

Fizika mérnököknek 1.

Dr. Geretovszky Zsolt

2010. október 12.

Ismétlés

Súrlódási erők

Megmaradó mennyiségek

– Tömegpont esetén

- Impulzus: $\vec{I} \equiv m\vec{v}$

– impulzustétel és az impulzus megmaradásának tétele

- Impulzusmomentum: $\vec{N} \equiv \vec{r} \times \vec{I} = \vec{r} \times m\vec{v}$

– impulzusmomentum tétel és az impulzusmomentum megmaradásának tétele

- Energia

– munkatétel, energiafajták, mechanikai energia megmaradásának tétele

– Pontrendszer esetén

- A pontrendszer impulzusa: $\vec{I} \equiv \sum_{i=1}^n \vec{I}_i = \sum_{i=1}^n m_i \vec{v}_i$

– impulzustétel, tömegközéppont mozgásának tétele és az impulzus megmaradásának tétele (külső erők!)

- A pontrendszer impulzusmomentuma: $\vec{N} \equiv \sum_{i=1}^n \vec{N}_i = \sum_{i=1}^n \vec{r}_i \times \vec{I}_i = \sum_{i=1}^n \vec{r}_i \times m_i \vec{v}_i$

– impulzusmomentum tétel és az impulzusmomentum megmaradásának tétele (külső erők!)

A mechanikai energia megmaradásának tétele

A tömegpont mozgási energiájának megváltozása egyenlő a tömegpontra ható erők eredőjének munkájával. (munkatétel, vagy kinetikai energia tétele)

$$\Delta E_{kin} = W$$

Konzervatív erő: minden olyan, időben változatlan erő, melynek két tetszőleges pontot összekötő görbék mentén végzett munkája független a görbétől, csak a kezdő- és végpont helyzetektől függ.

Alkalmazzuk a munkatételt egy ferde hajításra:

$$\Delta E_{kin} = W_{mg} = mg(h_1 - h_2) \quad \Longrightarrow \quad \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 = mg(h_1 - h_2)$$

Ha a tömegpontra ható erők eredője konzervatív erő, akkor a tömegpont kinetikai (mozgási) és potenciális (helyzeti) energiájának összege, azaz a tömegpont teljes mechanikai energiája állandó. (a mechanikai energia megmaradásának tétele)

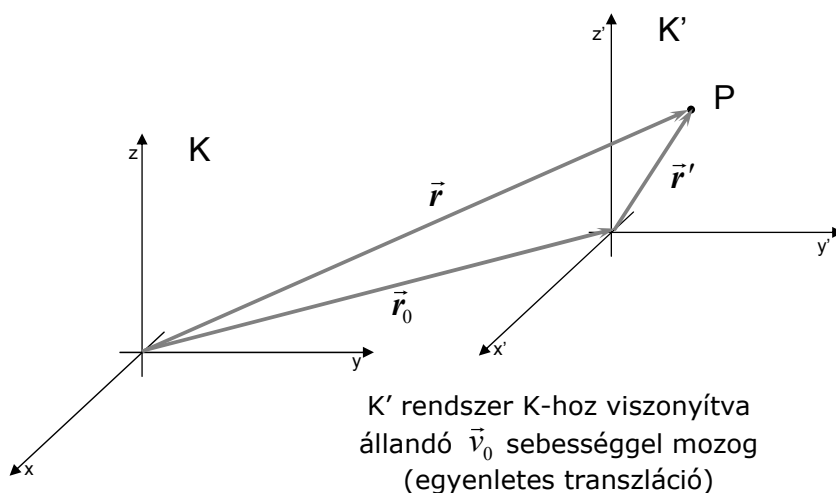
$$E_{kin} + E_{pot} = E_{mechanikai} = \text{állandó}$$

(Kísérlet: fonálinga: helyzeti energia átalakulása mozgásivá
<http://techtv.mit.edu/videos/1491-potential-energy-to-kinetic-energy>)

Egymáshoz képest mozgó vonatkoztatási rendszerek 1.

(Kísérletek: függőleges hajítás 1) állandó sebességű, illetve 2) gyorsuló kiskocsin

Film: TÁMOP 51:05-, 52:01-)

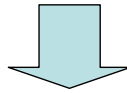


$$\begin{aligned} \vec{r}_0 &= \vec{v}_0 \cdot t + \vec{r}_{00} \\ \vec{r} &= \vec{r}' + \vec{r}_0 = \vec{r}' + \vec{v}_0 \cdot t + \vec{r}_{00} \\ \frac{d\vec{r}}{dt} &= \frac{d\vec{r}'}{dt} + \vec{v}_0 \\ \vec{v} &= \vec{v}' + \vec{v}_0 \\ \frac{d\vec{v}}{dt} &= \frac{d\vec{v}'}{dt} + 0 \\ \vec{a} &= \vec{a}' \end{aligned}$$

Egyenletes translációt végző rendszerek esetén
 a test gyorsulása nem függ a rendszertől
 a test tömege sem függ a rendszertől
 az erők sem függenek a vonatkoztatási rendszerről, azaz

a két rendszerben azonos a tömegpont mozgásegyenlete:

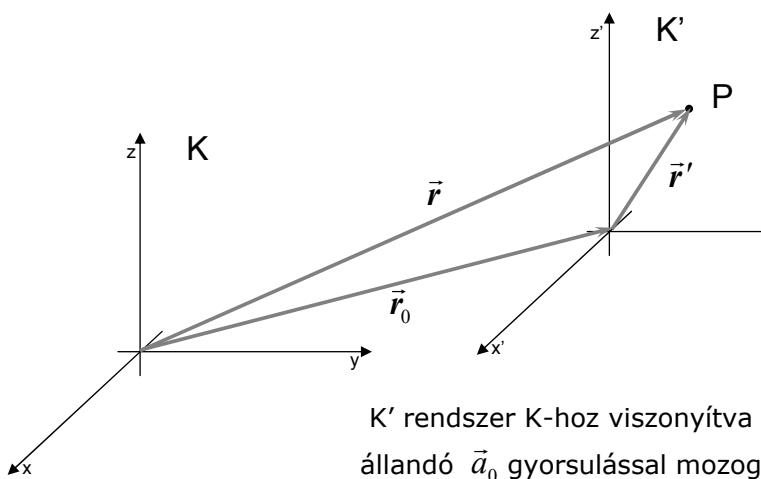
$$\sum_{i=1}^n \vec{F}_i = m\vec{a} = m \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} \qquad \sum_{i=1}^n \vec{F}_i = m\vec{a}' = m \frac{d^2 \vec{r}'}{dt^2}$$



Galilei-féle relativitási elv:

Az egymáshoz képest EVEM-t végző koordinátarendszerek a mechanikai jelenségek leírása szempontjából ekvivalensek.

Egymáshoz képest mozgó vonatkoztatási rendszerek 2.



$$\vec{r}_0 = \vec{r}_{00} + \vec{v}_0 \cdot t + \frac{\vec{a}_0}{2} t^2$$

$$\vec{r} = \vec{r}' + \vec{r}_0 = \vec{r}' + \vec{r}_{00} + \vec{v}_0 \cdot t + \frac{\vec{a}_0}{2} t^2$$

$$\frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{d\vec{r}'}{dt} + \vec{v}_0 + \vec{a}_0 \cdot t$$

$$\vec{v} = \vec{v}' + \vec{v}_0 + \vec{a}_0 \cdot t$$

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d\vec{v}'}{dt} + \vec{a}_0$$

$$\vec{a} = \vec{a}' + \vec{a}_0$$

$$m\vec{a} - m\vec{a}_0 = m\vec{a}' \rightarrow \sum \vec{F}_i - m\vec{a}_0 = m\vec{a}'$$

Gyorsuló translációt végző rendszerek:

Ha egy inerciarendszerhez képest a_0 gyorsulású EVEV mozgást végző koordinátarendszerben akarjuk alkalmazni a dinamika alapegyenletét, akkor az inerciarendszerben is fellépő erőkhez hozzá kell adnunk egy ún. tehetetlenségi erőt is:

$$F_{tehetetlen} = -ma_0$$

m : a test tömege

a_0 : a K' rendszer gyorsulása!!!

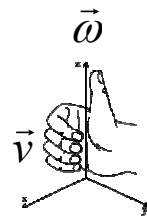
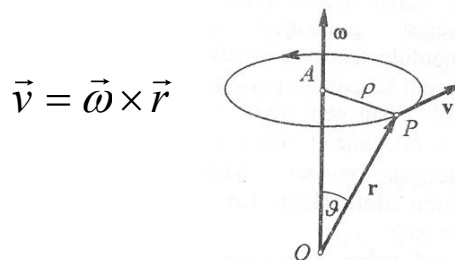
Gyorsuló transzlációt végző rendszerek

Példák és alkalmazások:

- 1) Gyorsuló kocsni asztalán levő golyó
- 2) Jobbra gyorsuló kiskocsin az embernek jobbra kell dőlnie, hogy el ne essen.
- 3) Mit mér a mérleg egy gyorsuló liftben?

Egymáshoz képest mozgó vonatkoztatási rendszerek 3.

A sebességhez hasonlóan a szögsebesség is vektormennyiség



jobbkez szabály

Forgó koordináta-rendszerek:

Egy inerciarendszerhez képest ω szögsebességgel *forgó* rendszerben az m tömegű anyagi pontra az inerciarendszerben is ható erőkhöz hozzá kell adnunk a következő két tehetetlenségi erőt is:

$$\vec{h} = \vec{m} \times \vec{k} \quad \vec{F}_{centrifugális} = m \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}) \quad \text{Minden forgó rendszerben fellép.}$$

hüvelyk mutató középső

$$\vec{F}_{Coriolis} = 2 \cdot m \cdot \vec{v} \times \vec{\omega} \quad \text{Akkor lép fel, ha a } \textit{forgó rendszerben} \text{ a test még mozog is.}$$

$$|\vec{h}| = |\vec{m}| \cdot |\vec{k}| \sin \angle(\vec{m}, \vec{k})$$

A Föld mint forgó rendszer

Centrifugális erő (lapultság, a súly helyfüggése)

(**Filmek: *forgó dob vidámparkban***, FILM: vidámpark
pörgetett folyadék, FILM: 700/48
vágás forgó papírkoronggal, FILM: 700/50
gyorsan forgó lánc, FILM: 700/51
drót gömb pörgetése függőleges tengely körül)

Példák, alkalmazások:

- 1) a v sebességgel kanyarodó kerékpárosnak a kör középpontja felé kell dőlnie
- 2) kör alakú papírlap gyors forgatása
- 3) a tárcsa peremére tett pörgetett lánc merev gyűrűként viselkedik
- 4) centrifugák (gyorsan pörgetett edényben a Hg és víz szétválik)

A Föld mint forgó rendszer

Coriolis-erő:

a szögsebesség vektor felbontása

talajra merőleges

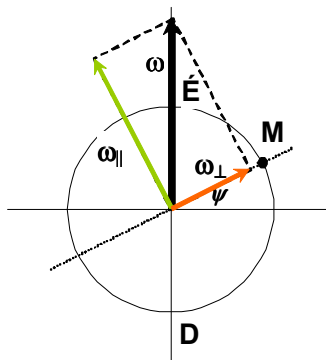
$\vec{\omega}_{\perp}$

és talajjal párhuzamos

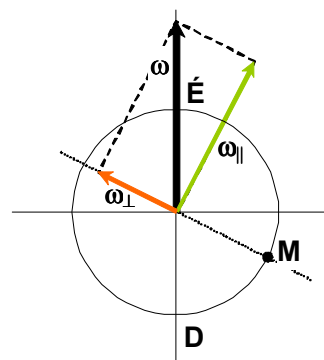
$\vec{\omega}_{\parallel}$

komponensekre

$$\vec{F}_{Coriolis} = \vec{F}_{Coriolis \perp} + \vec{F}_{Coriolis \parallel} = \underline{2 \cdot m \cdot \vec{v} \times \vec{\omega}_{\perp}} + \underline{2 \cdot m \cdot \vec{v} \times \vec{\omega}_{\parallel}}$$



az Északi féltekén

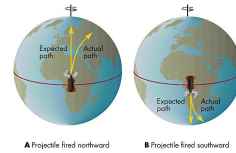


a Déli féltekén

Coriolis-erő

F_{Cl} hatására (az északi féltekén)

- a Foucault-inga jobbra tér ki
- a lövedékek jobbra térülnek el
- ciklonok jönnek létre, melyben a levegő az óramutató járásával ellentétesen mozog



(*Filmek: 1) Foucault inga homokot szóró ingatesttel,*

FILM: Foucault1-2.flv, elengedett_Foucault_inga és Foucault_inga

2) lefolyó víz, FILM: Coriolis_sink

3) ciklonok keletkezése, FILM: Coriolis_on_earth

4) forgó rendszerben labdázó gyerekek,

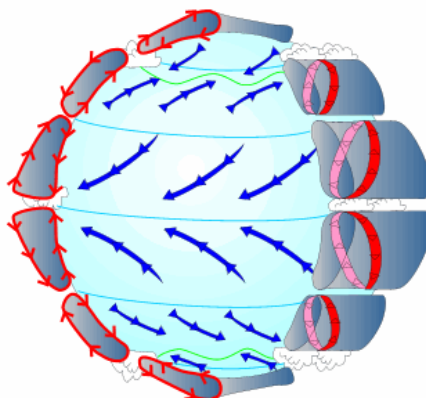
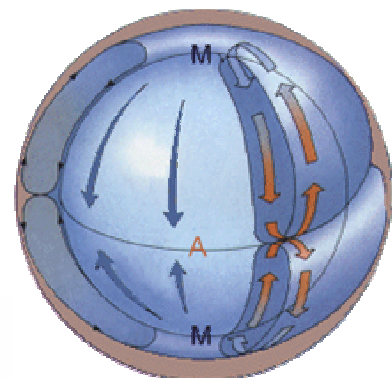
FILM: MIT_The Coriolis Effect)

F_{Cl} hatására (mindkét féltekén azonosan)

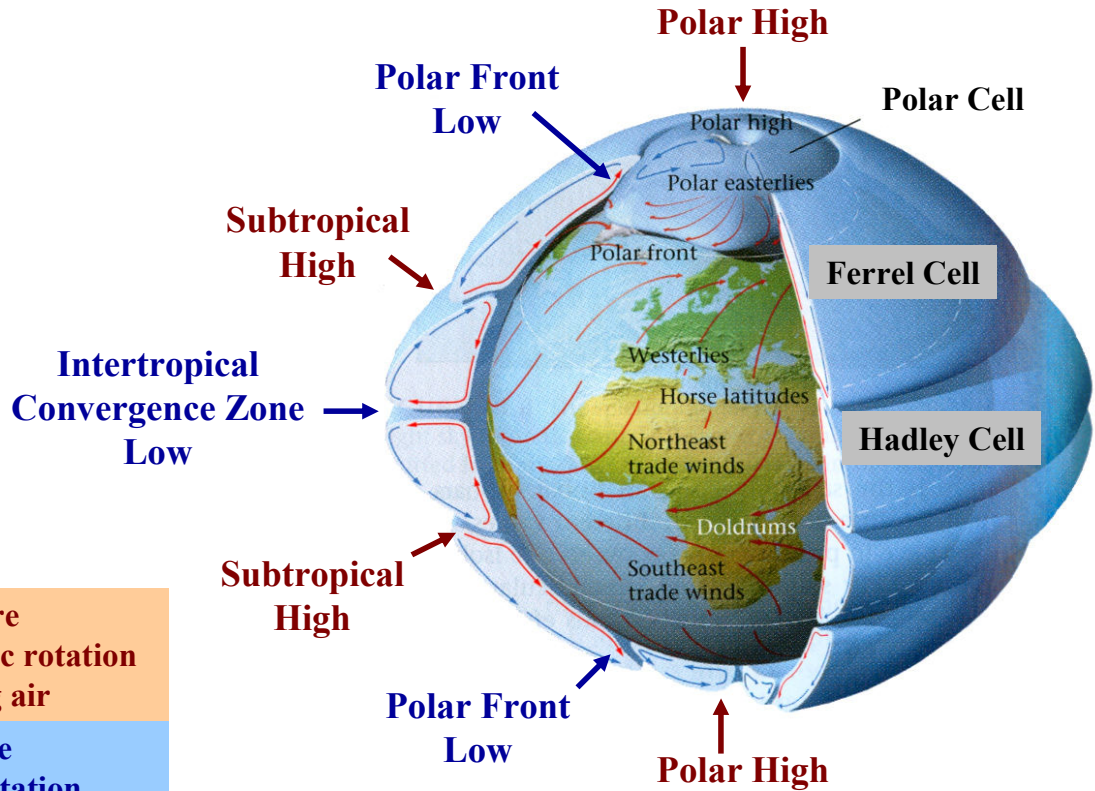
- a szabadon eső testek a talppontjuktól keletre esnek
- a nyugatra mozgó testek látszólagos súlynövekedése (Eötvös effektus)

A Coriolis erő hatása a Föld globális folyamataira

- ha a Föld nem forogna, a sarkok és az egyenlítő légtömegeit zárt áramlási rendszer cserélné ki
- DE! a forgó Földön a szélre is hat a Coriolis erő



Idealizált cirkulációs modell



High Pressure
-anticyclonic rotation
-descending air

Low Pressure
-cyclonic rotation
-ascending air

Figure modified from Earth: Portrait of a Planet

