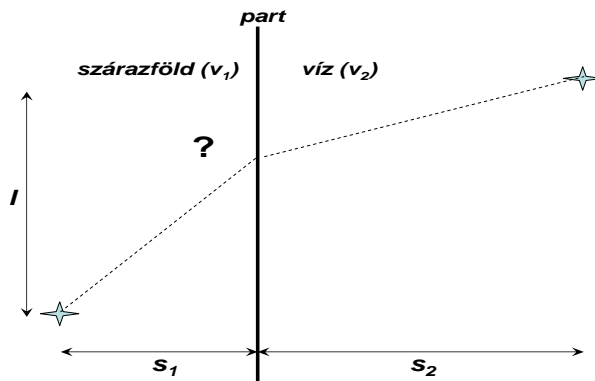


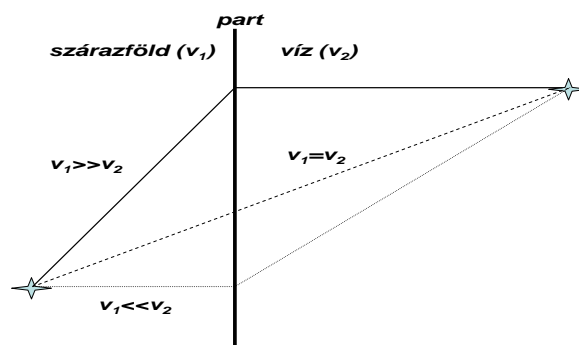
## A legrövidebb idő elve

Tekintsük a következő problémát. Egy ember valamilyen  $s_1$  távolságra áll egy tó egyenesnek tekinthető partjától amikor észreveszi, hogy a tóban a part mentén  $l$  távolsággal feljebb, a parttól  $s_2$  távolságra egy bajba jutott fürdőző kér segítséget (1.1. ábra). Emberünk tudja, hogy  $v_1$  sebességgel tud futni és  $v_2$  sebességgel úszni. A kérdés az, hogy milyen irányban kell elindulnia, hogy a legrövidebb időn belül tudjon segítséget nyújtani?



1.1. ábra

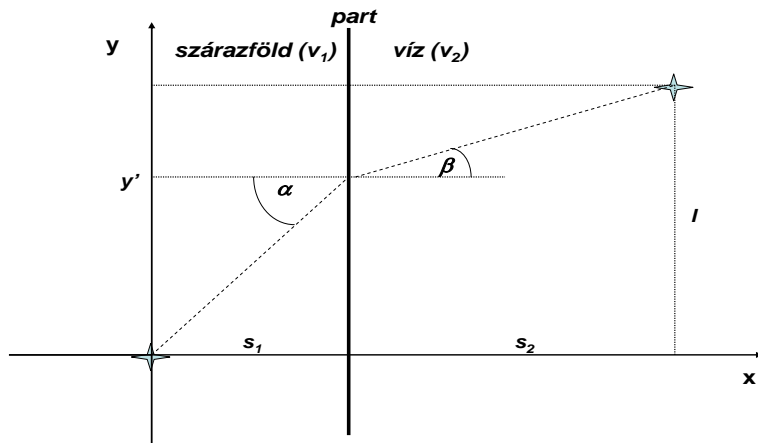
Mielőtt a feladat tényleges megoldásához hozzáfognánk célszerű egy kicsit alaposabban átgondolni, hogy mi az, amit a szemlélet alapján várunk. Bizonyos speciális esetekben a megoldás igen egyszerűvé válik. Ha pl. a futás sebessége sokkal nagyobb mint az úszásé ( $v_1 \gg v_2$ ) akkor tudjuk, mi a megoldás. Ebben az esetben ugyanis a futással eltöltött idő elhanyagolható az úszáshoz képest ezért az a cél, hogy a legrövidebb távot kelljen úszni. Ez pedig úgy érhető el, ha a partnak ahhoz a pontjához futunk, ahonnan a partra merőlegesen úszva a legkisebb távolságot – ami megfelel a legrövidebb időnek – tesszük meg a vízben (1.2. ábra, folytonos vonal). Ha a sebességek viszonya fordított (mondjuk a feladatot átfogalmazzuk úgy, hogy a parton bűvár áll, aki békatalpával nehezen fut, de nagyon jól úszik) akkor hasonló okoskodással a megoldás az, hogy merőlegesen le kell futni a partra hogy a szárazföldön megtett út a lehető legkisebb legyen (1.2. ábra, pontozott vonal). Végül pedig ha  $v_1 = v_2$ , azaz az úszás és a futás sebessége megegyezik, akkor a legrövidebb idő és a legrövidebb út megegyezik, tehát a két pontot összekötő egyenes mentén kell elindulnunk (1.2. ábra, szaggatott vonal).



1.2. ábra

Megfontolásaink alapján tehát azt sejtjük, hogy a feladatnak várhatóan van megoldása és ez elsősorban a két sebesség viszonyától függ.

De hogy tudnánk a feladatot ténylegesen megoldani? Azt, hogy egy tetszőleges irányba elindulva mennyi idő alatt érünk a célunkhoz, könnyű kiszámítani. (Bár nem ez a feladat, talán mégis célszerű ezt egy kissé közelebből szemügyre venni. Ehhez vegyük fel a koordináta rendszerünket a 1.3. ábrán megadott módon, azaz az origó essen egybe a parton tartózkodó emberrel, az  $y$  tengely legyen párhuzamos a parttal.



1.3. ábra

Tételezzük fel, hogy olyan irányban indulunk el, hogy  $y'$  távolságban érjük el a partot. Ekkor, amint az az ábráról is nyilvánvaló a megtett út egy olyan derékszögű háromszög átfogója, melynek az  $\alpha$  szöggel szembeni befogója  $y'$ , tehát az idő:

$$t_{sz} = \frac{y'}{v_1 \sin \alpha} . \quad (1.1)$$

Hasonlóképpen, a vízben megtett távolságot az  $l - y'$  befogójú,  $\beta$  csúcshögű derékszögű háromszög átfogója adja, az időre tehát írhatjuk

$$t_v = \frac{l - y'}{v_2 \sin \beta} . \quad (1.2)$$

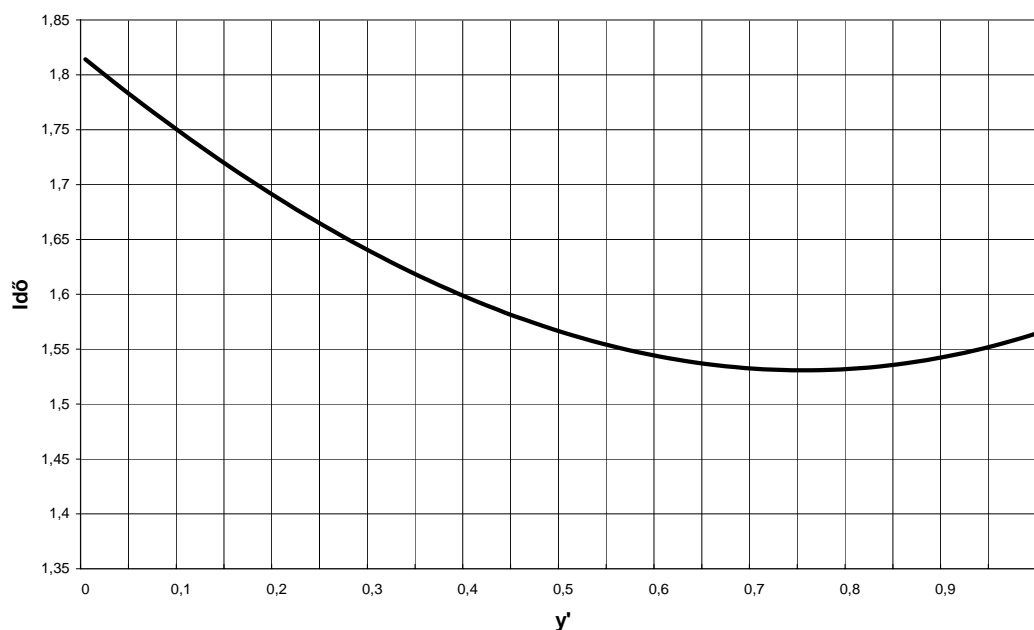
A célba éréshez szükséges idő nyilván  $t_{sz}$  és  $t_v$  összege, tehát

$$t_{y'} = \frac{y'}{v_1 \sin \alpha} + \frac{l - y'}{v_2 \sin \beta} . \quad (1.3)$$

Végül  $\alpha$ -ra és  $\beta$ -ra írhatjuk

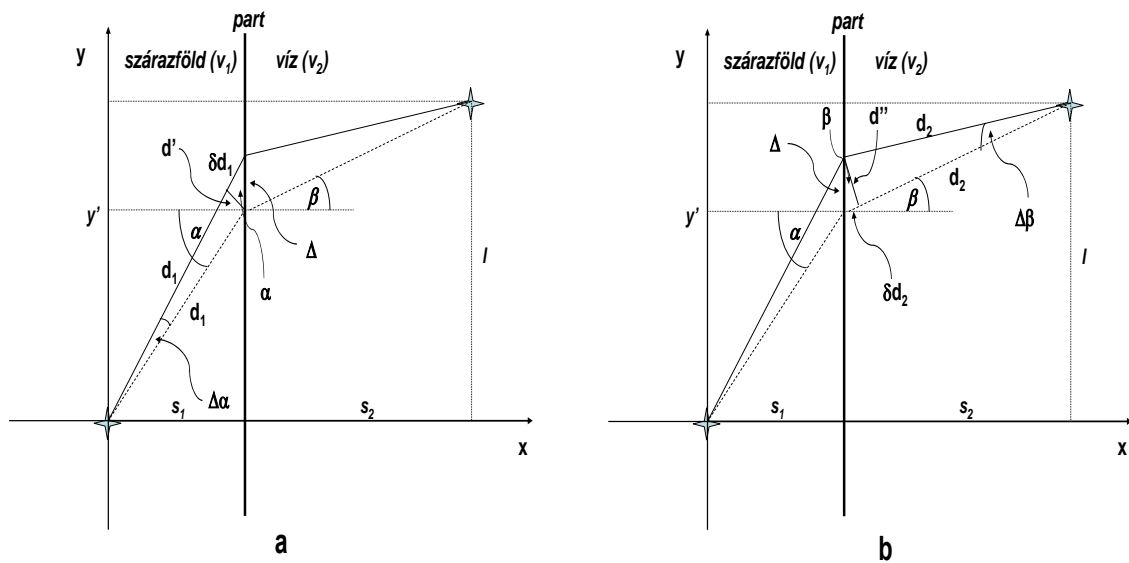
$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{y'}{s_1} , \quad \operatorname{tg} \beta = \frac{l - y'}{s_2} . \quad (1.4)$$

Az (1.1)-(1.4) egyenleteket számítógép segítségével könnyű kiértékelni. (Ez még mindig nem a feladat megoldása, sőt ahhoz, hogy számolni tudjunk valamilyen önkényes számértékeket kell adnunk a szükséges paramétereknek, ami nem tűnik nagyon elegánsnak. Egy igazi fizikai probléma megoldásakor azonban minden eszköz megengedett.) Legyen tehát az egyszerűség kedvéért  $s_1=s_2=l=1$   $v_1=2,5$  ,  $v_2=1$  egység. Az elvégzett számolás eredménye az 1.4. ábrán látható. Az ábrából világos, hogy a felhasznált paraméter értékek mellett  $y'=0,75$  egységnél a célba jutás idejének minimuma van. A görbe közelebbi vizsgálata ötletet adhat arra is, hogyan



1.4. ábra

oldhatjuk meg a felvetett problémát. Ahelyett, hogy azzal törődnénk, hogyan tudjuk *kiszámítani* a legrövidebb időhöz tartozó utat, vizsgáljuk inkább azt, hogy *miről ismerhető fel* a keresett út. A görbe azt sugallja, hogy a minimum környékén a csak nagyon kicsit különböző (ezt úgy is kifejezhetjük, hogy a különbség tart a 0-hoz) pályákhoz tartozó idők csak elhanyagolható mértékben különböznek egymástól. (Ezt a következő szemléletes példával is bemutathatjuk: tegyük fel, hogy keressük egy, két hegy között elhelyezkedő völgy legmélyebb pontját. Ehhez induljunk el az egyik hegyről lefelé. A völgyben valahol lesz egy olyan pont, ahol a lejtő emelkedőbe fordul át, mert elindulunk a másik hegyen felfelé. Az, hogy a lejtő emelkedőbe fordul át azt jelenti, hogy a lejtés előjelet vált, amiből viszont azt is következik, hogy valahol nulla kell, hogy legyen. Ez a pont nyilván a legmélyebb, mert ide vagy a lejtőn lefelé haladva lépünk le, vagy ha innen továbbhaladunk, akkor felfelé kell lépünk. A legmélyebb pontot – vagy általánosabb értelemben a minimumot – tehát arról ismerjük meg, hogy ott a lejtés nulla. Ahol viszont a lejtés nulla, ott a szomszédos pontok azonos magasságban vannak.) Már csak az a kérdés hogyan lehet ennek a kritériumnak az alapján számolni. Azt, hogy egy tetszőleges  $y'$  esetén mennyi ideig tart a mozgás már kiszámítottuk (1.3). Ezt kellene összehasonlítani egy szomszédos ponton átmenő pálya mentén történő mozgással. Változtassuk meg tehát  $y'$ -t egy nagyon kicsiny  $\Delta$ -val. Ekkor a szárazföldön befutott pálya hosszabb lesz, tehát a befutásához szükséges idő megnő. Azt, hogy a pálya mennyivel lesz hosszabb elemi geometriai megfontolásokkal megkaphatjuk. Mérjük fel a kiindulási pontból az eredeti pálya  $d_1$  hosszát az új pályára (1.5.a ábra). Ezzel az új pályából éppen azt a  $\delta d_1$  szakaszt metsszük ki, amennyivel az hosszabb lett. A keletkezett  $d_1, d_1, d_1'$  egyenlőszárú háromszög csúcsánál levő szög  $\Delta\alpha$ . Amennyiben  $\Delta$  kellően kicsiny



1.5. ábra

– emlékezzünk rá, hogy a kritériumunk érvényességének feltétele, hogy a különbség 0-hoz tartson – akkor  $\Delta\alpha$  is közel 0. Ebből az is következik, hogy a háromszög alapjánál levő két szög tart  $90^\circ$ -hoz. Ez viszont maga után vonja egyrészt azt, hogy a  $d', \Delta, \delta d_1$  háromszög derékszögű lesz, másrészt azt, hogy a  $\Delta$  és  $d'$  oldalak közötti szög  $\alpha$ , mivel szárai merőlegesek  $\alpha$ -ra. Ekkor  $\delta d_1$ -re azonnal adódik

$$\delta d_1 = \Delta \sin \alpha \quad (1.5)$$

amiből a szárazföldön eltöltött idő növekedésére kapjuk

$$\delta t_{sz} = \frac{\delta d_1}{v_1} = \frac{\Delta \sin \alpha}{v_1} \quad (1.6)$$

Az előzőhöz teljesen hasonló módon beláthatjuk, hogy a vízben megtett út megrövidül (1.5.b ábra) következésképpen a vízben eltöltött idő lecsökken, éspedig

$$\delta t_v = -\frac{\Delta \sin \beta}{v_2} \quad (1.7)$$

mértékben.

A korábban megbeszéltek alapján ahhoz, hogy  $y'$  éppen a minimumhoz tartozó koordináta legyen, az szükséges, hogy az  $y'$ -höz, és az  $y'+\Delta$ -hoz tartozó pályák megtételéhez szükséges idők egyenlőek legyenek, azaz  $\delta t_{sz} + \delta t_v = 0$ . Ebből azonnal adódik feladatunk megoldása

$$\frac{\Delta \sin \alpha}{v_1} = \frac{\Delta \sin \beta}{v_2} \Rightarrow \boxed{\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{v_1}{v_2}} \quad (1.8)$$

Mielőtt továbblépnénk tisztáznunk kell egy fontos kérdést. Mi lett volna, ha nem felfelé mozdítjuk el a megváltoztatott pálya metszéspontját a parton, hanem ellenkező irányban? Ha az eredmény függ attól, hogy a tekintetbe vett kicsiny *elmozdulás milyen irányú*, akkor módszerünk nyilvánvalóan rossz. Amint arról könnyű meggyőződni, ez nem így van. ( $\Delta$  helyett egyszerűen  $-\Delta$ -t használva eredményül ugyancsak (1.8) adódik.)

Elemezzük egy kicsit közelebbről a kapott megoldást. Először is vegyük észre, hogy visszaadja mindazt, amit a korábban megvizsgált speciális esetekre várunk. Legyen pl.  $v_2 \gg v_1$ . Ekkor, mivel  $\sin \beta$  1-nél nagyobb nem lehet,  $\alpha$  egy olyan szög amelynek szinuszja nagyon kicsi, tehát maga a szög közel 0. Mivel  $\alpha$ -t a partra állított merőlegetől mértük, ezért a partra merőlegesen kell elindulnunk, úgy ahogy azt korábban a szemlélet alapján kimutattuk. Középszokás tanulmányaink során már találkoztunk egy olyan összefüggéssel, amely roppant hasonló a bekeretezett egyenlethez. Ez a fénytörést leíró Snellius-Descartes törvény ( $\sin \alpha / \sin \beta = n$ ) volt. Ha pontosabban meggondoljuk, akkor nemcsak hasonlóságról, hanem azonosságról van szó.

Egy kissé furcsának tűnhet de igaz az, hogy egy egyszerű mechanikai problémán keresztül *megértettük* hogy miért ilyen a Snellius-Descartes törvény alakja. (Azt ugyanis aligha állíthatja bárki, hogy számára a szemlélet alapján világos, hogy a fénytörés nem is történhet másként, minthogy a beesési és a törési szögek szinuszainak hányadosa legyen egyenlő a törésmutatóval.) Most már tudjuk, hogy amennyiben a fény a törvénynek megfelelően halad, akkor a kezdő és végpont közötti távolságot a legrövidebb idő alatt teszi meg, azaz engedelmeskedik a *legrövidebb idő elvének*. (A legrövidebb idő elvét a fénytöréssel kapcsolatban egyébként *Fermat* francia fizikus vetette fel, ezért Fermat elvnek is szokás nevezni.) A Fermat elv azt mondja ki, hogy *egy fény sugar egy tetszőleges optikai rendszerben mindig olyan pályát követ, amelyre nézve a kezdő és végpontok közötti terjedési idő minimális*. A Snellius-Descartes törvény felfedezése az optika fejlődésének egyik legfontosabb mérföldköve volt. Az 1600-as évek elején Willebrord Snel van Royen holland fizikus tapasztalati úton talált rá, ma használt alakjában René Descartes francia filozófus és természettudós írta le először. Kezdetben azonban a törésmutatót egyszerűen anyagi állandónak tekintették, és nem hozták kapcsolatba a terjedési sebességgel. Hatalmas áttörést jelentett ezért az, hogy Fermat-nak 1657-ben sikerült egy általános elvből levezetnie. Vegyük észre, hogy a Fermat elv sokkal mélyebb, mint a Snellius-Descartes törvény, hiszen a teljes geometriai optikát tartalmazza, míg a Snellius-Descartes törvény csak egy speciális esetet – a fénytörését – ír le.

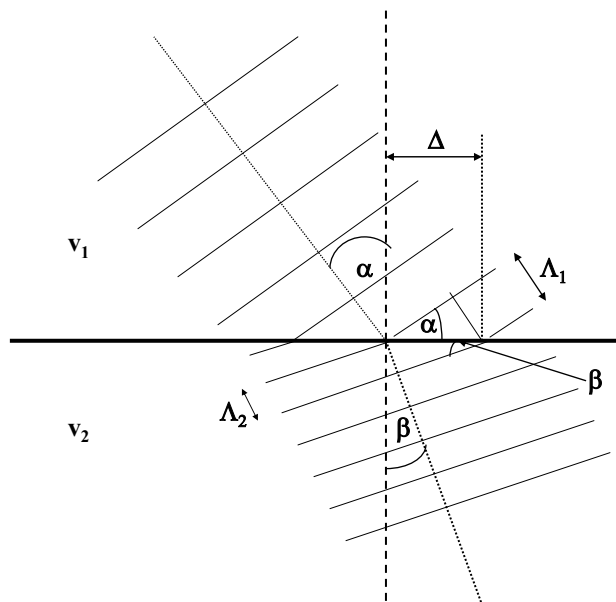
A Fermat felismerése a fizika történetének egy igen jelentős eseménye volt, melynek hatása messze túlmutatott az optikán. Nagy szerepe volt pl. abban, hogy a mechanika teljesen új formát öltött. A klasszikus mechanikát Newton már az 1600-as évek végén tudományos igényességgel kidolgozta. Newton azonban a tudományos módszer példaképeként az euklideszi geometriát tartotta. Rendszerét ezért nagyszámú, geometriai módszerrel bebizonyított tételre alapozta, ami ugyan teljesen egzakt, de számítások végzésére gyakorlatilag nem alkalmas. Ezért jelentett lényeges előrelépést az, hogy a mechanikát sikerült alkalmas egyenletek (pontosabban differenciálegyenletek) segítségével olyan módon átfogalmazni – itt elsősorban Euler, Lagrange és Hamilton a munkásságát kell kiemelni – hogy az általános tételek bizonyítása mellett a konkrét problémák megoldása is lehetővé vált. A történet azonban itt még messze nem ér véget. A Hamilton által a mechanikában megfogalmazott *legkisebb hatás elvének*, és a Fermat elvnek a meglepő hasonlósága vezette

Schrödinger arra, hogy a kvantummechanika alapegyenletét, a Schrödinger-egyenletet felírja. Ezen is túllépett Richard Feynman amikor megmutatta, hogy létezik a kvantummechanikának egy olyan alternatív alakja amely tisztán a Fermat elven alapul. Ezzel bizonyos értelemben bezárul egy háromszáz éves kör – vagy inkább egy spirálon jutunk feljebb – ami arról szól, hogy egy általános elv a fizikai gondolkodást a geometriai optikától indulva a klasszikus, majd a kvantummechanikán át elvezeti a kvantumoptikáig.

Az, hogy a fénysugarak terjedését leíró törvényt egy szélsőérték elvre sikerült visszavezetnünk további hasznos következményeket von maga után. Az egyik legfontosabb pl. az, hogy tüstént következik a *fénysugarak megfordíthatóságának elve*. Ha ugyanis egy sugármenet mentén a megadott kezdő és végpont között a terjedési idő minimális, akkor ez a végpontból visszafelé indulva is nyilvánvalóan teljesül, tehát ugyanaz a sugármenet oda és vissza egyaránt lehetséges.

### A legrövidebb idő elve és a hullámok

Az előzőekben megmutattuk azt, hogy a legrövidebb idő elve milyen hasznosnak bizonyult a fizikában. Természetesen vetődik fel ezek után az a kérdés, hogy a természet hogyan találja meg a végtelen sok lehetőség közül azt a pályát, amely a minimális terjedési időnek felel meg. Erre a geometriai optika keretei között nem tudunk választ adni. Vizsgáljuk meg most azt, hogy mi történik akkor, ha két közeg határára síkhullámok esnek (1.6 ábra). (Az, hogy ezek milyen eredetű hullámok közömbös számunkra, gondolatmenetünk érvényes lesz a vízhullámoktól kezdve az elektromágneses hullámokig bármilyen hullámszerűen terjedő hatásra.) Mindenekelőtt tudnunk kellene, hogy mi az összefüggés a hullámhossz ( $\lambda$ )– amit a



1.6 ábra

szomszédos azonos fázisú helyek, (pl. hullámhegyek vagy völgyek) közötti távolsággal definiálunk – és a hullám terjedési sebességes között. Ehhez képzeljük magunkat a hullámforrás közelébe. A hullámhossz nyilván az a távolság lesz, amelyet a forrást elhagyó hullámhegy az alatt a  $T$  idő alatt megtesz, amely a következő hullámhegy megjelenéséig

eltelik. Mivel a hullám a közegben  $v$  sebességgel terjed azonnal írhatjuk  $\Lambda = vT$ . Amikor tehát a hullám egy olyan közegbe lép át amelyben a terjedési sebesség különbözik, a hullámhossznak meg kell változnia. Egy dolog viszont nyilvánvaló. A közegeket elválasztó határfelület mentén egy hullámhegy mindkét közegből nézve hullámhegynek kell, hogy megfeleljen. Tehát a határfelület mentén két hullámhegy  $\Delta$  távolságára írhatjuk

$$\Delta = \frac{\Lambda_1}{\sin \alpha}, \quad \Delta = \frac{\Lambda_2}{\sin \beta}, \quad (1.9)$$

amiből  $\Delta$  helyébe  $vT$ -t írva adódik

$$\frac{v_1 T}{\sin \alpha} = \frac{v_2 T}{\sin \beta} \quad \Leftrightarrow \quad \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{v_1}{v_2}. \quad (1.10)$$

Azt kaptuk tehát, hogy a hullámtulajdonságból következik a terjedésre vonatkozóan a legrövidebb idő elve. Valójában ez magyarázza azt, hogy miért bukkan fel a legrövidebb idő elve a fizika egyébként látszólag teljesen különböző területein.

Mielőtt a geometriai optikai megfontolásaink terén tovább haladnánk mondjuk ki szabatosan a fénytörést leíró Snellius-Descartes törvényt. Ehhez vezessük be a törésmutatót a következőképpen:

$$v = \frac{c}{n}, \quad (1.11)$$

ahol  $v$  a közegbeli,  $c$  a vákuumbeli fénysebesség.

Ennek felhasználásával a Snellius-Descartes törvény a következőképpen szól. Egy két különböző törésmutatójú közeget elválasztó felületre beeső fénysugár a megtörés után a beeső sugár és a beesési merőleges által kifeszített síkban halad tovább úgy, hogy a beesési szög ( $\alpha$ ) és a törési szög között fennáll a következő összefüggés:

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{n_2}{n_1} = n_{21}, \quad (1.12)$$

ahol  $n_1$  és  $n_2$  a két közeg törésmutatója,  $n_{21}$  pedig a 2 közegnek az 1-re vonatkoztatott törésmutatója. A fénysugarak megfordíthatóságának elvéből következik, hogy  $n_{21} = 1/n_{12}$ .

A Snellius-Descartes törvény egyik igen fontos következményével akkor találkozunk, ha a fénysugár egy nagyobb törésmutatójú közegből – a *nagyobb törésmutatójú* közeget szokás *optikailag sűrűbbnek* is nevezni – egy kisebb törésmutatójúba lép át, tehát  $n_{21} < 1$ . Fejezzük ki  $\sin \beta$ -t a Snellius-Descartes törvényből

$$\sin \beta = \frac{\sin \alpha}{n_{21}}. \quad (1.13)$$

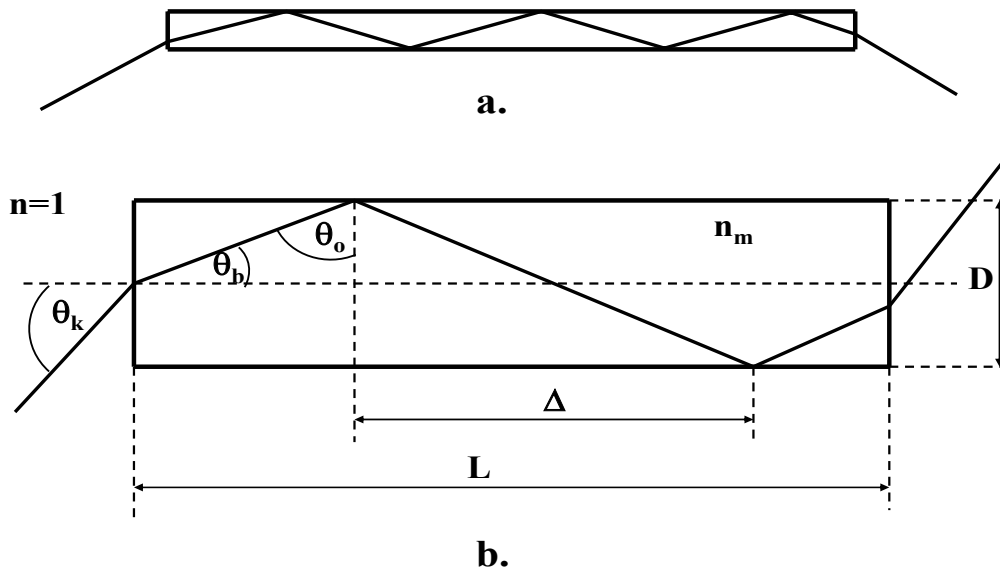
A szinusz függvény sehol sem nagyobb egynél, ezért (1.13) is nyilván csak addig értelmes, amíg a jobb oldala nem nagyobb 1-nél. Írhatjuk tehát, hogy

$$\frac{\sin \alpha}{n_{21}} \leq 1 \quad \Leftrightarrow \quad \alpha \leq \Theta_h = \arcsin n_{21} . \quad (1.14)$$

Ezek szerint a Snellius-Descartes törvény csak addig működik amíg  $\alpha$  nem haladja meg  $\Theta_h$ -t. Ez első látásra ellentmondásnak tűnik, hiszen bennünket semmi sem korlátoz abban, hogy egy fénysugarat tetszőleges szögben ejtsünk a határfelületre. Akkor milyen irányban halad a megtört sugár? A válasz az, hogy  $\alpha > \Theta_h$  esetén nincs megtört sugár, mert a beeső sugár a határfelületről visszaverődik. Ezt a jelenséget teljes visszaverődésnek,  $\Theta_h$ -t pedig a teljes visszaverődés határszögének nevezzük.

### A teljes visszaverődés gyakorlati alkalmazása: az optikai szálak

Amint az előző gondolatmenetünkből is világos, a teljes visszaverődés során megtört sugár nem létezhet ezért – ahogy azt az elnevezés is mutatja – a beeső sugár tökéletesen vissza kell, hogy verődjön a határfelületről. (A jelenséget a geometriai optika keretei között csak vázlatosan lehet tárgyalni. A pontosabb elmélet szerint a fény, a hullámhosszával összemérhető mélységig behatol a ritkább közegbe is. Ha ezen a távolságon belül újabb, optikailag sűrűbb közeg helyezkedik el, akkor abba a fény már képes átlépni. Ilyenkor frusztrált teljes visszaverődésről beszélünk.) A teljes visszaverődés tehát felhasználható arra, hogy segítségével a fény egy alkalmasan kialakított szálban csapdázzuk. Ez az alapvető működési elve az *optikai, vagy fényvezető szálnak*. Az optikai szál működésének vizsgálatához tekintsünk egy vékony – pl. üvegből készült – henger alakú szálát, amelyet le-



1.7 ábra

vegő vesz körül. Ha a szálba egy fénysugár kellően kis szögben lép be ahhoz, hogy az oldalfalnál a beesés szöge meghaladja a teljes visszaverődés határszögét, akkor a fénysugár csapdázódik, és csak a szál hátlapján léphet ki (1.7a ábra). A szál hossza  $L$  átmérője  $D$ . (Az ábrát szándékosan torzítva rajzoltuk, a gyakorlatban alkalmazott optikai szálak esetében  $D=$



$2 \div 100 \mu$ ,  $L=0,001 \div 10 \text{ km}$ , tehát  $L/D=10^4 \div 10^8$ .) Essen a szál (tengelyre merőleges) véglapjára egy, a tengellyel  $\Theta_k$  szöget bezáró sugár (1.7b ábra). Ez a sugár törés után a tengellyel  $\Theta_b$  szöget bezárva halad tovább, tehát az oldalfalra  $\Theta_o = 90^\circ - \Theta_k$  szögben esik be. A csapdázódás feltétele tehát  $\Theta_o \geq \Theta_h$ . Vessük fel először azt a kérdést, hogy egy éppen  $\Theta_o = \Theta_h$  szögben beeső sugár hányszor verődik vissza egy  $L$  hosszúságú szálban? Ezt rögtön megkapjuk, ha a két szomszédos visszaverődés közötti távolságot ( $\Delta$ ) összehasonlítjuk a szál hosszával. Az ábráról nyilvánvaló, hogy  $\Delta$ -ra írhatjuk

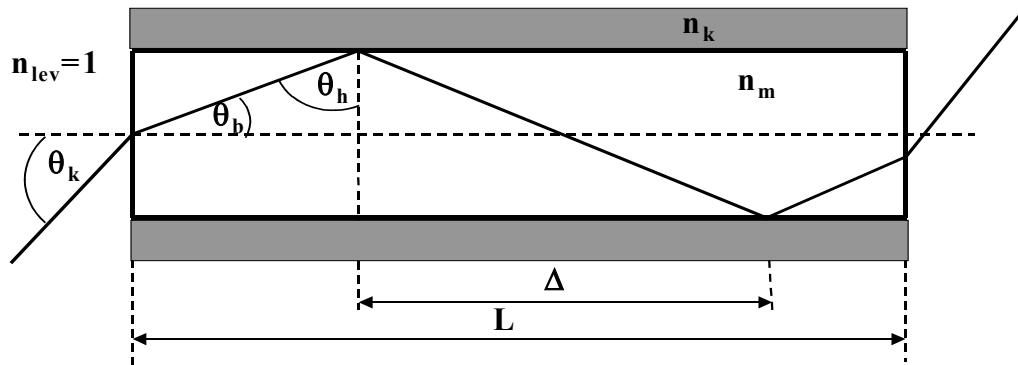
$$\operatorname{tg} \Theta_h = \frac{\Delta}{D} \quad \Leftrightarrow \quad \Delta = D \operatorname{tg} \Theta_h. \quad (1.15)$$

A visszaverődések száma tehát

$$N = \frac{L}{\Delta} = \frac{L}{D \operatorname{tg} \Theta_h}. \quad (1.16)$$

Tekintsünk egy  $1 \text{ m}$  hosszú,  $50 \mu$  átmérőjű, üvegből készült optikai szálát ( $n_m=1,5$ ). A teljes visszaverődés határszöge ekkor  $\Theta_h = 41,8^\circ$ , tehát  $\operatorname{tg} \Theta_h = 0,89$ , amiből  $N=22360$ . Vizsgáljuk meg, hogy mi a kapcsolat a szálban fellépő veszteség és a visszaverődés hatásossága között. A visszaverődés hatásosságát az  $R$  reflexióképességgel szokás jellemezni.  $R$ -t a következőképpen szokás definiálni:  $R=I_v/I_o$  ahol  $I_o$  a felületre beeső,  $I_v$  a felület által visszavert fény erőssége (intenzitása). Mit jelent ez abban az esetben, ha egymás után sok visszaverődés történik? Az első visszaverődés után a fénynek  $R$ -szerese, a második után az  $R \cdot R$ -szerese, az  $N$ -ik után az  $R^N$ -szerese halad tovább. Milyen következtetést tudunk ebből a teljes visszaverődés reflexióképességére levonni? Egy nem túlságosan jó minőségű optikai szál  $1 \text{ m}$ -es szakaszán a fény  $99\%$ -a átjut (ma már léteznek olyan szálak is amelyek  $1 \text{ m}$ -én a fény  $99,995\%$  jut át). Ez azt jelenti, hogy  $R^{22360} \geq 0,99$  amiből következik, hogy  $R > 0,9999995$ ! Ezt összehasonlíthatjuk a legjobb minőségű fém – pl. alumínium – tükörrel, amelynél  $R=0,97$ . Az, hogy a különbség mekkora talán még jobban látszik akkor, ha elképzeljük, hogy az optikai szálát egy olyan, vele azonos belső átmérőjű csővel helyettesítjük, amelynek belső falát a legjobb alumínium tükörrel vonjuk be. Ez a cső elvileg ugyanúgy csapdázza a belejutó fénysugarat, csak hogy ekkor a fénynek a  $0,97^{22360} = 10^{-295}$  –ed része jutna át (a tíz kitevőjében a  $-295$  nem elírás).

Amint azt korábban említettük, ha közvetlenül a felület közelében más, optikailag sűrűbb anyag helyezkedik el, akkor a fény egy része visszaverődés helyett kilép a felületből. Megmutattuk azt is, hogy a nagyszámú visszaverődés miatt a reflexióképesség milyen kritikus az optikai szál működése szempontjából. Ez azt jelenti, hogy a szál felületére kerülő legkisebb szennyeződés is igen káros hatással lehet a veszteségekre. A gyakorlatban olyan fényvezető szálakat szokás használni, amelyben az üvegből, vagy kvarcból készült belső szálát – magot – kisebb törésmutatójú műanyagból készült köpeny veszi körül (1.8 ábra). Ilyenkor természetesen a teljes visszaverődés a műanyag/üveg határfelületen jön létre. Ez azt is jelenti, hogy a teljes visszaverődés határszöge is jóval nagyobb lesz mivel a törésmutatók közötti különbség is jóval kisebb (tipikus értékek  $n_m=1,5$ ,  $n_k=1,4$  ekkor  $\theta_h=68,9^\circ$ ).



1.8 ábra

Az optikai szálaknak fontos paramétere az, hogy mekkora az a maximális  $\Theta_h$  szög, amelynél a beeső fénysugár még csapdázódik. A következőkben ennek meghatározása a célunk.  $\Theta_h$  és  $\Theta_b$  között a Snellius-Descartes törvény ad kapcsolatot azaz

$$\frac{\sin \Theta_k}{\sin \Theta_b} = \frac{n_m}{n_{lev}} = n_m \quad (1.17)$$

Másrésztől tudjuk, hogy

$$\sin \Theta_h = \frac{n_k}{n_m} \quad (1.18)$$

valamint

$$\Theta_b = 90^\circ - \Theta_h \quad (1.19)$$

Vegyük (1.19) mindkét oldalának szinuszát

$$\sin \Theta_b = \cos \Theta_h \quad (1.20)$$

majd helyettesítsük ezt (1.17)-be

$$\sin \Theta_k = n_m \cos \Theta_h \quad (1.21)$$

(1.21)-be írjuk be  $\cos \Theta_h$ -t (1.18) segítségével

$$\sin \Theta_k = n_m \sqrt{1 - \left(\frac{n_k}{n_m}\right)^2} = \sqrt{n_m^2 - n_k^2} . \quad (1.22)$$

Az  $NA = \sin \Theta_h$  mennyiség, melyet *numerikus apertúrának* nevezünk igen fontos jellemzője az optikai szálaknak.

A fényvezető szálak egyik legfontosabb alkalmazási területét az optikai távközlés jelenti. Az optikai távközlés során a kritikus tényező az adatátvitel sebessége. A nagy sebességhez az szükséges, hogy a biteket reprezentáló (fény)impulzusok minél sűrűbben követhessék egymást, ami viszont csak akkor lehetséges, ha maguk az impulzusok rövidek. Ebből következően végül is a sebességet az határozza meg, hogy milyen hosszú az a legrövidebb impulzus, amely a szálban történő terjedés során még megtartja időtartamát, vagyis nem szélesedik ki. Fölvetődik a kérdés, hogy miért növekedne meg egy fényimpulzus időtartama, miközben áthalad az optikai szálon? Ennek igen egyszerű oka van. A fénysugár a szálban nagyon sokféle úton terjedhet. A legrövidebb úton a szál tengelyével párhuzamosan beeső sugár halad, míg a leghosszabb utat nyilvánvalóan a  $\Theta_k$  szög alatt beeső sugár teszi meg. Ha a két sugármenet megtételéhez szükséges idők közötti különbség eléri, vagy meghaladja a beküldött fényimpulzus időtartamát, akkor a kimeneten impulzus kiszélesedést észlelünk. Vizsgáljuk meg közelebbről azt, hogy mekkora ez a kiszélesedés! Ezt legegyszerűbben úgy tehetjük meg, hogy egy  $\Delta$  hosszúságon szakaszon kiszámítjuk a terjedési idő különbséget, és megszorozzuk annyival, ahányszor hosszabb a szál teljes hossza  $\Delta$ -nál. A  $\Delta$  hosszra eső terjedési idő különbséget úgy kaphatjuk meg, ha a geometriai útkülönbséget elosztjuk a közegbeli fénysebességgel. A geometriai útkülönbségre az 1.7b ábra segítségével adódik

$$\delta s = \frac{\Delta}{\sin \Theta_h} - \Delta = \Delta \left( \frac{1 - \sin \Theta_h}{\sin \Theta_h} \right) . \quad (1.23)$$

Helyettesítsük be (1.23)-ba (1.15)-ből  $\Delta$ -t

$$\delta s = D \frac{\sin \Theta_h}{\cos \Theta_h} \frac{1 - \sin \Theta_h}{\sin \Theta_h} . \quad (1.24)$$

Mivel a fény mindvégig a magban terjed, ezért a közegbeli fénysebesség  $v_m = c/n_m$ . Az időkülönbség tehát

$$\delta t_\Delta = \frac{D n_m}{c} \frac{1 - \sin \Theta_h}{\cos \Theta_h} . \quad (1.25)$$

Az  $L$  hosszúságra eső teljes időkülönbséghez szorozzuk meg (1.25)-t  $L/\Delta$ -val

$$\delta t_L = \frac{L}{D \tan \Theta_h} \frac{D n_m}{c} \frac{1 - \sin \Theta_h}{\cos \Theta_h} = \frac{L n_m}{c} \frac{1 - \sin \Theta_h}{\sin \Theta_h} . \quad (1.26)$$

Helyettesítsük be (1.18)-ből  $\sin \Theta_h$ -t (1.25)-be

$$\delta t_L = \frac{L n_m}{c} \left( \frac{n_m}{n_k} - 1 \right) . \quad (1.27)$$

Az optikai szálban különböző szög alatt terjedő sugarakat módusoknak is szokás nevezni, a köztük fellépő  $\delta t_L$  időbeli késés ezért a módusok közötti, azaz *intermodális diszperzió*. Nézzük meg, hogy mit jelent ez a gyakorlatban! Tekintsünk egy olyan optikai szálát, melynek magja  $n_m=1,5$  törésmutatójú üveg, köpenye  $n_k=1,49$  törésmutatójú műanyag. Az 1 km hosszra eső intermodális diszperzióra ekkor  $3,35 \cdot 10^{-8}$  s, (azaz 33,5 ns) ami azt jelenti, hogy bármilyen rövid impulzust is küldünk be az optikai szálba, az 1 km megtétele után 33,5 ns-ra kiszélesedik. Milyen korlátot jelent ez a kommunikációs sebességre? Ahhoz hogy a jelek a kimeneten megkülönböztethetőek legyenek, az impulzusok közötti követési idő nem lehet kisebb, mint a (kiszélesedett) impulzushossz kétszerese. Ebből az következik, hogy másodpercenként  $1/6,7 \cdot 10^{-8}$  jel vihető át, tehát a kommunikációs sebesség 15 Mbit/s. Az ilyen ún. multimódusú optikai szálak igen olcsók, és a nagy magátmérő – 50-100  $\mu$  – miatt használatuk igen egyszerű. Komoly hátrányuk ugyanakkor az, hogy csak kis sebességű lokális hálózatokban használhatók. A probléma igazi megoldása az ún. egymódusú optikai szálak használatával lehetséges, amelyeknek olyan kicsiny a magátmérőjük – kisebb mint  $10\mu$  – hogy csak a tengellyel párhuzamos módus képes bennük terjedni. Ebben az esetben intermodális diszperzió nem lép fel, a kommunikációs sebességet csak a később tárgyalandó anyagi diszperzió korlátozza. Ezek a szálak sokkal drágábbak, és csak lézerek segítségével működtethetők, de a kommunikációs sebesség elérheti a 40 Gbit/s(=40000Mbit/s)-ot is.

# Geometriai optika

## Paraxiális közelítés

Geometriai optikai megfontolásaink során az esetek döntő többségében paraxiális közelítésben dolgozunk. Ez azt jelenti, hogy feltételezzük, hogy a tárgyalt problémákban fellépő *összes szög elegendően kicsiny ahhoz, hogy a szög szinusztát és tangensét magával a szöggel, koszinuszát pedig 1-el helyettesítsük.* (A helyettesítéseknél a szöget természetesen radiánban értjük.) Mivel az esetek döntő többségében a szögek szinuszával lesz dolgunk, vizsgáljuk meg, hogy mik a paraxiális közelítés határai.

$$1^\circ = 0,01745329 \text{ rad} \quad \sin(1^\circ) = 0,017452406 \quad \frac{\varphi - \sin(\varphi)}{\varphi} = 0,0051\%$$

$$5^\circ = 0,087266 \text{ rad} \quad \sin(5^\circ) = 0,087155 \quad \frac{\varphi - \sin(\varphi)}{\varphi} = 0,12\%$$

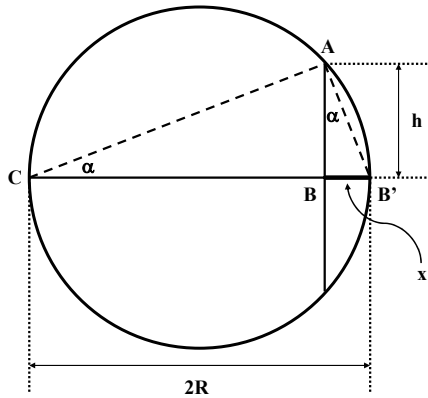
Látható tehát, hogy amennyiben a szög nem haladja meg az  $5^\circ$ -ot, a paraxiális közelítés során elkövetett hiba legfeljebb 0,12% ami az általunk vizsgált esetekben megengedhető. Az alábbi ábrán egy olyan háromszög látható amelynek  $\varphi$ -vel jelölt szöge  $5^\circ$  (a befogók aránya kb. 1:11).



A fentiekből az is következik, hogy a paraxiális közelítés nem csupán extrém, a gyakorlatban csak nagyon ritkán megvalósuló eseteket képes leírni.

A paraxiális közelítéshez kapcsolódva levezetünk még egy egyszerű geometriai összefüggést, amelyre későbbi számításaink során szükségünk lesz.

Tekintsünk egy  $R$  sugarú kört, és benne egy  $2h$  hosszúságú húrt (lásd a 2.0 ábrát). Rajzoljuk be húr felező merőlegeseként szolgáló átmérőt. A kérdés az, hogy a húr mekkora  $x$  szakaszt metsz ki az átmérőből?



2.0 ábra

Könnyű belátni, hogy az  $ABC$  és az  $AB'B$  háromszögek hasonlóak. (Mindkettő derékszögű háromszög, továbbá egy, a derékszögtől különböző szögük ( $\alpha$ ) is megegyezik.) Ekkor a megfelelő oldalak arányára írhatjuk

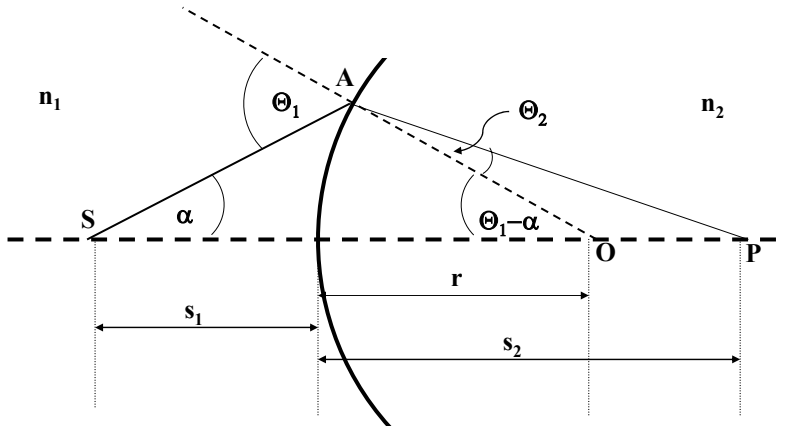
$$\frac{h}{2R - x} = \frac{x}{h} \quad \Rightarrow \quad h^2 = (2R - x)x$$

Kaptunk tehát  $x$ -re egy másodfokú egyenletet, amely a megoldóképlet alkalmazásával nyilvánvalóan megoldható lenne. Nekünk azonban elegendő a paraxiális közelítésnek megfelelő közelítő megoldás. A paraxiális közelítés azt jelenti, hogy  $\alpha$  kicsiny amiből következik, hogy  $h \ll 2R$ . Miután kis  $\alpha$ -ra  $x \approx \alpha h$  nyilvánvaló, hogy  $2R \gg h \gg x$  tehát a zárójelben  $2R$  mellett az  $x$  elhanyagolható. Így tehát a keresett összefüggés

$$x = \frac{h^2}{2R}$$

## Fénytörés gömbfelületekkel elválasztott közegek határán

Tekintsünk két, egymástól gömbfelülettel elválasztott, különböző törésmutatójú ( $n_1, n_2$ ) közeget (2.1 ábra). Legyen  $S$  egy, a rendszer szimmetria tengelyén (szaggatott vonal) a gömb-



2.1 ábra

felülettől valamilyen  $s_1$  távolságra elhelyezkedő pontszerű fényforrás. Induljon ki  $S$ -ből egy, a szimmetria tengellyel  $\alpha$  szöget bezáró fénysugár. (A rendszer szimmetria tengelyét optikai tengelynek is szokás nevezni.) A kérdés az, hogy milyen  $s_2$  távolságra található az a  $P$  pont amelyben a határfelületen megtörő nyaláb a szimmetria tengelyt metszi?

Feladatunk megoldásához tekintsük először az  $AOS$  háromszöget. (Az ábrán  $A$ -val jelöltük a sugár és a gömbfelület dőféspontját,  $O$ -val a gömb középpontját.) Írjuk fel az  $S$ -nél, illetve az  $A$ -nál lévő szögekre a szinusz tételt.

$$\frac{s_1 + r}{\sin(180^\circ - \theta_1)} = \frac{r}{\sin \alpha} \quad (2.1)$$

Kihasználva, hogy  $\sin(180^\circ - \alpha) = \sin(\alpha)$  kapjuk:

$$\frac{s_1 + r}{\sin \theta_1} = \frac{r}{\sin \alpha} \quad (2.2)$$

Alkalmazzuk ismét a szinusz tételt, ezúttal az  $AP O$  háromszögben az  $A$ -nál és  $P$ -nél fekvő szögekre.

$$\frac{s_2 - r}{\sin \theta_2} = \frac{r}{\sin(\theta_1 - \theta_2 - \alpha)} \quad (2.3)$$

Az ábrára pillantva nyilvánvaló, hogy az  $OA$  sugár éppen a vizsgált fénysugár beesési merőlegesét jelöli ki, tehát a fénysugár beesési és törési szöge rendre  $\theta_1$  és  $\theta_2$ . Ekkor a Snellius-Descartes törvényt alkalmazva kapjuk

$$\frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} = n. \quad (2.4)$$

(A (2.4) egyenlet felírásánál az egyszerűség kedvéért feltételeztük, hogy az első közeg levegő a második pedig valami  $n$  törésmutatójú anyag.)

Emlékezzünk rá, hogy a keresett mennyiség  $s_2$ , a (2.2-2.4) egyenletrendszer tehát erre kell megoldani. Mielőtt a megoldásba kezdenénk, tételezzük fel, hogy  $\alpha$  elegendően kicsiny ahhoz, hogy alkalmazható legyen a paraxiális közelítés. (A paraxiális közelítéshez az szükséges, hogy az egyenletekben fellépő *összes szög kicsiny legyen*. Vegyük azonban észre, hogy  $\alpha$ -t elegendően kicsinyre korlátozva biztosítható az, hogy a többi szög – tehát  $\alpha$ -ra,  $\theta_1$ -re,  $\theta_2$ -re és  $\theta_1 - \theta_2 - \alpha$ -ra – is érvényes legyen a közelítés.) Ekkor írhatjuk

$$\frac{s_1 + r}{\theta_1} = \frac{r}{\alpha} \quad (2.5a)$$

$$\frac{s_2 - r}{\theta_2} = \frac{r}{\theta_1 - \theta_2 - \alpha} \quad (2.5b)$$

$$\frac{\theta_1}{\theta_2} = n. \quad (2.5c)$$

Fejezzük ki (2.5a)-ból  $\theta_1$ -et.

$$\theta_1 = \frac{\alpha}{r}(s_1 + r) \quad (2.6)$$

(2.6) és (2.5c) felhasználásával  $\theta_2$ -re adódik

$$\theta_2 = \frac{\theta_1}{n} = \frac{\alpha}{n r}(s_1 + r). \quad (2.7)$$

Helyettesítsük (2.6)-ot és (2.7)-et (2.5b)-be.

$$\frac{s_2 - r}{\frac{\alpha}{n r}(s_1 + r)} = \frac{r}{\left(\frac{\alpha}{r} - \frac{\alpha}{r n}\right)(s_1 + r) - \alpha} \quad (2.8)$$

A (2.8) egyenletet közelebbről szemügyre véve egy igen fontos fizikai felismeréshez jutunk. Abból ugyanis, hogy  $\alpha$ -val egyszerűsíteni tudtunk az következik, hogy  $s_2$  sem függhet  $\alpha$ -tól.



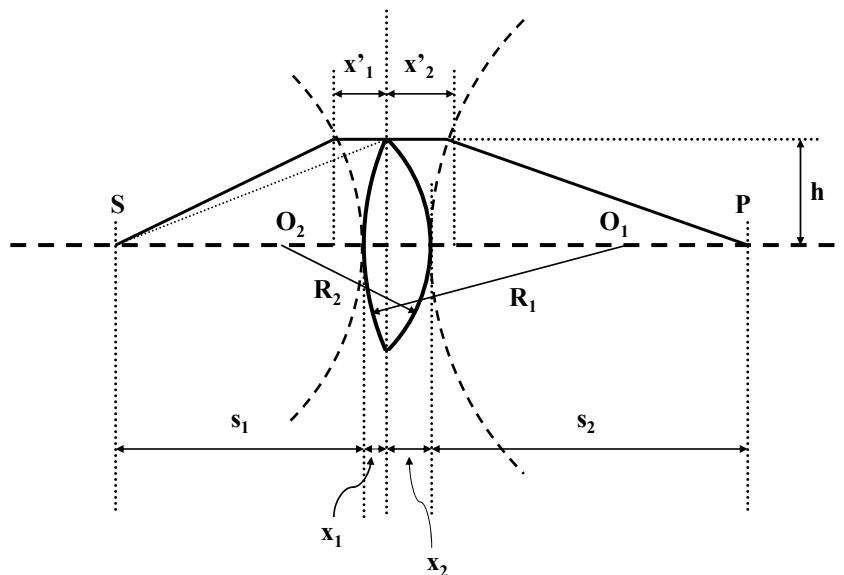
Ez viszont fizikailag azt jelenti, hogy az  $S$ -ből kiinduló összes sugár ugyanabban a  $P$  pontban találkozik. Találtunk tehát egy egyszerű optikai rendszert – egy gömbfelülettel határolt optikailag sűrűbb közeget – amely rendelkezik azzal a különleges tulajdonsággal, hogy egymáshoz rendel pontokat úgy, hogy az egyik pontból kiinduló összes sugár a másik pontban metszi egymást. Ez az optikai képalkotás alapelve.

Visszatérve eredeti problémánk megoldásához, már csak arra van szükség, hogy (2.8)-ból  $s_2$ -t kifejezzük.

$$s_2 = r + \frac{(s_1 + r)r}{(n-1)(s_1 + r) - rn} \quad (2.9)$$

Előző gondolatmenetünk legfontosabb eredménye az, hogy felismertük hogy létezik olyan egyszerű optikai rendszer, amely bizonyos feltételek mellett képet alkot. A ténylegesen megvizsgált rendszer azonban gyakorlati célokra aligha alkalmas, hiszen az egyik pont az optikailag sűrűbb közeg – pl. üveg – belsejében helyezkedik el. Szemléletünk azt sugallja, hogy képalkotás valószínűleg akkor is várható, ha az optikailag sűrűbb közeget két gömbfelület határolja. A továbbiakban az ílymódon előálló ún. *lencsét* vizsgáljuk meg egy kissé részletesebben.

Célunkat természetesen úgy is elérhetnénk ha előző okoskodásunkat megismételve megvizsgálánk külön-külön a két felületnél fellépő törést. Ennél azonban sokkal elegánsabban is eljárhatunk a legrövidebb idő elvét alkalmazva. Tekintsük ehhez a 2.2 ábrát.



2.2 ábra

Alkossa lencsénk elülső felületét az  $O_1$  középpontú,  $R_1$  sugarú, a hátsót az  $O_2$  középpontú,  $R_2$  sugarú gömb. A korábbiak szerint leképezésről akkor beszélünk, ha létezik olyan  $P$  pont, amelyben az  $S$  pontból tetszőleges szög alatt kiinduló összes sugár metszi egymást. Azt is tudjuk, hogy az összes sugármenetnek egyúttal meg kell felelnie a legrövidebb idő elvének. Mivel a kiindulási és végpont ugyanaz, ez csak akkor lehetséges, ha a terjedési idő minden

*sugármenetre ugyanakkora.* Hasonlítsuk össze pl. a szimmetria tengelyben haladó sugarat a lencse szélén megtörő sugárral. A 2.2 ábráról nyilvánvaló, hogy a tengelyben haladó sugármenet négy szakaszból áll. A fény először  $s_1$  utat tesz meg levegőben,  $x_1+x_2$ -t a lencsében, majd  $s_2$ -t ismét levegőben. A terjedési idő tehát

$$T_1 = \frac{s_1}{c} + \frac{x_1 + x_2}{\frac{c}{n}} + \frac{s_2}{c} . \quad (2.10)$$

A lencse szélén megtörő nyaláb ugyan fizikailag a 2.2 ábrán bejelölt pontozott vonal mentén halad, de mivel paraxiális közelítésben dolgozunk, elhanyagolhatóan kicsiny hibát követünk el, ha ehelyett úgy képzeljük, hogy a sugár az  $s_1$  sugarú gömbfelület dőfspontjában törik meg, amint azt az ábrán is rajzoltuk. (Természetesen ugyanezt a közelítést a lencse túloldalán is alkalmazzuk.) Ez a sugár végig levegőben halad, a terjedési idő tehát

$$T_2 = \frac{s_1 + x'_1 + x'_2 + s_2}{c} . \quad (2.11)$$

Ahogy azt korábban beláttuk meg kell követelnünk  $T_1=T_2$ -t, azaz

$$x'_1 + x'_2 = n x_1 + n x_2 . \quad (2.12)$$

Már csak az  $x$ -eket kell (2.12)-be behelyettesítenünk. Ezt könnyen megtehetjük a paraxiális közelítés tárgyalásánál levezetett formulánk segítségével. Ekkor kapjuk

$$x_1 = \frac{h^2}{2R_1} , \quad x_2 = \frac{h^2}{2R_2} , \quad x'_1 = \frac{h^2}{2s_1} + \frac{h^2}{2R_1} , \quad x'_2 = \frac{h^2}{2s_2} + \frac{h^2}{2R_2} . \quad (2.13)$$

(2.13)-at (2.12)-be helyettesítve adódik végeredményünk

$$\frac{1}{s_1} + \frac{1}{s_2} = (n-1) \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) . \quad (2.14)$$

Vizsgáljuk meg közelebbről a kapott eredményt! Tüstént észrevehetjük pl. azt, hogy (2.14)-ben  $h$  nem lép fel. Ez fizikailag azt jelenti, hogy a leképezés a lencse átmérőjétől nem függ, amint azt a szemlélet alapján el is várjuk. Nézzük mi adódik pl. abban a határesetben ha az  $S$  pontot igen nagy távolságba visszük, azaz  $s_1 \rightarrow \infty$ . Ekkor (2.14)-ből kapjuk

$$\frac{1}{s_2} = (n-1) \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) . \quad (2.15)$$

Az  $s_1 \rightarrow \infty$  valójában azt jelenti, hogy a beérkező sugarak párhuzamosak a szimmetria/optikai tengellyel, tehát az ehhez tartozó  $P$  pont az a pont amelybe a lencse a tengellyel párhuzamos sugarakat összegyűjti. Ezt a pontot nevezzük *fókuszpontnak*, a hozzá tartozó távolságot pedig *fókusz távolságnak*, melyet a továbbiakban  $f$ -el jelölünk. A fókusz távolság bevezetésével írhatjuk tehát

$$\frac{1}{s_1} + \frac{1}{s_2} = \frac{1}{f} . \quad (2.16)$$

Idézzük fel a (2.16)-ban előforduló mennyiségek jelentését.  $S$  volt az a pont amelyből a képalkotásban résztvevő sugarak kiindulnak. Az ilyen pontokat tárgypontnak is szokás nevezni, a hozzájuk tartozó ( $s_1$ ) távolságot pedig *tárgytávolságnak*. A tárgytávolságot a továbbiakban  $t$ -vel jelöljük. Logikus ezek után P-t képpontnak, a hozzá tartozó távolságot képtávolságnak nevezni, melynek szokásos jelölése  $k$ . Az új jelölésekkel (2.16) az alábbi alakba írható

$$\frac{1}{t} + \frac{1}{k} = \frac{1}{f} . \quad (2.17)$$

A (2.17) egyenlet a geometriai optika egyik legalapvetőbb összefüggése, amelyet *lencseegyenletnek* nevezünk.

Az előadáson elhangzott anyag jelentős része megtalálható a Budó-Mátrai Kísérleti fizika III. c. tankönyvben (a továbbiakban Tk). Az alábbiakban ennek megfelelően a fontosabb anyagrészek Tk-beli helyét adom meg, kiegészítve azokkal a vázlatos levezetésekkel, amelyek ott nem találhatóak meg. (A hullámtan és akusztika rész a Budó I. kötetében található meg ezt ott értelemszerűen jelzem.) Segédanyaghoz tartozik még az az állomány amely az előadáson bemutatott fontosabb fóliákat tartalmazza.

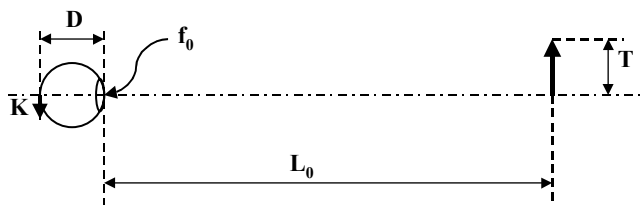
**Fénysebesség mérése. Tk 18.-21. old.**

**Az emberi szem és a látás Tk 76.-82. old.**

\*\*\*\*\*

### A nagyító (lupe) működése

Tekintsünk egy  $T$  nagyságú tárgyat. Szabad szemmel nyilvánvalóan akkor látjuk a legnagyobbak, ha a szemünkhöz abban a minimális távolságban ( $L_0$ ) helyezzük el, ahol a még élesen látunk (ezt nevezzük a *tisztalátás távolságának*). Ekkor a szemlencsénk a szemfenéken alkotja meg a tárgy  $K$  nagyságú éles képét (lásd az **a** ábrát). Mivel az  $L_0$

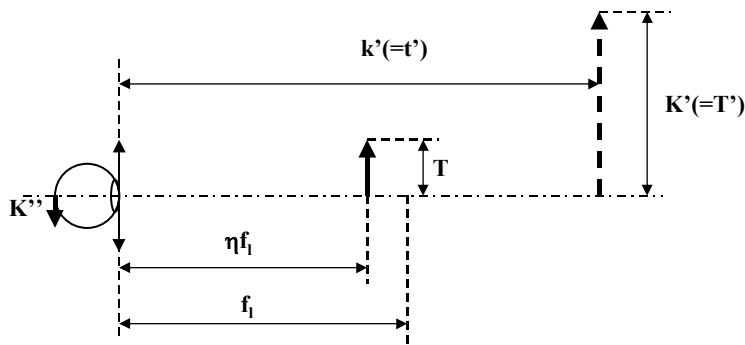


**a**

egészséges szem esetében 25 cm, a szemlencse  $f_0$  fókusz távolsága pedig jó közelítéssel megegyezik a szemgolyó  $D$  átmérőjével, ezért írhatjuk:

$$t \approx L_0, t \gg f_0 \Rightarrow k \approx f_0 \quad \text{amiből következik} \quad K = T \frac{f_0}{L_0} \quad (1).$$

Helyezzük most a lupét (ami egy  $f_l$  fókusz távolságú gyűjtőlencse) közvetlenül a szemünk elé, a  $T$  tárgyat pedig kicsivel a lencse fókusz távolsága mögé (azaz  $t = \eta f_l$  ahol  $\eta$  közelítőleg 1). A lupe ekkor a tárgyról valamely  $k'$  távolságban egy  $K'$  nagyságú, egyenes állású, virtuális ké-



**b**

pet alkot. Szemlencsénk számára ez kép játssza a  $T'$  tárgy szerepét (a tárgytávolság nyilván  $t' = k'$ ), amelyről az a szemfenéken – azaz  $k'' \approx f_0$  távolságban – egy  $K''$  nagyságú képet alkot. A lupe nagyítása nyilván úgy kaphatjuk meg, ha ennek a képnek a nagyságát elosztjuk az eredeti (lupe nélküli) kép  $K$  nagyságával, azaz  $N = K''/K$ . Számítsuk ki  $K''$ -t.

$$\frac{1}{\eta f_i} + \frac{1}{k'} = \frac{1}{f_i} \Rightarrow k' = \frac{\eta f_i}{\eta - 1} (= t'), \text{ másrészt } K' = \frac{k'}{\eta f_i} T \text{ tehát } K' = \frac{1}{1 - \eta} T. \quad (2)$$

$$K'' = \frac{k''}{t'} K' = \frac{f_0 (\eta - 1)}{\eta f_i} \frac{T}{\eta - 1} = \frac{f_0 T}{\eta f_i} \quad (3)$$

A végeredmény (1) és (3) felhasználásával:

$$N = \frac{f_0 T}{\eta f_i} \frac{L_0}{f_0 T} \text{ mivel } \eta \approx 1, \text{ ezért } \boxed{N = \frac{L_0}{f_i}}.$$

\*\*\*\*\*

***A fényképezőgép Tk 87.-89. old.***

***A mikroszkóp Tk 93.-95. old.***

***A távcső Tk 97.-102. old.***

***Leképezési hibák Tk 65.-69. old.***

**Hullámjelenségek Budó Kísérleti fizika I. 303.-307. old. és 319.-325. old.**

\*\*\*\*\*

**Huygens elv:** a hullámok terjedése során a hullámfelület minden pontja elemi gömbhullámok forrásának tekinthető, a hullámfelületet egy későbbi időpontban ezen elemi hullámok burkolója adja meg.

A Huygens elv jól magyarázza a fény egyenes vonalú terjedését, törését és visszaverődését. Ugyanakkor pl az elhajlással kapcsolatban súlyos problémák adódnak. A burkoló ugyanis azt jelenti, hogy az elemi hullámok a hullámhossztól függetlenül mindig összeadódnak, ami nyilvánvalóan ellentmond annak a tapasztalatnak, hogy az elhajlás során a hullámhossznak döntő szerepe van. (Az elvből következik az is, hogy mindig léteznie kellene egy visszafelé haladó hullámnak is, ami szintén ellentmond a tapasztalatnak.)

Fresnel rájött arra, hogy ezek a hibák azonnal megszűnnek, ha a burkoló helyett az elemi hullámok interferenciáját tekintjük. (Az interferencia eredménye természetesen lehet kioltás is, és az hogy pontosan mi történik attól függ, hogy az elemi hullámok útkülönbsége hogyan viszonyul a hullámhosszhoz.)

Ennek megfelelően a **Huygens-Fresnel elv:** a hullámok terjedése során egy hullámfelület minden pontja elemi gömbhullámok forrásának tekinthető, a hullámfelületet egy későbbi időpontban ezen elemi hullámok interferenciája adja meg.

\*\*\*\*\*

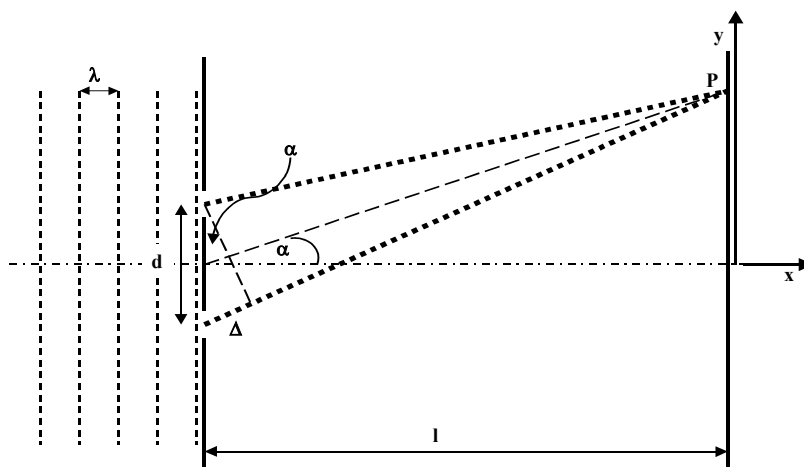
**Hanghullámok, hallás Budó Kísérleti fizika I. 331.-337. old. és 355.-360. old.**

*Koherencia Tk 144.-146. old.*

\*\*\*\*\*

### Young-féle interferencia

Essen egy átlátszatlan ernyőn vágott két, egymástól  $d$  távolságra levő kicsiny résre egy síkhullámnak tekinthető fénynyaláb. Kérdés az, hogy egy  $l$  távolságra elhelyezkedő ernyő valamely  $P$  pontjában milyen fényintenzitást tapasztalunk. (Vegyük fel koordináta rendszerünket az ábrán látható módon, és tételezzük fel, hogy  $d$  kicsiny, valamint, hogy  $d, y \ll l$ .) Az, hogy a  $P$  pontban mit tapasztalunk attól függ, hogy a két résből érkező hullámok



között mekkora a  $\Delta$  útkülönbség. Az  $l \gg y, d$  -ből következik, hogy  $\sin \alpha, \tan \alpha \approx \alpha$  továbbá írhatjuk:

$$\Delta = \alpha d, \text{ amiből kihasználva } \alpha = \frac{y}{l} \text{-t következik: } \Delta = \frac{yd}{l}.$$

A két résből érkező hullámok erősítik egymást, ha köztük az útkülönbség a hullámhossz ( $\lambda$ ) egész számú többszöröse, illetve kioltják egymást ha a félhullámhossz páratlan számú többszöröse. Az ernyőn tehát felváltva sötét és világos csíkokat észlelünk.  $\Delta$ , valamint az erősítés feltétele segítségével azonnal ki tudjuk fejezni pl. a két szomszédos világos csík  $\delta y$  távolságát:

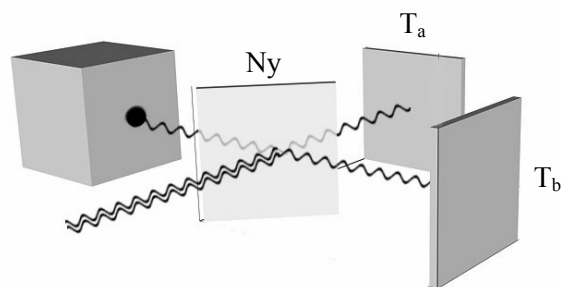
$$\frac{d\delta y}{l} = \lambda \Rightarrow \delta y = \frac{l}{d} \lambda.$$

Vegyük észre, hogy a fény hullámhossza olyan kicsiny, hogy az interferencia észlelése nem magától értetődő. Így pl.  $\lambda=0,5\mu$  hullámhosszúságú (zöld) fényel kísérletezve ahhoz, hogy legalább 1 mm-es csíktávolságot állítsunk elő az szükséges, hogy  $l/d \geq 2000$  legyen. Ez nyilván jelentős mértékben közrejátszott abban, hogy a kísérletet csak az 1800-as évek elején sikerült elvégeznie Young-nak. A Young kísérlet fizika történeti jelentősége abban áll, hogy szemléletesen bizonyítja a fény hullámtermészetét.

\*\*\*\*\*

## A Michelson interferométer

A Michelson interferométer vázlatát az ábrán látható. A fényforrásból (célszerűen lézertől) kilépő fénysugár egy  $N_y$  nyalábosztóra esik, ahol a fény 50%-a visszaverődik és az A karba jut, 50%-a áthalad és belép a B karba. A karok végén elhelyezett  $T_a$  és  $T_b$  tükrökről a fény visszaverődik, az A karból érkező fény 50%-a a nyalábosztón áthalad, a B karból érkező fény 50%-a a nyalábosztón visszaverődik, azaz a nyalábosztó hátoldalán két párhuzamos fénysugár lép ki, amelyek egymással interferálnak.



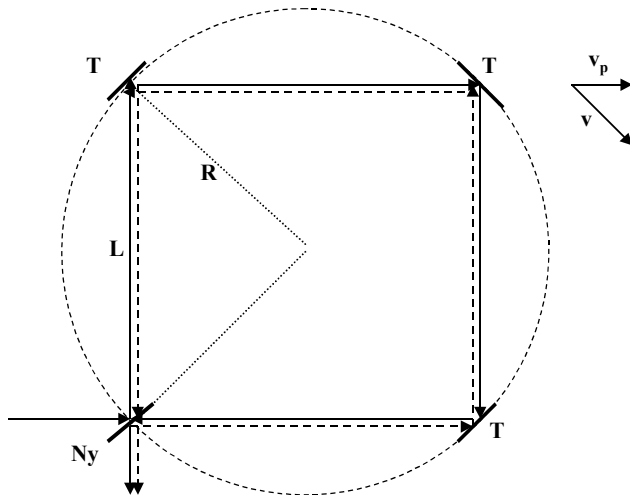
A Michelson interferométer vázlatát

Amennyiben az A és B kar egyenlő hosszúságúak akkor a fény terjedési ideje a két karban pontosan megegyezik ( $2L/c$ , ahol  $L$  a kar hossza,  $c$  a fénysebesség), tehát a kilépő fényhullámok azonos fázisban találkoznak, azaz az interferencia során erősítik egymást. Ha viszont valamelyik kar hosszúsága megváltozik, akkor az interferáló nyalábok (hullámok) közötti fáziskülönbség és ebből következően a kilépő intenzitás is megváltozik. Vegyük észre, hogy a Michelson interferométer igen pontos távolságmérést tesz lehetővé hiszen a fényhullámhossz 50-ed részének megfelelő távolság változás – ez zöld fény esetén mindössze  $0,01\mu$ -nak felel meg – minden nehézség nélkül mérhető vele.

\*\*\*\*\*

## Sagnac interferométer

Ennél az eszköznél a belépő fény egy  $N_y$  nyalábosztóra esik, ahol a fény 50%-a visszaverődik, 50%-a áthalad. Kövessük nyomon pl. az áthaladó részt (lásd az ábrán a



folytonos nyilat). Ez a tükrökön visszaverődve, az óramutató járásával megegyező irányban körüljárja az interferométert, majd ismét a nyalábosztóhoz ér, ahol a fény 50%-a visszaverődik és a kilép az eszközből, ahogy azt a nyíl is mutatja. A belépő fény nyalábosztón áthaladó része (az ábrán szaggatott nyíl) ugyanígy körüljárja az interferométert – természetesen az óramutató járásával ellentétes irányban – és az előzővel párhuzamosan kilép. Ha interferométer nyugalomban van, (vagy egyenesvonalú egyenletes mozgást végez) akkor a két nyaláb mindig azonos fázisban találkozik, hiszen ugyanazt az összesen  $4L$  hosszúságú utat járják be, csak ellenkező irányban. Mi történik akkor, ha az interferométert a középpontja körül  $\omega$  szögsebességű forgásba hozzuk? (A forgás iránya természetesen közömbös, de hogy számolni tudjunk, tegyük fel, hogy az óramutató járásával megegyezik.) Tekintsük pl. a négyzet felső oldalán a forgással egyirányba haladó sugarat. A fény a baloldali tükrőről visszaverődik de jobboldali tükröt nem  $L/c$  idő múlva éri el, hanem valamivel később, mivel tükrök közben távolodik. A szükséges  $\Delta t_e$  idő nyilván

$$\Delta t_e = \frac{L + v_p \Delta t_e}{c}, \text{ azaz } \Delta t_e = \frac{L}{c - v_p}. \quad (1)$$

A tükrök – amint az az ábráról is nyilvánvaló – a befoglaló kör érintőjének irányába  $v = \omega R$  sebességgel mozog. Ennek a sebességnek a fénysugárral párhuzamos  $v_p$  komponensére van szükségünk, ami nyilván  $v_p = \frac{v}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}R\omega}{2}$ . Vegyük továbbá észre, hogy  $L = \sqrt{2}R$ .

Helyettesítsük ezeket (1) be:



$$\Delta t_e = \frac{2R}{\sqrt{2c - R\omega}}. \quad (2)$$

A  $T_e$  teljes körüljárási idő nyilván  $4\Delta t_e$  azaz

$$T_e = \frac{8R}{\sqrt{2c - R\omega}}. \quad (3)$$

Gondolatmenetünket teljesen hasonló módon megismételhetjük az ellenkező irányban haladó fényre. A különbség csupán annyi lesz, hogy ekkor a tükör a fénytől nem eltávolodik, hanem szembe halad vele, így a terjedési idő  $L/c$ -hez képest lerövidül. Amint azt könnyű belátni ekkor a teljes  $T_f$  körüljárási idő:

$$T_f = \frac{8R}{\sqrt{2c + R\omega}}. \quad (4)$$

A kilépő sugarak interferenciája során fellépő fáziskülönbséget a két idő különbsége adja meg azaz:

$$\Delta T = T_e - T_f = 8R \left( \frac{1}{\sqrt{2c - R\omega}} - \frac{1}{\sqrt{2c + R\omega}} \right) = \frac{8R^2\omega}{c^2 - R^2\omega^2}. \quad (5)$$

Mivel  $c^2 \gg (R\omega)^2$  ezért a végeredményünk:

$$\boxed{\Delta T = \frac{8R^2\omega}{c^2} = \frac{4A\omega}{c^2}}$$

ahol  $A$  a tükrök (az interferométer) által alkotott négyzet területe. Vegyük észre, hogy ha  $\omega \neq 0$  akkor az interferométer kimenetén fáziskülönbség lép fel, ezért a Sagnac interferométer  $\omega$  mérésére alkalmas. Ezen az elven működnek a modern navigációs eszközökben használt lézeres giroszkópok.

\*\*\*\*\*

*Fraunhofer-féle elhajlás Tk 173.-175. old.*

*Fresnel féle elhajlás, Fresnel zónák Tk 171.-173. old.*

*Az optikai eszközök feloldóképessége Tk 194.-195. old.*

\*\*\*\*\*

## **A fotolitográfia optikai problémái**

A modern számítógépek meghatározó alkatrészeit (CPU, memória chip stb.) fotolitográfiai eljárással készítik. Ennek alapötlete röviden a következő. A chip funkcionális rétegekből épül fel. Ezek a rétege szolgálhatnak pl. az áramköri elemek elektromos összekötésére (ez vékony fémcsíkokat jelent), a tranzisztorok/kapcsolók különböző módon szennyezett félvezető elemeiként stb. Az egyes funkcionális rétegek kialakítása úgy történik, hogy a szilícium lap felületét ún. fotorezisztával vonják be, amely egy lakk ami teljes mértékben megvédi a lap felületét. Ennek következtében a szükséges technológiai lépés – fémréteg párologtatás, szennyezőkkel történő implantáció stb. – csak ott lehetséges, ahol előzőleg ezt a lakkréteget eltávolították. Ez pedig úgy lehetséges, hogy a lap felületét a réteghez szükséges mintázatnak megfelelően megvilágítják, aminek következtében a lakk – ott, és csak ott, ahol fény érte – egy megfelelő oldószerrel leoldhatóvá válik. Ezek után a megfelelő technológiai lépés elvégezhető és a folyamat a következő réteg kialakítására megismételhető. A megfelelő mintázat szerinti megvilágítást ún. „stepper”-ekben végzik. Ez lényegében egy nagy precizitású pozicionáló rendszerből (amely képes azt biztosítani, hogy a szilícium lap 0,01 mikrométer pontossággal mindig ugyanoda kerüljön), és egy különleges optikai vetítő rendszerből áll. A vetítő rendszer feladata, hogy egy maszk képét a szilícium lemez felületén előállítsa. (Azt, hogy ennek a vetítőrendszernek milyen szigorú feltételeknek kell eleget tennie a következőképpen érthetjük meg. Egy chip befoglaló mérete 10 mm nagyságrendű. Ahhoz, hogy ezen felületen el tudjunk helyezni pl. 256 Mbyte memóriát az szükséges, hogy a minimális méretű elemek mérete a 0,1  $\mu$ -t ne haladja meg. Ez azt jelenti, hogy az optikai rendszernek képesnek kell lennie egy  $10^5 \times 10^5 = 10^{10}$  képpontból álló kép alakhú leképezésére.)

A fentiekből nyilvánvaló, hogy a memória kapacitás növelésének az szab határt, hogy mekkora az a legkisebb  $w$  elem – ún. kritikus méret – amit még optikailag processzálni lehet. Ennek viszont nyilvánvalóan az optikai rendszer feloldóképessége szab határt. Felidézve az optikai feloldóképességnél megtárgyalt formulát, tehát  $w = 1,22 \frac{\lambda}{d} f$ , vagy általánosabban

$w = k_1 \frac{\lambda}{NA}$ , ahol  $k_1$  egy az optikára jellemző konstans,  $\lambda$  a fény hullámhossza,  $f$  a lencse fókusz távolsága, illetve  $NA$  a numerikus apertúra (ami annak a kúpszögnek a szinusz a ahonnan a lencse a fényt még éppen összegyűjti). Ebből tehát az látszik, hogy a kritikus méret csökkentése vagy a hullámhossz csökkentésével, vagy a numerikus apertúra növelésével lehetséges. A numerikus apertúra növelése azonban felvet egy problémát is. Egy optikai rendszernek igen fontos paramétere az ún. mélységélesség (amit az angol depth of focus kifejezés alapján **DOF**-nak szokás jelölni), ami szemléletesen azt a tartományt jelenti amennyivel az ideális képsík előtt, illetve mögött elhelyezve az ernyőt, még éles képet kapunk. (A stepper esetében ez azt jelenti, hogy szilícium lapnak a lencsétől mért távolságát a **DOF** pontosságával kell beállítani.) Megmutatható, hogy a DOF-ra igaz

$$DOF = k_2 \frac{\lambda}{(NA)^2}$$

ahol  $k_2$  egy az optikára jellemző állandó. Ebből tehát az következik, hogy  $w$  csökkentésére egy bizonyos határ után már  $NA$  növelése nem járható mert megengedhetetlen mértékben lecsökken a **DOF**: Ezután már csak a fény hullámhosszának csökkentése marad, ami magyarázza azt, hogy miért térnek át napjainkban a nagy elektronikai cégek egyre inkább az ú.n. excimer lézeres technológiára, amely 250-nm hullámhosszú ultraibolya fényen alapszik.

\*\*\*\*\*

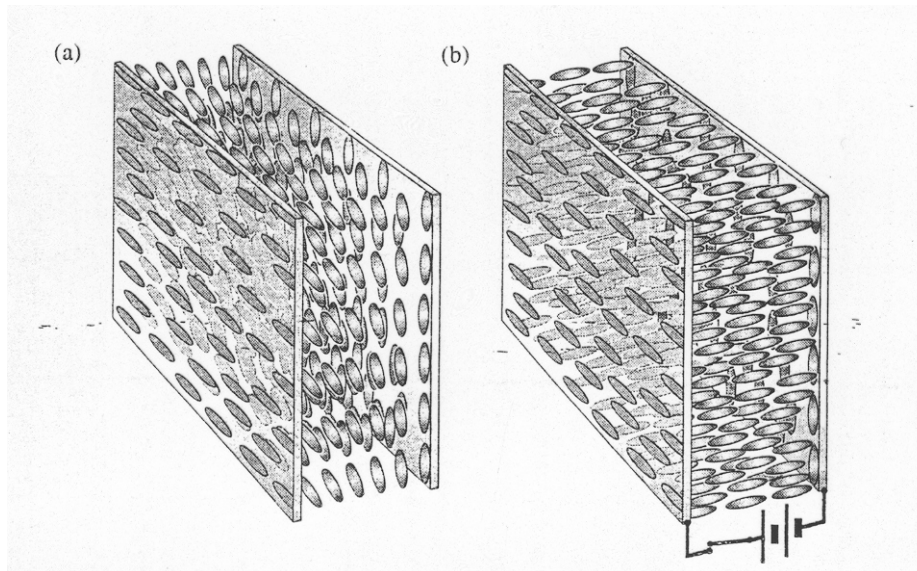
*A fény polarizációja, kettőtörés Tk 202.-203., 216.-219., 228. old*

*Optikai aktivitás Tk 239.-240. old.*

\*\*\*\*\*

### A folyadékkristályos kijelzők működése

A folyadékkristályos kijelzők a legegyszerűbb esetben ú.n. nematikus folyadékkristályt tartalmaznak. A nematikus folyadékkristályokat az jellemzi, hogy bár folyadék halmazállapotúak, a bennük levő pálcika alakú molekulák úgy helyezkednek el, hogy hossz tengelyük egy irányba mutat (ezért „kristályok”). Amennyiben a tartó üveglap felületén mikroszkopikus karcolások vannak, akkor a felület közelében a molekulák ezekkel a karcolásokkal párhuzamosan állnak be. Ha a folyadékkristályt egy olyan cellában helyezzük el, melynek alap-, és fedőlapján a karcolatok egymáshoz képest  $90^\circ$ -al el vannak forgatva,



(lásd az (a) ábrát) akkor a molekulák orientációja is ennek megfelelően elcsavarodik. Ha egy ilyen cellát két keresztezett polarizátor közé helyezünk, akkor az egész rendszer átlátszó lesz, hiszen a folyadékkristály réteg a fény polarizációs síkját  $90^\circ$ -al elforgatja. A folyadékkristály molekulák orientációját elektromos térrel is befolyásolni lehet. Ha pl. a két üveglap közé kellően erős elektromos teret kapcsolunk (ezt a gyakorlatban úgy szokás kivitelezni, hogy az üveglapra egy fémréteget párologtatnak, amely azonban olyan vékony, hogy a fényt

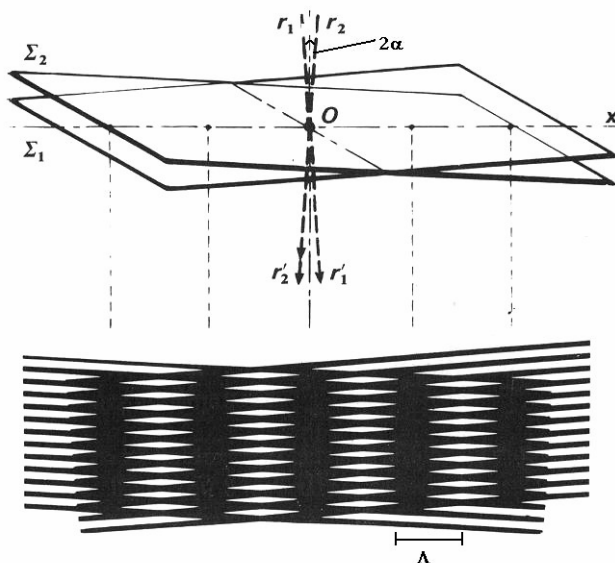
átengedi), akkor a molekulák a térrel párhuzamosan állnak be (b ábra), a réteg tehát elveszti optikai forgatóképességét, ezért a cella világostról sötétre vált.

\*\*\*\*\*

## A holográfia alapjai

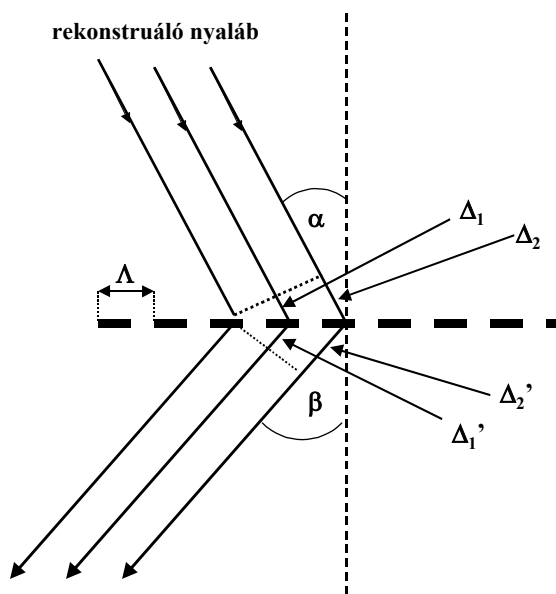
Ahhoz, hogy a holográfia működését megértsük, célszerű először meggondolni, hogy mi is történik a hagyományos fényképezés során. Az alapvető lépés az, hogy a tárgyról egy lencse segítségével – amely a gyakorlatban a leképezési hibák miatt nem egy egyszerű lencse, hanem egy összetett optikai rendszer, de ennek jelen megfontolásaink szempontjából nincs jelentősége – képet alkotunk. A képalkotás feltétele, hogy a tárgy adott pontjából kiinduló összes sugár a kép egy adott pontjában metszze egymást. Ennek megfelelően, ha a tárgypontról több, vagy kevesebb sugár indul ki, akkor a megfelelő képpontba is több, vagy kevesebb sugár érkezik be. Ez tehát azt jelenti, hogy a tárgy és képpontok fényességét (pontosabban fogalmazva az ottani fényintenzitást) megfeleltetjük egymásnak. Vegyük észre, hogy ugyanekkor a tárgyról kiinduló fénycsugárak fázisában rejlik információ elvész. Az, hogy a fázisban rejlik információ ugyanolyan fontos azonnal nyilvánvalóvá válik, ha felidézük a Huygens-Fresnel elvet. Az elemi hullámok interferenciáját az amplitúdó és a fázis együtt határozza meg.

Gábor Dénes is a hullámok fázisa által szállított információ hasznosítását tűzte ki célul, amikor a holográfiához vezető gondolatmenete mentén elindult. Az alapkérdés az, hogy hogyan lehetne a fázisban terjedő információt rögzíteni. Ez nyilván az interferencia során mutatkozik meg. Világos, hogy ha a vizsgált hullámot egy ismert fázisszerkezetű ún. referencia hullámmal – a gyakorlatban ez általában sík- vagy gömbhullám – interferáltatjuk, akkor egy olyan jellegzetes interferencia kép jön létre, amely jellemző a vizsgált hullámra. (A vizsgált hullámot a továbbiakban tárgyhullámnak nevezzük.) Vizsgáljuk ezt meg egy egyszerű esetben. Legyen a referencia hullám és a tárgyhullám egyaránt síkhullám. (Ez fizikailag azt jelenti, hogy egy síkhullám hologramját kívánjuk elkészíteni.) Legyen a két hullám terjedési iránya által bezárt szög  $2\alpha$  (lásd a H1 ábrát). Az interferencia eredményeként



H1. ábra

egy sötét és világos csíkokból álló csíkrendszer jön létre, melynek  $\Lambda$  periódusára egyszerű geometriai megfontolások alapján írhatjuk  $\Lambda = \frac{\lambda}{2 \sin \alpha}$ . Ezt a csíkrendszert pl. egy fényérzékeny film segítségével rögzíthetjük. (A filmet voltaképpen tetszőlegesen elhelyezhetnénk, de az egyszerűség kedvéért legyen a film merőleges a két beeső hullám szögfelezőjére.) A kérdés most az, hogy filmen rögzített interferencia mintázat segítségével elő tudjuk-e állítani az eredeti hullámot. (Ezt a lépést rekonstrukciónak szokás nevezni.) Emlékezzünk vissza, hogy a tárgy hullám egy olyan síkhullám volt, amely a film beesési merőlegességével  $\alpha$  szöget bezárva terjedt, a sikeres rekonstrukció tehát azt jelenti, hogy egy ilyen hullámot kapunk vissza. Világítsuk meg a filmet egy ugyanolyan síkhullámmal, mint



H2. ábra

amilyen a referencia nyaláb volt (azaz a merőlegessé  $\alpha$  szöget bezáró síkhullámmal), ahogy azt a H2. ábra mutatja. A kérdés az, hogy milyen  $\beta$  szög esetén teljesül az, hogy a szomszédos átlátszó csíkokon átjutó résznyalábok erősítik egymást. Ehhez nyilván az szükséges, hogy a nyalábok közötti útkülönbség  $\lambda$  egész számú többszöröse legyen. Az útkülönbség két részből ( $\Delta_1$  és  $\Delta_1'$ ) tevődik össze amelyekre írhatjuk

$$\Delta_1 = \Lambda \sin \alpha \text{ és } \Delta_1' = \Lambda \sin \beta, \text{ tehát az erősítés feltétele: } \Lambda \sin \alpha + \Lambda \sin \beta = \lambda.$$

Ez persze még önmagában nem elég. Ha ugyanis a második, harmadik stb. szomszédok valamilyen más szög alatt erősítik egymást, akkor a film mögött sok különböző irányban haladó gyenge nyalábot tapasztalunk majd. Nézzük meg pl. a második szomszédokat. Ekkor az útkülönbség  $\Delta_2$  és  $\Delta_2'$  amelynek összege  $2\lambda$ -t kell, hogy adjon. Az erősítés feltétele ekkor

$$2\Lambda \sin \alpha + 2\Lambda \sin \beta = 2\lambda$$

Megállapíthatjuk, hogy ez ugyanazt a szöget jelenti mint az előbbi egyenlet, tehát ha a szomszédos réseken átjutó nyalábokra teljesül az erősítés feltétele, akkor az összes résen

átjutó nyaláb is erősíti egymást. Már csak  $\beta$  meghatározása van hátra. Helyettesítsük be ehhez  $A$ -t az erősítés feltételébe

$$\sin \alpha \frac{\lambda}{2 \sin \alpha} + \sin \beta \frac{\lambda}{2 \sin \alpha} = \lambda \quad \Rightarrow \quad \alpha = \beta$$

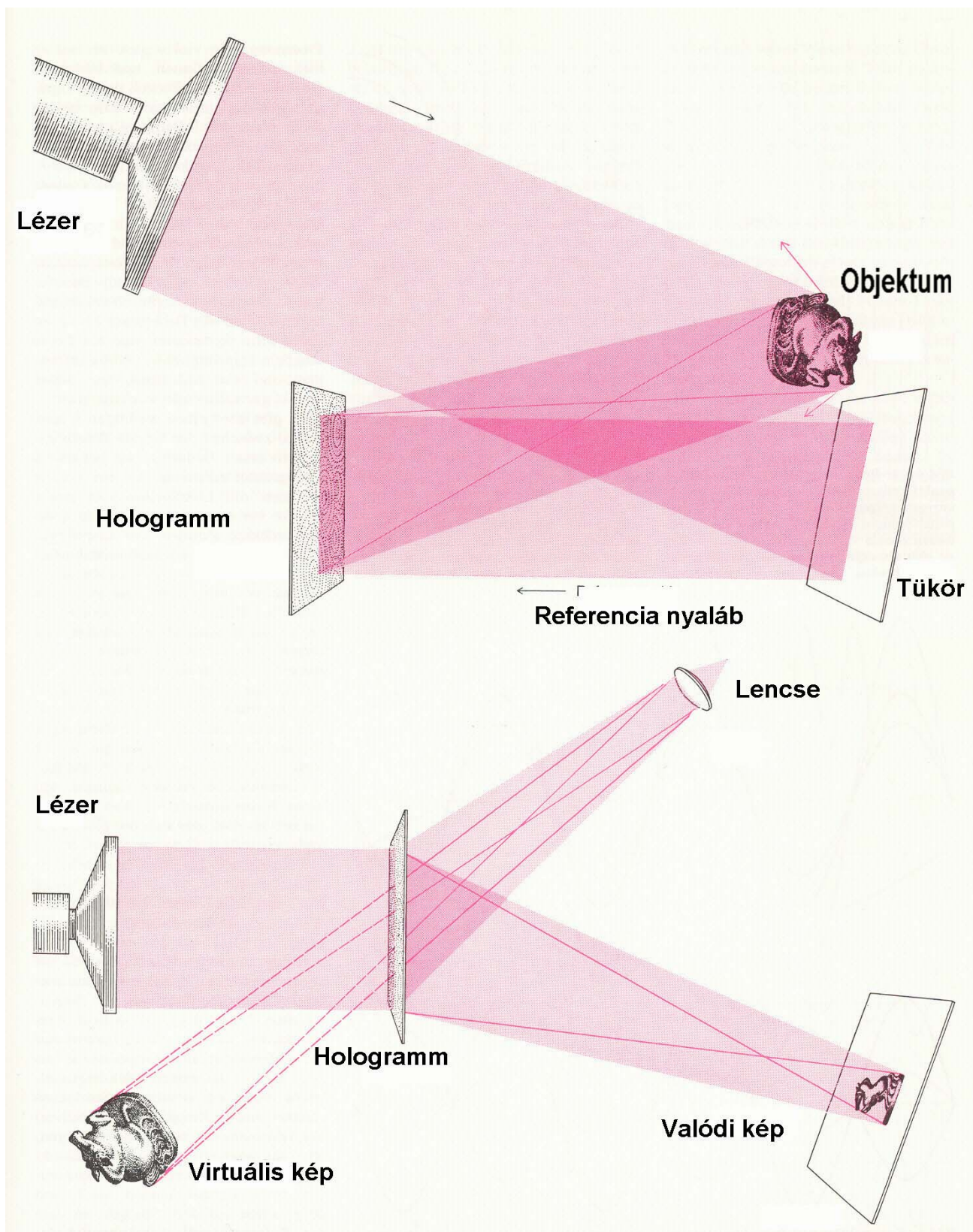
Eredményül tehát azt kaptuk, hogy a rekonstruált hullám egy, a merőlegessel  $\alpha$  szöget bezáró síkhullám, ami pontosan annak felel meg, mintha a tárgy hullám haladna tovább a film mögött. Ezzel beláttuk azt, hogy a holográfia alapötlete működik.

Gondolatmenetünk alapján azonnal beláthatjuk a holográfia három alapvető tulajdonságát.

- A hologram rekonstrukciója során egy olyan hullám keletkezik, amely pontosan megegyezik a tárgy hullámmal, ezért a rekonstruált hologram optikailag a tárggyal egyenértékű.
- A hologram az információt interferencia mintázat formájában tárolja.
- A hologram bármely kis része ugyanazt a (teljes) információt tárolja. Ezért ha egy hologramnak csak egy kis darabját rekonstruáljuk ugyanazt a képet kapjuk, mint a teljes hologramról csak halványabban.

(A harmadik tulajdonság belátásához elegendő meggondolni azt, hogy a fenti egyszerű példánkban csak egy periódust világítunk ki, akkor ugyanúgy egy  $\alpha$  szögben haladó síkhullámot kapunk, mintha mondjuk száz periódust világítanánk ki, csak ebben az esetben a hullám jóval gyengébb.)

A kérdés ezek után az, hogy hogyan lehet a gyakorlatban hologramot készíteni. Erre ma már nagyon sokféle technikai megoldás van, ezek közül az egyik legegyszerűbbet mutatjuk be a H3. ábrán. A hologram készítéséhez a lézer nyalábját kitérítjük, úgy hogy az nagyobb legyen, mint a tárgy. A fény egy része a tárgyra esik létrehozva ezzel a tárgy hullámot, a másik része a tárgy mellett elhelyezett tükörről (síkhullámként) visszaverődve alkotja a referencia hullámot. A két hullám a fotolemezen találkozik, ahol létrehozza a hologramot. A rekonstrukció során a hologramot tartalmazó fotolemezt a lézerből érkező síkhullámmal világítjuk ki, amelynek következtében létrejön egy pontosan olyan hullám, mint ami a tárgyról érkezne. (A lemeztől visszaverődő fény létrehoz egy virtuális hologramot, amely olyan, mint a tárgy tükörképe.)



H3. ábra

\*\*\*\*\*

*Diszperzió, prizmák, spektrum Tk 31.-35. old.*

*Fázis és csoportsebesség Tk 21. és 142-143. old., valamint Budó Kísérleti fizika I. kötet 329.-331. old.*