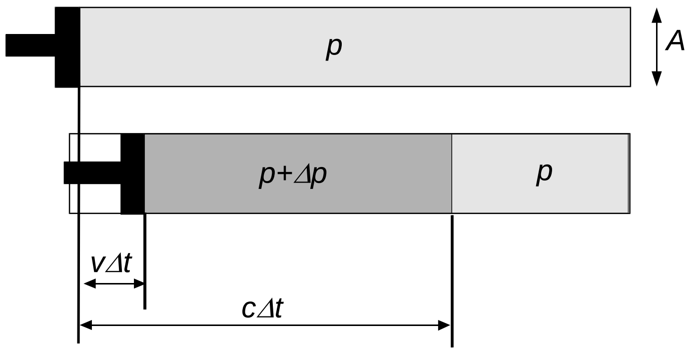
9. Hang terjedési sebességének mérése Kundt-féle csővel

Célkitűzés:

- A hangsebesség mérése különböző gázokban.
- A hangsebesség és a gázok hőtani paraméterei között fennálló kapcsolat tanulmányozása, a c_p/c_v érték meghatározása.
- Állóhullámok vizsgálata.

Elméleti összefoglaló:

Ha egy testet levegőben mozgatunk, abban zavar keletkezik. Ha igen lassan mozgatjuk, a levegő csak áramlik mellette, míg a test gyors mozgásánál, amely ilyen áramlásra nem hagy időt, nyomásváltozást idéz elő. Ekkor a v sebességgel mozgó test összenyomja a p nyomású levegőnek azt a részét, amellyel érintkezik, és az összenyomott levegő nagyobb $p+\Delta p$ nyomást fejt ki a környező levegőre. Ez a nyomásnövekedés a gázban tovaterjed, vagyis benne hullám keletkezik. Folyamatos hanghullám létrejöttekor a hullámot keltő rezgő test, így a gáz részecskéi is rezegnek, ami a gáz sűrűségét és nyomását is periodikusan változtatja. A kinetikus elmélet szerint egy gázban, ha az egyik helyen nagyobb a sűrűség, mint a vele szomszédos másik helyen, akkor annyi molekula megy át a nagyobb sűrűségű helyről a kisebb sűrűségűre, amennyi a kiegyenlítődéshez szükséges. A hanghullám keletkezésénél a nagyobb sűrűségű, nagyobb nyomású tartományból kiáramló molekulák *impulzust* adnak át a szomszédos, kisebb nyomású tartomány molekuláinak. Az így keltett hullámok longitudinális hullámok. Transzverzális hullámok gázokban a számottevő nyíróerők hiánya miatt nem keletkeznek.



1. ábra

Tekintsük az 1. ábra szerinti esetet, amikor egy ρ sűrűségű, állandó A keresztmetszetű gázoszlopban a nyomáshullámot egy állandó v sebességű dugattyú benyomásával hozzuk létre. A c sebességű Δp nyomásnövekedést okozó hullám rövid Δt idő alatt $l = c\Delta t$ utat tesz meg. A Δt idő alatt a gázoszlop eleje $\Delta l = v\Delta t$ távolsággal elmozdul, míg az l távolságra eső vége még nem, azaz a gázoszlop összenyomódik. A nyomásnövekedés a relatív térfogatcsökkenéssel arányos:

$$\Delta p = -K\frac{\Delta V}{V} = -K\frac{\Delta l}{l}, \qquad (1)$$

ahol K a kompressziómodulus. Az A keresztmetszetű dugattyú által a közegre kifejtett erő

$$F = A\Delta p = AK\left(-\frac{\Delta V}{V}\right) = AK\frac{v}{c}. \qquad (2)$$

Az impulzustétel szerint az m tömegű gáz impulzusváltozása $F\Delta t = mv = \rho Ac\Delta t \cdot v$, amelyet felhasználva kapjuk az

$$F = AK\frac{v}{c} = \rho Acv \qquad (3)$$

összefüggést, amelyből a longitudinális hullám sebessége már kifejezhető:

$$c = \sqrt{\frac{K}{\rho}} \quad . \qquad (4)$$

Ahol a gáz összenyomódik, ott a hőmérséklet nő, a tágulás helyén pedig csökken. A nagyobb nyomású tartományból a kisebb nyomásúba átáramló hő mindaddig elhanyagolható, amíg a nagy frekvenciával ismétlődő kompresszió-expanzió során nincs idő a szomszédos levegőtartományok közötti hőmérséklet kiegyenlítődésére, tehát a hanghullámban a nyomás adiabatikusan változik. Ekkor a relatív nyomásváltozás nagysága – az izoterm folyamatokkal szemben – nem egyezik meg a relatív térfogatváltozás nagyságával, hanem annak κ-szorosa, ahol κ egy 1-nél nagyobb szám, mégpedig a termodinamika első főtételéből adódóan a gázok kétfajta fajhőjének hányadosa $\kappa = c_p / c_v$.

$$\frac{\Delta p}{p} = -\kappa\frac{\Delta V}{V}. \qquad (5)$$

Az (1) és (5) egyenleteket összehasonlítva látszik, hogy κ a K kompressziómodulus és a p nyomás hányadosa, azaz a $\kappa = K/p$. Ezt felhasználva kapjuk a *Laplace*-féle összefüggést, mely szerint a hang sebessége ideális gázokban:

$$c = \sqrt{\kappa\frac{p}{\rho}} \qquad (6)$$

A (6) egyenletbe a ρ sűrűség helyett az m/V összefüggést írva, valamint felhasználva az ideális gázokra vonatkozó $pV = NkT$ állapotegyenletet, ahol k a *Boltzmann* állandó, T az abszolút hőmérséklet és N a molekulák száma, a hangsebességre

$$c = \sqrt{\kappa\frac{kT}{m_0}} \qquad (7)$$

adódik, ahol m_0 egyetlen molekula tömegét jelenti. Ebből nyilvánvaló, hogy a hangsebesség a gáz hőmérsékletétől és az anyagi minőségétől függ, a nyomásától és a sűrűségétől nem.

Az *ekvipartíció tétele* szerint a gáz egy-egy molekulájának bármelyik transzlációs- és bármelyik rotációs szabadsági foka egyenként átlagban $kT/2$-vel járul hozzá a gáz energiájához. Egy gáztérben N számú, egymástól függetlennek tekinthető, egyenként f szabadsági fokkal rendelkező molekulából álló gáz U belső energiája:

$$U = \frac{f}{2}N\,kT\,. \qquad (8)$$

Az *állandó térfogat* melletti C_v hőkapacitás a gáz hőmérsékletének 1 Kelvin fokkal való megváltoztatásához szükséges hőmennyiséget adja meg. Az első főtétel értelmében, mivel állandó térfogaton nincs munkavégzés

$$\Delta U = Q = C_v\Delta T = \frac{f}{2}N\,k\,\Delta T \qquad (9)$$

egyenlet írható fel. (9)-ből következik, hogy

$$C_v = \frac{f}{2} N k. \tag{10}$$

A termodinamikából ismeretes továbbá, hogy a gázok *állandó nyomás*ra vonatkozó hőkapacitása

$$C_p = \frac{f+2}{2} N k \tag{11}$$

értékű. Mivel $C_v = mc_v$ és $C_p = mc_p$, a (10) és (11) egyenletekből adódik κ értéke:

$$\kappa = \frac{c_p}{c_v} = \frac{C_p}{C_v} = \frac{f+2}{f}. \tag{12}$$

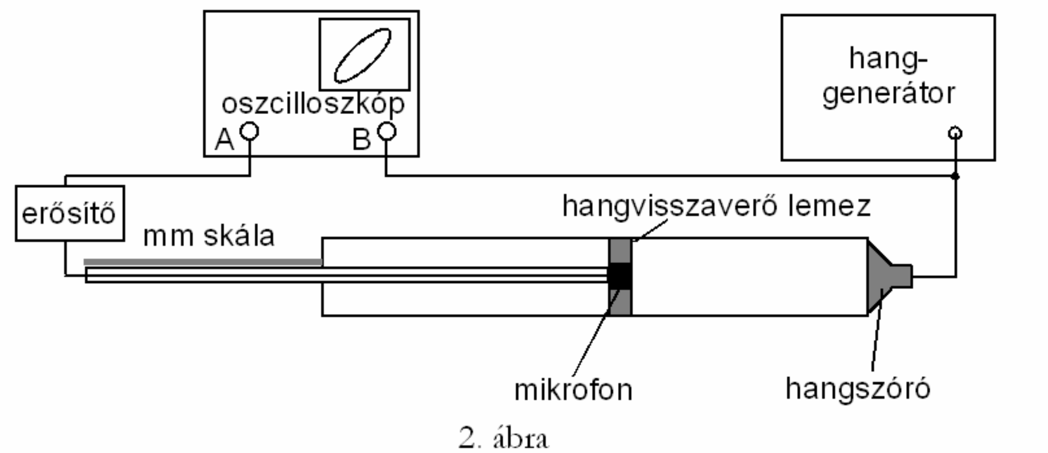
Eszerint, ha *egyatomos gázok* (pl. He, Ne, Ar) atomjait tömegpontnak tekintjük, akkor azok csak 3 transzlációs szabadsági fokkal rendelkeznek: $f = 3$, tehát $\kappa = 5/3 \approx 1{,}66$. *Kétatomos molekulákból álló gázoknál* (pl. H_2, N_2, O_2) a legegyszerűbb modell szerint a molekula két, egymással mereven összekötött tömegpontból áll. Ekkor a 3 transzlációshoz 2 rotációs szabadsági fok járul. Azért csak kettő, mert a két tömegpontot összekötő egyenesre vonatkozó tehetetlenségi nyomaték közel zérus, tehát e tengely körüli forgáshoz tartozó forgási energia is közel zérus. Így a szabadsági fokok száma 5, $\kappa = 7/5 = 1{,}4$. *Többatomos, térben kiterjedt alakú molekulákból álló gázoknál*, ha a molekulát merevnek képzeljük, a szabadsági fokok száma f = 6 lesz (3 transzlációs és 3 rotációs szabadsági fok), így ideális gázok esetén $\kappa = 8/6 \approx 1{,}33$ értékű lesz. (Lineáris többatomos molekuláknál a szabadsági fokok száma a kétatomos gázokhoz hasonlóan szintén 5.)

Összefoglalva: ismert sűrűségű gázban a hangsebesség megmérésével meghatározható a K kompressziómodulus, illetve ha a gáz nyomását is imerjük, akkor a $\kappa = c_p/c_v$ fajhőhányados értéke is. Ha viszont κ-t ismerjük, abból a gáz termikus jellemzőire, illetve molekuláinak szerkezetére következtethetünk. Meg kell jegyeznünk, hogy bár ezek a meggondolások csak ideális gázokra vonatkoznak, sok esetben a valódi gázok termikus jellemzőit is jó közelítéssel megadják.

Hang sebességének mérése Kundt-csővel:

A κ meghatározása céljából (6) szerint meg kell állapítani a vizsgált gázban adott hőmérsékleten a hang c sebességét, a gáz p nyomását és a ρ sűrűségét. Méréseinknél a levegő sűrűségét táblázatból vesszük, nyomását barométerről olvassuk le. Egynemű gázok esetén megmérve a hőmérsékletet a κ-t (7) alapján számíthatjuk ki.

A hang sebességét többfajta módon meg lehet állapítani, a legegyszerűbben úgy, hogy mérjük egy



2. ábra

adott távolságon a zavar terjedési idejét. Egy másik, a gyakorlaton is alkalmazott módszernél azt használjuk ki, hogy a hanghullám fáziskülönbsége π egész számú többszöröse a hangforrás és az érzékelő között akkor, ha a távolság köztük a λ hullámhossz felének egész számú többszöröse. A mérőberendezés a 2. ábrán látható. Ez egy kb. 1 m hosszú és 7 cm átmérőjű üvegcső, melynek egyik végén egy hangszóró van. A hangszóró membránját egy hanggenerátorral hangfrekvenciás rezgésbe hozzuk. A csőbe egy változtatható helyzetű lemezt helyezünk el, amelybe egy mikrofon van beépítve. Ha a mikrofon jelét az oszcilloszkóp függőleges, a hangszóróra adott váltakozó feszültséget a vízszintes bemenetre kapcsoljuk, akkor $n\pi$ fáziskülönbség esetén, ahol n pozitív egész szám, a kialakuló *Lissajous*-görbe egyenes lesz. Ha egy ilyen helyzetből a mikrofont $\lambda/2$-vel eltoljuk, azaz a mikrofon és a hangszóró jele között a fáziskülönbséget π-vel változtatjuk, az újonnan kapott egyenes meredeksége előjelet vált. A hullámhossz meghatározásához e távolságot, vagy pedig többszörösét mérjük le.

A gyakorlaton a hangsebességet meghatározzuk állóhullámok hullámhosszának mérésével is. Az állóhullámok előállítására alkalmazott eljárás lényegében megegyezik a *Kundt*-féle módszerrel, csak a rezgések keltésében és a kialakult állóhullámok detektálásában van eltérés. A 2. ábrán lévő csőben a mikrofont tartó lemez visszaveri a hanghullám egy részét. A lemezt mozgatva annak bizonyos helyzeteinél rezonancia lép fel. Ha a hangszóróból kiinduló és a mikrofon lemezéről visszaverődő hanghullámok fáziskülönbsége 2π egész számú többszöröse, akkor az interferencia révén a hangintenzitás erősödni fog és a csőben állóhullámok alakulnak ki. A rezonancia, illetve állóhullám akkor jön létre, ha a gázoszlop saját frekvenciája megegyezik a hangforrás ν frekvenciájával, ami

$$\nu = \frac{nc}{2L} \qquad (13)$$

nagyságú, ahol L a zárt gázoszlop hossza, n pedig pozitív egész szám. A rezonanciában lévő gázoszlop részecskéinek rezgési amplitúdója sokkal nagyobb lehet, mint a gerjesztő hangszóró membránjának rezgési amplitúdója. Ha ez a frekvencia elég nagy és a cső elég hosszú, akkor az állóhullámoknak több duzzadóhelye (illetve csomópontja) lesz, amelyek $\lambda/2$ távolságra vannak egymástól, ahol λ a hang hullámhosszát jelöli. E távolságok megmérésével a frekvencia ismeretében a hang sebességét a $c = \lambda\nu$ összefüggés alapján kapjuk meg. A duzzadó-helyek meghatározásakor a csőben keletkező állóhullámok által a mikrofonban keltett váltakozó feszültség amplitúdóját mérjük, ennek nagysága a duzzadó-helyeknél maximális. Ezt a mikrofonban keletkezett jelet egy előerősítőn keresztül rákapcsoljuk egy oszcilloszkóp függőleges bemenetére, és a mikrofon elmozdítása során az oszcilloszkóp ernyőjén fellépő jelmaximumok segítségével állapítjuk meg a duzzadó helyek közötti távolságot, azaz $\lambda/2$ nagyságát.

A mikrofon a csőben egy mm skálával ellátott rúd segítségével mozdítható el. Pontosabb mérést végezhetünk, ha a hullámhosszat nemcsak kettő, hanem több rezonancia-hely távolságának a különbségéből határozzuk meg. Egyszerre n darab $\lambda/2$ távolság mérésével a leolvasási hibából származó pontatlanság mértéke n-ed részére csökkenthető.

Feladatok:

1) Határozza meg amplitúdó méréssel a hang hullámhosszát levegőben. Változtassa a frekvenciát 1000 Hz-től 2000 Hz-ig 100 Hz-enként. Az $n\cdot\lambda/2$ távolság mérését minden frekvencia esetén 3-szor végezze el, a számításokhoz a távolságok átlagát használja.
2) Határozza meg az egyes frekvenciákhoz tartozó hangsebesség értékeket, és számítsa ki ezek c átlagát.

3) Ábrázolja a λ-t az $1/\nu$ függvényében, és határozza meg grafikusan is c-t.
4) Mérje meg a légnyomást és a hőmérsékletet. A levegő sűrűségét táblázatból keresse ki. Számítsa ki a $\kappa_{levegő}$-t, felhasználva c értékét.
5) Az előbbi méréssorozatot végezze el újra úgy, hogy a *Kundt*-féle csőben levegő helyett argon van. A mérésnél ügyeljen arra, hogy a mikrofon túl gyors mozgatásakor az argont tartalmazó térbe a mikrofon mellett levegő kerülhet. A hullámhosszat *Lissajous*-görbék segítségével határozza meg a mikrofon $n \cdot \lambda/2$ távolsággal való elmozdításával. Határozza meg az egyes frekvenciákhoz tartozó hangsebesség értékeket, és számítsa ki ezek átlagát.
6) Ábrázolja a λ-t az $1/\nu$ függvényében és határozza meg grafikusan is c-t. A nyomást és a hőmérsékletet argon esetében is a külső légnyomással, illetve hőmérséklettel megegyezőnek vesszük. Számítsa ki a κ_{argon}-t, $M_{argon} = 39{,}9$ g/mol.
7) Magyarázza meg a $\kappa_{levegő}$ és κ_{argon} közti különbséget.

Ajánlott irodalom:

🕮 Budó Ágoston: Kísérleti fizika I., 102.§, 103.§

🕮 Dede M. - Demény A.: Kísérleti fizika, 2. kötet, 3.1.3, 3.4.4.