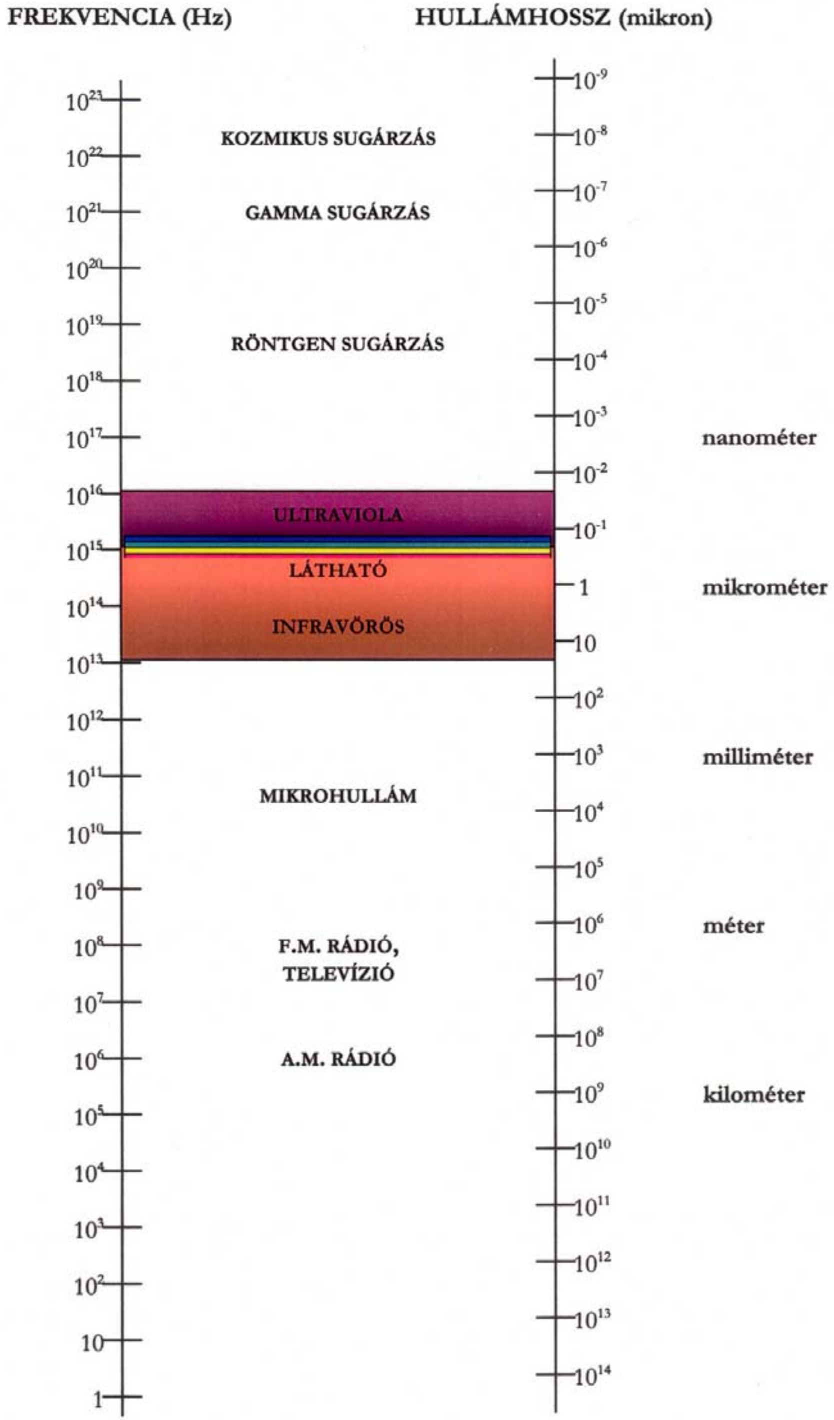
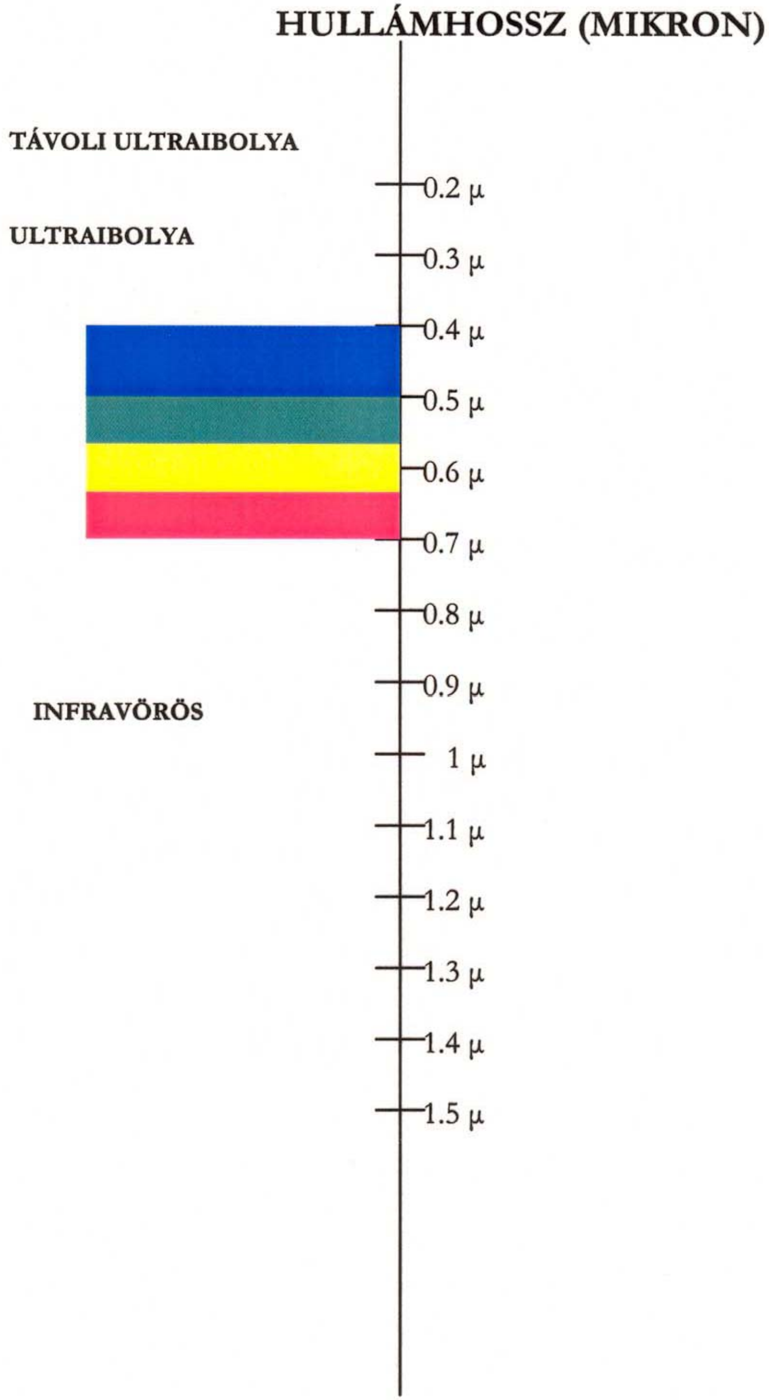
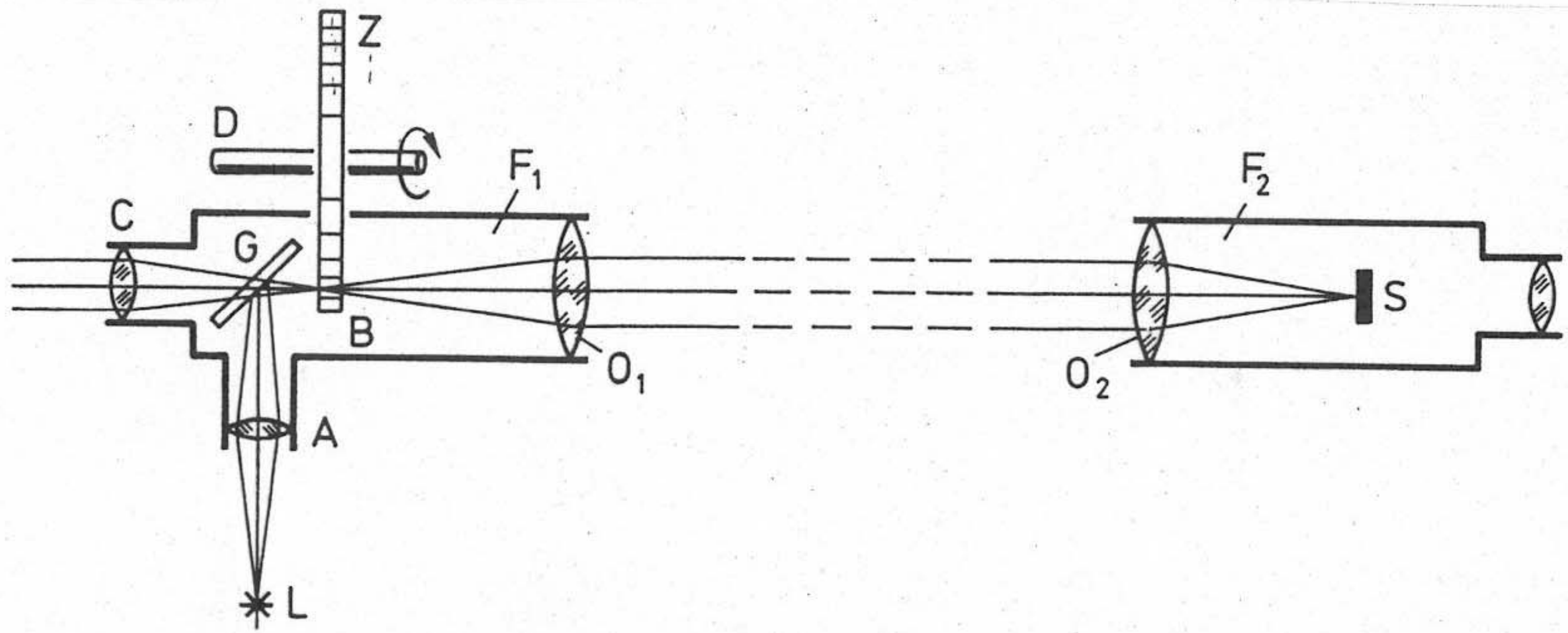
Optika

Szabó Gábor
egyetemi tanár, SZTE Optikai Tanszék


FREKVENCIA (Hz)
HULLÁMHOSSZ (mikron)
10^{23}
10^{22}
10^{21}
10^{20}
10^{19}
10^{18}
10^{17}
10^{16}
10^{15}
10^{14}
10^{13}
10^{12}
10^{11}
10^{10}
10^{9}
10^{8}
10^{7}
10^{6}
10^{5}
10^{4}
10^{3}
10^{2}
10
1
KOZMIKUS SUGÁRZÁS
GAMMA SUGÁRZÁS
RÖNTGEN SUGÁRZÁS
ULTRAVIOLA
LÁTHATÓ
INFRAVÖRÖS
MIKROHULLÁM
F.M. RÁDIÓ,
TELEVÍZIÓ
A.M. RÁDIÓ
10^{-9}
10^{-8}
10^{-7}
10^{-6}
10^{-5}
10^{-4}
10^{-3}
10^{-2}
10^{-1}
1
10
10^{2}
10^{3}
10^{4}
10^{5}
10^{6}
10^{7}
10^{8}
10^{9}
10^{10}
10^{11}
10^{12}
10^{13}
10^{14}
nanométer
mikrométer
milliméter
méter
kilométer


HULLÁMHOSSZ (MIKRON)
TÁVOLI ULTRAIBOLYA
ULTRAIBOLYA
INFRAVÖRÖS
0.2 μ
0.3 μ
0.4 μ
0.5 μ
0.6 μ
0.7 μ
0.8 μ
0.9 μ
1 μ
1.1 μ
1.2 μ
1.3 μ
1.4 μ
1.5 μ

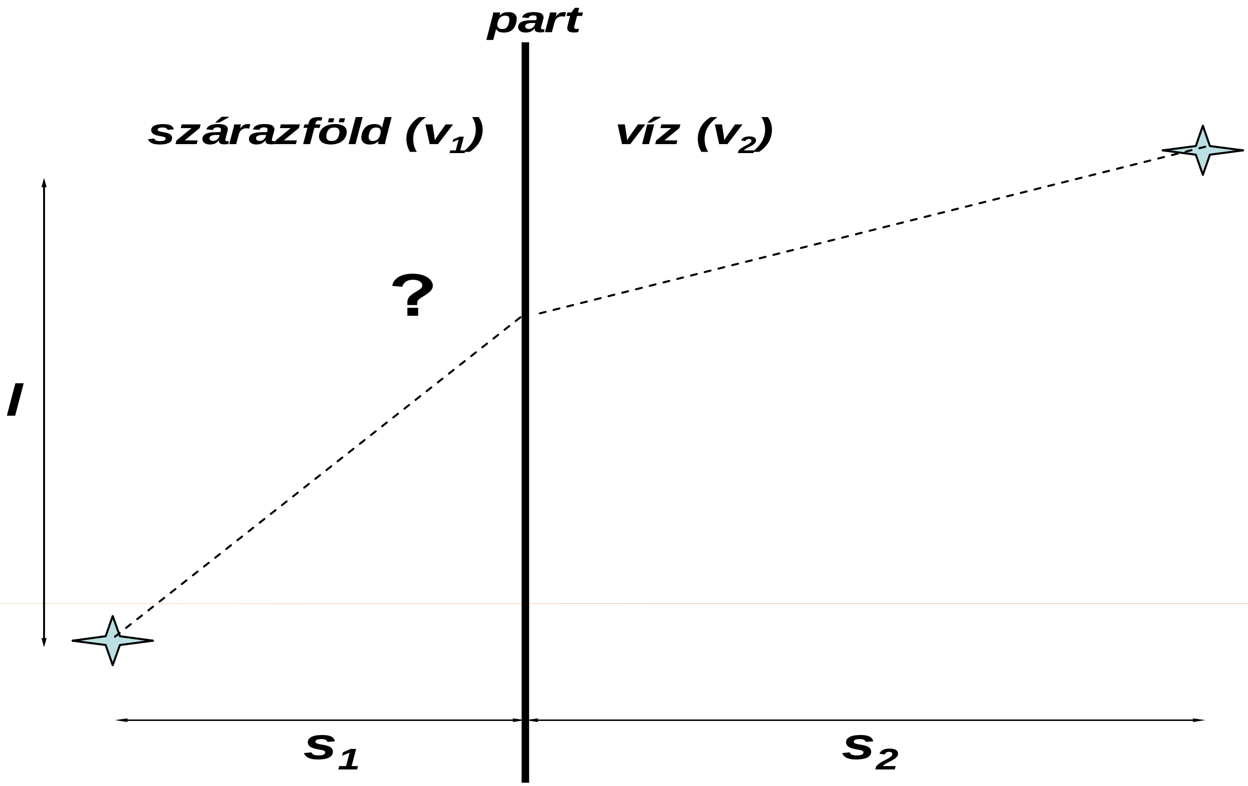
Fénysebesség mérése

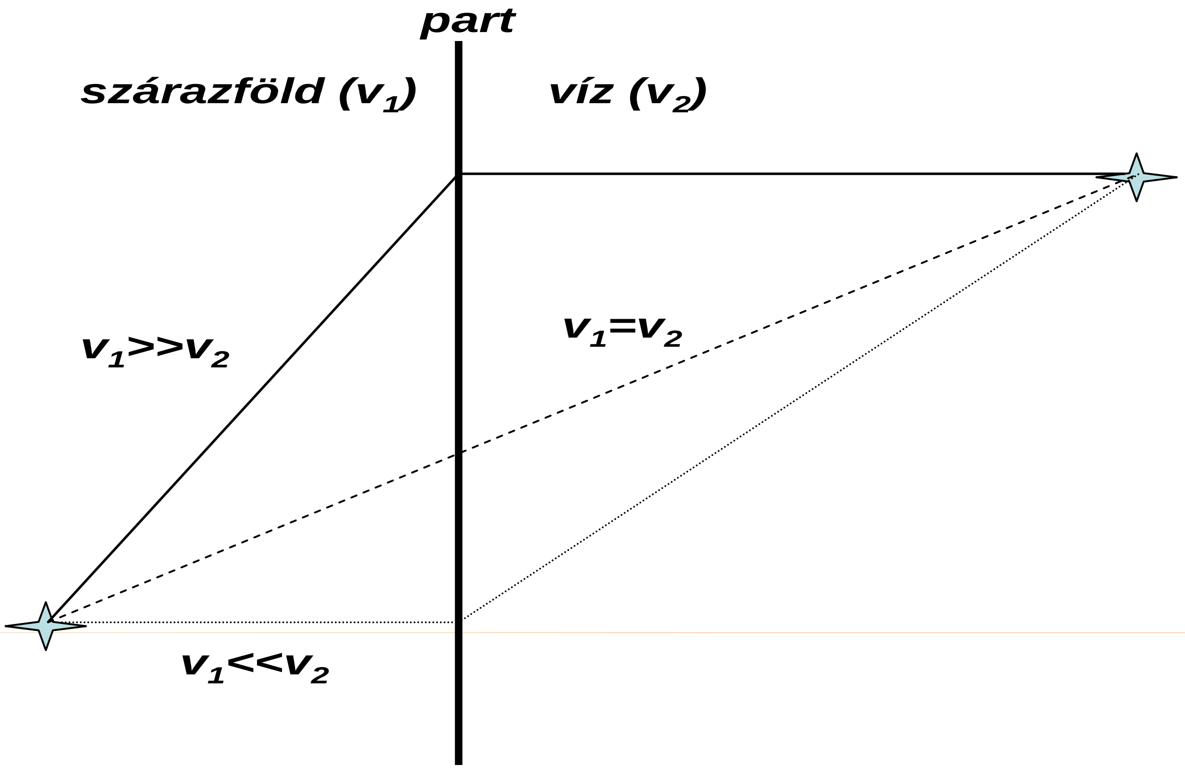


Barber és társai 1972.

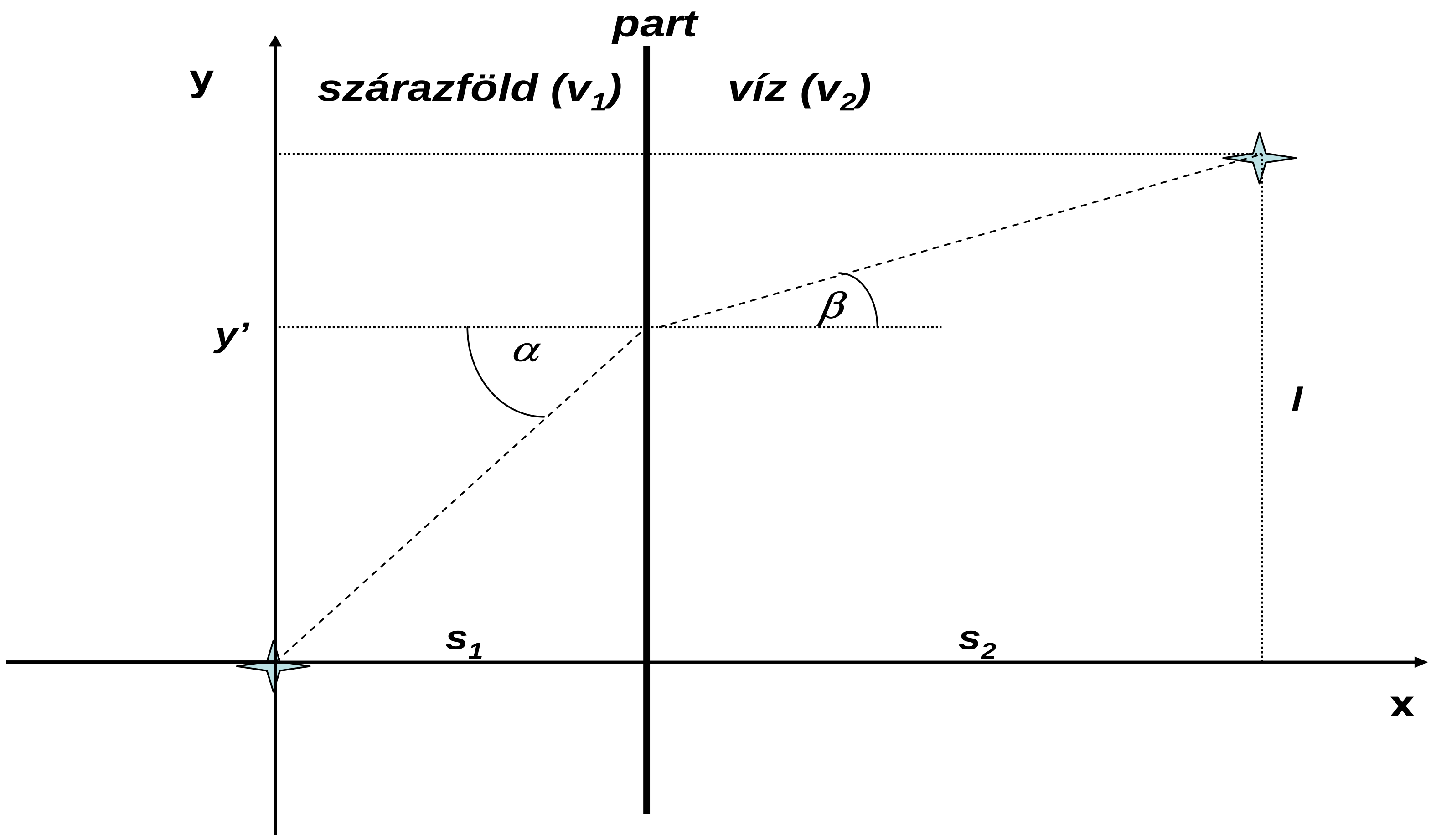
$$C = 299\ 792\ 458 \pm 1{,}2\ \mathrm{m/s}$$

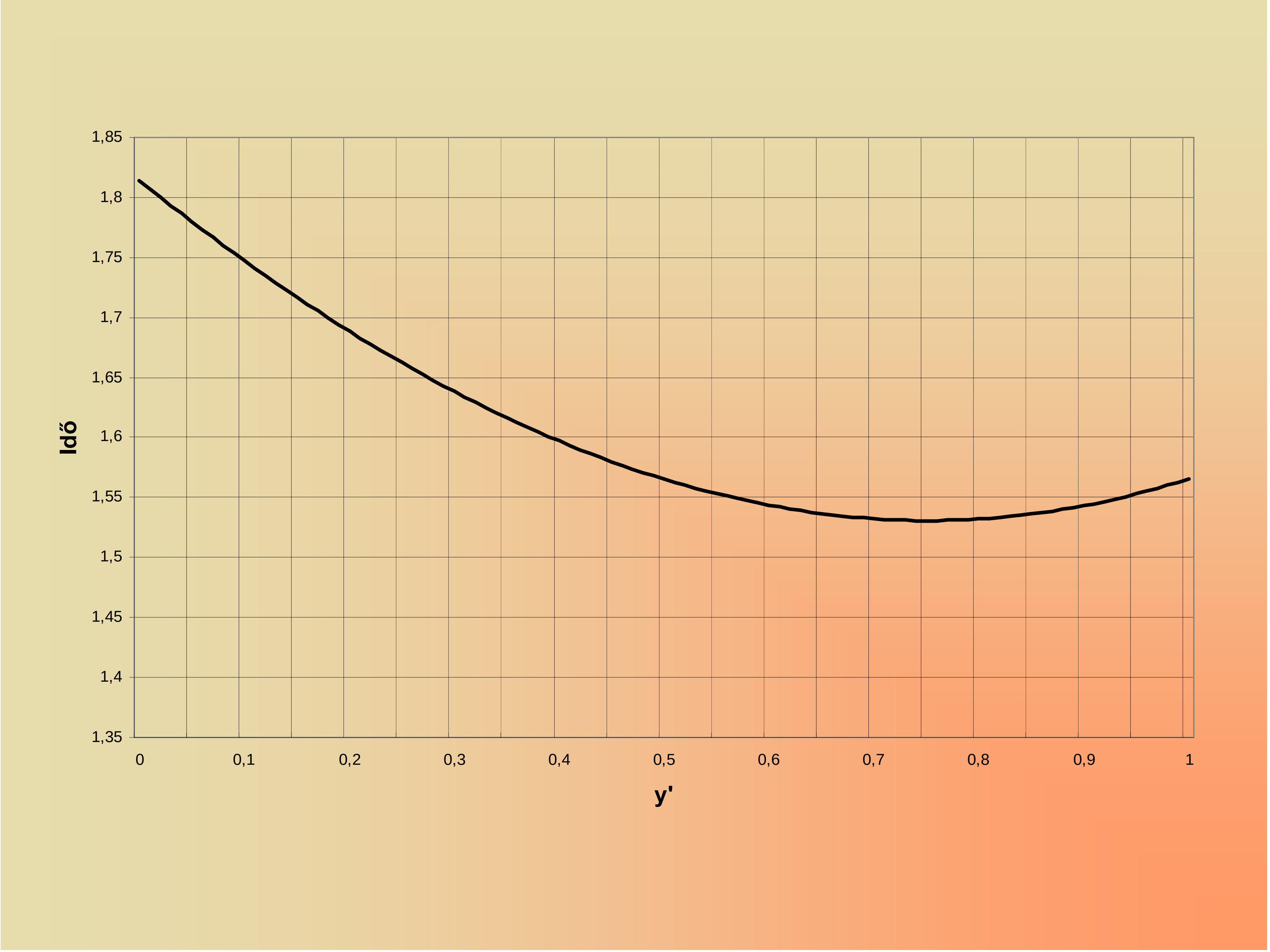
A legrövidebb idő elve
(Fermat elv)


part
szárazföld (v_1)
víz (v_2)
?
l
s_1
s_2

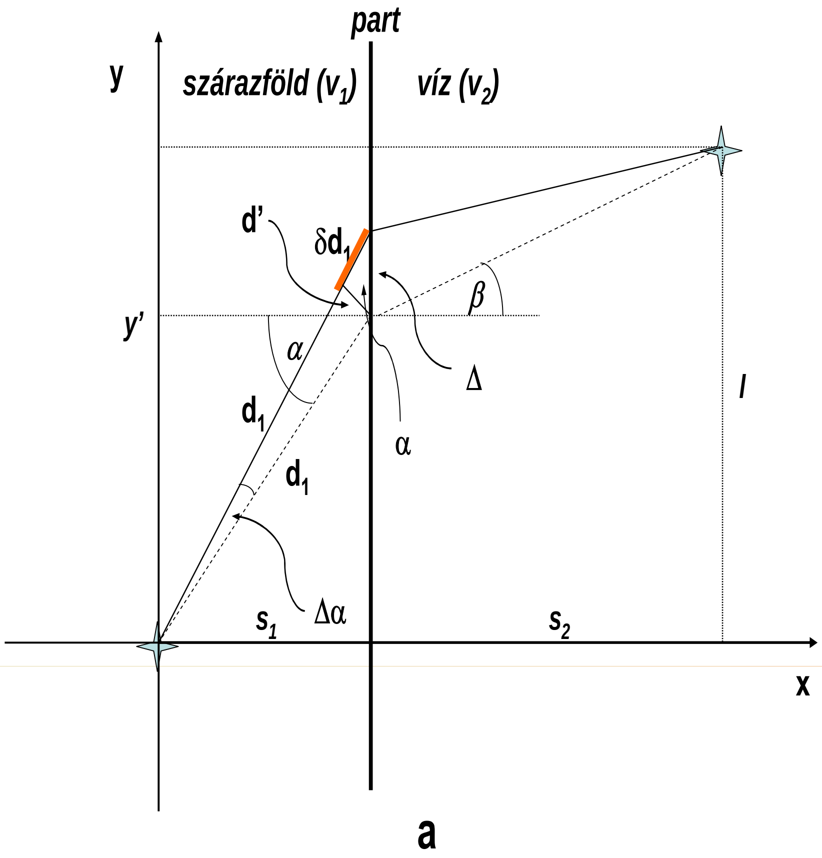


part
szárazföld (v_1)
víz (v_2)
$v_1 >> v_2$
$v_1 = v_2$
$v_1 << v_2$

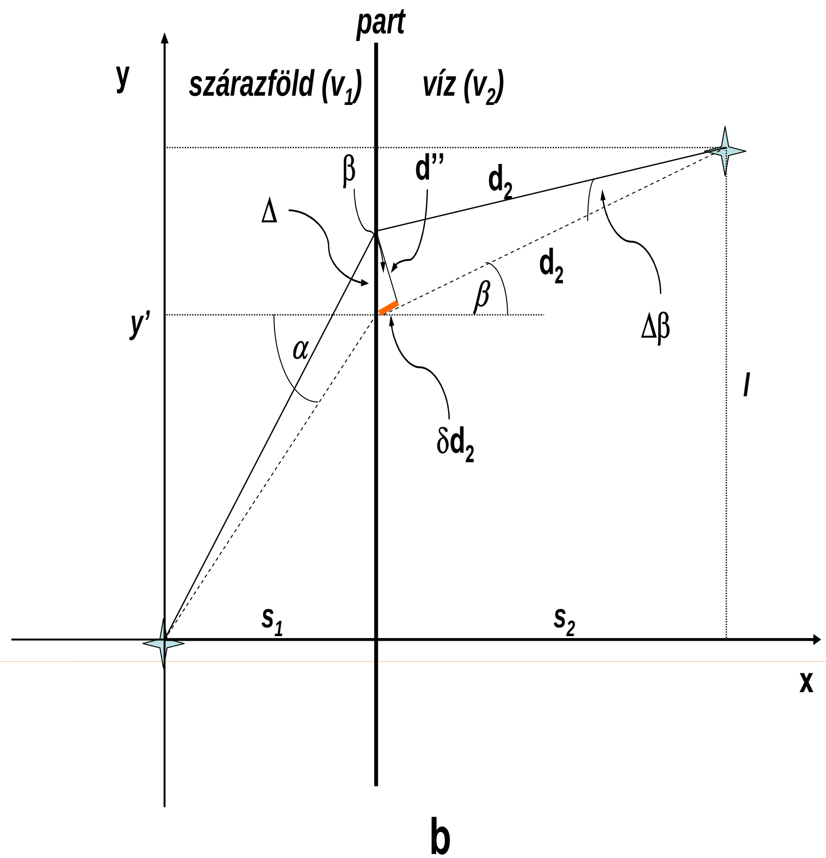

part
y
szárazföld (v_1)
víz (v_2)
y'
α
β
l
s_1
s_2
x



1,85
1,8
1,75
1,7
1,65
1,6
1,55
1,5
1,45
1,4
1,35
Idő
0
0,1
0,2
0,3
0,4
0,5
0,6
0,7
0,8
0,9
1
y'



a



b

$$\delta d_1 = \Delta \sin\alpha \longrightarrow \delta t_{sz} = \frac{\delta d_1}{v_1} = \frac{\Delta \sin\alpha}{v_1}$$

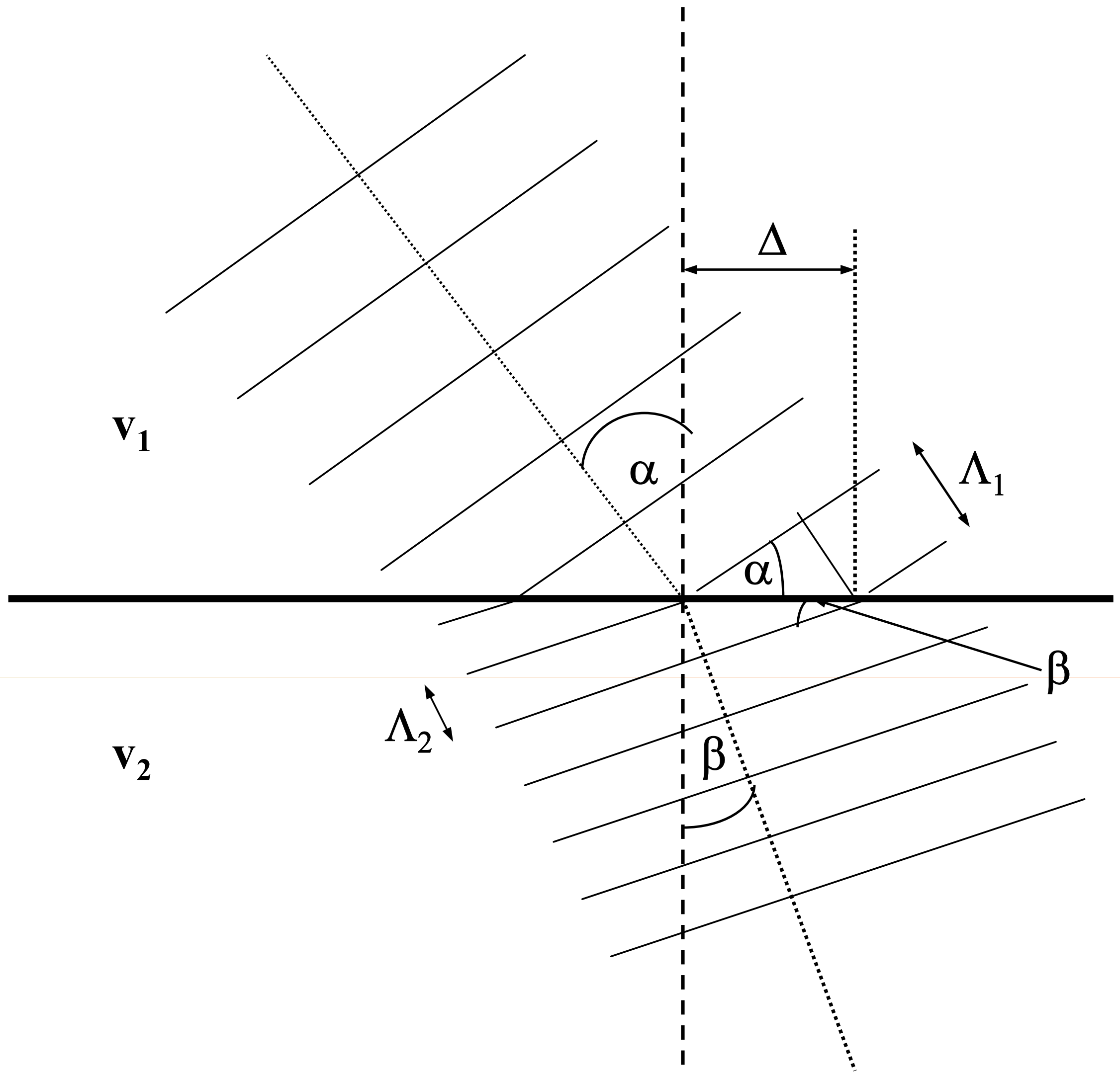
$$\delta t_v = -\frac{\Delta \sin\beta}{v_2}$$

$$\frac{\Delta \sin \alpha}{v_1} = \frac{\Delta \sin \beta}{v_2}$$

$$\downarrow$$

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{v_1}{v_2}$$

A legrövidebb idő elve és a hullámok



v1
v2
Δ
α
α
β
β
Λ1
Λ2

$$\Delta = \frac{\Lambda_1}{\sin\alpha} \qquad \Delta = \frac{\Lambda_2}{\sin\beta}$$

$$\frac{v_1 T}{\sin\alpha} = \frac{v_2 T}{\sin\beta} \longrightarrow \frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{v_1}{v_2}$$

$$v = \frac{c}{n} \longrightarrow \frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{n_2}{n_1} = n_{21}$$

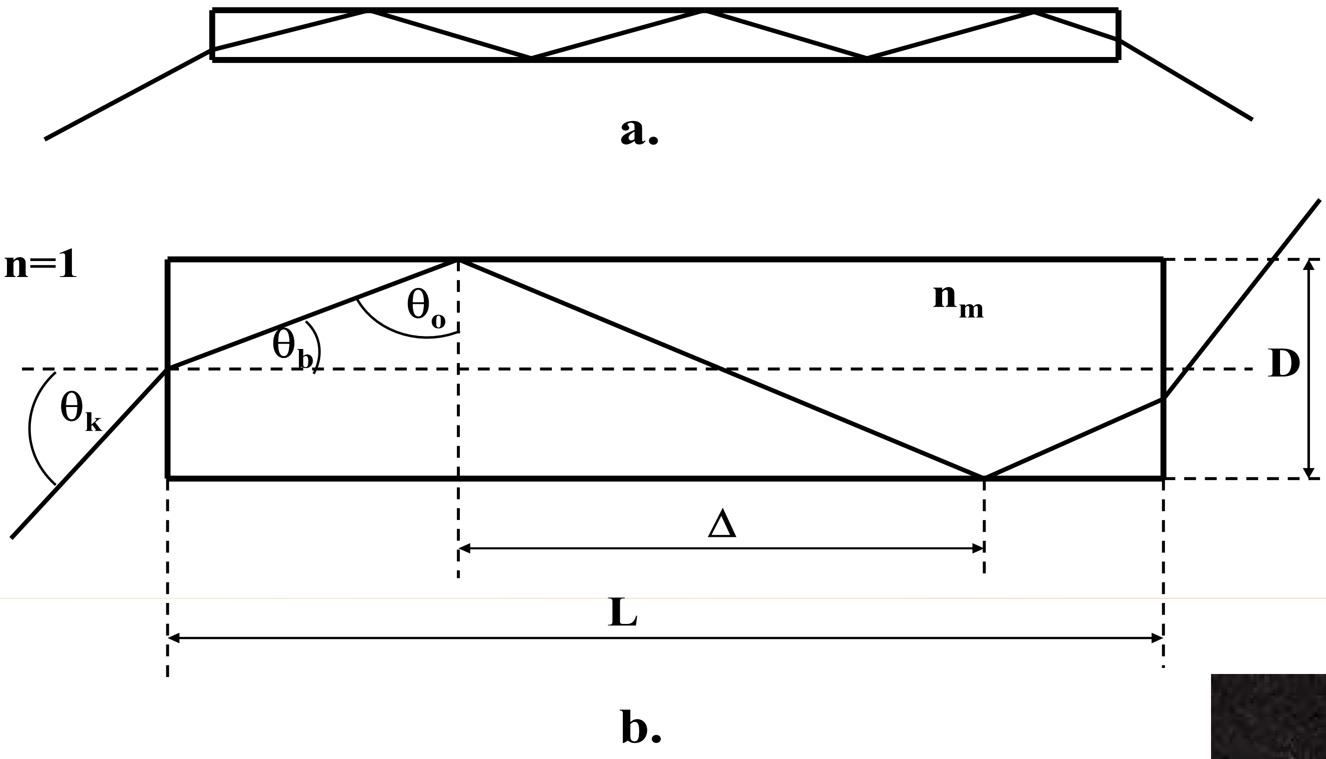
Snellius-Descartes törvény: két közeg határán megtörő fénysugár a beeső sugár és beesési merőleges által kifeszített síkban halad tovább úgy, hogy a beesési és a törési szög szinuszának hányadosa egyenlő a törésmutatóval.

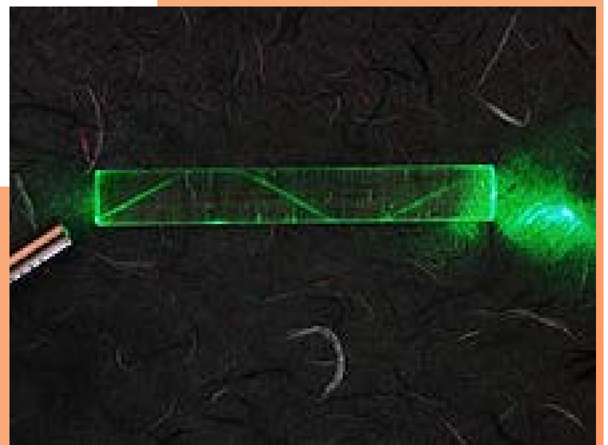
Teljes visszaverődés

$$\sin\beta = \frac{\sin\alpha}{n_{21}} \longrightarrow \frac{\sin\alpha}{n_{21}} \leq 1$$

$$\alpha \leq \Theta_h = \arcsin n_{21}$$

Optikai szálak működése



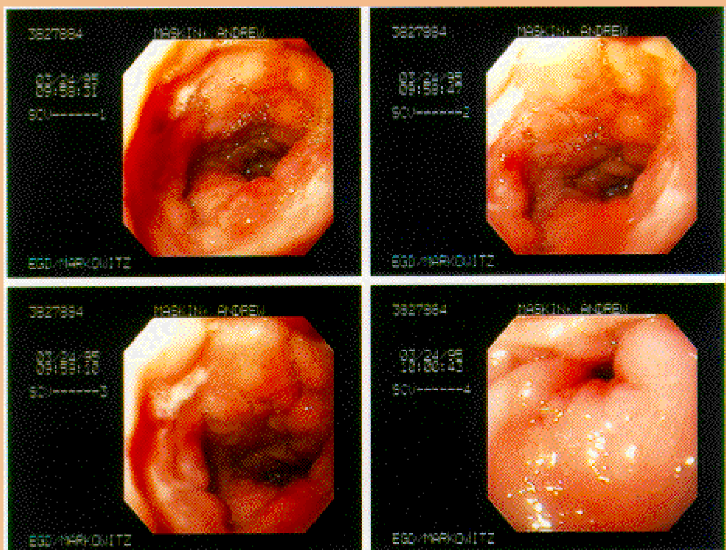


Optikai szálak

Alkalmazások

Optikai távközlés (10 Tbit/s sebesség)

Endoszkópia

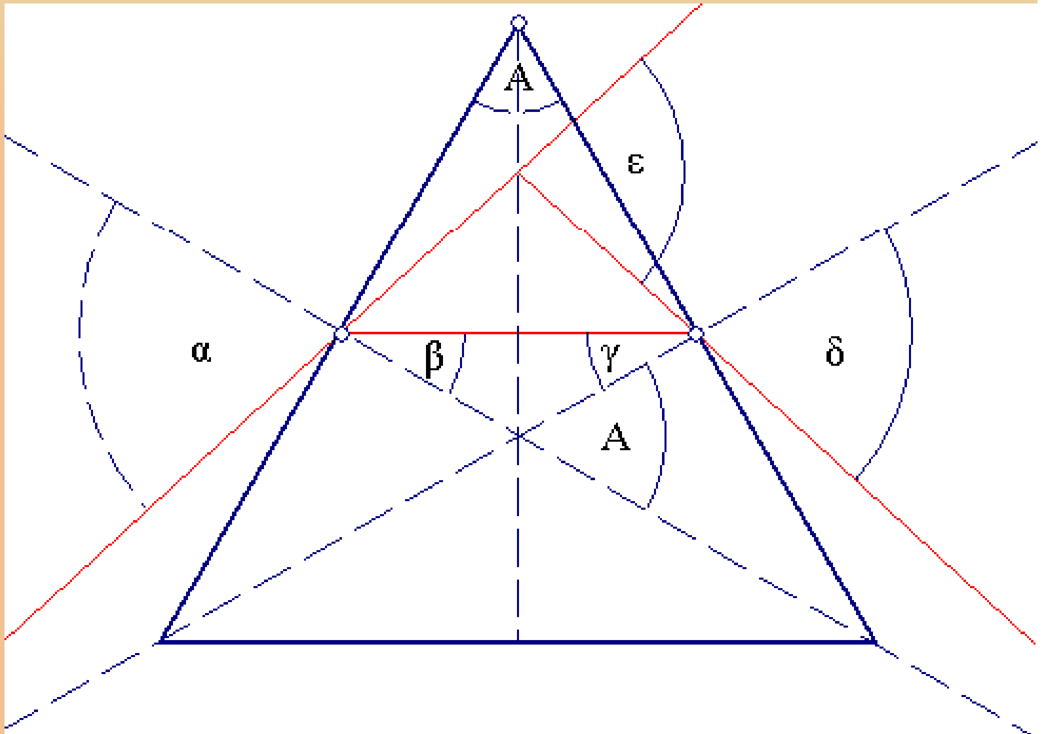


Fénysugár törése prizmában

Tekintsük a minimális deviáció (szimmetrikus sugármenet) esetét.

Számítsuk ki a deviáció szögét (ε)!

Vegyük észre, hogy *α*-t és *β*-t, illetve *γ*-t és *δ*-t a fénytörés törvénye köti össze. Az ábráról azonnal látszik, hogy $A=\beta+\gamma$. (*A*-t a prizma törőszögének nevezzük.)



Fénysugár törése prizmában

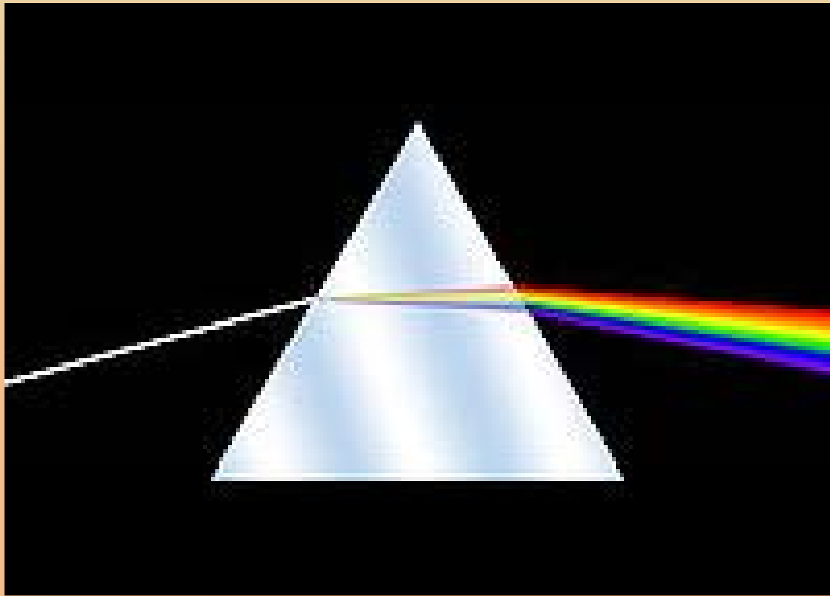
A deviáció szöge nyilván $\varepsilon=(\alpha-\beta)+(\delta-\gamma)$. Vegyük észre, hogy a szimmetria miatt $\alpha=\delta$ és $\beta=\gamma$.
Ezzel $\varepsilon=2(\alpha-\beta)$.
Az $A=\beta+\gamma$-ból, valamint $\beta=\gamma$-ból következik, hogy $\beta=A/2$.
Ezekkel kifejezve α-t kapjuk:
$\alpha=\varepsilon/2+A/2$.
Alkalmazzuk a fénytörés törvényét:

$$\frac{\sin\left(\frac{\varepsilon}{2}+\frac{A}{2}\right)}{\sin\left(\frac{A}{2}\right)}=n_\lambda$$

(Ahol a λ index arra utal, hogy a törésmutató általában függ a hullámhossztól.)

Fénysugár törése prizmában

Mindebből következik, hogy a fény eltérülési szöge a prizmában függ a hullámhossztól.



Az eltérülési szög mérésére a goniométer szolgál.

Fénysugár törése prizmában

Ha ismerjük a hullámhosszat, meghatározhatjuk a prizma anyagának törésmutatóját.

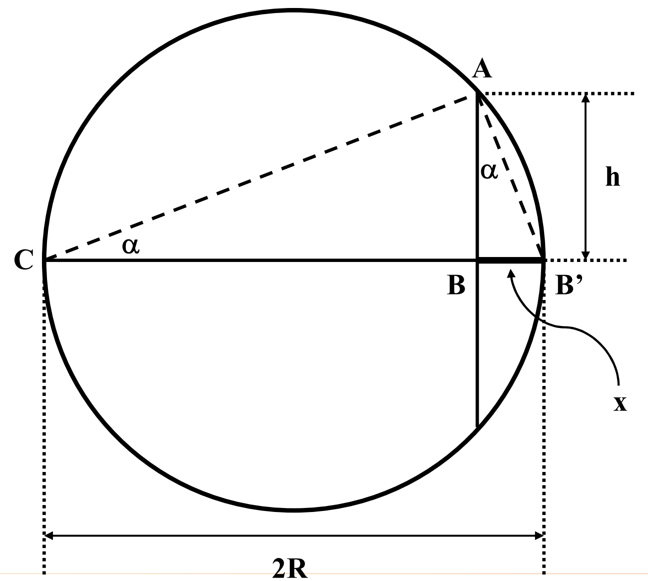
Ha az anyag ismert meghatározhatjuk a hullámhosszat $\Rightarrow$ spektroszkópia.

Paraxiális közelítés

$1° = 0{,}01745329$ rad $\quad \sin(1°) = 0{,}017452406 \quad \dfrac{\varphi - \sin(\varphi)}{\varphi} = 0{,}0051\%$

$5° = 0{,}087266$ rad $\quad \sin(5°) = 0{,}087155 \quad \dfrac{\varphi - \sin(\varphi)}{\varphi} = 0{,}12\%$

Paraxiális közelítés

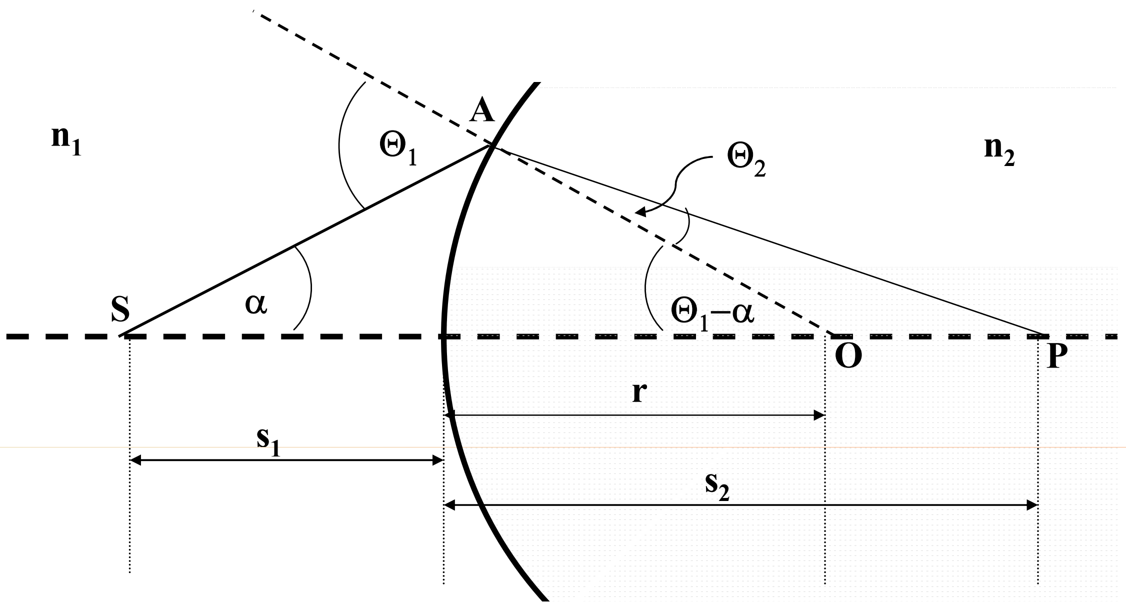


$$\frac{h}{2R-x}=\frac{x}{h}$$

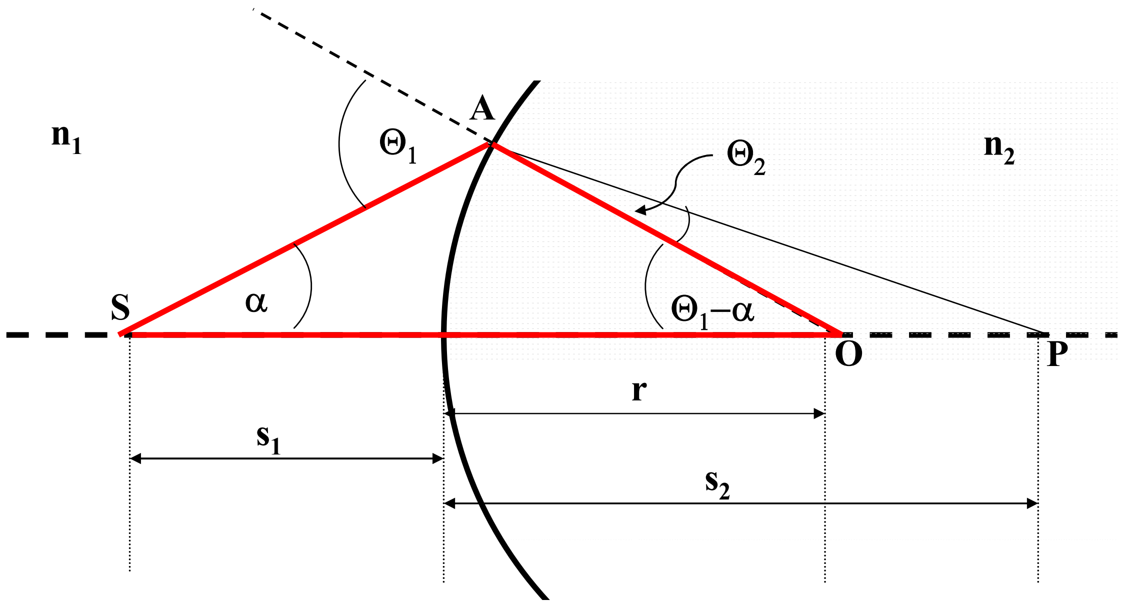
$$h^2=(2R-x)x$$

2R>>h>>x

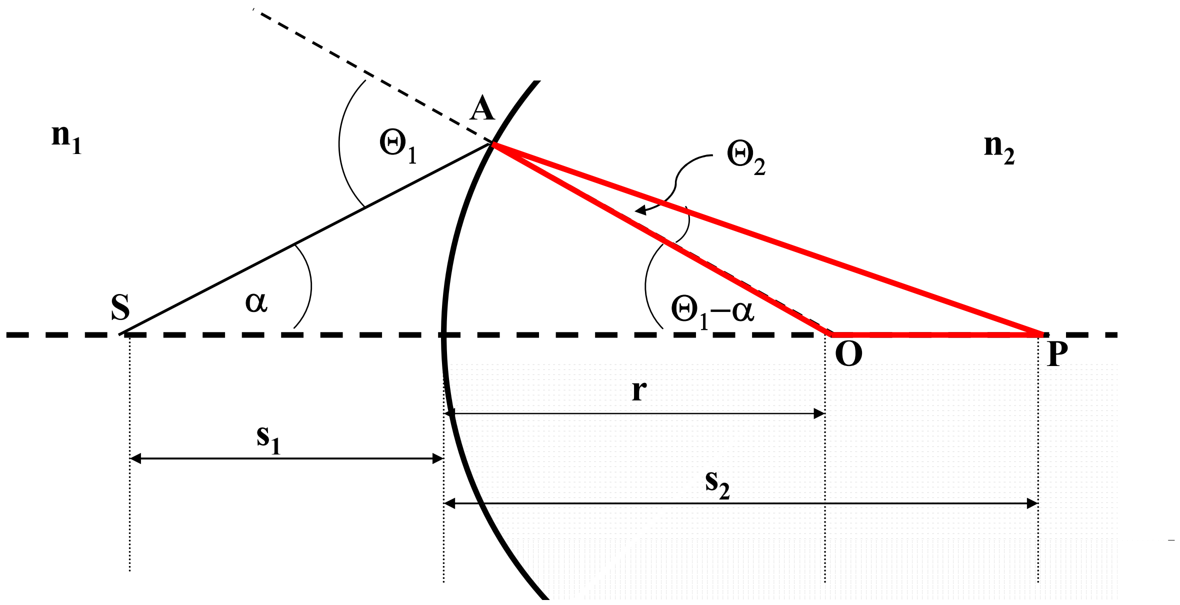
$$\boxed{\mathbf{x=\frac{h^2}{2R}}}$$



n1
A
Θ1
Θ2
n2
S
α
Θ1−α
O
P
r
s1
s2



$$\frac{s_1 + r}{\sin(180 - \theta_1)} = \frac{r}{\sin \alpha}$$



$$\frac{s_2 - r}{\sin\theta_2} = \frac{r}{\sin(\theta_1 - \theta_2 - \alpha)}$$

$$\frac{s_1 + r}{\theta_1} = \frac{r}{\alpha}$$

$$\frac{s_2 - r}{\theta_2} = \frac{r}{\theta_1 - \theta_2 - \alpha}$$

$$\frac{\theta_1}{\theta_2} = n$$

Paraxiális közelítés

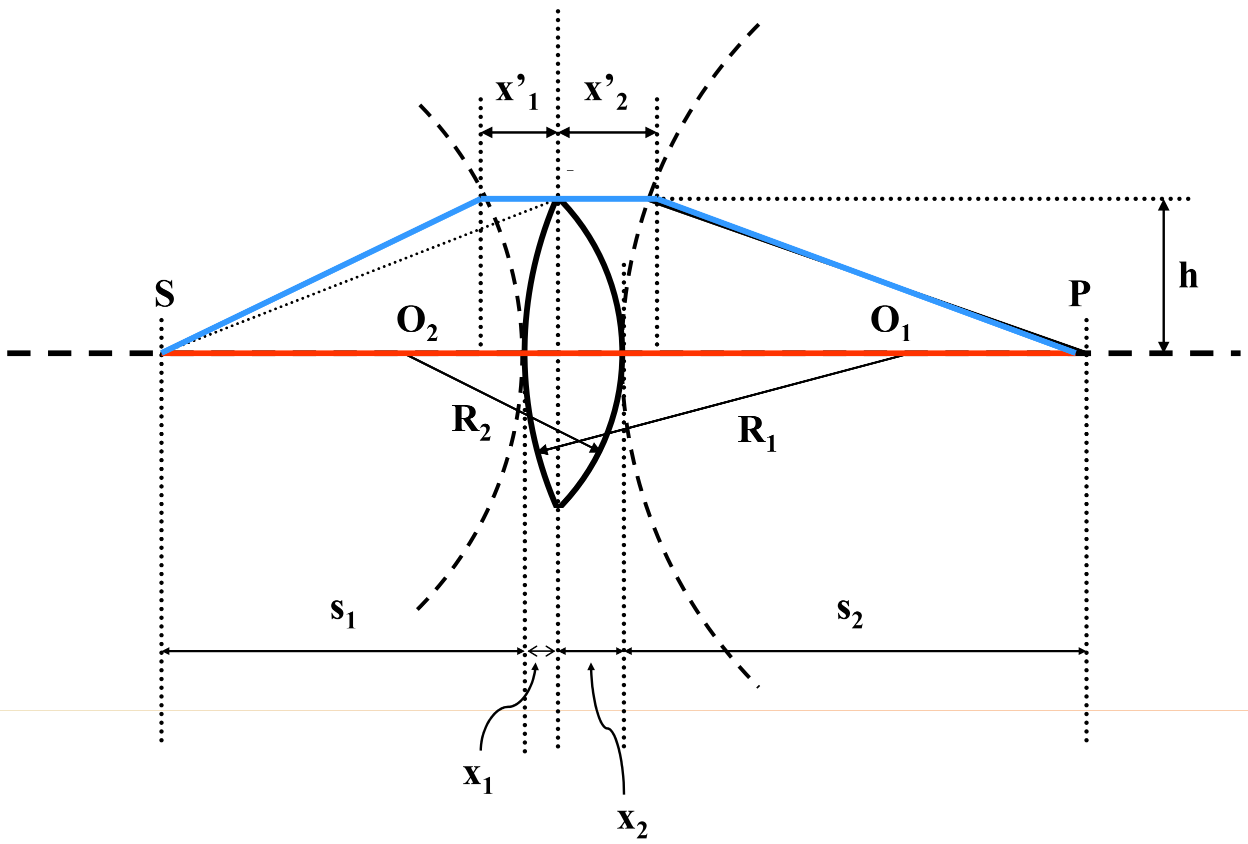
A megoldás:

$$\frac{s_2 - r}{\frac{\cancel{\alpha}}{n\,r}(s_1 + r)} = \frac{r}{\left(\frac{\cancel{\alpha}}{r} - \frac{\cancel{\alpha}}{r\,n}\right)(s_1 + r) - \cancel{\alpha}}$$

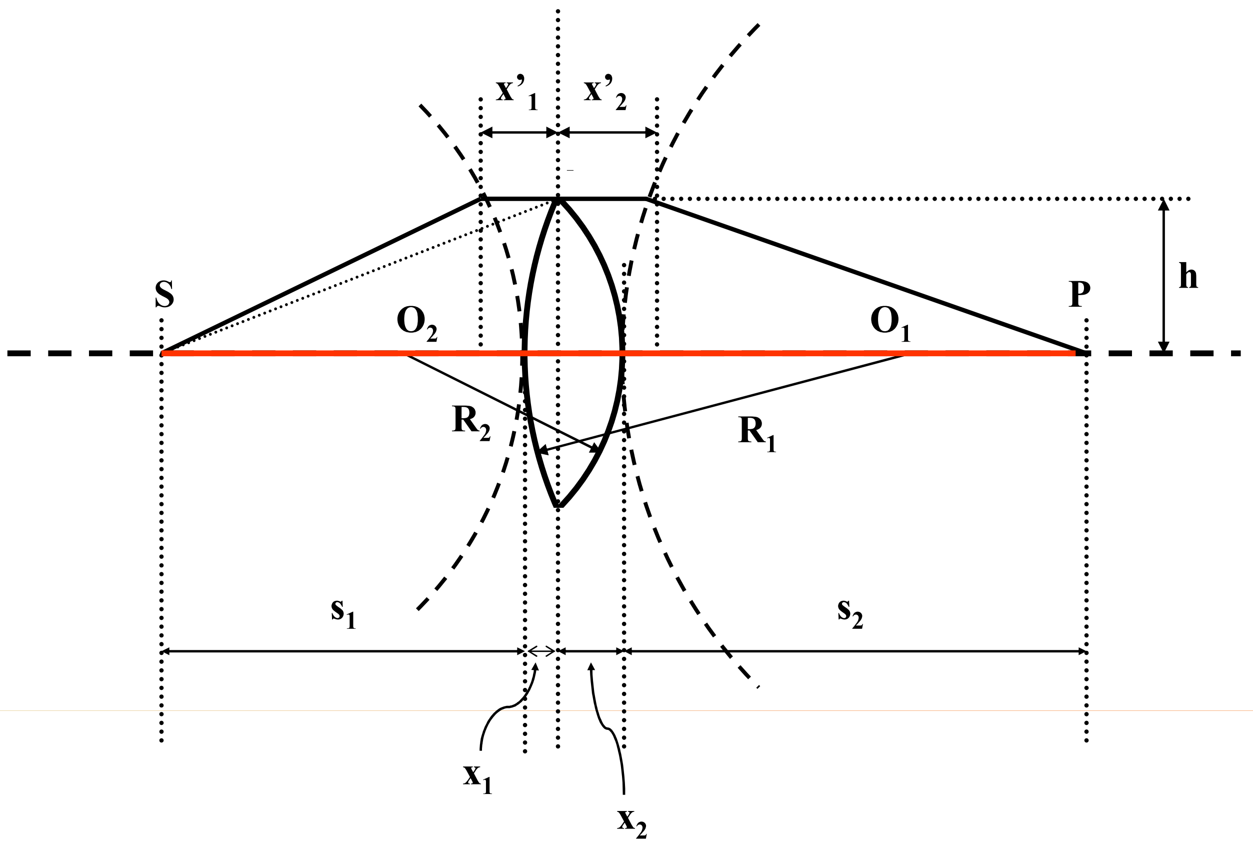
Nem függ α-tól!

Optikai kép!

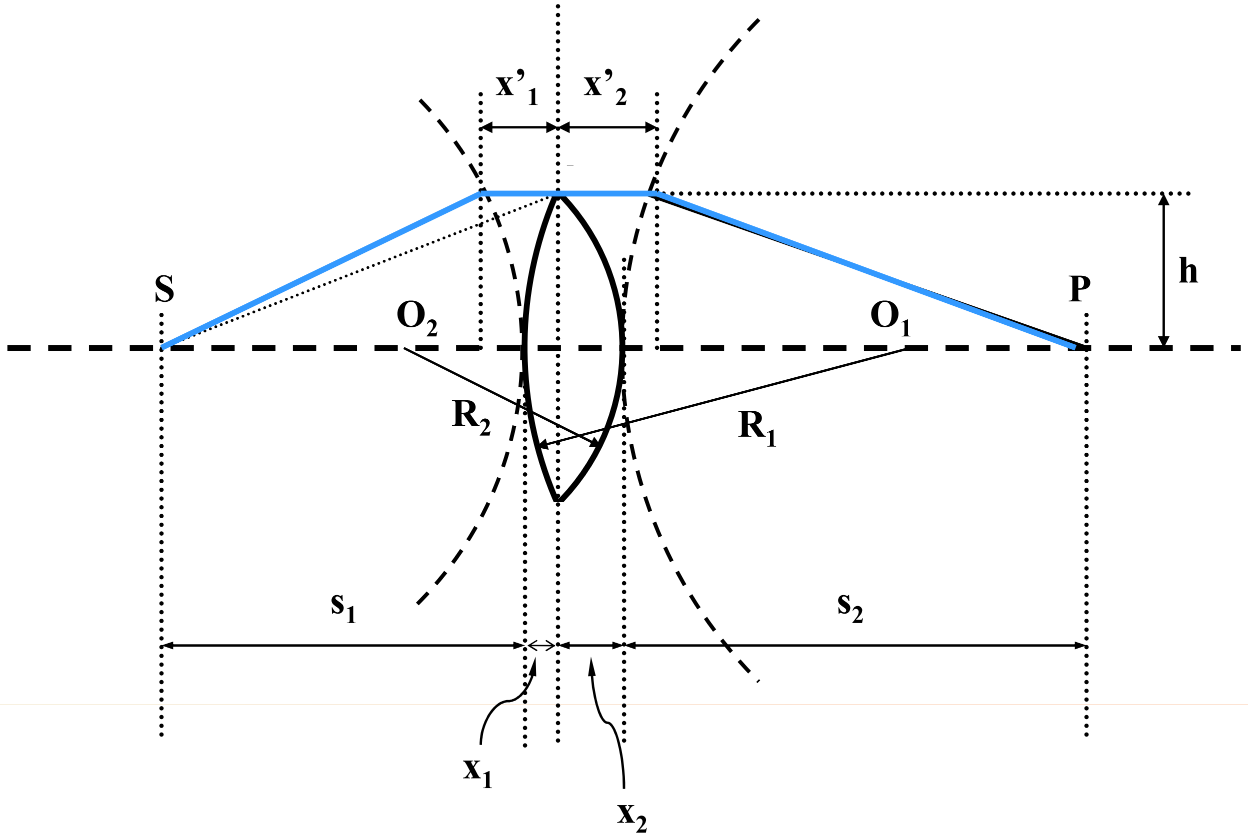
$$s_2 = r + \frac{(s_1 + r)r}{(n-1)(s_1 + r) - r\,n}$$



x'1
x'2
h
S
P
O2
O1
R2
R1
s1
s2
x1
x2



$$T_1 = \frac{s_1}{c} + \frac{x_1 + x_2}{\frac{c}{n}} + \frac{s_2}{c}$$



$$T_2 = \frac{s_1 + x'_1 + x'_2 + s_2}{c}$$

$$T_1 = T_2$$

$$\frac{s_1}{c} + \frac{x_1 + x_2}{\frac{c}{n}} + \frac{s_2}{c} = \frac{s_1 + x_1' + x_2' + s_2}{c}$$

$$x'_1 + x'_2 = n\, x_1 + n\, x_2$$

$$x_1 = \frac{h^2}{2R_1} \qquad x_2 = \frac{h^2}{2R_2} \qquad x'_1 = \frac{h^2}{2s_1} + \frac{h^2}{2R_1} \qquad x'_2 = \frac{h^2}{2s_2} + \frac{h^2}{2R_2}$$

$$\frac{1}{s_1} + \frac{1}{s_2} = (n-1)\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)$$

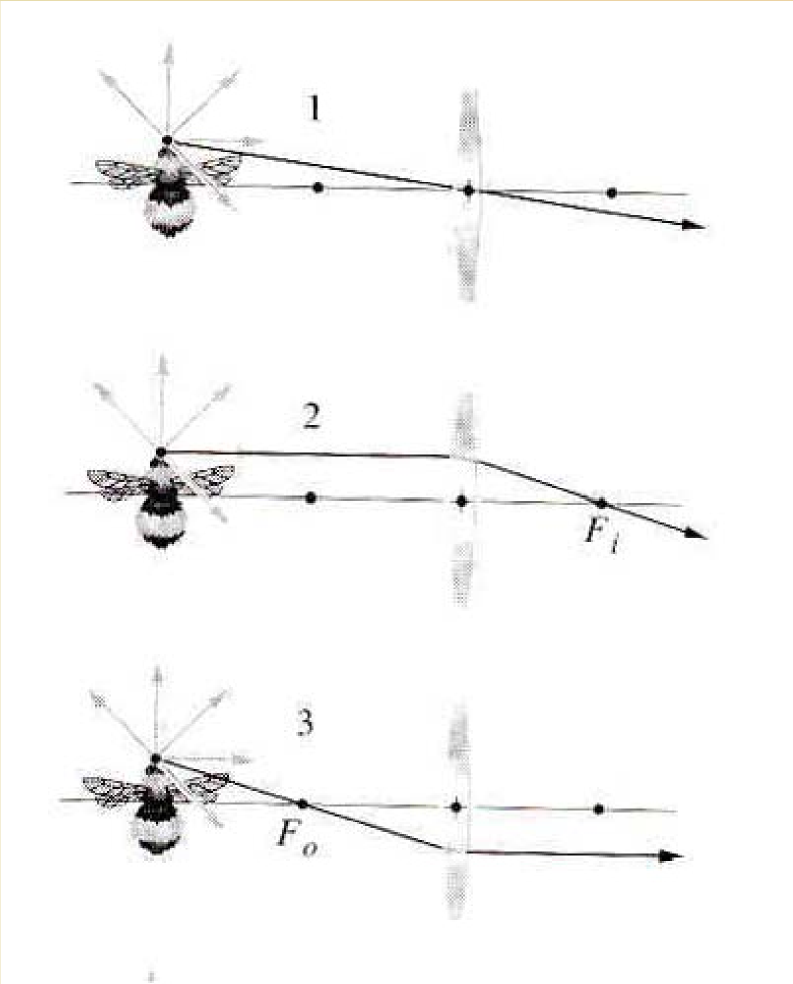
$$s_1 \to \infty \quad \Rightarrow \quad s_2 \to f$$

$$\frac{1}{f} = (n-1)\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)$$

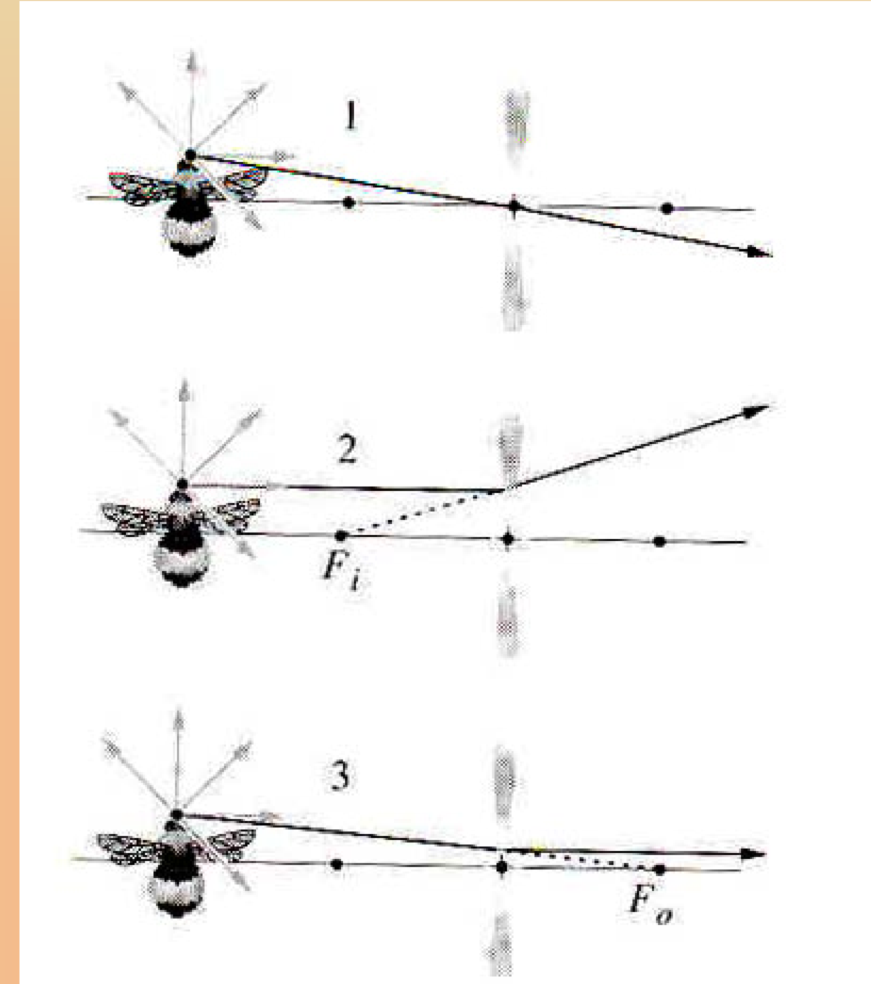
$$\frac{1}{s_1} + \frac{1}{s_2} = \frac{1}{f} \qquad \Rightarrow \qquad \boxed{\frac{1}{t} + \frac{1}{k} = \frac{1}{f}}$$

Nevezetes sugármenetek

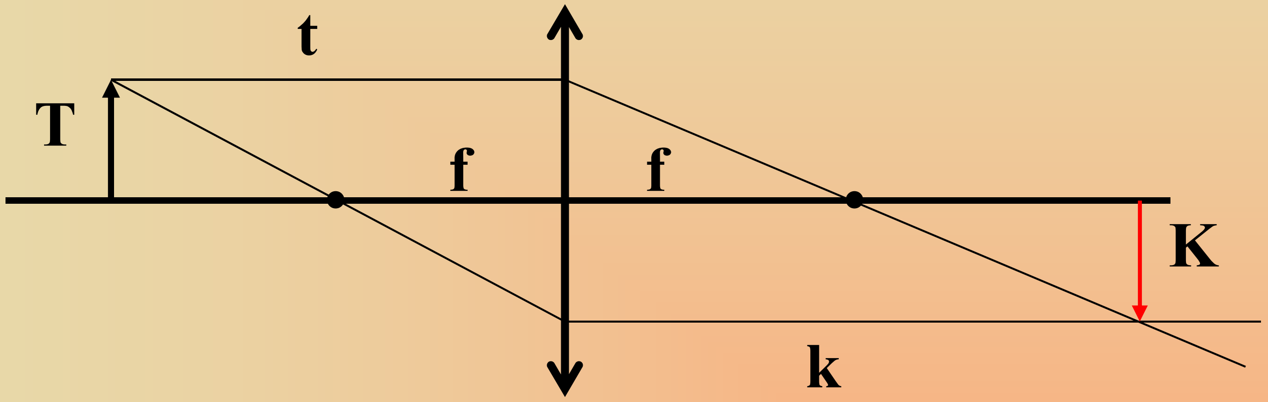
Gyűjtőlencse



Szórólencse



Nevezetes sugármenetek



Írjuk fel hasonló háromszögekben a megfelelő oldalak arányát! Pl.:

$$\frac{T}{t-f}=\frac{K}{f} \qquad \textbf{és} \qquad \frac{T}{f}=\frac{K}{k-f}$$

Nevezetes sugármenetek

Osszuk el az első egyenletet a másodikkal!

$$\frac{f}{t-f}=\frac{k-f}{f}$$

Szorozzunk át mindkét oldal nevezőjével!

$$f^{2}=-fk+f^{2}+tk-ft$$

Átrendezve az egyenletet kapjuk:

$$tk=fk+ft$$

tk-val és f-el osztva:

$$\frac{1}{t}+\frac{1}{k}=\frac{1}{f}$$

Ez éppen a lencseegyenlet.

Nevezetes sugármenetek

Fejezzük ki az első kiinduló egyenletből a K/T hányadost, a másodikból f-et!

$$\frac{K}{T}=\frac{f}{t-f} \qquad\qquad f=\frac{Tk}{K+T}$$

Behelyettesítve f-et az egyenletbe:

$$\frac{K}{T}=\frac{Tk}{K+T}\frac{1}{t-\frac{Tk}{K+T}}=\frac{Tk}{t(K+T)-Tk}=\frac{Tk}{tK+tT-tK}$$

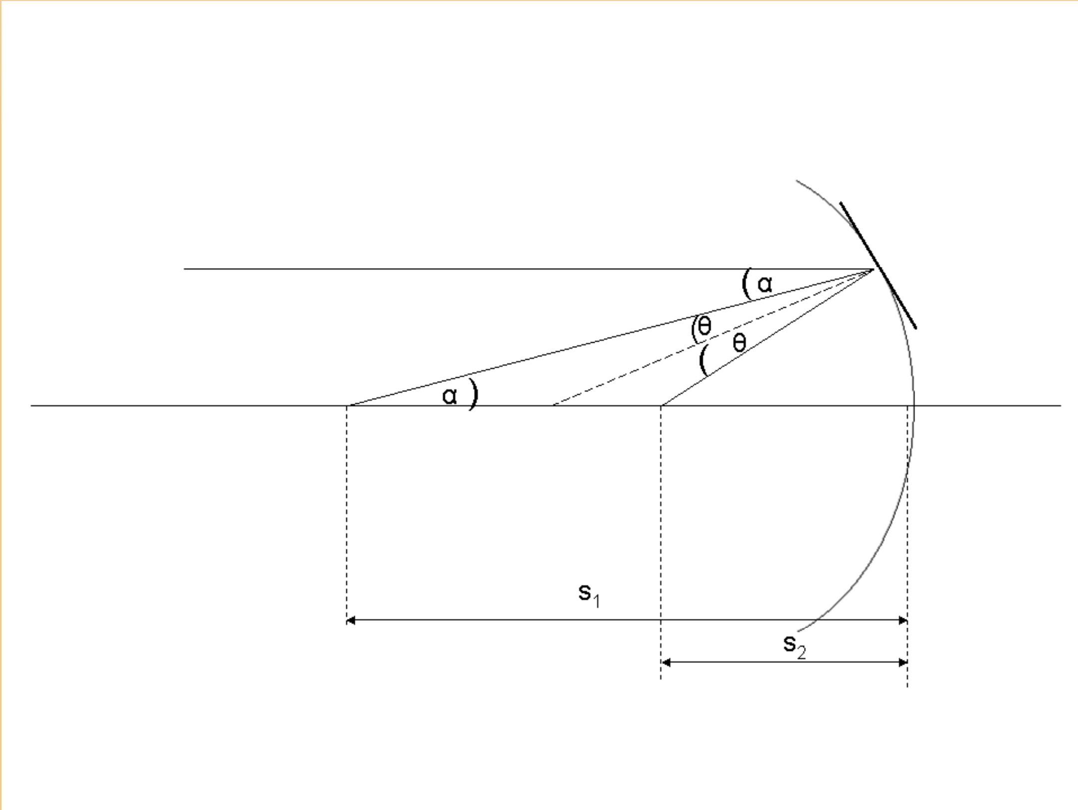
Tehát a végeredmény:

$$\frac{K}{T}=\frac{k}{t}$$

A K/T hányadost nagyításnak nevezzük.

Leképezés gömbtükörrel

Bocsássunk a tükör középpontjától s_1 távolságra eső pontból egy, az optikai tengellyel α szöget bezáró sugarat a gömbtükörre.

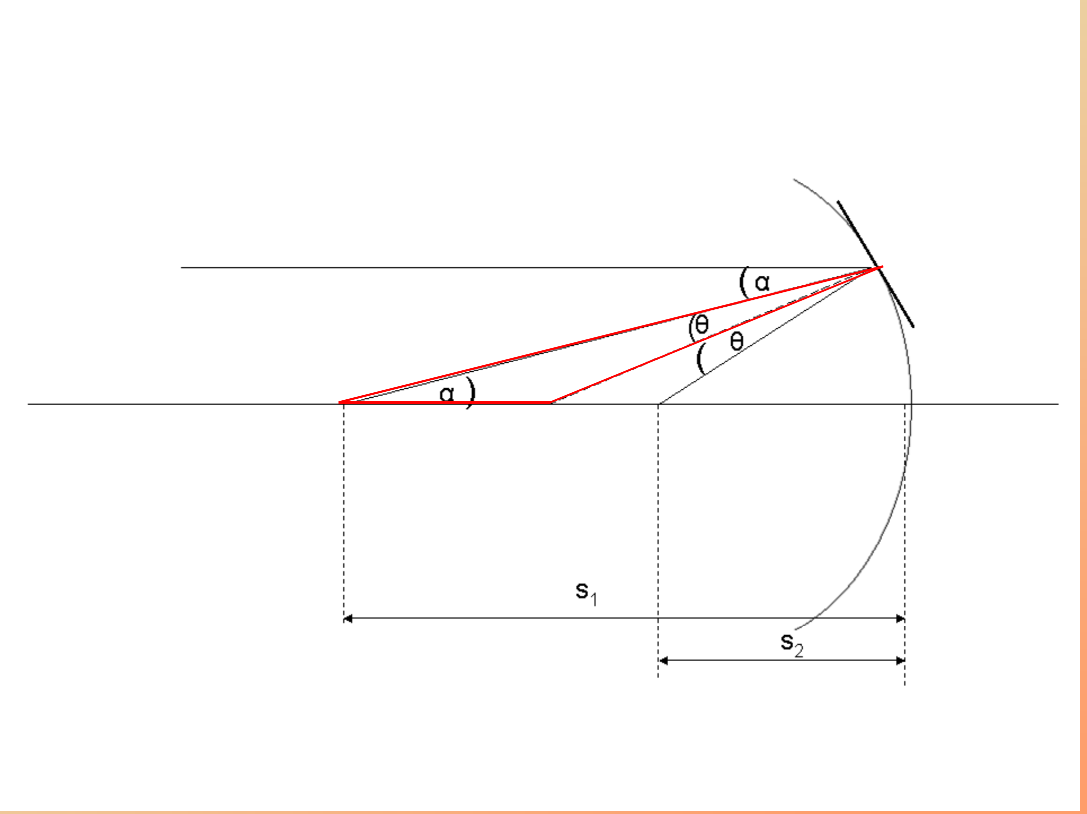


Milyen s_2 távolságban metszi a visszavert sugár az optikai tengelyt?

Leképezés gömbtükörrel

Írjuk fel a pirossal jelölt háromszögben a szinusz-tételt!

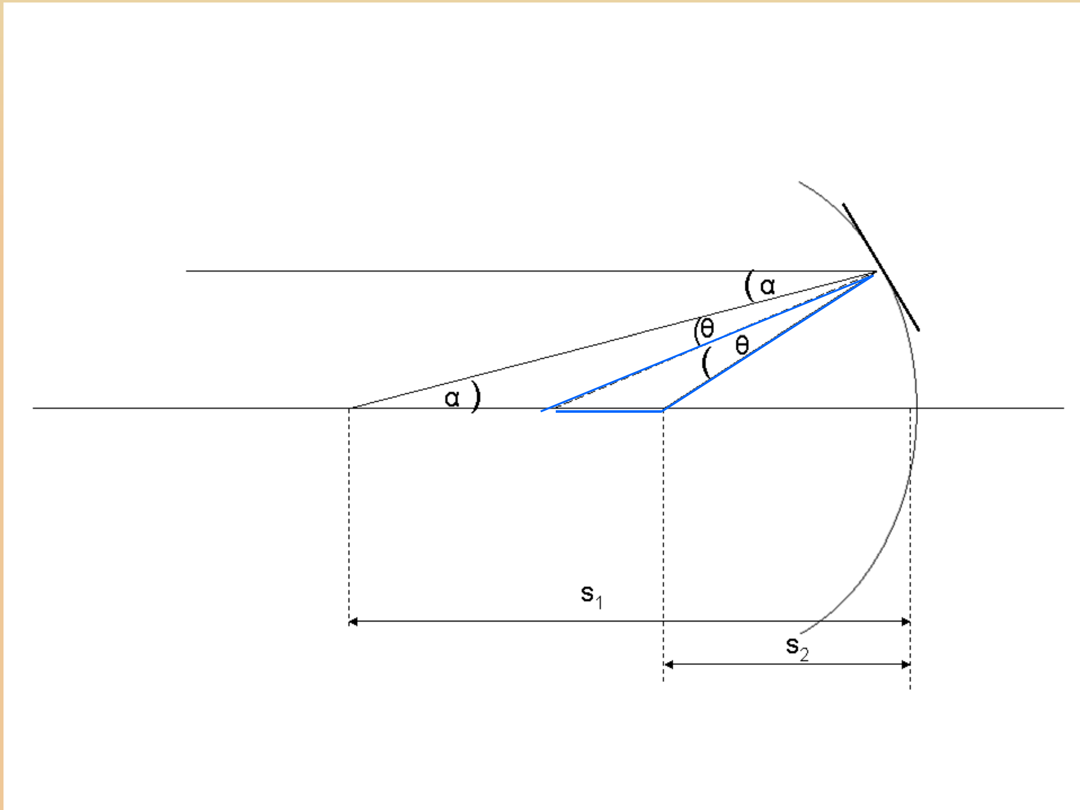
$$\frac{s_1 - R}{\sin \Theta} = \frac{R}{\sin \alpha}$$



Leképezés gömbtükörrel

Írjuk fel még a kékkel jelölt háromszögben is a szinusz-tételt!

$$\frac{R}{\sin\left[180° - (2\Theta + \alpha)\right]} = \frac{R - s_2}{\sin\Theta}$$



Alakítsuk át a bal oldali nevezőben levő szinuszt:

$$\underbrace{\sin(180°)}_{0}\cos\left[-(20 + \alpha)\right] + \underbrace{\cos(180°)}_{-1}\sin\left[-(2\Theta + \alpha)\right] = \sin(2\Theta + \alpha)$$

Leképezés gömbtükörrel

Ezzel az egyenlet:

$$\frac{R}{\sin(2\Theta+\alpha)} = \frac{R-s_2}{\sin\Theta}$$

Kihasználva a paraxiális közelítést elhagyhatjuk színuszokat:

$$\frac{s_1-R}{\Theta} = \frac{R}{\alpha} \qquad \frac{R}{2\Theta+\alpha} = \frac{R-s_1}{\Theta}$$

Fejezzük ki Θ-t mindkét egyenletből:

$$\Theta = \alpha \quad \frac{s_1-R}{R} \quad , \quad \Theta = \alpha \quad \frac{s_2-R}{R-2s_2}$$

Leképezés gömbtükörrel

Ebből adódik:

$$\cancel{\alpha}\frac{s_1 - R}{R} = \cancel{\alpha}\frac{s_2 - R}{R - 2s_2}$$

Szorozzunk át a nevezőkkel:

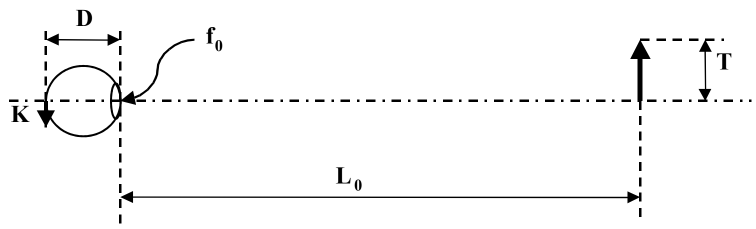
$$Rs_1 - \cancel{R}^2 - 2s_1 s_2 + \cancel{2}Rs_2 = \cancel{Rs_2} - \cancel{R}^2$$

Átrendezve adódik a végeredmény:

$$\frac{1}{s_1} + \frac{1}{s_2} = \frac{2}{R}$$

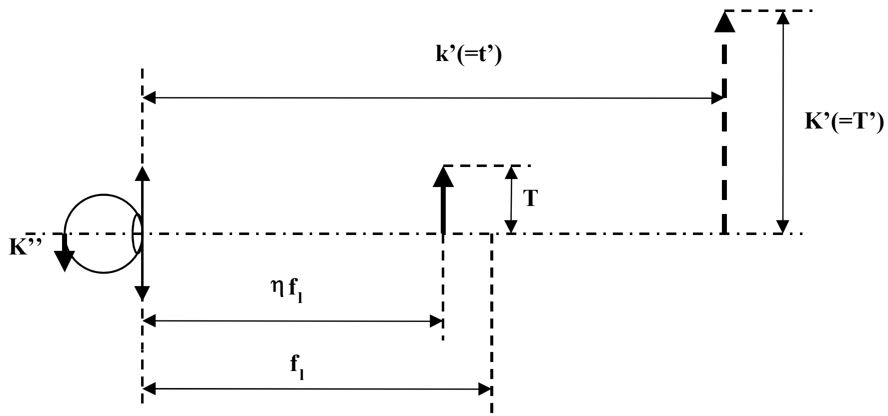
Ez azonos egy R/2 fókusztávolságú gyűjtőlencse lencseegyenletével!

A nagyító (lupe) működése



Mivel $t \approx L_0, t >> f_0 \Rightarrow k \approx f_0$ $\Longrightarrow$ $K = T\dfrac{f_0}{L_0}$

A nagyító (lupe) működése



Legyen $\boldsymbol{t} = \eta \boldsymbol{f}$, ahol $\eta < 1$ de ≈ 1

A nagyító (lupe) működése

$$\frac{1}{\eta f_l}+\frac{1}{k'}=\frac{1}{f_l}\Rightarrow k'=\frac{\eta f_l}{\eta-1}(=t')$$

$$K'=\frac{k'}{\eta f_l}T \qquad \Rightarrow \qquad K'=\frac{1}{1-\eta}T$$

$$K''=\frac{k''}{t'}K'=\frac{f_0(\eta-1)}{\eta f_l}\frac{T}{\eta-1}=\frac{f_0 T}{\eta f_l}$$

$$N=\frac{K''}{K}=\frac{f_0 T}{\eta f_l}\frac{L_0}{f_0 T}$$

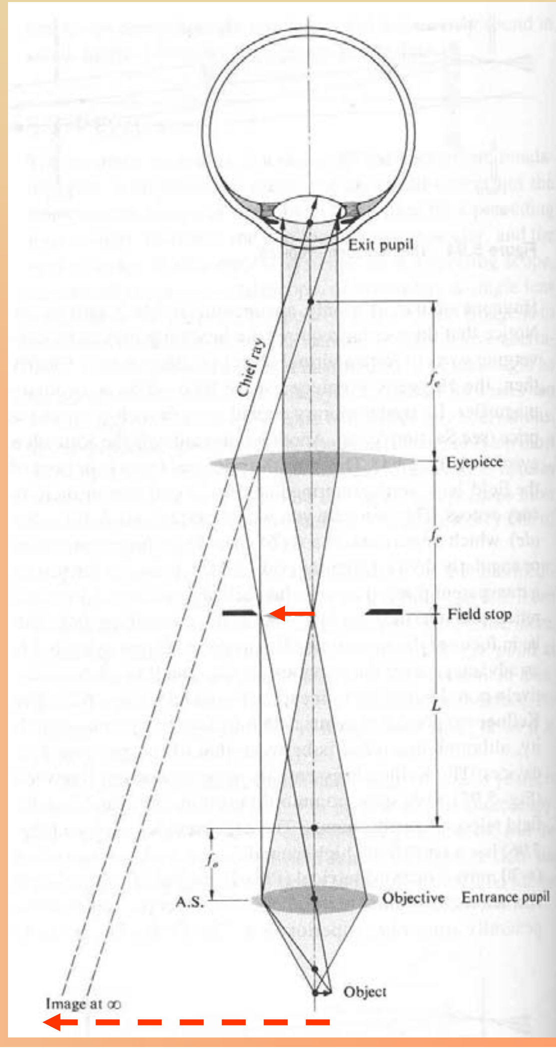
mivel $\eta \approx 1$

$$\boxed{N=\frac{L_0}{f_l}}$$

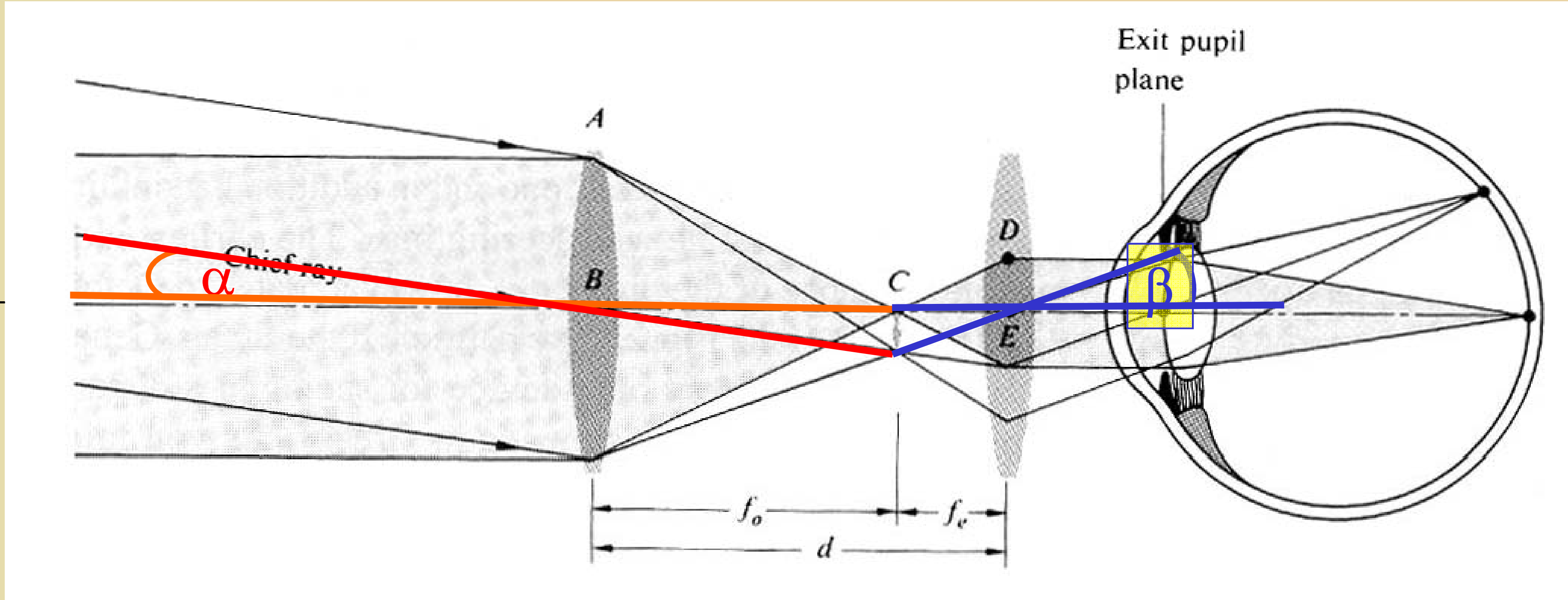
A mikroszkóp működése

A mikroszkópban az objektívlencse egy nagyított, valódi képet alkot a tárgyról, amelyet az okulárral, mint lupéval tovább nagyítunk.

A mikroszkóp működési elve alapján nyilvánvaló, hogy az eredő nagyítás az objektív és az okulár nagyításának a szorzata: $N = N_{obj} . N_{ok}$.



A távcső működése



Szögnagyítás: $N_{sz} = \beta/\alpha \quad \Rightarrow \quad N_{sz} = f_1/f_2$