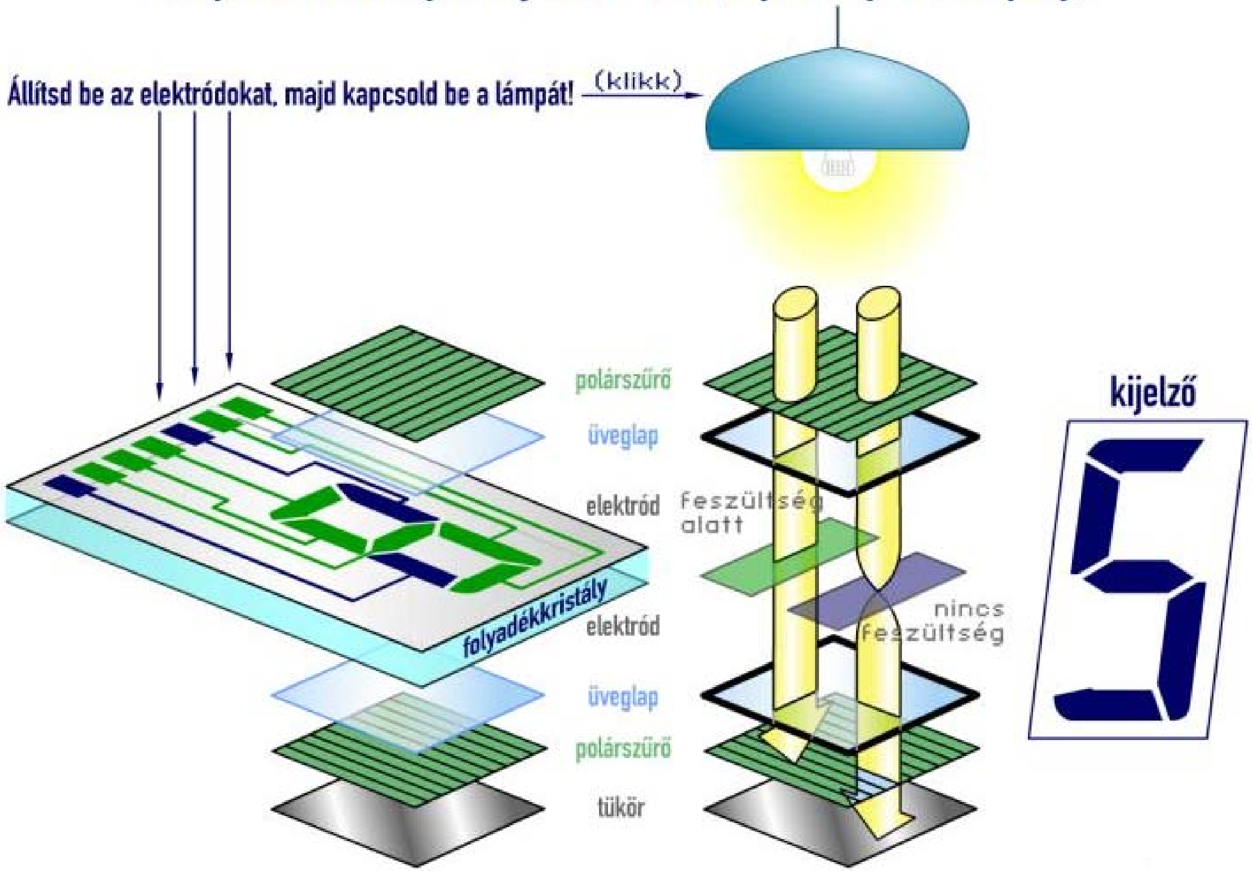


- A folyadékkristályos kijelzők (LCD) működése is az optikai aktivitáson alapul.
- A folyadékkristályokat az jellemzi, hogy bár folyadék halmazállapotúak, a bennük levő pálcika alakú molekulák úgy helyezkednek el, hogy hossztengelyük egy irányba mutat (ezért „kristályok”).

- Amennyiben a tartó üveglap felületén mikroszkopikus karcolások vannak, akkor a felület közelében a molekulák ezekkel a karcolásokkal párhuzamosan állnak be.
- Ha a folyadékkristályt egy olyan cellában helyezzük el, melynek alap-, és fedőlapján a karcolatok egymáshoz képest 90°-al el vannak forgatva, akkor a molekulák orientációja is ennek megfelelően elcsavarodik.
- Az így kialakított folyadékkristály réteg a fény rezgési síkját 90°-al elforgatja.
- Ezért, ha egy ilyen cellát két keresztezett polarizátor közé helyezzünk, akkor az egész rendszer átlátszó lesz.
- A molekulák beállítását kellően erős elektromos térrel megváltoztathatjuk. Ekkor a réteg optikai aktivitása megszűnik.
- Ezért, elektromos tér hatására az egész rendszer átlátszatlan lesz.



Folyadékkristályos kijelző - LCD (liquid crystal display)



forrás: www.sulinet.hu/tart/fncikk/Kidc/0/26993/index.htm

A holográfia alapjai

Irodalom [3]: 285 §

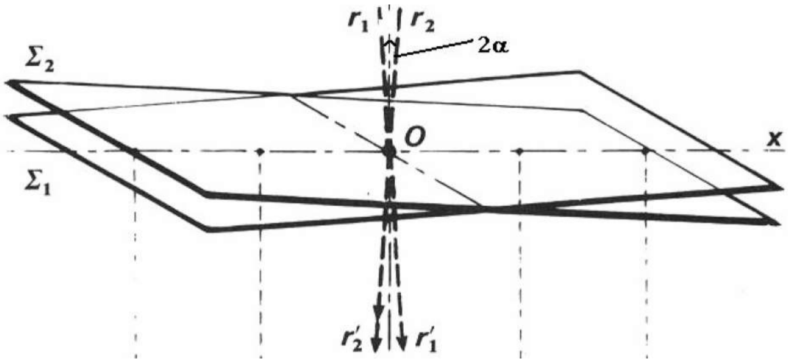
Mi is történik a hagyományos fényképezés során?

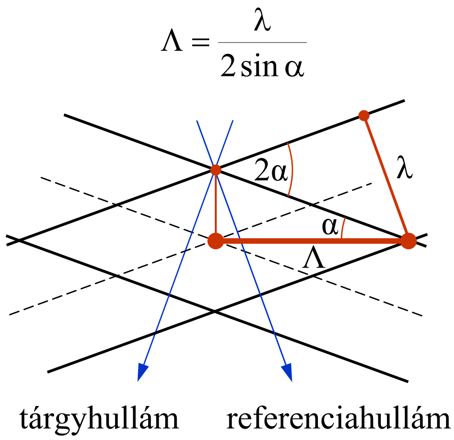
- A képalkotás feltétele, hogy a tárgy adott pontjából kiinduló összes sugár a kép egy adott pontjában metssze egymást.
- Ennek megfelelően, ha a tárgypontból több, vagy kevesebb sugár indul ki, akkor a megfelelő képpontba is több, vagy kevesebb sugár érkezik be.
- Ez tehát azt jelenti, hogy a tárgy és képpontok fényességét (pontosabban fogalmazva az ottani fényintenzitást) megfeleltetjük egymásnak.
- A tárgy pontjaiból kiinduló fényhullámok intenzitását rögzítjük, ugyanekkor a tárgyról kiinduló hullámok fázisában rejlő információ elvész.
- A tárgy látásának valódi érzetének kiváltásához a tárgy pontjaiból kiinduló fényhullámok teljesen rekonstrukciója szükséges. Ehhez viszont nem csak a hullámok intenzitását, hanem a fázisát is ismerni kell!

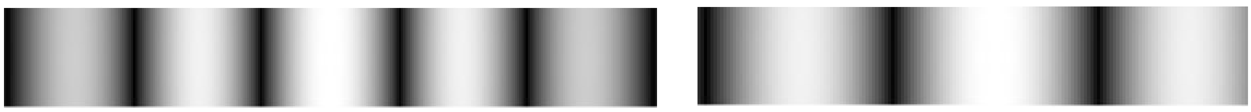
Hogyan lehetne a fázisban terjedő információt rögzíteni?

- Gábor Dénes elgondolásából kifejlődő holográfia – az interferencia segítségével – a hullám fázisára vonatkozó információt is rögzíti. A hologrammal a tárgyról kiinduló teljes fényhullám rekonstruálható!
- Ha a vizsgált hullámot egy **ismert** fázisszerkezetű ú.n. ***referencia hullámmal*** – a gyakorlatban sík- vagy gömbhullám – interferáltatjuk, akkor egy olyan jellegzetes interferencia kép jön létre, amely jellemző a vizsgált hullámra (***tárgyhullámra***).

- Legyen a referencia és a tárgyhullám egyaránt λ hullámhosszúságú síkhullám, azaz egy síkhullám hologramját vizsgáljuk.
- Jelölje a két hullám terjedési iránya által bezárt szöget 2α.
- Az interferencia eredményeként az ernyőn egy periodikus csíkrendszer jön létre:





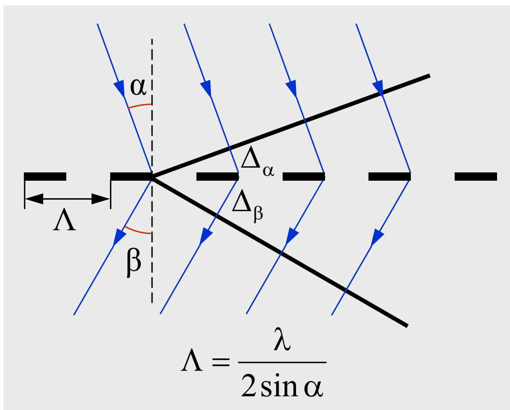


- Az ernyő helyére filmet helyezve, Λ rácsállandójú optikai rácsot kapunk a filmbe exponálva!
- Mi történik ha a referencia hullámmal megvilágítjuk ezt a rácsot?

Milyen β irányba terjed a rácson elhajló hullám?

- Nyílván olyan irányba, amelyre a karcolatokból kiinduló elemi hullámok erősítik egymást!
- Két szomszédos karcolatból kiinduló elemi hullámok közötti útkülönbség:

$$\Delta = \Delta_\alpha + \Delta_\beta = \Lambda \sin\alpha + \Lambda \sin\beta$$



- Két szomszédos karcolatból kiinduló elemi hullám kölcsönösen erősítik egymást, ha $\Delta = \lambda$, azaz:

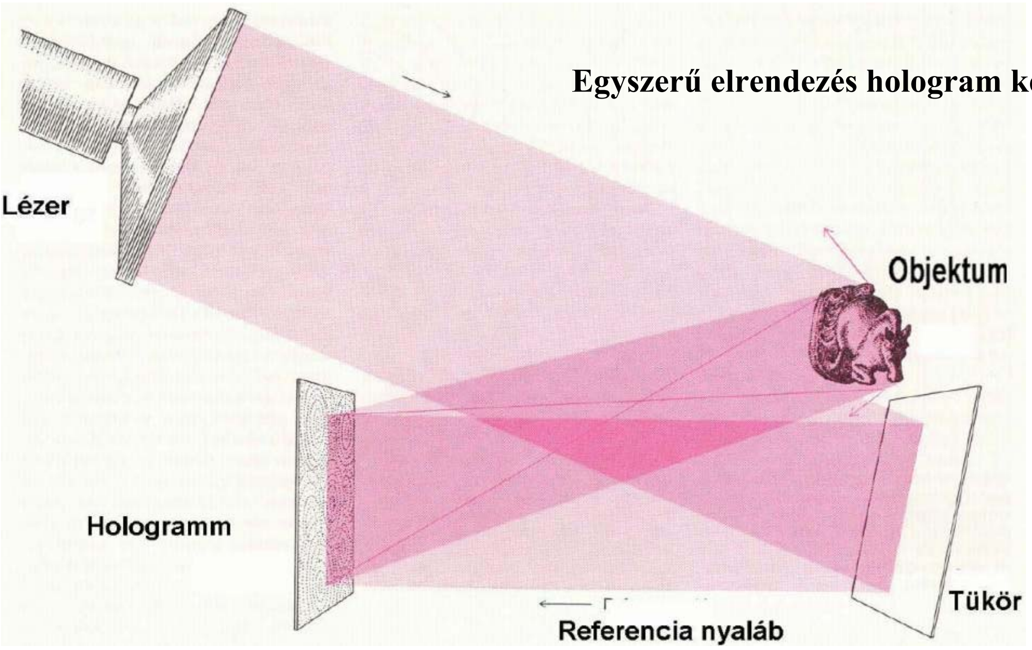
$$\frac{\lambda}{2\sin\alpha}(\sin\alpha + \sin\beta) = \lambda \quad \Rightarrow \quad \sin\beta = \sin\alpha \quad \Rightarrow \quad \boxed{\beta = \alpha}$$

- Azaz a rácsot egy α irányba terjedő síkhullám hagyja el!
- Ami pontosan annak felel meg, mintha tárgynyaláb tovább terjedne a film mögött!
- Ami azt jelenti, hogy a filmen rögzített ***hologrammal*** sikerült rekonstruálni a tárgyhullámot!
- Így beláttuk, hogy erre egyszerű esetre a holográfia alapötlete működik!
- Ezzel az egyszerű gondolatmenettel belátható a holográfia három alapvető tulajdonsága

A holográfia három alapvető tulajdonsága

- A hologram rekonstrukciója során egy olyan hullám keletkezik, amely pontosan megegyezik a tárgyhullámmal, ezért a rekonstruált hologram optikailag a tárggyal egyenértékű.
- A hologram az információt interferencia mintázat formájában tárolja.
- A hologram bármely kis része ugyanazt a (teljes) információt tárolja. Ezért ha egy hologramnak csak egy kis darabját rekonstruáljuk ugyanazt a képet kapjuk, mint a teljes hologramról csak halványabban.

Egyszerű elrendezés hologram készítéséhez



A tárgyhullám rekonstrukciója a hologrammal