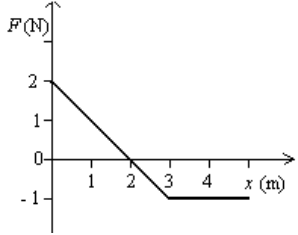


V. Munka, energia teljesítmény

- V./1. Határozzuk meg, hogy mekkora magasságban lesz egyenlő a helyzeti és a mozgási energiája egy 6 m/s sebességgel függőlegesen feldobott labdának! Milyen magasan lesz ennek a labdának zérus a mozgási energiája? A helyzeti energiát számoljuk az eldobás helyétől!
- V./2. Állandó, 1 m/s sebességgel húzunk egy 4 kg tömegű ládát vízszintes egyenes úton, vízszintes irányú erővel 10 másodpercig. A súrlódási együttható a láda és a lejtő között 0,15. Milyen erők hatnak a ládára? Számolja ki valamennyi erő munkáját és teljesítményét külön-külön! Mekkora az összes erő munkájának összege?
- * V./3. Egy 30°-os, 2 m magas lejtőre állandó sebességgel húzunk fel egy 4 kg tömegű ládát. A súrlódási együttható a láda és a lejtő között 0,15. Milyen erők hatnak a ládára? Számolja ki valamennyi erő munkáját külön-külön! Mekkora az összes erő munkájának összege?
- * V./4. A grafikon egy x tengely irányába mozgó testre ható (ugyancsak x tengely irányú) erőt mutat az elmozdulás függvényében. Mekkora munkát végez ez az erő, ha a test az $x = 0$ pontból az $x = 4$ m pontba mozdul el? Mekkora az erő átlagteljesítménye, ha a munkavégzés 4 s alatt történt?
- 
- V./5. Mekkora munkát végzünk, miközben egy 0,5 g tömegű tárgyat elhanyagolható sebességgel felemelünk 2 m magasra? Mennyivel változik meg ekközben a test gravitációs potenciális energiája?
- * V./6. Egy csavarrugót szép lassan megnyújtunk úgy, hogy 20 cm-rel megnő a hossza az erőmentes hosszához képest. A végső helyzetben a rúgó végét 40 N erővel kell tartanunk. Mennyi rugalmas energiát tárol ekkor a rúgó? Mekkora a rugóállandó?
- V./7. Egy 24 kg tömegű, $500 \frac{m}{s}$ sebességű ágyúlövedéket 0,05 s alatt állít meg egy akadály. Mekkora volt a lövedék mozgási energiája kezdetben? Mekkora munkát végzett a fékezőerő és mekkora volt a teljesítménye?
- V./8. Egy 1,5 kg tömegű hasábot 5 N nagyságú, vízszintes erővel húzunk. A hasáb sebessége kezdetben $0,5 \frac{m}{s}$, a végén $3,2 \frac{m}{s}$ volt. A súrlódási erő elhanyagolható. Mekkora munkát végeztünk? Mekkora volt az átlagteljesítményünk? Mennyivel változott meg a hasáb mozgási energiája?
- V./9. Egy 2 m hosszú, elhanyagolható tömegű, egyik végén vízszintes tengelyhez rögzített rúd másik végére egy 0,6 kg tömegű testet rögzítünk. Ha a rudat vízszintes helyzetében elengedjük, akkor a test függőleges síkban mozog. Milyen mozgást végez a test? Milyen értékek között fog változni a test sebessége?
- V./10. Hogyan változik egy 5 m magasságból szabadon eső, 0,5 kg tömegű labda potenciális és a mozgási energiája talajtól mért távolsága függvényében? Tegyük fel, hogy a sima vízszintes talajról függőlegesen visszapattan és a kezdeti magasságig emelkedik fel. Független-e ezen energiák összege a magasságtól?
- V./11. Egy vasúti szerelvény, vízszintes egyenes pályán 45 km/h sebességű vontatásához 10^5 N erő szükséges. Mekkora a mozdony (hasznos) teljesítménye? Mennyi elektromos energiát használ fel (kWh-ban számolva) 50 perc alatt, ha az energiaátalakítás hatásfoka 82 %?
- V./12. Egy test mozgásáról nem sokat tudunk, csak azt ismerjük, hogy a sebessége 5 m/s-ról 6 m/s-ra növekedett! Hány százalékkal nőtt a mozgási energiája?
- V./13. Mekkora a pontszerűnek tekinthető testre ható erők munkájának összege, miközben a 0,2 kg tömegű test sebessége 5,4 m/s-ról 1,3 m/s-ra csökken?
- V./14. Mekkora sebességre gyorsul fel vákuumban, homogén elektrosztatikus térben 10 cm úton az $5 \cdot 10^{-6}$ C töltésű, 10^{-6} g tömegű test, ha a térerősség 10^3 N/m? A test kezdeti sebességét hanyagoljuk el.
- V./15. A rögzített helyzetű $Q=8,0 \cdot 10^{-5}$ C töltéstől 0,8 m távolságban lévő P-pontból elmozdítjuk a $q=6,0 \cdot 10^{-7}$ C töltésű testet, miközben 60 mJ munkát végzünk. Hol lehet az elmozdított test? Tegyük fel, hogy csak az elektromos kölcsönhatás számottevő!
- V./16. Mekkora sebességre kell egy protont felgyorsítani ahhoz, hogy 10^{-12} méterre megközelítse a nitrogén atommagját? Kezdetben elég távol vannak egymástól. A proton töltése $1,6 \cdot 10^{-19}$ C, a szén rendszáma 6.

- V./17. Egy állandó kitéréssel lengő hinta ülése a legalsó helyzetben 0,5 m-rel van a föld felett, míg a maximális kitérés esetén az ülés és a föld távolsága 1,75 m. Mekkora a hinta maximális sebessége?
- V./18. Egy $0,5 \frac{m}{s}$ állandó sebességnagysággal emelkedő liften elejtünk egy 0,2 kg tömegű golyót. Mekkora lesz a golyó mozgási energiája 0,01 s múlva a lifthez, illetve a Földhöz viszonyítva?
- V./19. Egy 10 g tömegű lövedéket rugós puskába helyezünk, melyben $200 \frac{N}{m}$ rugóállandójú rugó található. A rugó 30 cm-rel nyomódik össze a puska felhúzásakor. Legfeljebb mekkora sebessége lehet a kilőtt lövedéknek? Függetlenül felfelé irányítva a puskát milyen magasra lőhető fel a lövedék?

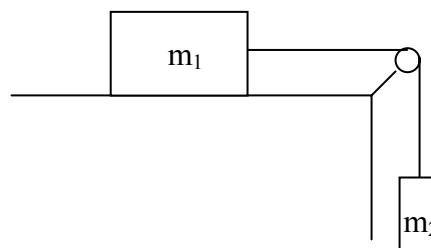
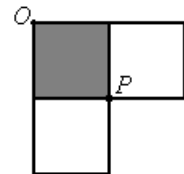
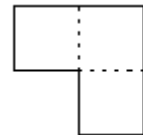
VI. Mechanikai rendszerekre vonatkozó fontosabb ismeretek

- VI./1. Hol található a kicsi méretű 2 kg és 3 kg tömegű golyók tömegközéppontja, ha azokat egy elhanyagolható tömegű 1 méter hosszú rúd két végére erősítették fel?
- * VI./2. Az A(1, 2) m pontban van egy 3 kg tömegű, a B(1, -5) m pontban pedig egy 4 kg tömegű, pontszerűnek tekinthető test. Hol van a két tömegpontból álló rendszer tömegközéppontja?
- * VI./3. Egy tavon úszó 20 kg tömegű, 3 m hosszú csónak végében ül egy 40 kg-os gyerek. Mennyivel mozdul el a rendszer tömegközéppontja, ha a gyerek átmászik a csónak orrába? Mennyivel mozdult el a gyerek a parthoz képest?
- * VI./4. Egy 10 cm oldalú négyzet három csúcsában van 1-1 db 1 cm sugarú ólomgolyó, a negyedik csúcsban pedig egy 2 cm sugarú ólomgolyó. Hol van a négy golyó közös tömegközéppontja?
- VI./5. Három, egyenként 40 g-os, és egy 100 g-os tömeg helyezkedik el egy 5 cm oldalhosszúságú, egyenes vastagságú, homogén anyagból készült, elhanyagolható tömegű, négyzet alakú lemez csúcsaiban. Hol van a rendszer tömegközéppontja (súlypontja), ha a tömegek pontszerűnek tekinthetők?
- * VI./6. Hogyan változik egy 5 m magasságból szabadon eső, 0,5 kg tömegű labda impulzusa a magasság függvényében? Tegyük fel, hogy a sima vízszintes talajról függőlegesen visszapatann és a kezdeti magasságra emelkedik fel.
- * VI./7. Egy vízszintes, sima asztalon, annak egy pontjában rögzített 60 cm hosszú fonálon egy 200 grammos test egyenes körmozgást végez, 12 s-os periódusidővel. Mekkora a test impulzusának nagysága? Készítsen vázlatot, és mutassa meg, hogy mennyivel változik meg az impulzus 2 s, ill. 3 s alatt! Mekkora a testnek a kör középpontjára vonatkozó impulzusnyomatéka? Ha elszakad a fonál, akkor az elszakadás pillanatától számítva mikor lesz a test a kör középpontjától 1 méter távolságra? Mekkora ebben a pillanatban a test impulzusa és az impulzusnyomatéka?
- VI./8. 10 m mély kútból méterenként 1 kg tömegű láncsal vizet húzunk fel. A vödör tömege vízzel együtt 12 kg. Mekkora munka árán tudunk egy vödör vizet felhúzni?
- VI./9. Rugóval szétlökünk két golyót. Az egyik golyó 1 kg tömegű és $8,75 \frac{m}{s}$ sebességgel indul el. A másik golyó $3,7 \frac{m}{s}$ sebességet kapott. Mekkora ez utóbbi golyó tömege?
- VI./10. Vízszintes talajon az m_1 és az m_2 tömegű golyók $1 \frac{m}{s}$ és $4 \frac{m}{s}$ sebességgel egymás felé mozognak. A tökéletesen rugalmas ütközést követően az m_2 tömegű golyó megáll. Mekkora az $m_1 = 2$ kg tömegű golyó ütközés utáni sebessége? Mekkora az m_2 tömeg? Milyen távol lesz 2 másodperccel az ütközés után, az ütközés helyétől, a két golyó együttesének tömegközéppontja?
- VI./11. Egy 10 kg tömegű homokzsák 2 m hosszú fonálon függ. Egy 10 g tömegű puskagolyó behatol a homokzsákba, és ennek hatására homokzsák 10° -os szöggel kitér. Mekkora volt a golyó sebessége?
- * VI./12. Lézeres párolgatással töltéssel rendelkező nanorészecskéket állítanak elő, melyeket elektromos tér segítségével egy felületre választanak le. A vákuumkamrában ritkított, kb. 300 K hőmérsékletű nitrogéngáz van. Becsülje meg, mekkora átmérőjűnek kell lennie a gömb alakú, $5 \frac{m}{s}$ sebességgel mozgó indium nanorészecskének ahhoz, hogy egy nitrogénmolekulával történő centrális, egyenes ütközést követően a sebessége 5 %-kal változzon meg! Hány atom alkotja ezt a nanorészecskét? (Az indium a félvezetőiparban alkalmazott lágy, ezüstös elem, rendszáma 49, relatív atomtömege 114,82.)
- VI./13. Egy 240 kg tömegű álló csónakba egy 60 kg-os ember ugrik be, $5 \frac{m}{s}$ sebességgel. Mekkora sebességgel indul el a csónak, ha az ember sebessége a beugráskor kedvező irányú? Mekkora az erőlködés a csónak és az ember között?

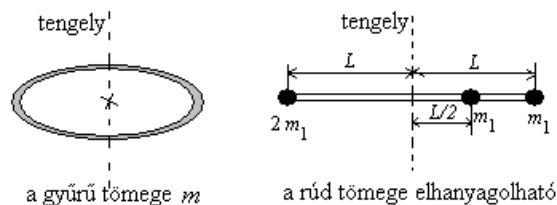
- VI./14. Egy 24 kg tömegű, $500 \frac{m}{s}$ sebességű ágyúlövedéket 0,05 s alatt állít meg egy akadály. Mekkora a fékezőerő nagysága? Mekkora a lövedék impulzusa kezdetben, és mennyivel változik meg az a megállásig?
- V./20. A $t = 0$ pillanatban az $x = 0$ pontban $2 \frac{m}{s}$ sebességgel mozgó test ütközik a $t = 0$ időpillanatban az $x_0 = 12$ m helyen tartózkodó, $-1 \frac{m}{s}$ sebességgel mozgó másik testtel. Rajzoljuk meg az x tengelyen mozgó testek hely-idő függvényét az ütközés előtt és azt követően, az alábbi két esetben:
(a) tökéletesen rugalmas ütközésnél, amikor sebességet cserélnek (milyen a tömegarány?);
(b) amikor az ütközést követően együtt mozognak!
- V./21. Egy 235-ös tömegszámú urán atommag α -részecskét bocsát ki magából, aminek eredményeképpen egy 231-es tömegszámú atommag keletkezik. Ha egy kezdetben álló uránatom emittálja az α -részecskét, mekkora lesz az α -részecske és a keletkezett mag kinetikus energiájának aránya? Hol lesz a tömegközéppontja a keletkezett két részecskéből álló rendszernek? Mozog-e a tömegközéppont?
- V./22. Az α -részecske (He-atommag) szóródása szénatomon a rugalmas ütközés mechanizmusa szerint történik. Számítsuk ki, milyen irányba mozdul el az eredetileg nyugvó szénatom, ha az α -részecske 60° -kal tér el eredeti irányától, és sebessége az ütközés után harmadára csökken! A szénatom tömege háromszorosa az α -részecskéjének.
- V./23. Két, egyaránt 20 g tömegű giliszta átmászik egy 10 cm magas, igen vékony falon. Az egyik sovány és 20 cm hosszú, a másik kövér és 10 cm hosszú. Melyiknek kell több munkát végeznie a nehézségi erő ellenében, amíg félig átjut a falon? Hogyan aránylik egymáshoz a két giliszta munkája?

VII. A merev testre ható erők összetevése, egyensúlya, tengelykörüli forgómozgása

- VII./1. Számítsa ki a P(2, 0) pontban támadó $\vec{F}(10, 10)$ N erő forgatónyomatékát a három koordinátengelyre vonatkozóan! Milyen a forgatónyomatékok iránya?
- VII./2. Merev testre egy síkban fekvő, két egymásra merőleges hatásvonalú 6 N és 8 N nagyságú erő hat. Mekkora nagyságú erővel lehet egyensúlyban tartani a testet?
- VII./3. Egy L hosszúságú, 200 N súlyú homogén deszkán két teher függ. Az egyik, 300 N súlyú teher $L/3$ távolságra van a deszka egyik végétől, a másik, 400 N súlyú $3L/4$ távolságra ugyanettől a végétől. Mekkora erővel lehet a deszkát egyensúlyban tartani? Hol kell a támadáspontjának lenni az egyensúlyt biztosító erőnek?
- VII./4. Vékony lemezből készült négyzet egyik negyede hiányzik. Hol van a lemez tömegközéppontja?
- VII./5. Hol van a tömegközéppontja az állandó vastagságú lemezekből kivágott négyzetekből összeállított alakzatnak? Az elkészült L-alaknál a szürke mezőnél két rétegben helyeztek el négyzetet.
- VII./6. Egy kerek kút fogantyúját 50 cm sugarú tárcsára szerelték, a vödört tartó lánc 20 cm átmérőjű hengerre csavarodik. Mekkora erőt kell ahhoz kifejtenünk, hogy a vízzel teli 5 liter űrtartalmú vödört (melynek tömege üresen 3 kg) egyenletes sebességgel mozgassuk felfelé?
- VII./7. Az ábrán látható $m_1 = 2$ kg tömegű test és az asztallap között a súrlódási tényező 0,2. Legalább mekkora legyen az elhanyagolható tömegű csigán átvett fonál végén lévő m_2 test tömege, hogy az m_1 tömegű test elinduljon? Mekkora a gyorsulás, ha $m_2 = 0,5$ kg?



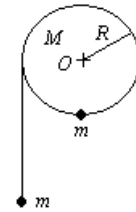
- VII./8. Hol van egy drótból készült T betű tömegközéppontja, ha az egymásra merőleges darabok hossza egyenlő?
- VII./9. Egy gépkocsi első és hátsó tengelyének távolsága 2,8 m. Ha ez a kocsi első kerekeivel áll fel az autómérlegre, a mérleg 650 kg-ot jelez. Ha a hátsó kerekeivel áll fel a mérlegre az autó, 600 kg-ot mutat a mérleg. Mekkora a gépkocsi tömege? Milyen messze van a gépkocsi súlypontja az első tengelytől?
- * VII./10. Nem egyenlő karú mérlegen mérjük meg egy test tömegét. Ha a testet a bal serpenyőbe tesszük, akkor a jobb serpenyőbe 1,2 kg tömeget kell tenni ahhoz, hogy a mérleg egyensúlyban legyen. Ha a testet a jobb serpenyőbe tesszük, akkor a bal serpenyőbe tett 0,3 kg tömegű test egyensúlyozza ki a mérleget. Mennyi a test tömege? Mennyi a mérlegkarok hosszának aránya?
- VII./11. Ha a kétkarú mérleg nincs pontosan kiegyensúlyozva, a kiegyensúlyozatlanság mértékét a mérlegkarhoz erősített mutató jelzi. Annál érzékenyebb a mérleg, minél nagyobb kitéréssel jelzi a mutató ugyanazt a kiegyensúlyozatlanságot. A mérleg érzékenységét egy, a mutatón eltolható hengerrel lehet szabályozni. Merrefelé kell elmozdítani ezt a hengert, ha a mérleg érzékenységét növelni szeretnénk?
- VII./12. Egy 1 m hosszú, elhanyagolható tömegű vízszintes rúd végei alá vannak támasztva. Az egyik végétől 0,4 m-re egy 15 kg tömegű teher függ. Mekkora erő terheli az alátámasztási pontokat?
- VII./13. Régen egyes vidékeken kb. 1,5 m hosszú válllúdon vitték az asszonyok a vizeskannákat. A rúd végeire akasztott kannák közül az egyik 8 literes, míg a másik 12 literes. A rúd melyik pontjával érintkezik a vízhordó válla, ha mind a két kanna tele van?
- * VII./14. Az egyik végénél csuklóval rögzített 2 m hosszú, 250 N súlyú, homogén, vízszintes rudat mekkora erővel tudjuk egyensúlyban tartani, ha az erő hatásvonala függőleges, ill. a hatásvonal a vízszintessel 45° -os szöget zár be?
- VII./15. Egy homogén rudat síkos falhoz támasztunk. Mutassa meg, hogy ha a rúd nyugalomban van és a fallal bezárt szöge β , akkor a rúd és a padló közötti tapadási együttható értéke legalább $0,5 \tan \beta$!
- * VII./16. Egy 3 m hosszú, 10 kg tömegű létrát úgy támasztunk egy sima falhoz, hogy az alsó vége a földön 1,2 m-re legyen a faltól. Legalább mekkorának kell lennie a talaj és a létra közötti tapadási együtthatónak, hogy egy 80 kg tömegű ember még anélkül felállhasson a létra legmagasabb pontjára, hogy a létra elcsúszna a talajon?
- VII./17. Egy 50 N súlyú, 1,48 m hosszú rúd alsó vége vízszintes tengely körül foroghat, felső vége függőleges sima falnak támaszkodik. A forgástengely a faltól 0,5 m távolságban van. Mekkora és milyen irányú erőt fejt ki a rúd a tengelyre? Mekkora erővel nyomja a falat a rúd?
- VII./18. 50 N súlyú téglatestet satuba fogunk. A satupofák 150 N nagyságú vízszintes erővel nyomják a testet. Az érintkező felületek között a tapadási súrlódási együttható 0,5. Mekkora kalapácsütéseket mérhetünk a téglatestre úgy, hogy az ne mozduljon ki a satupofák szorításából?
- * VII./19. Egy 75 kg tömegű ipari alpinista egy álló- és egy mozgócsigát tartalmazó csigasor segítségével kapaszkodik fel egy épület oldalán. Mekkora erőt kell kifejtenie a kötélre, hogy fel tudja húzni magát?
- * VII./20. Egy arkhimédészi csigasorral 1200 N súlyú testet 75 N erővel emelünk egyenes vonalú, egyenletes mozgással. Hány csigából áll a csigasor?
- VII./21. Becsüljük meg, hogy a CO molekulában mekkora az atomok közötti kötési távolság, ha a molekula tehetetlenségi nyomatéka, a tömegközépponton átmenő, az atomokat összekötő egyenesre merőleges tengelyre $1,44 \cdot 10^{-46} \text{ kgm}^2$!
- * VII./22. Készítsünk egy T-alakot két 0,5 kg tömegű, 50 cm hosszú, egyenes homogén rúdból. Mekkora a tehetetlenségi nyomatéka ennek az alakzatnak a T talppontján átmenő és síkjára merőleges tengelyre nézve? A megadott tengellyel párhuzamos tengelyek közül melyikre minimális a tehetetlenségi nyomaték?
- VII./23. Mekkora a tehetetlenségi nyomatéka az ábrán látható testeknek, a megjelölt tengelyekre nézve?



- * VII./24. Vízszintes tengely körül forgatható m tömegű, R sugarú korong kerületére csavart fonál végére m_1 tömegű testet függesztünk. Mekkora a korong szöggyorsulása, és mekkora erő feszíti a fonalat, ha
- $m_1 = m$
 - $m_1 = m/2$?

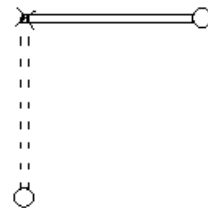
- * VII./25. Egy 0,2 m sugarú, 3 kg tömegű korong vízszintes tengelyénél a forgást 0,1 Nm nagyságú forgatónyomaték fékezi. A korong palástjára tekert hosszú fonál végén függő test $0,5 \frac{m}{s}$ sebességgel süllyed. Mekkora a fonal végén függő test tömege? Mekkora a korong és a felfüggesztett test mozgási energiája? Mekkora munkát végez a nehézségi erő és a fékező erő 2 s alatt?

- VII./26. Az ábrán látható $R = 10$ cm sugarú, $M = 4$ kg tömegű, homogén, tömör korong súrlódásmentesen foroghat az O középpontján átmenő, vízszintes tengelye körül. A korong peremére vékony, elhanyagolható tömegű, nyújthatatlan zsinetet csévélünk. A zsineg szabad végére egy $m = 0,5$ kg tömegű nehezéket kötünk, a korong aljára pedig egy szintén 0,5 kg tömegű kis testet erősítünk. A rendszert magára hagyjuk. Mekkora gyorsulással indul meg a nehezék? Mekkora a korong szögsebessége egy félfordulat után? $\Theta_{korong} = 0,5 \cdot MR^2$, $g = 9,81$ m/s²



- * VII./27. Munkavégzés mérésére is alkalmas, úgynevezett szobakerékpár kerekének átmérője 60 cm. Erre a kerékre a peremén két fékpofa egyenként 22,5 N nyomóerővel hat. A súrlódási tényező 0,25. A vizsgált személy 10 percen keresztül egyenletesen hajtja a kereket, amely percnként 48 fordulatot tesz meg. Mekkora munkát végez a vizsgált személy 10 perc alatt? Mekkora a teljesítménye? Milyen magasra jutna egy toronyban ugyanilyen munkavégzés mellett?

- * VII./28. Az ábra szerint vízszintesig kitérített, 2 m hosszú rúd végén 0,2 kg tömegű, kis-méretű golyó van. A rudat ebben a helyzetben elengedjük.
- Mekkora sebességgel halad át a golyó a függőleges helyzeten, ha a rúd tömege elhanyagolható?
 - Mekkora a golyó sebessége, ha a rúd tömege is 0,2 kg?



VIII. HARMONIKUS REZGÉSEK

- VIII./1. Egy anyagi pont az $x = 0,03m \cdot \sin \pi \frac{1}{5} \cdot (t + 0,5 s)$ egyenlet szerint végez rezgőmozgást. Mekkora a rezgés amplitúdója, körfrekvenciája és fázisállandója? Mekkora lesz a kitérés 5 s múlva? Mekkora lesz a rezgés fázisa 5 s múlva? Mikor lesz az egyensúlyi helyzethez képest a kitérés maximális? Ez utóbbi pillanatban mekkora a test sebessége és a gyorsulása?
- VIII./2. Harmonikus rezgőmozgás amplitúdója 10 cm, a periódusidő 0,2 s. Mekkora a pillanatnyi sebesség és a pillanatnyi gyorsulás abban a pillanatban, amikor az egyensúlyi helyzethez közeledő test kitérése éppen 5 cm? Készítsen vázlatot is, amelyen feltünteti, hogy hol helyezkedik el a test, továbbá berajzolja a sebesség- és gyorsulásvektorokat!
- VIII./3. Egy 10 g tömegű részecske harmonikus rezgőmozgást végez $10 s^{-1}$ frekvenciával és 15 mm-es amplitúdóval. Mit mondhatunk a rezgést fenntartó erőről?
- VIII./4. Egy rugót 3 N erő 15 mm-rel nyújt meg. Mekkora rezgésidőjű rezgést végez a ráakasztott 0,8 kg tömegű test?
- VIII./5. Az 1,2 kg tömegű test 3 cm-es amplitúdójú rezgést végez. A rugalmas erő 0,2 J munkát végez, miközben a test a szélső helyzetéből az egyensúlyi helyzetébe jut. Mekkora a rezgés frekvenciája?
- VIII./6. A 0,9937 m hosszú matematikai inga (teljes) lengésidője 2 s, kis kitéréseknél. Mekkora a nehézségi gyorsulás?
- VIII./7. Ha az A matematikai inga periódusideje kétszer akkora, mint B ingáé, akkor milyen kapcsolat van a felfüggesztett tömegek és a két inga hossza között?

- VIII./8. Mekkora rugóállandójú rugót válasszunk, ha azt akarjuk, hogy a ráakasztott 0,1 kg tömegű test rezgésének frekvenciája megegyezzen a 20 cm hosszú fonálinga lengési frekvenciájával? Mekkora a maximális sebessége az előbbi, rezgő- és ingamozgást végző testeknek, ha a rezgés amplitúdója 2 cm, az inga maximálisan 5° -kal tér ki a függőlegeshez képest? Milyen függvény írja le a rezgő test kitérésének, sebességének és gyorsulásának időfüggését, ha a kezdőpillanatban a test függőleges pályájának a legalacsonyabb pontjában van? Rajzolja le ezen függvények grafikonját!
- VIII./9. Egy 5 g tömegű test az $x = 0,1\text{m} \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2} \cdot \frac{1}{\text{s}} \cdot t\right)$ egyenlet szerint, kifeszített rugók között harmonikus rezgést végez. Mennyi a kinetikus és a potenciális energiája 1 s, illetve 20 s múlva? (Használja fel, hogy $\omega^2 = \frac{D}{m}$.)
- VIII./10. Egy 20 g tömegű golyót akasztunk egy rugó végére. Mekkora kellene lennie a rugóállandónak, hogy aJ nagyságú adagokban vegye fel a test az energiát, ha a kvantummechanika leírásából tudjuk, hogy az energiát adagokban tudja felvenni, egy ilyen kvantum energiáját $E = h \cdot \nu$ alakban számíthatjuk ki. ($h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{Js}$)
- VIII./11. A tapasztalatok szerint a kétatomos klórmolekulát $8,68 \cdot 10^{13} \text{Hz}$ frekvenciájú fény gerjeszti rezgésre. Móltömege 71 g, a szintén kétatomos jódmolekuláé pedig 254 g. Feltételezve, hogy a két molekulában a „rugóállandó” körülbelül egyenlő, becsülje meg a jódmolekula rezgési frekvenciáját!
- VIII./12. Két egyirányú, egymástól független rezgést végez egy időben egy anyagi pont, az egyik rezgést leíró egyenlet $x_1 = 0,04\text{m} \cdot \sin\left(2\pi \frac{1}{\text{s}} \cdot t\right)$, a másikat az $x_2 = 0,02\text{m} \cdot \sin\left(2\left(\pi \frac{1}{\text{s}} \cdot t + \pi\right)\right)$ írja le. Mi lesz az eredő mozgás? Ábrázolja közös koordináta-rendszerben a két függvényt, „adja össze” grafikusán az azonos időponthoz tartozó kitéréseket, és rajzolja meg az összegfüggvényt! Mekkora lesz az eredő rezgés amplitúdója, periódusideje, körfrekvenciája? Rajzolja meg a forgóvektorokat, és ebből is határozza meg az eredő rezgés amplitúdóját!
- VIII./13. Két egyirányú, egymástól független rezgést végez egy időben egy anyagi pont, az egyik rezgést leíró egyenlet $x_1 = 0,04\text{m} \cdot \sin\left(2\pi \frac{1}{\text{s}} \cdot \left(t + \frac{1}{4}\text{s}\right)\right)$, a másikat az $x_2 = 0,02\text{m} \cdot \sin\left(2\left(\pi \frac{1}{\text{s}} \cdot t + \frac{3\pi}{4}\right)\right)$ írja le. Mi lesz az eredő mozgás? Ábrázolja egy koordináta-rendszerbe a két függvényt, „adja össze” grafikusán az azonos időponthoz tartozó kitéréseket, és rajzolja meg az összegfüggvényt! Mekkora lesz az eredő rezgés amplitúdója, periódusideje, körfrekvenciája? Rajzolja meg a forgóvektorokat, és ebből is határozza meg az eredő rezgés amplitúdóját!
- VIII./14. Határozzuk meg három, egyirányú, egyenlő frekvenciájú és amplitúdójú, egymáshoz képest $(2\pi)/3$ rad fáziskésésű rezgés eredőjének amplitúdóját és fázisshiftjét!
- VIII./15. Milyen lesz az $x = 2\text{m} \cdot \sin\left(2\pi \frac{1}{\text{s}} \cdot t\right)$ és az $y = 2\text{m} \cdot \sin\left(2\pi \frac{1}{\text{s}} \cdot t + \frac{\pi}{2}\right)$ két, egymásra merőleges rezgés eredőjeként létrejövő rezgőmozgás pályája? (Megoldási javaslat: küszöbölje ki a t paramétert!)
- VIII./16. Mi lesz két egymásra merőleges, egyenlő frekvenciájú harmonikus rezgés eredője, ha a fáziskülönbség: a) $\delta = 0$ vagy π ; b) $\delta = \pi/2$ vagy $3\pi/2$; c) ha $\delta = \pi/2$ vagy $3\pi/2$ mellett $A_1 = A_2$?
- VIII./17. Számítsa ki és ábrázolja az alábbi, két egymásra merőleges rezgés összegét:

$$x = a \cos \omega t \quad \text{és} \quad y = a \cos 2\omega t .$$

IX. HULLÁMOK

- IX./1. Egy hosszú kötélen periodikusan ismétlődő szinusz hullámokat keltünk úgy, hogy az egyik végét $T = 2$ s periódusidővel szinuszosan mozgatjuk. A hullámok terjedési sebessége $0,8 \frac{m}{s}$. Lefényképezzük a kötelet, és a fényképen a megrezgetett végtől 30 cm-re lévő pontban egy hullámhegyet látunk. Hol látunk még hullámhegyeket és hullámvölgyeket?
- IX./2. Vízhullámok terjedési sebessége függ a hullámhossztól. Elég mély vízben $c = \sqrt{\frac{g\lambda}{2\pi}}$, ill. $c = \sqrt{\frac{g\lambda}{2\pi} + \frac{2\pi\alpha}{\lambda\rho}}$. Ez utóbbi egy teljesebb összefüggés, az első csak hosszabb hullámhosszakra jó közelítés. Határozzuk meg a hullámcsoport sebességét, ha vízben egyidejűleg két különböző hullámcsomag terjed, az egyikben csupa rövid, a másikban pedig hosszú hullámok alkotják a csomagot.
- IX./3. Mekkora a 440 Hz frekvenciájú hanghullám hullámhossza? (A hangsebesség 340 m/s.)
- IX./4. Milyen hosszú hullámvonulat hagyja el a 2000 Hz-en működő hullámforrást, ha 20000 teljes hullám lép ki a hullámforrásból, és a terjedési sebesség 330 m/s?
- IX./5. Mekkora két azonos fázisban rezgő pont távolsága egy egyenes mentén, 4 m/s sebességgel terjedő, 50 Hz frekvenciájú hullám esetén?
- IX./6. Mindkét azonos irányban terjedő szinuszos hullám hullámhossza 4 cm, de az egyik amplitúdója 2 cm, a másiké 4 cm., és az első $\pi/2$ fázissal siet a másodikhoz képest. Rajzolja meg a két hullám képét külön-külön és a két hullám összegét is!
- IX./7. Két hangvillát egyszerre szólaltatunk meg, az egyik 440 Hz-en, a másik 440,5 Hz-en szólal meg. Mit tapasztalunk?
- IX./8. Mindkét végén nyitott üveghenger fölé, melynek egyik végét vízbe merítjük, egy 440 Hz frekvenciájú hangot adó hangvillát tartunk. Az üveghengert függőleges irányban kicsit mozgatva, egy bizonyos magasságnál erősebb hangot (rezonanciát) észlelünk. Milyen hosszú rész áll ki ekkor a vízből?
- IX./9. Nyugvó közegben a közeghez képest nyugvó hullámforrás 25 Hz frekvenciájú hullámot kelt. Mekkora hullámhosszat és frekvenciát észlel a hullámforrás felé 2 m/s sebességgel közeledő megfigyelő, ha a hullám terjedési sebessége 300 m/s?
- IX./10. A megfigyelő a hullámokkal szemben haladva 20 m/s sebességgel, 360 hullámot számol meg másodpercenként, velük egy irányban haladva, ugyanakkora sebességgel pedig 320 hullámot számol másodpercenként. Mekkora a hullám terjedési sebessége? A forrás áll.
- IX./11. A táblázatban két , a szerves vegyületekben gyakran előforduló atomcsoport jellemző hullámszáma látható az IR-spektroszkópiában használatos cm^{-1} egységekben.

atomcsoport	Hullámszám (cm^{-1})
– OH	3400
– C=C –	1640

Mekkora az elnyelt fény hullámhossza, frekvenciája, energiája ezekben az esetekben?

- IX./12. Határozzuk meg az egyes kötésekre jellemző erőállandó értékét a következő esetekben: (78)

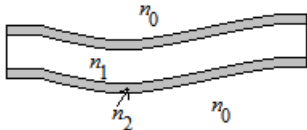
atomcsoport	Hullámszám (cm^{-1})
– C–H	2900
– C=C –	1640
– C≡C –	2200

- IX./13. 12 m hosszú gumiszálban állóhullámok alakulnak ki. Ha a húron 5 félhullám rezeg, és a hullám terjedési sebessége 20 m/s, akkor mekkora a hullámhossza és a frekvenciája a hullámnak?

- IX./14. Egy 160 cm hosszú húrnak két szomszédos rezonanciafrekvenciája 85, illetve 102 Hz. Mekkora a húr alapfrekvenciája? Mekkora a 85 Hz-es hullám félhullámhossza? Mekkora a hullámok sebessége?
- IX./15. A kétatomos nitrogénmolekulát $7 \cdot 10^{13}$ Hz frekvenciájú fény gerjeszti. Mekkora ennek a fénynek a hullámhossza? Mekkora egyetlen ilyen foton energiája? ($h = 6,63 \cdot 10^{-34}$ Js)
- IX./16. Egymástól d távolságban lévő pontszerű hullámforrásokból azonos frekvenciájú gömbhullámok indulnak ki. Hol erősítik egymást a hullámok a két forrást tartalmazó síkban? Az előbbi síkban egy, a hullámforrásokat összekötő egyenessel párhuzamos egyenesen, hány olyan pont van, melyekben a hullámok interferenciája maximális gyöngítést eredményez? ($d = 20$ cm, $\lambda = 5$ cm)
- IX./17. A hullám intenzitása a hullám amplitúdójának négyzete. Egy kétréses interferencia-kísérletben megkeressük a maximális intenzitású helyet. Ha csak az A rés van nyitva az intenzitásmérő 9 egységet mér, ha csak a B rés, akkor 25 egységet mér. Mekkora intenzitást mér, ha mindkét rés nyitva van?
- IX./18. Egy egydimenziós „doboz” 10^{-10} m hosszú (másik két mérete a feladat szempontjából nem fontos). Mekkora a lehető legkisebb, három állóhullám hullámhossza?
- IX./19. Adjuk meg annak az eredő hullámnak az egyenletét, amely egy huzalon akkor keletkezik, ha két azonos amplitúdójú és frekvenciájú, de ellentétes irányban haladó transzverzális hullám találkozik.
- IX./20. Egy $y_1 = A \sin\left(\omega t - \frac{\omega x}{v}\right)$ képlettel megadott hullám halad egy huzalon. Visszaverődés után a hullám egyenlete $y_2 = -\frac{A}{2} \sin\left(\omega t + \frac{\omega x}{v}\right)$. Mutassuk meg, hogy ennek a két hullámnak a szuperpozíciójaként kapott hullám felírható egy álló és egy haladó hullám összegeként!
- IX./21. Egy ismeretlen anyag által emittált legnagyobb energiájú röntgen fotonok hullámhossza 21,6 nm. Ez akkor keletkezik, amikor egy szabad, zérus energiájú elektron zuhan egyenesen az 1-es főkvantumszámú állapotba. (Használjuk fel, hogy a hidrogén atom $n=1$ -es állapotában az elektron energiája 2,2 aJ. (63)

X. OPTIKA

Fény visszaverődése és törése síkfelületen

- X./1. Két síktükör egymással φ szöget zár be. Érkezzon egy fénysugár a tükrökre merőleges síkban úgy, hogy verődjön vissza mindkét tükrőről. Mekkora lesz az eltérítés szöge? Mutassuk meg, hogy az eltérítés minden beeső sugárra azonos lesz!
- X./2. Egy síktükör egy feszített szálal galvanométer tekercsére van rögzítve, a galvanométer érzékenysége $\frac{5^\circ}{\mu\text{A}}$ (azaz $1 \mu\text{A}$ áramerősségnél a tekercs elfordulása 5°). A tükröre eső fénysugár visszaverődik egy 3 m távolságban lévő ernyőre. Számoljuk ki a fényfolt elmozdulását az árammentes állapothoz képest, ha a galvanométeren $0,8 \mu\text{A}$ erősségű áram folyik át! (Árammentes esetben a visszavert fénysugárra merőleges az ernyő.)
- X./3. Amikor a fény vízből levegőbe lép, a törésmutató $\frac{3}{4}$, amikor levegőből üvegbe lép, akkor pedig $\frac{3}{2}$. Mekkora a víznek az üvegre vonatkoztatott törésmutatója?
- X./4. A víz felületén $1,4$ törésmutatójú olajréteg van. Számítsa ki a törési szöget a vízben, ha az olajrétegre 35° -os beesési szöggel érkezik a fénysugár! (A víz törésmutatója $1,33$.)
- X./5. Terpentinréteg van a víz felszínén, a víz törésmutatója $1,33$, a terpentiné $1,47$. Milyen irányból kell a határfelületükre esni a fénysugárnak, hogy teljes visszaverődés jöjjön létre?
- X./6. Egy 10 cm vastag üvegfalú akváriumban nézzük a delfint. Ha a delfin szeme az üveg mögött 1 méterre van, akkor hol fogja látni az, aki az üveg másik oldalán áll?
- X./7. Prizma lapjára 60° -os beesési szögben fénysugár érkezik, és a másik lapon kilép. A prizma törőszöge 45° -os. Mekkora a fénysugár kilépési (törési) szöge, ha a fény terjedési sebessége a prizma anyagában $2 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$?
- X./8. Mekkora a teljes visszaverődés határszöge, ha a fénysugár üvegből levegőbe lép? Az üveg levegőre vonatkoztatott törésmutatója $1,5$.
- * X./9. Egy fényvezető véglapjai síkfelületek. A fényvezető köpenyének törésmutatója n_2 , a középső magjáé n_1 . A fényvezetőt levegő veszi körül ($n_0 = 1$). A véglapra vonatkozóan, keressük azt a maximális beesési szöget, amelynél a fény még átjut a fényvezetőn!
- 
- * X./10. Tekintsünk két, BK7 típusú optikai üvegből készült, 45° -os, illetve 60° -os törőszögű prizmat. Mekkora a legkisebb eltérítés (minimális deviáció) szöge az egyes prizmak esetén, ha a beeső $546,1 \text{ nm}$ hullámhosszú zöld fényre nézve a prizma anyagának törésmutatója $1,519$? Megjegyzés: megmutatható, hogy a prizmára eső fénysugár eltérítése akkor a legkisebb mértékű, ha a prizmában a fénysugár útja merőleges a prizma törőszögének szögfelezőjére.
- * X./11. Mekkora szöget zárnak be a BK7 típusú optikai üvegből készült, 60° -os törőszögű prizmából kilépő kék ($\lambda_1 = 404,7 \text{ nm}$), zöld ($\lambda_2 = 546,1 \text{ nm}$) és vörös ($\lambda_3 = 656,3 \text{ nm}$) fénysugarak, ha eredetileg párhuzamosan, a zöld színű fényre legkisebb eltérítést eredményező beesési szög alatt érkeztek a prizmára? A prizma anyagának az egyes hullámhosszakra vonatkozó törésmutatói rendre $n_1 = 1,530$, $n_2 = 1,519$ és $n_3 = 1,514$.