

I. MATEMATIKAI ÖSSZEFOGLALÓ

Mértékegység-átváltások

I./1. Végezze el az alábbi mértékegység-átváltásokat!

a) $318 \text{ cm} = \text{_____ km} = \text{_____ m} = \text{_____ mm}$

b) $126 \text{ g} = \text{_____ kg} = \text{_____ mg} = \text{_____ } \mu\text{g}$

c) $12 \text{ s} = \text{_____ ms} = \text{_____ ns} = \text{_____ h}$

f) $356 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} = \text{_____ Pa}$

d) $27,4 \text{ }^\circ\text{C} = \text{_____ K}$

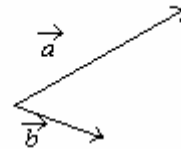
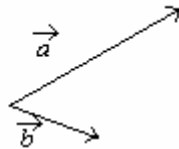
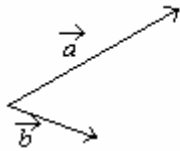
g) $213 \frac{1}{\text{min}} = \text{_____ Hz}$

* e) $13580 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = \text{_____ } \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$

h) $72 \frac{\text{km}}{\text{h}} = \text{_____ } \frac{\text{m}}{\text{s}}$

Vektorműveletek

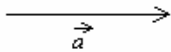
I./2. Végezze el grafikusán az alábbi vektorműveleteket!



$\vec{a} + \vec{b}$

$\vec{a} - \vec{b}$

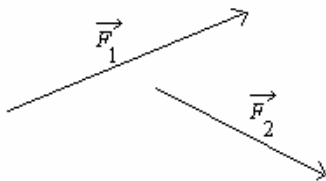
$\vec{b} - \vec{a}$



$3 \vec{a}$

$0,5 \vec{a}$

I./3. Adja össze grafikusán az alábbi két erővektort!



I./4. Számítsa ki az alábbi vektorok vízszintes és függőleges komponenseit, ha a 0° a vízszintesen jobbra mutató irányt jelöli!

* a) $\vec{F} = (24 \text{ N}, 330^\circ)$

c) $\vec{a} = (15 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}, 12^\circ)$

b) $\vec{v}_1 = (34 \frac{\text{m}}{\text{s}}, 210^\circ)$

d) $\vec{v}_2 = (20 \frac{\text{m}}{\text{s}}, 90^\circ)$

I./5. Az alábbi komponensek ismeretében adja meg a vektorok nagyságát és irányát!

* a) $v_x = 31 \frac{\text{m}}{\text{s}}; v_y = 12 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

c) $v_x = -6,1 \frac{\text{m}}{\text{s}}; v_y = -4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

b) $F_x = 120 \text{ N}; F_y = 345 \text{ N}$

d) $a_x = -15 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}; a_y = 12 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

I./6. Legyenek \vec{a} (2, 7, -6), \vec{b} (2, -3, 5) és \vec{c} (6, 0, 1). Számítsa ki a következőket!

- | | | | | | |
|----|---------------------|------|----------------------------------|----|---|
| a) | $3\vec{a}$ | d) | $(\vec{b} - \vec{a}) + \vec{c}$ | g) | $ \vec{a} $ |
| b) | $\vec{a} + \vec{b}$ | * e) | $4\vec{a} + 2\vec{b} - 3\vec{c}$ | h) | $\vec{e}_a = \frac{\vec{a}}{ \vec{a} }$ |
| c) | $\vec{b} - \vec{a}$ | f) | $6\vec{a} - 3\vec{b} - 9\vec{c}$ | | |

A mérés hibája

- * I./7. Egy távoli tárgy távolságát szeretnénk meghatározni két darab méterrúd és egy mérőszalag segítségével. A méterrúdat úgy fektetjük a földre, hogy azok a tárgy felé mutassanak és négy végpontjuk egy egyenlő szárú trapézot alkosson (a méterrúdak lesznek a trapéz szarvai). A trapéz felénk eső, illetve túloldali alapját 100 cm-nek, illetve 96 cm-nek mérjük. Milyen messze van az egyik méterrúd felénk eső végétől a tereptárgy? Milyen pontossággal határozhatjuk meg a tereptárgy távolságát, ha 2 mm-t tévedhetünk a kisebb alap hosszának mérésekor? Vizsgáljuk meg a távolság meghatározásánál elkövetett hibát, ha a trapéz rövidebb oldalát 96 cm helyett 99 cm-nek mérjük!

Függvénytani alapismeretek

I./8. Egy derékszögű háromszög két befogója 5 cm és 6 cm hosszú. Mekkora a háromszög átfogója? Jelölje α az 5 cm hosszú befogóval szemben lévő hegyes szöget. Számolja ki $\operatorname{tg}\alpha$, $\operatorname{ctg}\alpha$, $\sin\alpha$ és $\cos\alpha$ értékét!

I./9. Egy derékszögű háromszögben jelölje a , b és c rendre a háromszög két befogóját és átfogóját. Ha a háromszög α szögét úgy választjuk meg, hogy $\sin\alpha = \frac{a}{c}$, fejezze ki $\cos\alpha$, $\operatorname{tg}\alpha$ és $\sin(90^\circ - \alpha)$ értékeit.

I./10. Ábrázolja és jellemezze értelmezési tartományuk, értékkészletük, menetük és szélsőértékeik szempontjából az alábbi függvényeket!

- | | | | | | |
|------|------------------|----|-------------------|----|------------------------------|
| * a) | $f(x) = x^3 - 3$ | e) | $f(x) = \sqrt{x}$ | i) | $f(x) = \cos x$ |
| b) | $f(x) = 3x + 5$ | f) | $f(x) = \sin x$ | j) | $f(x) = \cos(x - \pi)$ |
| c) | $f(x) = 1,5x^2$ | g) | $f(x) = 3 \sin x$ | k) | $f(x) = \operatorname{tg} x$ |
| d) | $f(x) = x^3$ | h) | $f(x) = \sin 2x$ | l) | $f(x) = \lg x$ |

I./11. Adja meg a következő függvények értékkészletét, majd ábrázolja őket. Van-e közöttük olyan függvény, amely nem folytonos a megadott értelmezési tartományon? Az első két esetben határozza meg a függvények meredekségét is.

- | | | | |
|----|---|----|--|
| a) | $f(x) = 5x + 4 \quad (x \in [-5; 10])$ | c) | $f(x) = \cos x \quad (x \in [-90^\circ; 360^\circ])$ |
| b) | $f(x) = -\frac{1}{3}x + 25 \quad (x \in [-3; 30])$ | d) | $f(x) = \sin x \quad (x \in [-90^\circ; 360^\circ])$ |
| e) | $f(x) = \operatorname{tg} x \quad (x \in [-90^\circ; 360^\circ])$ | | |

I./12. Egy autó által megtett út egyenesen arányos az eltelt idővel. Tudjuk, hogy az első 30 perc alatt 33 km utat tett meg. Összesen mekkora utat hagyott maga mögött a gépjármű, ha 4 óra 20 perccel ezelőtt indult el? Ábrázolja a megtett utat az idő függvényében!

I./13. Egyetlen állandó nagyságú erő hatását vizsgáljuk. A testek gyorsulása fordítottan arányos azok tömegével. Tudjuk, hogy egy 10 kg tömegű testet $0,5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ gyorsulással mozgat az erő. Mekkora gyorsulással mozgatja ez az erő az 5 kg, a 8 kg, illetve a 13 kg tömegű testet? Ábrázolja a gyorsulást a tömeg függvényében!

Határérték- és differenciálszámítás

I./14. Tanulmányozza a következő számsorozatokat: ábrázolja a sorozat elemeit egy számegyenesen, állapítsa meg, hogy lehet-e határértékük a sorozatoknak?

* a) $s_1(n) = 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \dots, \frac{1}{n}, \dots$ * b) $s_2(n) = 1, \frac{3}{2}, \frac{5}{3}, \frac{7}{4}, \frac{9}{5}, \dots, \frac{2n-1}{n}, \dots$

c) $s_3(n) = \left\{ (-1)^n \frac{2n-1}{n} \right\}$ *

I./15. Számítsa ki a következő függvények differenciálhányadosait!

* a) $f(x) = 2x$ * d) $f(x) = 3x^3 - 5x^2 + x + 2$ * g) $f(x) = \text{tg } x$

* b) $f(x) = -3x + 4$ * e) $f(x) = x \cdot \sin x$ * h) $f(x) = e^{-2x}$

* c) $f(x) = x^2$ * f) $f(x) = \cos x \cdot \sin x$ * i) $f(x) = e^{-2x} \cdot 3x$

* j) $f(x) = 3x \cdot \text{tg } x$

* I./16. Egy függőlegesen felhajtott test talajszinttől mért z magassága időben a következő összefüggéssel írható le:

$$z(t) = z_0 + v_0 \cdot t - \frac{g}{2} \cdot t^2.$$

Az egyenletben a független változót t jelöli, a jobb oldalon szereplő többi mennyiség konstans (paraméter). Határozza meg a test pályájának legmagasabb pontját teljes négyzetté alakítással, ill. a differenciálás felhasználásával. Milyen fizikai tartalma van a differenciálhányados-függvényeknek?

I./17. A következő példák egyenes vonalú pályán mozgó testek hely–idő függvényei, x és t a hely- és időváltozó. Határozza meg a

$$\frac{dx}{dt} = \dot{x} \text{ és } \frac{d^2x}{dt^2} = \ddot{x}$$

függvényeket (ahol x az $x(t)$ függvényt jelöli). Milyen mozgástípusokat írnak le az egyes függvények?

* a) $x(t) = a \cdot t + b$ * e) $x(t) = A \cdot \sin(\omega t - \pi)$

* b) $x(t) = a \cdot t^2 + b \cdot t + c$ * f) $x(t) = A \cdot e^{-\beta t} \cdot \cos \omega t$

* c) $x(t) = A \cdot \sin t$ * g) $x(t) = A \cdot e^{-\beta t} \cdot \sin(\omega t + \varphi)$

* d) $x(t) = A \cdot \sin \omega t$

II. KINEMATIKA – EGYSZERŰ MOZGÁSTÍPUSOK

Egyenes vonalú egyenletes mozgás, egyenletes körmozgás

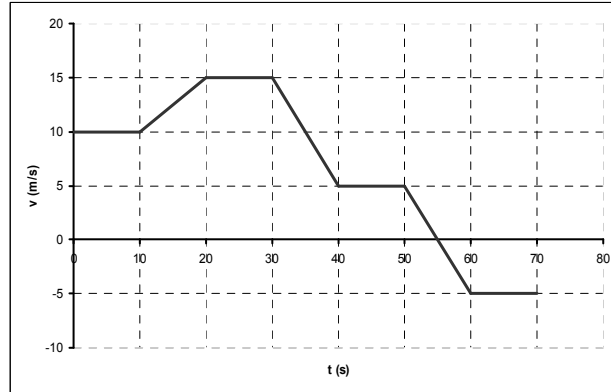
- * II./1. Számítsa ki, hány méter 1 fényév! (A fény terjedési sebessége vákuumban közelítőleg 300 000 km/s).
- II./2. A Föld és a Nap közepes távolsága 150 millió km. Hány perc alatt érkezik a fény a Napról a Földre?
- II./3. Egy anyagi pont 3 s alatt egyenes vonalú egyenletes mozgással az (1,5 m; 2 m) pontból a (0 m; 0,5 m) pontba jutott. Határozza meg a sebességvektort és a sebesség nagyságát! Mekkora volt a test elmozdulása?
- * II./4. Egyenletesen haladó gépkocsikonvojt egy $45 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ nagyságú, egyenletes sebességgel haladó motoros 7 perc alatt előz meg. A motoros visszafelé jövet ugyanakkora sebességgel 2 perc alatt halad el a gépkocsi mellett. Milyen hosszú volt a konvoj és mekkora egyenletes sebességgel haladt mindvégig?
- II./5. Mennyi idő múlva érzékeli meg egy atom által kibocsátott foton a tőle 450 nm távolságra lévő kétatomos molekulához?
- II./6. 5 kHz ismétlési frekvenciával működő impulzusüzemű lézerrel vágatot készítünk egy olyan mintán, amelyet a fényfolt alatt $2 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$ sebességgel mozgat egy mintatovábbító asztal. Milyen távol lesznek egymástól a fényimpulzusok által létrehozott foltok középpontjai?
- II./7. Egy veszélyes anyagot gyűjtő tartályban a folyadékszint magasságának figyelésére ultrahangimpulzusokat használnak. Az ultrahangimpulzusok $330 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ sebességgel terjednek a levegőben, a mérésnél egy kisugárzott és a visszavert jelcsoport közötti időkülönbséget határozzák meg. Mennyivel emelkedett a folyadékszint, ha az időkülönbség 20 ms-mal csökkent?
- II./8. Egy autó 5 km-t halad keleti, majd 8 km-t északi, utána 2 km-t nyugati, végül 12 km-t déli irányba. Határozzuk meg az elmozdulásvektort grafikusán és algebrai úton is! Mekkora az elmozdulás nagysága? Mennyit mozdult el az autó északi és keleti irányba? Mekkora szöveget zár be az elmozdulásvektor a keleti iránnyal?
- * II./9. Egy $810 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ sebességgel haladó repülőgép 10 km sugarú körpályán mozog. Mekkora a repülőgép szögsebessége, keringési vagy periódusideje, mekkora a centripetális gyorsulása? Mennyi idő alatt tesz meg egy félkört a repülőgép?
- II./10. Egy gépkocsi $108 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ sebességgel halad, kerekeinek átmérője 75 cm. Mekkora a kerekek szögsebessége? Mekkora a kerék peremébe ágyazódott kavics sebessége, amikor a talajjal érintkezik, illetve amikor a talajtól legtávolabb van?
- II./11. Egy tömegpont mozgásegyenletei : $x = A \cdot \sin \omega t$ és $y = A \cdot \cos \omega t$, ahol $A = 4$ m és $\omega = \pi \frac{1}{\text{s}}$. Milyen pályán mozog a test? Mekkora a sebessége és a gyorsulása az $x = 2$ m helyen? Mekkora erő hat rá, ha a tömege 0,1 kg?
- II./12. Mekkora az ultracentrifuga tartályának sugara, ha benne a maximális gyorsulás 694 g (g a nehézségi gyorsulás értékét jelöli), a centrifuga percenkénti fordulatszáma pedig 90 000?

Egyenes vonalú egyenletesen gyorsuló mozgás

- * II./13. Egy lejtőn leguruló golyó állandó gyorsulása $5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$. Mekkora utat tesz meg az 1., 2., 3. és 4. másodpercek alatt? Hogyan aránylanak egymáshoz a megtett utak? Mennyivel változik meg az indulás után 2 s múlva mért sebesség újabb 2 s elteltével?
- II./14. Egy autóval gyorsulási próbát végeztek. Mekkora az átlagos gyorsulása az egyes esetekben, ha
 - * a) az autó álló helyzetből indulva 19,3 s alatt érte el a $80 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ sebességet?
 - b) álló helyzetből kiindulva 24,5 s alatt tett meg 400 m távolságot?
 - c) 15 s alatt növekedett a sebessége $60 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ sebességről $90 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ -ra?

II./15. A $2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ gyorsulással induló gépkocsi a $6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ sebességet elérve egyenletesen halad tovább. Milyen messzire jut az indulástól számított 8 s alatt?

II./16. Az alábbi grafikon elemzésével jellemezze a test mozgását a 0 s és a 80 s közötti időintervallumban! Készítse el a mozgás gyorsulás–idő grafikonját, és határozza meg a test elmozdulásának nagyságát!



II./17. Egy $54 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ sebességgel haladó vonat $-0,4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ gyorsulással lassul. Mennyi idő alatt csökken a sebessége a kezdeti sebesség egyharmadára, és mekkora utat tesz meg ez idő alatt?

II./18. Mennyi idő alatt ér földet egy 1 m magasságban elejtett test? Milyen sebességgel csapódik a földre?

II./19. 20 m mély kútba követ ejtünk. Mennyi idő múlva halljuk a csobbanást? (A hang terjedési sebessége levegőben $340 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.)

* II./20. $20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ kezdősebességgel függőleges irányba feldobunk egy labdát. A kezdeti helyzetéhez képest milyen magasan lesz $10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ a sebessége?

II./21. Egy nyugvó helyzetből induló motoros jármű 20 s-ig $2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ gyorsulással mozog egyenes vonalú pályán, majd $10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ nagyságú állandó lassulással továbbra is egyenes vonalú pályán halad, amíg meg nem áll. Az elindulástól a megállásig mekkora utat tett meg a jármű?

II./22. Egy részecske folyadékban úgy mozog egyenes pályán, hogy mérési adataink szerint sebessége $v = 2t \left(\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)$, ahol t -t másodpercben kell mérni. A kezdőponttól számítva milyen távol lesz 3 s múlva a részecske, ha álló helyzetből indul?

* II./23. Egy test sebessége a $v(t) = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}} + d \cdot t$ egyenlettel adható meg, ahol $d = 0,6 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$. Hol lesz a test a $t = 3$ s időpillanatban, ha sebessége mindvégig párhuzamos az y tengellyel, és kezdetben ($t = 0$ s), a $P(2 \text{ m}; 4,2 \text{ m})$ pontban volt?

Hajtás, nem egyenletesen gyorsuló mozgás, gyorsuló körmozgás

* II./24. Egy szurdok széléről vízszintesen egy követ elhajítunk $20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ kezdősebességgel. Hol lesz a test 2 s múlva, feltételezve, hogy elég mély és elég széles a szurdok?

II./25. Egy kicsi fémrészecske lefelé mozog egy folyadékban, melyben a gravitációs mezőn és a közegellenálláson kívül egy mágneses mező is hat rá úgy, hogy a helyzetét az $y = (15t^3 - 3t)$ mm összefüggés írja le (t -t másodpercben mérjük). Határozzuk meg a részecske elmozdulását a $t_1 = 2$ s és a $t_2 = 4$ s között, továbbá a részecske sebességét a $t_3 = 5$ s időpillanatban (elég közelítő megoldást keresni)!

II./26. Egy levegővel hajtott ultracentrifuga egyenletesen gyorsulva a maximális, percenkénti 110 000 fordulatszámát 30 s alatt éri el. Hány fordulatot tesz meg eközben?

III. A TÖMEGPONT DINAMIKÁJA

Egyenes vonalú mozgás

- III./1. Mekkora erő hat két proton, ill. két neutron között, ha távolságuk 1 nm?
($Q_e = -1,6 \cdot 10^{-19}$ C, $\gamma = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Nm}^2}{\text{kg}^2}$, $k = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2}$, $m_{\text{neutr}} = 1,67 \cdot 10^{-27}$ kg)
- III./2. Egy 80 kg tömegű ember talpára az induló lift padlója 700 N erővel hat. Mekkora gyorsulással és milyen irányba mozog a lift?
- * III./3. 70 kg tömegű ember áll a liftben. Mekkora erőt fejt ki a lift padlójára, amikor a lift egyenletesen mozog, valamint amikor $3 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ gyorsulással mozog lefelé, illetve felfelé?
- III./4. Egy 12 tonnás vontatóhajó három, egyenként 30 tonnás uszályt vontat állandó, $4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ nagyságú sebességgel. A vontatóhajónak le kell győznie a víz ellenállása miatt keletkező erőket (ez az erő az egyes uszályok esetén 2 kN, míg a vontatóhajó esetén 1,5 kN nagyságú). Ha az utolsó uszály vontatókötele elszakad, mekkora gyorsulással halad a vontatóhajó?
- III./5. Mennyire lassítja a 16 000 N nagyságú fékezőerő az 1200 kg tömegű gépkocsit?
- * III./6. Egy 30° -os hajlásszögű, súrlódásmentes lejtőn felfelé $8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ sebességgel elindítunk felfelé egy testet. Mekkora utat tesz meg visszaérkezéséig a test? Mennyi idő telik el eközben?
- III./7. Egy 1,2 kg tömegű ellökött test 5 s alatt áll meg, miközben a vízszintes úttesten 24,5 m utat tesz meg. Mekkora erők hatottak a testre a mozgása során? Mekkora sebességgel löktük meg, és mekkora a csúszási súrlódási együttható a test és az úttest között?
- * III./8. Egy teherautó veszélyes anyagot tartalmazó ládát szállít. A láda és a teherautó platója között a tapadási súrlódási együttható 0,2. Legfeljebb mekkora lassulással fékezhet a jármű, hogy a láda ne csússzon meg?
- III./9. Egy 30° -os hajlásszögű lejtőre fel akarunk húzni egy 40 kg tömegű testet. A lejtő síkjával párhuzamos irányban mekkora erőt kell kifejtenünk, ha
- a súrlódás elhanyagolható,
 - a csúszási súrlódási együttható 0,4.
- * III./10. Deszkalapra egy hasábot helyezünk. A deszka egyik végét lassan emelve azt tapasztaljuk, hogy a hasáb akkor kezd lefele csúszni, amikor a deszkának a vízszintessel bezárt szöge elérte a 30° -ot, és ugyanezen szög mellett 4 m utat 4 s alatt tesz meg. A megfigyelt adatok alapján határozza meg a deszka és a hasáb közötti tapadási és csúszási súrlódási együtthatót!

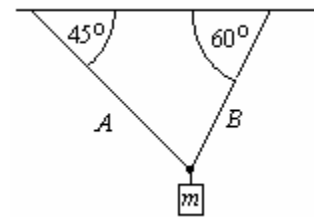
Körmozgás

- III./11. Mekkora sugarú körben fordulhat meg egy sugárhajtású repülőgép, amelynek sebessége $1500 \frac{\text{km}}{\text{h}}$, ha a fellépő centripetális erő nem haladhatja meg a nehézségi gyorsulás 10,2-szeresét? Mekkora a 75 kg-os pilótára ható centripetális erő?
- III./12. Geostacionárius pályán lévő műholdak milyen távol vannak a Föld felszínétől?
- * III./13. Egy 100 m széles folyó két oldalát domború körív alakú híd köti össze. A híd által meghatározott körszelet magassága 10 m. Mekkora maximális sebességgel haladhat át a hídon egy 600 kg tömegű autó úgy, hogy a híd tetején még ne emelkedjen el az úttól?
- * III./14. Egyenletes körmozgást végző test sebessége $2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, szögsebessége $15 \frac{1}{\text{s}}$. Hány fordulatot tesz meg 1 s alatt? Mekkora a test tömege, ha 15 N nagyságú erő szükséges a körmozgás fenntartásához?
- * III./15. Síkos asztalon egy rugóhoz kötött korong mozog, éppen körpályán. A korong egy kis darabja lereped (úgy, hogy a két darab nem löki meg egymást). Hogyan módosul a pálya: a körtől kifelé, vagy befelé kanyarodik a korong?

- III./16. Hogyan változik a körpályán tartáshoz szükséges erő, ha a körpályán mozgó testet kicseréljük egy 1,5-ször nagyobb sűrűségű, de azonos térfogatú másik testre?
- * III./17. Egy 5,1 kg tömegű golyót 2,4 m hosszú fonálra függesztünk. Az így kapott ingát a függőleges helyzetűől α szöggel kitérítve, vízszintes síkban körmozgásra készítjük (kúpinga). Mekkora szöget zár be a fonál a vízszintessel, ha a fonálerő 60 N? Mekkora a golyó kerületi sebessége? Mekkora a periódusidő?
- III./18. Mekkora erő hat egy vízben lévő 1 ml térfogatú, $1500 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ sűrűségű szemcsére, ha a víz $600 \frac{1}{\text{s}}$ fordulatszámmal forgó tartályban van, és a szemcse a forgástengelytől 2 cm távolságban lebeg?
- III./19. Ha egy q töltésű, m tömegű, \vec{v} sebességű részecske \vec{B} indukciójú mágneses térbe jut, akkor rá $\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$ mágneses Lorentz-erő hat. Milyen mozgást végez, ha a részecske \vec{v}_1 kezdeti sebessége merőleges az indukcióvektorra? Határozza meg a jellemző adatokat!
- III./20. Egy 10 cm sugarú gömb belsejében, vízszintes síkban körbe gurul egy golyó a gömb sugarának a fele magasságában. Mennyi idő alatt fut körül?

Erők összeadása és komponensekre bontása

- * III./21. Egy vízszintes helyzetű, 3 m hosszú deszka a közepén legfeljebb 60 kg tömegű testet tud tartani anélkül, hogy leszakadna. Milyen magas lejtőt kell készíteni belőle, hogy a közepére helyezett 75 kg-os testet elbírja?
- * III./22. Az ábrán egy test két kötélen függ. Az A kötélen ébredő erő 3 N. Számítsa ki a B kötélen ébredő erőt és a test tömegét!
- III./23. Egy vízszintesen kihúzott kötélen függ egy lámpa. A kötélen ébredő erő hogyan függ annak belógásától?



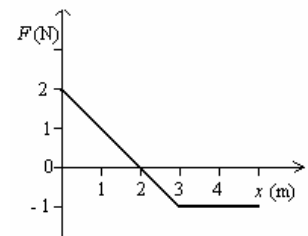
IV. IMPULZUS, IMPULZUSNYOMATÉK, MUNKA, ENERGIA, TELJESÍTMÉNY

Impulzus, impulzusnyomaték

- * IV./1. Hogyan változik egy 5 m magasságból szabadon eső, 0,5 kg tömegű labda impulzusa a magasság függvényében? Tegyük fel, hogy a sima vízszintes talajról függőlegesen visszapattan és a kezdeti magasságig emelkedik fel.
- * IV./2. Egy vízszintes, sima asztalon, annak egy pontjában rögzített 60 cm hosszú fonálon egy 200 grammos test egyenletes körmozgást végez, 12 s-os periódusidővel. Mekkora a test impulzusának nagysága? Készítsen vázlatot, és mutassa meg, hogy mennyivel változik meg az impulzus 2 s, ill. 3 s alatt! Mekkora a testnek a kör középpontjára vonatkozó impulzusnyomatéka? Ha elszakad a fonál, akkor az elszakadás pillanatától számítva mikor lesz a test a kör középpontjától 1 méter távolságra? Mekkora ebben a pillanatban a test impulzusa és az impulzusnyomatéka?
- IV./3. Egy 240 kg tömegű álló csónakba egy 60 kg-os ember ugrik be, $5 \frac{m}{s}$ sebességgel. Mekkora sebességgel indul el a csónak, ha az ember sebessége a beugráskor kedvező irányú? Mekkora az erőlöketés a csónak és az ember között?
- IV./4. Egy 24 kg tömegű, $500 \frac{m}{s}$ sebességű ágyúlövedéket 0,05 s alatt állít meg egy akadály. Mekkora a fékezőerő nagysága? Mekkora a lövedék impulzusa kezdetben, és mennyivel változik meg az a megállásig?

Munka, teljesítmény, energia

- * IV./5. Egy 30°-os, 2 m magas lejtőre állandó sebességgel húzunk fel egy 4 kg tömegű ládát. A súrlódási együttható a láda és a lejtő között 0,15. Milyen erők hatnak a ládára? Számolja ki valamennyi erő munkáját külön-külön! Mekkora az összes erő munkájának összege?
- * IV./6. A grafikon egy x tengely irányába mozgó testre ható (ugyancsak x tengely irányú) erőt mutat. Mekkora munkát végez ez az erő, ha a test az $x = 0$ pontból az $x = 4$ m pontba mozdul el? Mekkora az erő átlagteljesítménye, ha a munkavégzés 4 s alatt történt?
- IV./7. Mekkora munkát végzünk, miközben egy 0,5 g tömegű tárgyat elhanyagolható sebességgel felemelünk 2 m magasra? Mennyivel változik meg eközben a test gravitációs potenciális energiája?
- * IV./8. Ha egy csavarrugót 40 N erővel megnyújtunk, akkor 20 cm-rel nő meg a hossza az erőmentes hosszához képest. Mennyi rugalmas energiát tárol a rugó, ha megnyúlása 20 cm?
- IV./9. A 4. feladatban mekkora volt a lövedék mozgási energiája kezdetben? Mekkora munkát végzett a fékezőerő és mekkora volt a teljesítménye?
- IV./10. Egy 1,5 kg tömegű hasábot 5 N nagyságú, vízszintes erővel húzunk. A hasáb sebessége kezdetben $0,5 \frac{m}{s}$, a végén $3,2 \frac{m}{s}$ volt. A súrlódási erő elhanyagolható. Mekkora munkát végeztünk? Mekkora volt az átlagteljesítményünk? Mennyivel változott meg a hasáb mozgási energiája?
- IV./11. Egy 2 m hosszú, elhanyagolható tömegű, egyik végén vízszintes tengelyhez rögzített rúd másik végére egy 0,6 kg tömegű testet rögzítünk. Ha a rudat vízszintes helyzetében elengedjük, akkor a test függőleges síkban mozog. Milyen pályán mozog a test? Mikor lesz a test sebessége maximális? Mekkora ebben a pontban a test impulzusa és a forgáspontra vonatkozó impulzusnyomatéka?
- IV./12. Az 1. feladat adatait felhasználva számolja ki, hogy a labda talajtól mért távolsága függvényében hogyan változik a potenciális és a mozgási energiája! Függ-e ezen energiák összege a magasságtól?
- IV./13. Rugóval szétlökünk két golyót. Az egyik golyó 1 kg tömegű és $8,75 \frac{m}{s}$ sebességgel indul el. A másik golyó $3,7 \frac{m}{s}$ sebességet kapott. Mekkora ez utóbbi golyó tömege?



- IV./14. Vízszintes talajon az m_1 és az m_2 tömegű golyók $1 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ és $4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ sebességgel egymás felé mozognak. A tökéletesen rugalmas ütközést követően az m_2 tömegű golyó megáll. Mekkora az $m_1 = 2$ kg tömegű golyó ütközés utáni sebessége? Mekkora az m_2 tömeg? Milyen távol lesz 2 másodperccel az ütközés után, az ütközés helyétől, a két golyó együttesének tömegközéppontja?
- IV./15. Egy 10 kg tömegű homokzsák 2 m hosszú fonálon függ. Egy 10 g tömegű puska golyó behatol a homokzsákba, és ennek hatására homokzsák 10° -os szöggel kitér. Mekkora volt a golyó sebessége?
- * IV./16. Lézeres párologtatással töltéssel rendelkező nanorészecskéket állítanak elő, melyeket elektromos tér segítségével egy felületre választanak le. A vákuumkamrában ritkított, kb. 300 K hőmérsékletű nitrogéngáz van. Becsülje meg, mekkora átmérőjűnek kell lennie a gömb alakú, $5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ sebességgel mozgó indium nanorészecskének ahhoz, hogy egy nitrogénmolekulával történő centrális, egyenes ütközést követően a sebessége 5 %-kal változzon meg! Hány atom alkotja ezt a nanorészecskét? (Az indium a félvezetőiparban alkalmazott lágú, ezüstös elem, rendszáma 49, relatív atomtömege 114,82.)
- IV./17. A $t = 0$ pillanatban az $x = 0$ pontban $2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ sebességgel mozgó test ütközik a $t = 0$ időpillanatban az $x_0 = 12$ m helyen tartózkodó, $-1 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ sebességgel mozgó másik testtel. Rajzoljuk meg az x tengelyen mozgó testek hely-idő függvényét az ütközés előtt és azt követően, az alábbi két esetben:
(a) tökéletesen rugalmas ütközésnél, amikor sebességet cserélnek (milyen a tömegarány?);
(b) amikor az ütközést követően együtt mozognak!
- IV./18. Egy 235-ös tömegszámú urán atommag α -részecskét bocsát ki magából, aminek eredményeképpen egy 231-es tömegszámú atommag keletkezik. Ha egy kezdetben álló uránatom emittálja az α -részecskét, mekkora lesz az α -részecske és a keletkezett mag kinetikus energiájának aránya? Hol lesz a tömegközéppontja a keletkezett két részecskéből álló rendszernek? Mozog-e a tömegközéppont?
- IV./19. Az α -részecske (He-atommag) szóródása szénatomon a rugalmas ütközés mechanizmusa szerint történik. Számítsuk ki, milyen irányba mozdul el az eredetileg nyugvó szénatom, ha az α -részecske 60° -kal tér el eredeti irányától, és sebessége az ütközés után harmadára csökken! A szénatom tömege háromszorosa az α -részecskéjének.
- IV./20. Három, egyenként 40 g-os, és egy 100 g-os tömeg helyezkedik el egy 5 cm oldalhosszúságú, egyenletes vastagságú, homogén anyagból készült, 80 g tömegű, négyzet alakú lemez csúcsaiban. Hol van a rendszer tömegközéppontja (súlypontja), ha a tömegek pontszerűnek tekinthetők?

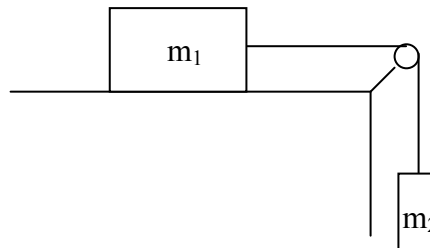
V. PONTRENDSZERRE VONATKOZÓ FELADATOK (folyt.), MEREV TESTEK FIZIKÁJA

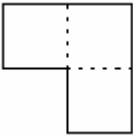
Pontrendszerre vonatkozó feladatok

- * V./1. Az A(1, 2) m pontban van egy 3 kg tömegű, a B(1, -5) m pontban pedig egy 4 kg tömegű, pontszerűnek tekinthető test. Hol van a két tömegpontból álló rendszer tömegközéppontja?
- * V./2. Egy tavon úszó 20 kg tömegű, 3 m hosszú csónak végében ül egy 40 kg-os gyerek. Mennyivel mozdul el a rendszer tömegközéppontja, ha a gyerek átmászik a csónak orrába? Mennyivel mozdult el a gyerek a parthoz képest?
- * V./3. Egy 10 cm oldalú négyzet három csúcsában van 1-1 db 1 cm sugarú ólomgolyó, a negyedik csúcsban pedig egy 2 cm sugarú ólomgolyó. Hol van a négy golyó közös tömegközéppontja?

A merev testre ható erők összetevése, forgatónyomaték, merev test egyensúlya.

- * V./4. Számítsa ki a P(2, 0) pontban támadó $\vec{F}(10, 10)$ N erő forgatónyomatékát a három koordinátatengelyre vonatkozóan! Milyen a forgatónyomatékok iránya?
- V./5. Egy kerekes kút fogantyúját 50 cm sugarú tárcsára szerelték, a vödört tartó lánc 20 cm átmérőjű hengerre csavarodik. Mekkora erőt kell ahhoz kifejtenünk, hogy a vízzel teli 5 liter űrtartalmú vödört (melynek tömege üresen 3 kg) egyenletes sebességgel mozgassuk felfelé?
- V./6. Az ábrán látható $m_1 = 2$ kg tömegű test és az asztallap között a súrlódási tényező 0,2. Legalább mekkora legyen az elhanyagolható tömegű csigán átvetett fonál végén lévő m_2 test tömege, hogy az m_1 tömegű test elinduljon? Mekkora a gyorsulás, ha $m_2 = 0,5$ kg?

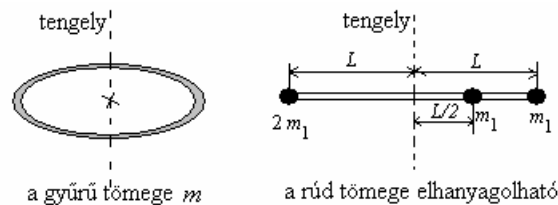


- V./7. Hol van egy drótból készült T betű tömegközéppontja, ha az egymásra merőleges darabok hossza egyenlő?
- V./8. Vékony lemezből készült négyzet egyik negyede hiányzik. Hol van a lemez tömegközéppontja? 
- V./9. Egy gépkocsi első és hátsó tengelyének távolsága 2,8 m. Ha ez a kocsi első kerekeivel áll fel az autómérlegre, a mérleg 650 kg-ot jelez. Ha a hátsó kerekeivel áll fel a mérlegre az autó, 600 kg-ot mutat a mérleg. Mekkora a gépkocsi tömege? Milyen messze van a gépkocsi súlypontja az első tengelytől?
- * V./10. Nem egyenlő karú mérlegen mérjük meg egy test tömegét. Ha a testet a bal serpenyőbe tesszük, akkor a jobb serpenyőbe 1,2 kg tömeget kell tenni ahhoz, hogy a mérleg egyensúlyban legyen. Ha a testet a jobb serpenyőbe tesszük, akkor a bal serpenyőbe tett 0,3 kg tömegű test egyensúlyozza ki a mérleget. Mennyi a test tömege? Mennyi a mérlegkarok hosszának aránya?
- V./11. Ha a kétkarú mérleg nincs pontosan kiegyensúlyozva, a kiegyensúlyozatlanság mértékét a mérlegkarhoz erősített mutató jelzi. Annál érzékenyebb a mérleg, minél nagyobb kitéréssel jelzi a mutató ugyanazt a kiegyensúlyozatlanságot. A mérleg érzékenységét egy, a mutatón eltolható hengerrel lehet szabályozni. Merrefelé kell elmozdítani ezt a hengert, ha a mérleg érzékenységét növelni szeretnénk?

- V./12. Egy 1 m hosszú, elhanyagolható tömegű vízszintes rúd végei alá vannak támasztva. Az egyik végétől 0,4 m-re egy 15 kg tömegű teher függ. Mekkora erő terheli az alátámasztási pontokat?
- V./13. Régen egyes vidékeken kb. 1,5 m hosszú vállrudon vitték az asszonyok a vizeskannákat. A rúd végeire akasztott kannák közül az egyik 8 literes, míg a másik 12 literes. A rúd melyik pontjával érintkezik a vízfordó váll, ha mind a két kanna tele van?
- * V./14. Az egyik végénél csuklóval rögzített 2 m hosszú, 250 N súlyú, homogén, vízszintes rudat mekkora erővel tudjuk egyensúlyban tartani, ha az erő hatásvonala függőleges, ill. a hatásvonal a vízszintessel 45° -os szöget zár be?
- V./15. Egy homogén rudat síkos falhoz támasztunk. Mutassa meg, hogy ha a rúd nyugalomban van és a fallal bezárt szöge β , akkor a rúd és a padló közötti tapadási együttható értéke legalább $0,5 \tan \beta$!
- * V./16. Egy 3 m hosszú, 10 kg tömegű létrát úgy támasztunk egy sima falhoz, hogy az alsó vége a földön 1,2 m-re legyen a faltól. Legalább mekkorának kell lennie a talaj és a létra közötti tapadási együtthatónak, hogy egy 80 kg tömegű ember még anélkül felállhasson a létra legmagasabb pontjára, hogy a létra elcsúszna a talajon?
- V./17. Egy 50 N súlyú, 1,48 m hosszú rúd alsó vége vízszintes tengely körül foroghat, felső vége függőleges sima falnak támaszkodik. A forgástengely a faltól 0,5 m távolságban van. Mekkora és milyen irányú erőt fejt ki a rúd a tengelyre? Mekkora erővel nyomja a falat a rúd?
- V./18. 50 N súlyú téglatestet satuba fogunk. A satupofák 150 N nagyságú vízszintes erővel nyomják a testet. Az érintkező felületek között a tapadási súrlódási együttható 0,5. Mekkora kalapácsütéseket mérhetünk a téglatestre úgy, hogy az ne mozduljon ki a satupofák szorításából?
- * V./19. Egy 75 kg tömegű ipari alpinista egy álló- és egy mozgócsigát tartalmazó csigasor segítségével kapaszkodik fel egy épület oldalán. Mekkora erőt kell kifejtenie a kötélre, hogy fel tudja húzni magát?
- * V./20. Egy arkhimédészi csigasorral 1200 N súlyú testet 75 N erővel emelünk egyenes vonalú, egyenletes mozgással. Hány csigából áll a csigasor?

Merev test forgómozgása

- V./21. Becsüljük meg, hogy a CO molekulában mekkora az atomok közötti kötési távolság, ha a molekula tehetetlenségi nyomatéka, a tömegközépponton átmenő, az atomokat összekötő egyenesre merőleges tengelyre $1,44 \cdot 10^{-46} \text{ kgm}^2$!
- * V./22. Készítsünk egy T-alakot két 0,5 kg tömegű, 50 cm hosszú, egyenes homogén rúdból. Mekkora a tehetetlenségi nyomatéka ennek az alakzatnak a T talppontján átmenő és síkjára merőleges tengelyre nézve? A megadott tengellyel párhuzamos tengelyek közül melyikre minimális a tehetetlenségi nyomaték?
- V./23. Mekkora a tehetetlenségi nyomatéka az ábrán látható testeknek, a megjelölt tengelyekre nézve?

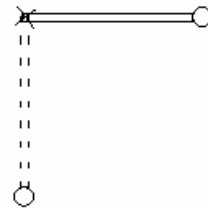


- * V./24. Vízszintes tengely körül forgatható m tömegű, R sugarú korong kerületére csavart fonál végére m_1 tömegű testet függesztünk. Mekkora a korong szöggyorsulása, és mekkora erő feszíti a fonalat, ha
- $m_1 = m$
 - $m_1 = m/2$?
- * V./25. Egy 0,2 m sugarú, 3 kg tömegű korong vízszintes tengelyénél a forgást 0,1 Nm nagyságú forgatónyomaték fékezi. A korong palástjára tekert hosszú fonál végén függő test $0,5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ sebességgel süllyed. Mekkora a fonal végén függő test tömege? Mekkora a korong és a felfüggesztett test mozgási energiája? Mekkora munkát végez a nehézségi erő és a fékező erő 2 s alatt?

- V./26. Az ábrán látható $R = 10$ cm sugarú, $M = 4$ kg tömegű, homogén, tömör korong súrlódásmentesen foroghat az O középpontján átmenő, vízszintes tengelye körül. A korong peremére vékony, elhanyagolható tömegű, nyújthatatlan zsinort csévélünk. A zsinort szabad végére egy $m = 0,5$ kg tömegű nehezéket kötünk, a korong aljára pedig egy szintén $0,5$ kg tömegű kis testet erősítünk. A rendszert magára hagyjuk. Mekkora gyorsulással indul meg a nehezék? Mekkora a korong szögsebessége egy félfordulat után? $\Theta_{\text{korong}} = 0,5 \cdot MR^2$, $g = 9,81$ m/s²

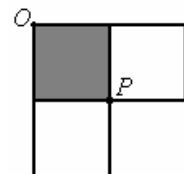


- * V./27. Munkavégzés mérésére is alkalmas, úgynevezett szobakerékpár kerekének átmérője 60 cm. Erre a kerékre a peremén két fékpofo egyenként 22,5 N nyomóerővel hat. A súrlódási tényező 0,25. A vizsgált személy 10 percen keresztül egyenletesen hajtja a kereket, amely percenként 48 fordulatot tesz meg. Mekkora munkát végez a vizsgált személy 10 perc alatt? Mekkora a teljesítménye? Milyen magasra jutna egy toronyban ugyanilyen munkavégzés mellett?
- * V./28. Az ábra szerint vízszintesig kitérített, 2 m hosszú rúd végén 0,2 kg tömegű, kis-méretű golyó van. A rudat ebben a helyzetben elengedjük.
- Mekkora sebességgel halad át a golyó a függőleges helyzeten, ha a rúd tömege elhanyagolható?
 - Mekkora a golyó sebessége, ha a rúd tömege is 0,2 kg?



Néhány ismétlő feladat

- V./29. Egy 10 g tömegű lövedéket rugós puskába helyezünk, melyben $200 \frac{\text{N}}{\text{m}}$ rugóállandójú rugó található. A rugó 30 cm-rel nyomódik össze a puska felhúzásakor. Legfeljebb mekkora sebessége lehet a kilőtt lövedéknek? Függőlegesen felfelé irányítva a puskát milyen magasra lőhető fel a lövedék?
- V./30. 10 m mély kútból méterenként 1 kg tömegű láncsal vizet húzunk fel. A vödör tömege vízzel együtt 12 kg. Mekkora munka árán tudunk egy vödör vizet felhúzni?
- V./31. Egy állandó kitéréssel lengő hinta ülése a legalsó helyzetben 0,5 m-rel van a föld felett, míg a maximális kitérés esetén az ülés és a föld távolsága 1,75 m. Mekkora a hinta maximális sebessége?
- V./32. Egy $0,5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ állandó sebességnagysággal emelkedő liften elejtünk egy 0,2 kg tömegű golyót. Mekkora lesz a golyó mozgási energiája 0,01 s múlva a lifthez, illetve a Földhöz viszonyítva?
- V./33. Merev testre egy síkban fekvő, két egymásra merőleges hatásvonalú 6 N és 8 N nagyságú erő hat. Mekkora nagyságú erővel lehet egyensúlyban tartani a testet?
- V./34. Egy L hosszúságú, 200 N súlyú homogén deszkán két teher függ. Az egyik, 300 N súlyú teher $L/3$ távolságra van a deszka egyik végétől, a másik, 400 N súlyú $3L/4$ távolságra ugyanettől a végétől. Mekkora erővel lehet a deszkát egyensúlyban tartani?
- V./35. Hol van a tömegközéppontja az állandó vastagságú lemezekből kivágott négyzetekből összeállított alakzatnak? Az elkészült L-alaknál a szürke mezőnél két rétegben helyeztek el négyzetet.
- V./36. Két, egyaránt 20 g tömegű giliszta átmászik egy 10 cm magas, igen vékony falon. Az egyik sovány és 20 cm hosszú, a másik kövér és 10 cm hosszú. Melyiknek kell több munkát végeznie a nehézségi erő ellenében, amíg félig átjut a falon? Hogyan aránylik egymáshoz a két giliszta munkája?



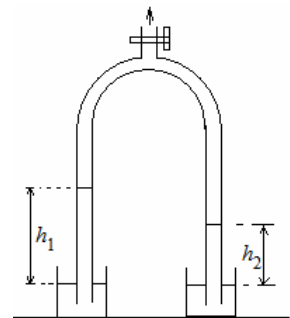
VI. A DEFORMÁLHATÓ TESEK FIZIKÁJA

Szilárd testek rugalmassága

- * VI./1. Ha egy függőleges helyzetű huzalra súlyt függesztünk, akkor a huzal rugóként fog viselkedni (feltételezve, hogy a terhelés a rugalmassági határon belül van). Fejezzük ki a rugóállandót a huzal méreteivel és az anyagának Young-modulusával!
- * VI./2. Egy 4 mm^2 keresztmetszetű huzal egy bizonyos teher hatására $0,1 \text{ mm}$ -rel megnyúlik. Mennyire nyújtaná meg ez a teher az ugyanilyen anyagból készült, ugyanilyen hosszú, azonban 8 mm^2 keresztmetszetű huzalt?
- * VI./3. Egy nagyméretű lap a négy sarkánál fogva egy-egy dróttal van felfüggesztve. A drótok hossza egyenként 3 m , átmérőjük 2 mm , a Young-modulusuk $1,8 \cdot 10^5 \text{ MPa}$. Mennyit fog a lap leereszkedni, ha 50 kg tömegű terhet teszünk a közepére?
- * VI./4. Egy rézkocka élhosszúsága $85,5 \text{ cm}$. Mekkora nyomást kellene kifejteni a kockára, hogy az élek hossza $85,0 \text{ cm}$ -re csökkenjen? A réz kompresszibilitása $1,4 \cdot 10^{11} \text{ N/m}^2$.
- * VI./5. Minimálisan mekkora legyen az átmérője a rézből készült rúdnak, hogy 400 N -nal terhelve se lépje túl a rugalmassági határt? A rugalmassági határt tekintjük 379 MPa -nak.

Folyadékok és gázok sztatikája

- * VI./6. Egy hidraulikus emelő munkahengerében a megengedhető olajnyomás $16 \cdot 10^5 \text{ Pa}$. A munkahenger átmérője 80 cm . Mekkora tömegű terhet lehet vele felemelni?
- * VI./7. Egy test tömege $6,2 \text{ kg}$. Ha a testet rugós erőmérőre akasztva vízbe lógatjuk, az erőmérő $5,35 \text{ N}$ erőt mutat. Mekkora a test sűrűsége?
- * VI./8. Mekkora területűnek kell lenni egy 15 cm vastag jégtáblának, hogy elbírnjon egy 80 kg tömegű embert? A jég sűrűsége 920 kg/m^3 .
- * VI./9. A tengerszint felett 10 km magasságban a légnyomás 210 Hgmm . Mekkora merőleges erő hat ilyen magasságban a repülőgép $15 \text{ cm} \times 40 \text{ cm}$ méretű ablakára, ha a gép belsejében a nyomás 760 Hgmm ? (A feladatban a nyomás egy régen elterjedten használt egysége szerepel. 1 Hgmm nyomás megegyezik az 1 mm magasságú, 13000 kg/m^3 sűrűségű higanyoszlop nyomásával.)
- * VI./10. Egymással keveredő folyadékok sűrűségét akarjuk összehasonlítani az ábrán látható módon. A főzőpoharakban különböző folyadékok vannak, melyekbe belemerítjük az U alakú cső nyitott végeit. Ezután a felső részen lévő csapon keresztül kicsit kiszívjuk a levegőt, és elzárjuk a csapot. A csövekben a folyadékok szintje megemelkedik. Az ábra szerint, melyik oldalon van a nagyobb sűrűségű folyadék? Fejezze ki a sűrűségek arányát a bejelölt szintkülönbségekkel!



Felületi feszültség és kapillaritás

- * VI./11. Mennyi a felületi energia csökkenése, ha két, egyenként 1 mm sugarú gömb alakú higanycsepp egyetlen cseppé egyesül? A higany felületi feszültsége $0,048 \text{ N/m}$.
- * VI./12. Mekkora sugarú kapilláriscsőben emelkedik a víz az edényben lévő vízszinthez képest 6 cm magasra? A víz felületi feszültsége $0,073 \text{ N/m}$.

A Boyle–Mariotte-törvény. Barometrikus magasságformula

- * VI./13. Mindkét végén zárt, 1 m hosszú, vízszintes helyzetű üvegső közepén 20 cm hosszú higanyoszlop van. Ha a csövet függőleges helyzetbe hozzuk, akkor a higanyoszlop 10 cm-t elmozdul. Határozzuk meg a csőbe zárt levegő nyomását a cső vízszintes helyzetében! A higany sűrűsége 13500 kg/m^3 .
- * VI./14. Mekkora h magasságban csökken felére a földi légkörben a levegő sűrűsége? Feltételezzük, hogy a légkör hőmérséklete az egész magasságban állandó.

Folyadékok és gázok áramlása: a kontinuitási egyenlet, a Bernoulli-féle egyenlet és alkalmazásai

- * VI./15. Víz folyik egy 30 cm^2 keresztmetszetű vízszintes csőben. A víz sebessége $4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, azonban ez $7,5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ -ra növekszik, mert a cső összesűkül. Mekkora a csőkeresztmetszet ezen az újabb szakaszon?
- * VI./16. Egy 1 m széles csatornában 75 cm magas vizet egy zsilip zár el. Mekkora erő hat a zsilipre? Hol van a zsilipre ható erő támadáspontja? Ha 5 cm magas rést nyitunk alul a zsilippel, akkor mekkora sebességgel fog a víz kiáramolni a zsilip alatt? Mennyivel csökken a zsilipre ható erő, ha a zsilip előtt a vízszint nem változik?

Réteges áramlások. A Poiseuille és a Stokes-féle törvény

- * VI./17. Hasonlítsa össze egy 2 mm sugarú, 7800 kg/m^3 sűrűségű acélgolyó sebességét, amikor az egy melaszos folyadékban esik, egy 1 mm sugarú, $14,3 \text{ kg/m}^3$ sűrűségű buborék sebességével, amely ugyanabban az 1600 kg/m^3 sűrűségű folyadékban mozog!
- * VI./18. Keressük azt az időt, amíg egy 0,1 mm sugarú szénrészecske (sűrűsége 2300 kg/m^3) 2 m magas levegőrétegen áthalad! A levegő viszkozitása $0,001 \text{ Pa}\cdot\text{s}$.
- * VI./19. Egy nagy mézesbödönből a bődön alján lévő csaphoz illesztett csövön keresztül tölthetjük meg az azonos méretű üvegeket. Hasonlítsa össze a töltéshez szükséges időket, ha két különböző méretű csövet használunk: az első cső négyszer olyan hosszú és kétszer akkora átmérőjű, mint a második.

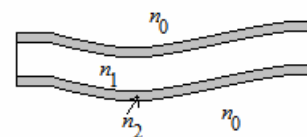
VII. HARMONIKUS REZGÉSEK ÉS HULLÁMOK

- * VII./1. Ha az A matematikai inga periódusideje kétszer akkora, mint B ingáé, akkor milyen kapcsolat van a felfüggesztett tömegek és a két inga hossza között?
- VII./2. Mekkora rugóállandójú rugót válasszunk, ha azt akarjuk, hogy a ráakasztott $0,1$ kg tömegű test rezgésének frekvenciája megegyezzen a 20 cm hosszú fonálinga lengési frekvenciájával? Mekkora a maximális sebessége az előbbi, rezgő- és ingamozgást végző testeknek, ha a rezgés amplitúdója 2 cm, az inga maximálisan 5° -kal tér ki a függőlegeshez képest? Milyen függvény írja le a rezgő test kitérésének, sebességének és gyorsulásának időfüggését, ha a kezdőpillanatban a test függőleges pályájának a legalacsonyabb pontjában van? Rajzolja le ezen függvények grafikonját!
- VII./3. Egy anyagi pont az $x = 0,03\text{m} \cdot \sin \pi \frac{1}{s} \cdot (t + 0,5 \text{ s})$ egyenlet szerint végez rezgőmozgást. Mekkora a rezgés amplitúdója, körfrekvenciája és fázisállandója? Mekkora lesz a kitérés 5 s múlva? Mekkora lesz a rezgés fázisa 5 s múlva? Mikor lesz az egyensúlyi helyzethez képest a kitérés maximális? Ez utóbbi pillanatban mekkora a test sebessége és a gyorsulása?
- VII./4. Harmonikus rezgőmozgás amplitúdója 10 cm, a periódusidő $0,2$ s. Mekkora a pillanatnyi sebesség és a pillanatnyi gyorsulás abban a pillanatban, amikor az egyensúlyi helyzethez közeledő test kitérése éppen 5 cm? Készítsen vázlatot is, amelyen feltünteti, hogy hol helyezkedik el a test, továbbá berajzolja a sebesség- és gyorsulásvektorokat!
- VII./5. Egy 5 g tömegű test az $x = 0,1\text{m} \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2} \cdot \frac{1}{s} \cdot t\right)$ egyenlet szerint, kifeszített rugók között harmonikus rezgést végez. Mennyi a kinetikus és a potenciális energiája 1 s, illetve 20 s múlva? (Használja fel, hogy $\omega^2 = \frac{D}{m}$.)
- * VII./6. Két egyirányú, egymástól független rezgést végez egy időben egy anyagi pont, az egyik rezgést leíró egyenlet $x_1 = 0,04\text{m} \cdot \sin\left(2\pi \frac{1}{s} \cdot t\right)$, a másikat az $x_2 = 0,02\text{m} \cdot \sin\left(\pi \frac{1}{s} \cdot t + \pi\right)$ írja le. Mi lesz az eredő mozgás? Ábrázolja közös koordináta-rendszerben a két függvényt, „adja össze” grafikusán az azonos időponthoz tartozó kitéréseket, és rajzolja meg az összegfüggvényt! Mekkora lesz az eredő rezgés amplitúdója, periódusideje, körfrekvenciája? Rajzolja meg a forgóvektorokat, és ebből is határozza meg az eredő rezgés amplitúdóját!
- VII./7. Két egyirányú, egymástól független rezgést végez egy időben egy anyagi pont, az egyik rezgést leíró egyenlet $x_1 = 0,04\text{m} \cdot \sin\left(2\pi \frac{1}{s} \cdot \left(t + \frac{1}{4} \text{ s}\right)\right)$, a másikat az $x_2 = 0,02\text{m} \cdot \sin\left(2\left(\pi \frac{1}{s} \cdot t + \frac{3\pi}{4}\right)\right)$ írja le. Mi lesz az eredő mozgás? Ábrázolja egy koordináta-rendszerbe a két függvényt, „adja össze” grafikusán az azonos időponthoz tartozó kitéréseket, és rajzolja meg az összegfüggvényt! Mekkora lesz az eredő rezgés amplitúdója, periódusideje, körfrekvenciája? Rajzolja meg a forgóvektorokat, és ebből is határozza meg az eredő rezgés amplitúdóját!
- VII./8. Milyen lesz az $x = 2\text{m} \cdot \sin\left(2\pi \frac{1}{s} \cdot t\right)$ és az $y = 2\text{m} \cdot \sin\left(2\pi \frac{1}{s} \cdot t + \frac{\pi}{2}\right)$ két, egymásra merőleges rezgés eredőjeként létrejövő rezgőmozgás pályája? (Megoldási javaslat: küszöbölje ki a t paramétert!)
- * VII./9. Számítsa ki és ábrázolja az alábbi, két egymásra merőleges rezgés összegét:
- $$x = a \cos \omega t \quad \text{és} \quad y = a \cos 2\omega t .$$
- VII./10. Két hangvillát egyszerre szólaltatunk meg, az egyik 440 Hz-en, a másik $440,5$ Hz-en szólal meg. Mit tapasztalunk?
- * VII./11. Egy hosszú kötélen periodikusan ismétlődő szinuszhullámokat keltünk úgy, hogy az egyik végét $T = 2$ s periódusidővel szinuszosan mozgatjuk. A hullámok terjedési sebessége $0,8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$. Lefényképezzük a kötelet, és a fényképen a megrezgetett végtől 30 cm-re lévő pontban egy hullámhegyet látunk. Hol látunk még hullámhegyeket és hullámvölgyeket?
- * VII./12. Egy 160 cm hosszú húrnak két szomszédos rezonanciafrekvenciája 85 , illetve 102 Hz. Mekkora a húr alaphfrekvenciája? Mekkora a 85 Hz-es hullám félhullámhossza? Mekkora a hullámok sebessége?

VIII. OPTIKA 1.

Fény visszaverődése és törése síkfelületen

- VIII./1. Egy pontszerű fényforrástól 1 m távolságra van a fekete papírból készített 1 cm átmérőjű fényrekesz (lyuk). A rekesz mögött 50 cm-re van az ernyő. Mekkora a megvilágított rész átmérője az ernyőn, ha a fényrekesz és az ernyő síkja is merőleges a lyuk közepén áthaladó fénysugárra!
- * VIII./2. Egy 20 cm átmérőjű opálburás fényforrás középpontjától 1 m távolságra állítjuk az 1 cm átmérőjű lapos fémkorongot, amely mögött 4 cm-re van az ernyő. Mekkora az ernyőn a teljes árnyék, és a félárnyékos terület? A fényforrás és a korong középpontját összekötő egyenes merőleges az ernyőre!
- VIII./3. Szerkessze meg egy síktükör előtt 0,5 m távolságban álló 8 cm magas gyertya képét!
- VIII./4. Két síktükör egymással φ szöget zár be. Érkezzon egy fénysugár a tükrökre merőleges síkban úgy, hogy verődjön vissza mindkét tükrőről. Mekkora lesz az eltérítés szöge? Mutassuk meg, hogy az eltérítés minden beeső sugárra azonos lesz!
- VIII./5. Változtassuk két síktükör egymással bezárt szögét és figyeljük eközben valamely tárgy képeinek számát. Honnan tudjuk, hogy a két tükör mikor zár be egymással 60° -os szöget?
- VIII./6. Egy síktükör egy feszített szálal galvanométer tekercsére van rögzítve, a galvanométer érzékenysége $\frac{5^\circ}{\mu\text{A}}$ (azaz $1 \mu\text{A}$ áramerősségnél a tekercs elfordulása 5°). A tükörrre eső fénysugár visszaverődik egy 3 m távolságban lévő ernyőre. Számoljuk ki a fényfolt elmozdulását az árammentes állapothoz képest, ha a galvanométeren $0,8 \mu\text{A}$ erősségű áram folyik át! (Árammentes esetben a visszavert fénysugárra merőleges az ernyő.)
- VIII./7. Amikor a fény vízből levegőbe lép, a törésmutató $\frac{3}{4}$, amikor levegőből üvegbe lép, akkor pedig $\frac{3}{2}$. Mekkora a víznek az üvegre vonatkoztatott törésmutatója?
- VIII./8. A víz felületén 1,4 törésmutatójú olajréteg van. Számítsa ki a törési szöget a vízben, ha az olajrétegre 35° -os beesési szöggel érkezik a fénysugár! (A víz törésmutatója 1,33.)
- VIII./9. Terpentínréteg van a víz felszínén, a víz törésmutatója 1,33, a terpentíné 1,47. Milyen irányból kell a határfelületükre esni a fénysugárnak, hogy teljes visszaverődés jöjjön létre?
- * VIII./10. Egy 10 cm vastag üvegfalú akváriumban nézzük a delfint. Ha a delfin szeme az üveg mögött 1 méterre van, akkor hol fogja látni az, aki az üveg másik oldalán áll?
- VIII./11. Mennyivel tolódik el egy 25° -os beesési szöggel érkező fénysugár az eredeti egyeneséhez képest, miután keresztülhalad egy levegőben elhelyezkedő 3 cm vastag, 1,5 törésmutatójú üvegen? Milyen messze fog haladni az elsődlegesen átjutó fénysugártól az üvegen belül még kétszer reflektálódó, másodlagos fénysugár?
- VIII./12. Prizma lapjára 60° -os beesési szögben fénysugár érkezik, és a másik lapon kilép. A prizma törőszöge 45° -os. Mekkora a fénysugár kilépési (törési) szöge, ha a fény terjedési sebessége a prizma anyagában $2 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$?
- VIII./13. A sima felszínű vízben 1 m mélységben egy lámpa van. Becsüljük meg, hogy a lámpa teljes fénysugárának hány %-a lép ki a levegőbe! (A gömb felszíne $A = 4r^2\pi$, a gömbsüvege $2\pi r m$, ahol m a gömbsüveg magassága.)
- VIII./14. Mekkora a teljes visszaverődés határszöge, ha a fénysugár üvegből levegőbe lép? Az üveg levegőre vonatkoztatott törésmutatója 1,5.
- * VIII./15. Egy fényvezető véglapjai síkfelületek. A fényvezető köpenyének törésmutatója n_2 , a középső magjáé n_1 . A fényvezetőt levegő veszi körül ($n_0 = 1$). A véglapra vonatkozóan, keressük azt a maximális beesési szöget, amelynél a fény még átjut a fényvezetőn!



- * VIII./16. Tekintsünk két, BK7 típusú optikai üvegből készült, 45° -os, illetve 60° -os törőszögű prizrát. Mekkora a legkisebb eltérítés (minimális deviáció) szöge az egyes prizmák esetén, ha a beeső $546,1$ nm hullámhosszú zöld fényre nézve a prizma anyagának törésmutatója $1,519$? Megjegyzés: megmutatható, hogy a prizmára eső fénysugár eltérítése akkor a legkisebb mértékű, ha a prizmában a fénysugár útja merőleges a prizma törőszögének szögfelezőjére.
- * VIII./17. Mekkora szöget zárnak be a BK7 típusú optikai üvegből készült, 60° -os törőszögű prizmából kilépő kék ($\lambda_1=404,7$ nm), zöld ($\lambda_2=546,1$ nm) és vörös ($\lambda_3=656,3$ nm) fénysugarak, ha eredetileg párhuzamosan, a zöld színű fényre legkisebb eltérítést eredményező beesési szög alatt érkeztek a prizmára? A prizma anyagának az egyes hullámhosszakra vonatkozó törésmutatói rendre $n_1=1,530$, $n_2=1,519$ és $n_3=1,514$.

IX. OPTIKA 2.

Gömbtükrök és gömbi vékony lencsék

- * IX./1. Egy domború tükör fókusz távolsága -30 cm. Mekkora nagyítású képet lát magáról a 60 cm távolságban lévő megfigyelő? Szerkessze meg a nevezetes sugármeneteket!
- IX./2. Egy 20 cm görbületi sugarú homorú gömbtükör előtt 30 cm távolságban egy 5 cm magas gyertya ég. A tükrőtől milyen távol kapjuk a gyertya képét? Milyen nagy a kép? Szerkessze meg a nevezetes sugármeneteket!
- * IX./3. Mekkora a borotválkozótükör fókusz távolsága, ha arcunkról a tisztánlátás távolságában (25 cm) kétszeres nagyítású képet alkot?
- IX./4. A homorú tükör az előtte álló tárgyról két esetben alkot kétszer akkora képet, mint maga a tárgy. Az egyik esetben a tárgytávolság 60 cm, és az így keletkezett kép ernyőn felfogható. Mekkora a tárgytávolság a másik esetben? Mekkora a tükör fókusz távolsága?
- * IX./5. Egy homorú tükör görbületi sugara 40 cm. A tükör előtt álló tárgyról a tükör mögött, attól 60 cm távolságra keletkezik a kép. Mekkora a tükör és a tárgy távolsága? Mekkora a nagyítás?
- IX./6. A homorú tükör és az ernyő egymástól mért távolsága $1,2$ m. Mekkora a tükör fókusz távolsága, ha az előtte álló tárgyról háromszoros nagyítású képet vetít az ernyőre?
- * IX./7. Egy domború gömbtükör görbületi sugara 10 cm. Hová helyezzük a tárgyat, ha azt akarjuk, hogy a kép 4 cm távolságra keletkezzen a tükrőtől? Készítsünk vázlatot a megoldáshoz!
- IX./8. Az alábbi adatok alapján szerkesszük meg a tükör által adott képet! Számoljuk ki a hiányzó k , N , K mennyiségeket! Adatok: $f = -20$ cm, $t = 30$ cm, $T = 10$ cm. Milyen tükrőről van szó?
- * IX./9. A 20 cm fókusz távolságú homorú tükör egy tárgyról 10 cm-es nagyított képet ad. Ha a tárgy és a kép helyét felcseréljük, akkor a kép nagysága $2,5$ cm. Mekkora a tárgy nagysága, az eredeti tárgytávolság és a képtávolság?
- IX./10. Egy gömbtükör egy, a tőle 45 cm távolságra elhelyezett tárgyról kétharmadára kicsinyített képet alkot a tükör háta mögött. Jellemezze a gömbtükört, adja meg görbületi sugarát! (Készítsen rajzot!)
- * IX./11. Szerkessze meg egy 5 cm fókusz távolságú gyűjtőlencse által egy 2 cm magas tárgyról alkotott képet, ha a tárgyat a lencsétől mérve a következő helyekre tesszük: 2 cm, 8 cm, ill. 10 cm!
- IX./12. Szerkessze meg egy szórólencse esetén a képet, ha a tárgy a fókuszon kívül $2f$, ill. a fókuszon belül $\frac{2}{3}f$ távolságra van elhelyezve!
- * IX./13. Mekkora a fényképezőgép-objektív gyűjtőtávolsága, ha a 60 m távolságban lévő 15 m magas épületről 2 mm magasságú valódi képet állít elő a CCD-chipen?
- IX./14. A tárgy az x tengelyen álló (merőleges helyzetű) nyíl, melynek csúcspontja az $A(3,2)$ pont, a tengelyre merőleges kép csúcspontja az $A^*(-6,-6)$ pont. Szerkesszük meg a lencse optikai középpontjának helyét és a fókusz távolságát!
- * IX./15. Egy 4 dioptriás lencsével egy tárgyról 3 -szoros nagyítású látszólagos képet hozunk létre. Adja meg a tárgy- és képtávolságot! (Készítsen rajzot!)
- IX./16. Gyűjtőlencsével egy lámpa izzószálának 9 cm nagyságú éles képét állítjuk elő egy ernyőn. A lencsével az ernyőhöz közelítve ismét éles képet kapunk, de most a kép 1 cm nagyságú, eközben az izzó és az ernyő helyzete nem változik. Mekkora az izzószál?
- * IX./17. Hogyan kell elhelyezni két, 15 cm fókusz távolságú gyűjtőlencsét a közös optikai tengelyükön, hogy az egyik lencsére az optikai tengellyel párhuzamosan beeső fénysugarak a másik lencsét párhuzamosan hagyják el? Szerkessze meg a fénysugarak útját!
- IX./18. Az emberi szem 22 mm fókusz távolságú lencsének felel meg, ha végtelen távoli tárgyat néz. Mekkora a fókusz távolsága, ha a 25 cm-re lévő tárgyat nézzük? Hány dioptriás szemüveget kell viselnie annak, aki szemüveg nélkül csak az 50 cm-nél távolabbi tárgyakat látja élesen, és szeretné a 25 cm-re lévőket is élesen látni?

- * IX./19. Egy 50 cm fókusztávolságú gyűjtőlencse egyik felülete homorú, görbületi sugara 80 cm. Mekkora a másik határoló felület görbületi sugara, ha a lencse anyagának törésmutatója 1,522? *Készítsen rajzot!*
- IX./20. Ultrahangot fókuszálunk víz alatt egy olyan lencsével, amelynek két görbületi sugara $r_1 = -100$ mm és $r_2 = -200$ mm. A hang terjedési sebessége vízben 1500 m/s, a lencse anyagában 2000 m/s. A fénysugarakra megállapított összefüggések a hangsugarakra is érvényesek. Számítsuk ki a lencse fókusztávolságát!
- * IX./21. Egy 25 cm fókusztávolságú lencsét egy síktükör elé helyezünk attól 30 cm távolságba. Hol keletkezik kép egy olyan tárgyról, amely a tükör és a lencse között, a tükörtől 22 cm távolságban helyezkedik el? Mekkoraak ezek a képek, melyiket lehet felfogni közülük ernyőn? *(Készítsen rajzot!)*