

8. Folyadékviszkozitás hőmérsékleti függésének vizsgálata Höppler-féle viszkoziméterrel

Célkitűzés:

- A folyadékok áramlására vonatkozó törvények áttekintése, és a valódi (nem ideális) folyadékokat jellemző belső súrlódási együttható meghatározása különböző hőmérsékleteken, megismerve ennek során a szükségszerűen használandó ultratermosztátot.

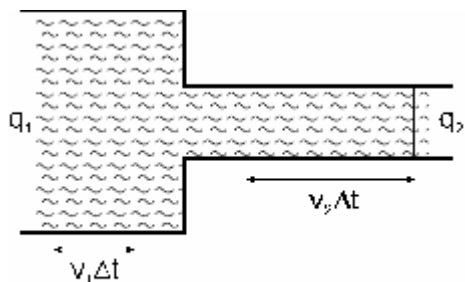
Elméleti összefoglaló:

A folyadékok áramlását leírhatjuk úgy, hogy megadjuk az áramló folyadékrezecske helykoordinátáit az idő függvényében, azaz az ún. pályavonalat, vagy úgy, hogy a folyadékrezecske sebességét adjuk meg a hely és az idő függvényében, azaz egy sebességteret definiálunk:

$$\vec{v} = v(x, y, z, t). \quad (1)$$

Ezt a vektorteret az áramvonalakkal szemléltethetjük, azaz azokkal a görbékkel, melyek érintői az érintési pontban a sebesség irányát adják meg. Az áramlást stacionáriusnak nevezzük, ha az áramlási tér egy adott helyén a sebesség időben állandó.

Az ideális és a nem ideális, összenyomhatatlan folyadékok stacionárius áramlására érvényes



1. ábra

összefüggés az ún. kontinuitási egyenlet. Egy változó keresztmetszetű cső (lásd 1. ábra) q_1 és q_2 keresztmetszetén ugyanazon Δt idő alatt átáramló folyadék térfogatai egyenlők kell, hogy legyenek, tehát

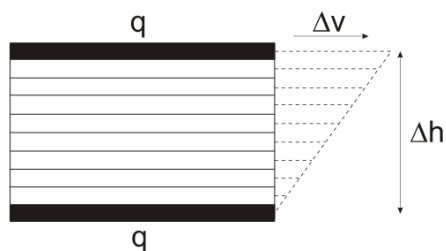
$$q_1 v_1 \Delta t = q_2 v_2 \Delta t, \quad (2)$$

ahol v_1 és v_2 a megfelelő keresztmetszeteknél lévő sebességeket jelentik. A $q_1 v_1$ és $q_2 v_2$ az adott keresztmetszeten 1 s alatt átáramlott folyadék térfogatát

jelentik, amelyet áramerősségnek nevezünk, tehát stacionárius áramlásnál: $I = qv = \text{állandó}$. A kontinuitási egyenlet azt fejezi ki, hogy állandó áramerősségnél a cső keresztmetszete és az átáramló folyadék sebessége fordítottan arányosak.

Nem ideális folyadékok stacionárius áramlásánál az áramlást létrehozó külső erőön kívül tekintetbe kell vennünk a molekuláris erőket is: a folyadékmolekulák közötti kohéziós, ill. a folyadékmolekulák és az edény fala között fellépő adhéziós erőket, valamint az ebből származó súrlódási erőket.

Helyezzünk két jól zsírtalanított üveglap közé vizet (vagy mézet). Ha az egyik üveglapot oldalirányban



2. ábra

mozgatjuk, ehhez jól érezhető erőt kell kifejtenünk. A rögzített helyzetű alsó lemez és a hozzá tapadó vízréteg nyugalomban marad, a felette lévő vízrétegek annál nagyobb sebességgel mozognak, minél távolabb vannak a tapadó vízhatártól. Egy adott magasságban fekvő vízréteg sebessége mindig nagyobb az alatta lévőénél és kisebb, mint a felette lévőé. Az egyes rétegek között súrlódásszerű erő

lép fel, melyet belső súrlódásnak, vagy dinamikus viszkozitásnak nevezünk. Ez az erő egyenesen arányos a súrlódó rétegek q felületével, a két réteg közötti Δv sebesség-különbséggel és fordítva arányos a két réteg közötti Δx távolsággal.

$$F = \eta q \frac{\Delta v}{\Delta x}. \quad (3)$$

Az η arányossági tényező a dinamikus belső súrlódási együttható, vagy viszkozitás. Ez a *Newton*-féle súrlódási törvény. A viszkozitás egysége $1 \text{Ns}/\text{m}^2 = 1 \text{Pas}$. A viszkozitás régebbi CGS egysége volt a poise. $1 \text{Pas} = 10 \text{ poise}$.

A belső súrlódási együttható függ a folyadék anyagi minőségétől. Pl. az éter viszkozitása a vízének kb. a negyede, a ricinusolajé a vízének kb. 10-szerese, az emberi véré 38°C -on ötszöröse a vízének. Sok szilárd testnek tekintett anyagnál is fellép a belső súrlódás. Pl. egy pecsétviaszrúd eltörésénél éles szélek keletkeznek. Ha viszont a rudat végeihez közel, vízszintes helyzetben két pontban alátámasztjuk, hónapok múltán a végek függőleges helyzetbe hajolnak le. A pecsétviasz belső súrlódási együtthatója kb. 10^{10}Pas . A gázok viszkozitása sokkal kisebb, pl. a hidrogéné a vízénél ezerszer kisebb.

Ha összehasonlítjuk például a víz és egy szirupszerű folyadék által kifejtett közegellenállást, amit a bennük állandó sebességgel mozgó testre kifejtenek, a szirupban fellépő ellenállás sokkal nagyobb lesz. Általában egy közeg által egy testre kifejtett ellenállás két részből áll, amelyek közül az egyik rész függ a viszkozitástól, míg a másik rész független tőle. A négyzetes közegellenállási törvény – mely szerint a közegellenállás a közeghez viszonyított sebesség négyzetével arányos – nem függ a viszkozitástól. A víz és a szirup esetében a négyzetes közegellenállási tag kb. egyenlő, de a szirup nagyobb viszkozitása miatt a viszkozitástól függő ellenállási erő nagyobb.

Tapasztalat szerint az ellenállás annál inkább lesz egyszerűen a sebességgel arányos, minél kisebb a sebesség nagysága. Ebben a sebességtartományban, tehát amelyben az ellenállásra a lineáris sebességtörvény érvényes, a megfigyelések szerint az ellenállás a közeg η belső súrlódási együtthatójával arányos, és itt a közeg sűrűsége nem befolyásolja az ellenállás nagyságát. Az olyan mozgásokat, melyek sebességénél a lineáris ellenállástörvény érvényes, lamináris mozgásoknak nevezzük.

Az ilyen csúszó mozgás létrejöttét a következőképpen képzelhetjük. A mozgó testre a közvetlenül mellette lévő folyadékrezecskék rátapadnak, és egy vékony hárttyát alkotnak (határréteg). Ez a hárttya a testtel együtt mozog, és a vele érintkező folyadékréteget hozza mozgásba, amelynek sebessége nyilván kisebb, a következő vékonyrétegeé úgyszintén. Ezt a folyadékmozgást nevezzük lamináris mozgásnak. A rétegek között tehát sebességkülönbség van. Hogy a mozgás fennmaradjon, a belső súrlódás miatt a testre közvetlenül rátapadó folyadék felszínére kell egy erőt kifejteni, amelynek nagyságára fennáll

$$F = \eta q \frac{\Delta v}{\Delta b}. \quad (4)$$

A lamináris mozgásra vonatkozik a *Stokes*-féle ellenállástörvény, mely szerint egy η viszkozitású közegben nagyon kis állandó v sebességgel mozgatott r sugarú gömbre kifejtett közegellenállás nagysága:

$$F = 6\pi\eta r v. \quad (5)$$

Egy közegben eső golyóra csak a gravitációs és a felhajtó erő hat, ezek eredője lesz állandó sebességnél az (5)-ben szereplő F erő, így (5) a következő alakú:

$$\frac{4\pi}{3} r^3 (\rho_g - \rho_f) g = 6\pi\eta r v. \quad (6)$$

Ebből $v = s/t$ behelyettesítés után η -ra kapjuk, hogy

$$\eta = \frac{2r^2 g}{9s} (\rho_g - \rho_f) t, \quad (7)$$

ahol ρ_g és ρ_f a golyó, illetve a folyadék sűrűségét, s pedig a golyó t idő alatt megtett útját jelentik, amely egy állandó érték.

A valódi folyadékok áramlására vonatkozó nevezetes törvény a *Hagen-Poiseuille* törvény, amely megadja a t idő alatt az l hosszúságú és r sugarú csövön átáramlott η viszkozitású folyadék V térfogatát ($p_1 - p_2$) nyomáskülönbség esetén:

$$V = \frac{\pi}{8} \frac{1}{\eta} \frac{r^4}{l} (p_1 - p_2) t. \quad (8)$$

Ezt a törvényt a *Newton*-féle súrlódási törvényből vezethetjük le oly módon, hogy a cső belsejében felvesszünk egy ρ sugarú hengert, melynek két vége között Δp a nyomáskülönbség. Ezt a hengert mozgató F erő $\rho^2 \pi \Delta p$, a súrlódási erő pedig a *Newton*-féle törvényből: $-\eta 2 \rho \pi l \frac{\Delta v}{\Delta \rho}$, így a (4) egyenlet a következő alakú lesz:

$$\rho^2 \pi \Delta p = -\eta 2 \rho \pi l \frac{\Delta v}{\Delta \rho}, \quad (9)$$

Amelyből integrálással adódik:

$$v = \frac{\Delta p}{4\eta l} (r^2 - \rho^2). \quad (10)$$

Egy $d\rho$ szélességű körgyűrűn az időegység alatt átfolyó dV térfogat

$$dV = v 2\pi \rho d\rho, \quad (11)$$

amelyből v behelyettesítése után integrálással adódik a *Hagen-Poiseuille* törvény. Ennek felhasználása ad egy *abszolút* módszert η mérésére. Egy pipettaszerű cső alsó r sugarú és l hosszúságú részén áramoltatjuk át a kiszélesedő rész két jele közötti térfogatban lévő folyadékot. V , r , l , t mérhető. $\Delta p = h\rho g$, ahol h a kifolyási idő feléhez tartozó magasság.

A viszkozitás *relatív* mérésére alkalmas az *Ostwald*-féle kapillár-viszkoziméter, amely szintén a (8) összefüggés alkalmazása. A gyakorlaton használt *Höppler*-féle viszkoziméterrel tulajdonképpen a (7) egyenlet alapján határozzuk meg η értékét, megjegyezve azt, hogy a (6) és ezért a (7) összefüggés is csak abban az esetben érvényes, ha a golyó távol van az edény falától, ami ezen viszkoziméternél nem teljesül. Ezért a (7)-ben a $2r^2 g/9s$ konstans helyett egy K empirikus állandót vezetünk be, így (7) a következő alakú lesz:

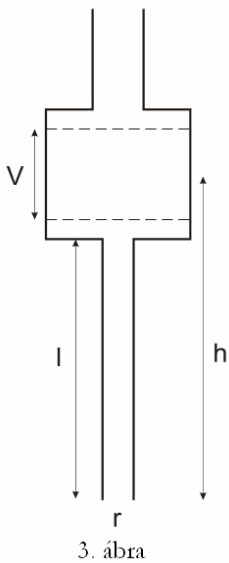
$$\eta = K(\rho_g - \rho_f) t. \quad (12)$$

Ismerve η , ρ_g , ρ_f és t értékét, K meghatározható. A viszkozimétert gyárilag hitelesítik, azaz megadják K értékét.

A dinamikai viszkozitás mellett használatos mennyiség még a kinematikai viszkozitás, amely a dinamikai viszkozitás és a sűrűség hányadosa:

$$\nu = \frac{\eta}{\rho}. \quad (13)$$

Ennek egysége: $1 \text{ m}^2/\text{s}$, a CGS egységneve stokes, jele St. A kétféle egység közötti kapcsolat: $1 \text{ m}^2/\text{s} = 10^4 \text{ St}$.



A folyadékok dinamikai viszkozitása a hőmérséklet emelkedésével csökken a következő törvény szerint

$$\eta = ATe^{-\frac{U}{kT}}, \quad (14)$$

ahol T a folyadék hőmérséklete, A és U anyagi állandók (U az egy molekulára jutó aktivációs energia), k pedig a Boltzmann-állandó.

Frenkel szerint a diffúzió a termikus ingadozások következtében keletkezett lyukak vándorlása által következik be. A lyukak közötti átmenetek száma kapcsolatba hozható a folyadék viszkozitásával és diffúziós állandójával. Egy lyuk sugarát a következő összefüggés adja meg:

$$r_0 = \sqrt{\frac{U}{4\pi\alpha}}, \quad (15)$$

itt α a folyadék felületi feszültsége.

A következő táblázat megadja a víz sűrűségének és felületi feszültségének hőmérsékleti függését.

t (°C)	30	40	50	60	70
ρ (kg/m ³)	995,6	992,2	988,0	983,2	977,2
α (N/m)	0,07104	0,06949	0,06794	0,06639	0,06484

Feladatok:

- Határozza meg a viszkoziméterben található desztillált víz dinamikus viszkozitását szobahőmérsékleten és kb. 30, 40, 50, 60, 70 °C hőmérsékleteken. A golyó mozgásidejét akkor kezdje mérni, amikor a belső hőmérő higanyszála már megállapodott. A víz sűrűségadatait vegye a mellékelt táblázatból. Ábrázolja az $\eta = \eta(T)$ függvényt.
- Igazolja a (14) egyenlet helyességét az $\eta = \eta(T)$ függvény linearizálásával. Határozza meg az egy molekulára jutó U aktivációs energia értékét.
- A táblázat adatai alapján határozza meg a (15) összefüggés alapján a lyukak sugarát a hőmérséklet függvényében.

Ajánlott irodalom:

- 📖 Budó Á. - Szalay L.: Fizikai laboratóriumi gyakorlatok, 28 - 35. o.
Budó Ágoston: Kísérleti fizika I., 75.§ - 85.§