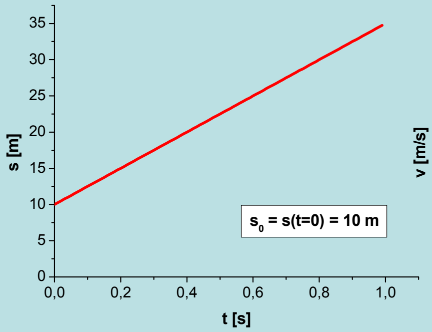
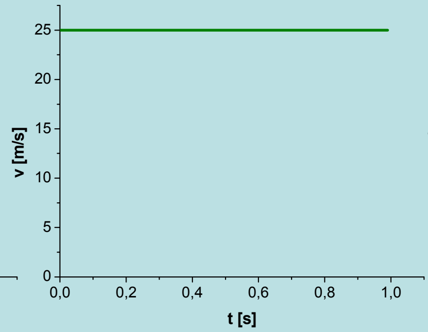
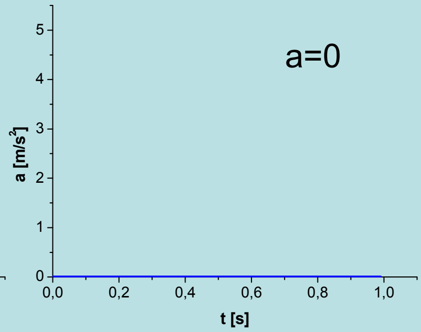
Kinematikai alapfogalmak

- a mozgások leírásával foglalkozik
- tömegpont, vonatkoztatási rendszer, pálya, pályagörbe, elmozdulás vektor
- a sebesség, a gyorsulás
- Egyenes Vonalú Egyenletes Mozgás $\vec{v} = áll.$



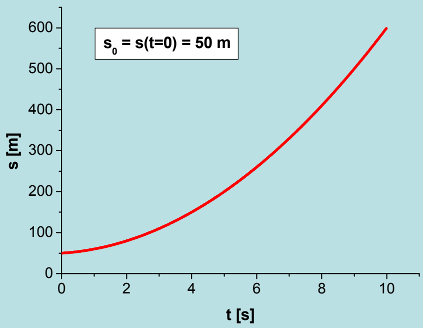


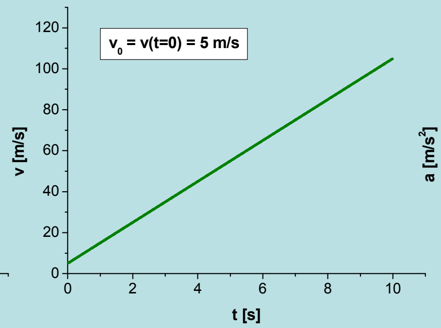


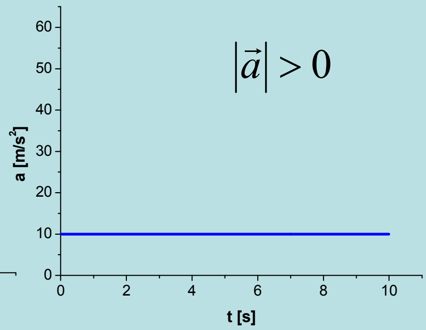
a=0

Ismétlés.

Egyenes Vonalú Egyenletesen Változó Mozgás

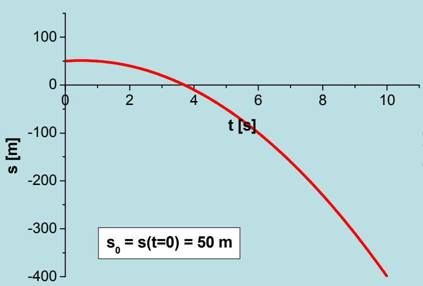


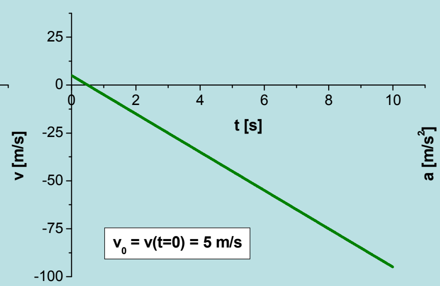


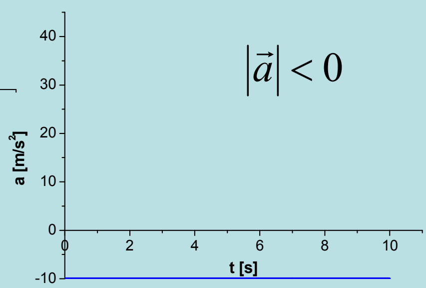


$|\vec{a}| > 0$

$$s = s_0 + v_0 t + \frac{a}{2} t^2 \qquad v = v_0 + at \qquad \vec{a} = áll.$$







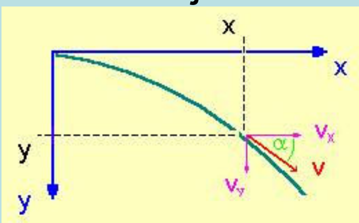
$|\vec{a}| < 0$

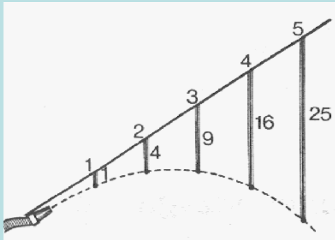
Körmozgások:

- GYORSULÓ mozgások
- egyenletes körmozgás (kerületi sebesség, centripetális gyorsulás)
- egyenletesen változó körmozgás (szöggyorsulás)

Az elmozdulások függetlenségének elve

- Vízszintes hajítás





- Ferde hajítás

- Dinamika (Newton axiómák)

Mozgásegyenlet, vagy a dinamika alapegyenlete

Newton II. és IV. axiómák egyesítése:

$$\sum_i \vec{F}_i = m\vec{a} = m\frac{d^2\vec{r}}{dt^2}$$

$$\sum_i F_{ix} = ma_x = m\frac{d^2x}{dt^2}, \quad \sum_i F_{iy} = ma_y = m\frac{d^2y}{dt^2}, \quad \sum_i F_{iz} = ma_z = m\frac{d^2z}{dt^2}$$

Analitikus megoldása sokszor nehéz, numerikusan viszont egyszerű kezelni.

Erőtörvények

Gravitációs erőtörvény:

$$\vec{F}_{gr} = -\gamma \frac{m_1 m_2}{r^2} \frac{\vec{r}}{|\vec{r}|}$$

Nehézségi erő:

$$\vec{F} = m\vec{g}$$

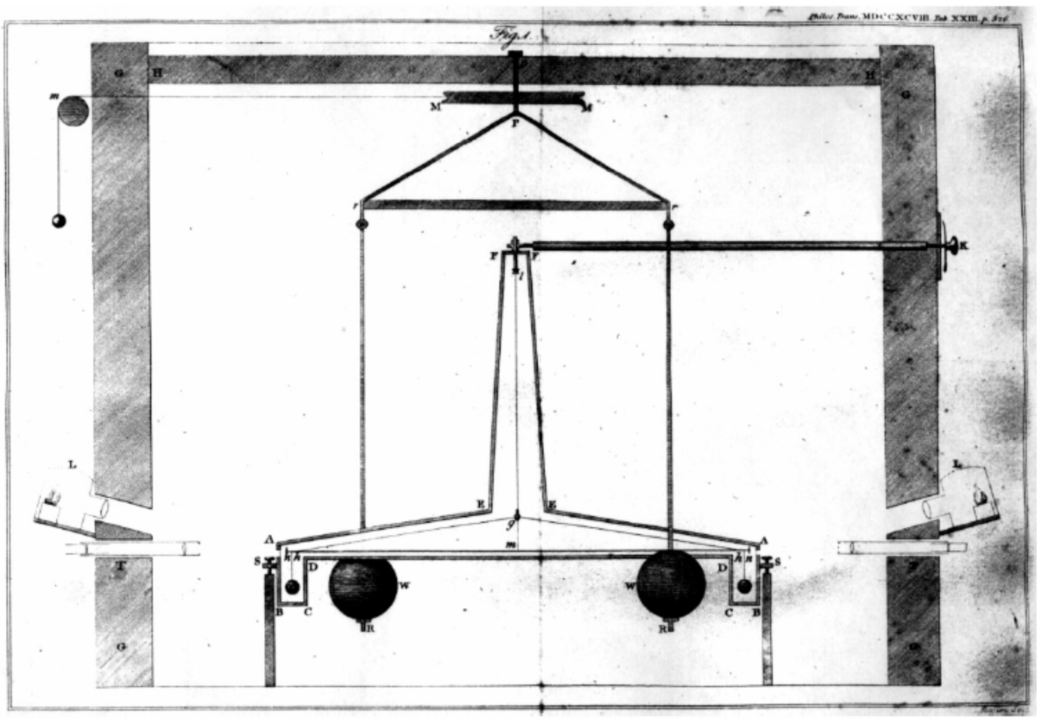
Lineáris erőtörvény (rugók):

$$F_x = -Dx$$

... még bővül majd a paletta

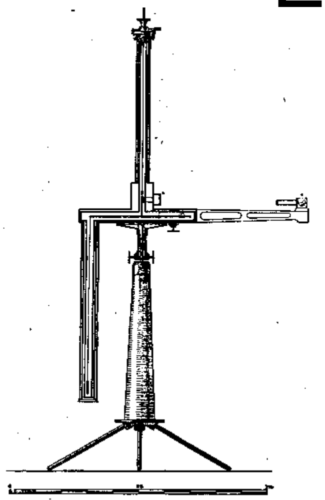
(közegellenállás, felhajtóerő, elektromos és mágneses terekben ébredő erők)

A gravitációs állandó mérése

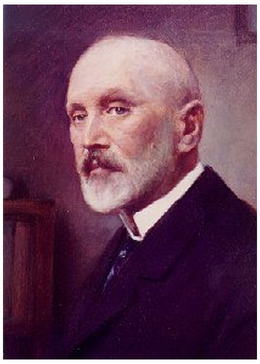


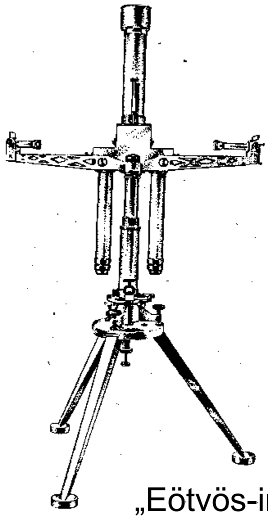
Henry Cavendish, 1797

Eötvös Loránd



horizontális variométer





„Eötvös-inga”

1891, Ság-hegy

1901, Balaton

A tehetetlen és súlyos tömeg

Arányuk függ-e az anyagi minőségtől?

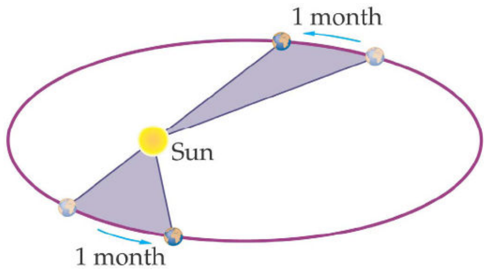
- Newton: 10^{-3} pontossággal nem (inga)
- Bessel: 10^{-5} pontossággal
- Eötvös Loránd: $5x10^{-9}$ pontossággal (az inga két K-Ny beállításait használva)
- Braginsky és Panov: 10^{-12} pontossággal

Az égitestek mozgásának leírása

Numerikusan kezelhető

Kepler törvények

I. A bolygók ellipszis pályán keringenek, melyeknek egyik gyújtópontjában a Nap áll.
II. A Naptól a bolygóhoz húzott rádiuszvektor egyenlő időközök alatt egyenlő területeket súrol.
III. A bolygók keringési időinek négyzetei úgy aránylanak egymáshoz, mint az ellipszispályák nagytengelyeinek köbei.



Valóban inverz négyzetes a függés?

Kényszererő

„Eszköz” annak a problémának a kezelésére, hogy egyes esetekben a testek mozgását geometriai feltételek korlátozzák.

Míg a szabaderők ismertek, addig a kényszererők meghatározása a feladat része. pl. nyomóerő

Test csúszása lejtőn

Surlódás, tapadás

Surlódási erő, tapadási erő

érintkező felületek között ébredő erők

Surlódás $\quad F_s = \mu F_{ny} \qquad \vec{F}_s = -\mu F_{ny}\dfrac{\vec{v}}{v}$

a felületek egymáshoz képest mozognak

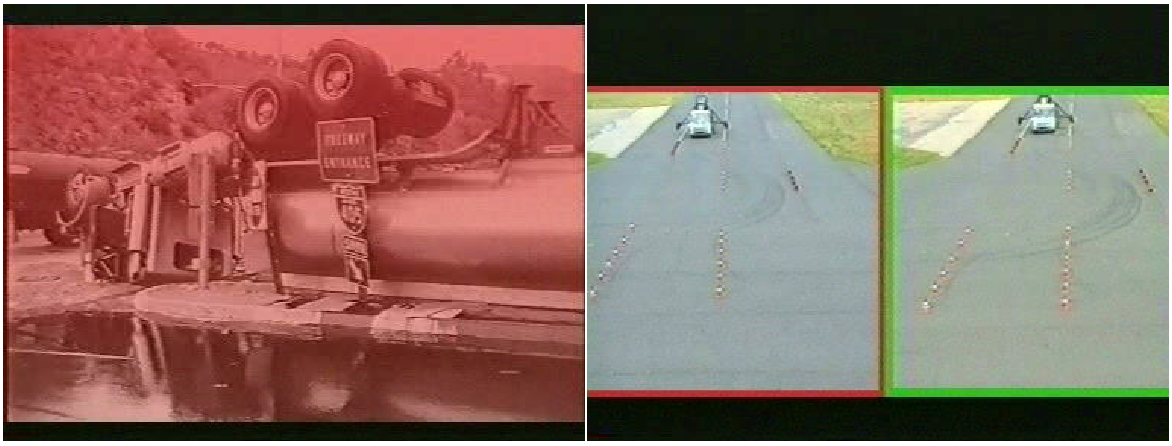
Tapadás $\quad F_t \le \mu_0 F_{ny}$

a felületek egymáshoz képest nyugalomban vannak

Példák:

ABS, kipörgésgátló, roll-over protection

Roll-over protection



Amikor a belső íven futó kerék elemelkedik a földről, akkor a külső íven futó kereket befékezik. A fékezés hatására a külső kerék csúszni kezd, s így esély van rá, hogy a trailer ahelyett, hogy felborulna “csak” kifaroljon.

Megmaradási törvények, szimmetriák

Szimmetria	**Megmaradó mennyiség**
Térbeli eltolás	Impulzus
Elforgatás	Impulzusmomentum
Időbeli eltolás	Energia

A megmaradási törvények felismerésének eszköze az időbeli derivált.

Megmaradási tételek tömegpontra

Ha a tömegpontra ható erők eredője zérus, akkor a tömegpont impulzusa megmarad. (*impulzus, erőlökés*)

$$\vec{I} = m\vec{v} \longrightarrow \vec{F} = m\vec{a} = \frac{d\vec{I}}{dt}$$

Ha a tömegpontra ható erők nyomatéka zérus, akkor a tömegpont impulzusmomentuma megmarad. (*pontra vonatkozó forgatónyomaték, impulzusmomentum*)

$$\vec{N} = \vec{r} \times \vec{I} = \vec{r} \times m\vec{v} \longrightarrow \vec{M} = \vec{r} \times \vec{F} = \frac{d\vec{N}}{dt}$$

A tömegpont mozgási energiájának megváltozása egyenlő a tömegpontra ható erők eredőjének munkájával. (*munkatétel, vagy kinetikai energia tétele*)

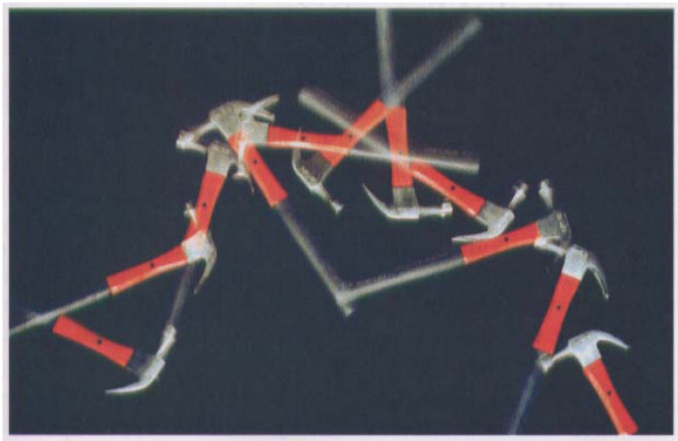
Ha a tömegpontra ható erők eredője konzervatív erő, akkor a tömegpont kinetikai (mozgási) és potenciális (helyzeti) energiájának összege, azaz a tömegpont teljes mechanikai energiája állandó. (*a mechanikai energia megmaradásának tétele*)

Konzervatív erő: minden olyan, időben változatlan erő, melynek két tetszőleges pontot összekötő görbék mentén végzett munkája független a görbéktől, csak a kezdő- és végpont helyzetétől függ.

Megmaradási tételek pontrendszerre 1.

Egy pontrendszer impulzusának idő szerinti differenciálhányadosa egyenlő a rendszerre ható összes külső erők eredőjével. (*pontrendszer teljes impulzusa*)

Egy mechanikai rendszer tömegközéppontja úgy mozog, mintha a rendszer egész tömege ebbe a pontba lenne egyesítve és a rendszer összes külső erőinek eredője erre a pontra hatna. (tömegközéppont mozgásának tétele, vagy súlyponttétel, *tömegközéppont*)



Ha a rendszerre nem hatnak külső erők, vagy ha ezek eredője zérus, akkor a rendszer impulzusa állandó, azaz a tömegközéppont evem-t végez, vagy nyugalomban van. (*zárt rendszer*)

Megmaradási tételek pontrendszerre 2.

Egy pontrendszer impulzusnyomatékának idő szerinti differenciálhányadosa egyenlő a rendszerre ható külső erők forgatónyomatékainak eredőjével. (*pontrendszer teljes impulzusnyomatéka*)

Ha a pontrendszerre nem hatnak külső erők (azaz zárt rendszer esetén)**, vagy ha a külső erők forgatónyomatékainak eredője zérus, akkor a rendszer impulzusnyomatéka állandó.**

A pontrendszer mozgási energiájának megváltozása egyenlő a pontrendszerre ható külső és belső erők munkáinak összegével.

Ütközések

Csoportosítása:

egyenes-ferde (attól függően, hogy az ütköző testek sebességei a tkp-jaikat összekötő egyenesbe esnek-e);

centrális-nem centrális (attól függően, hogy az ütköző testek érintkezési pontja rajta van-e a testek tkp-jait összekötő egyenesen);

Rugalmas ütközés (imp. és energia is megmarad):

$$v_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_1 + \frac{2m_2}{m_1 + m_2} v_2$$

$$v_2' = \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} v_2 + \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_1$$

Rugalmatlan ütközés (imp. megmarad, energia nem):

$$v' = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2}$$