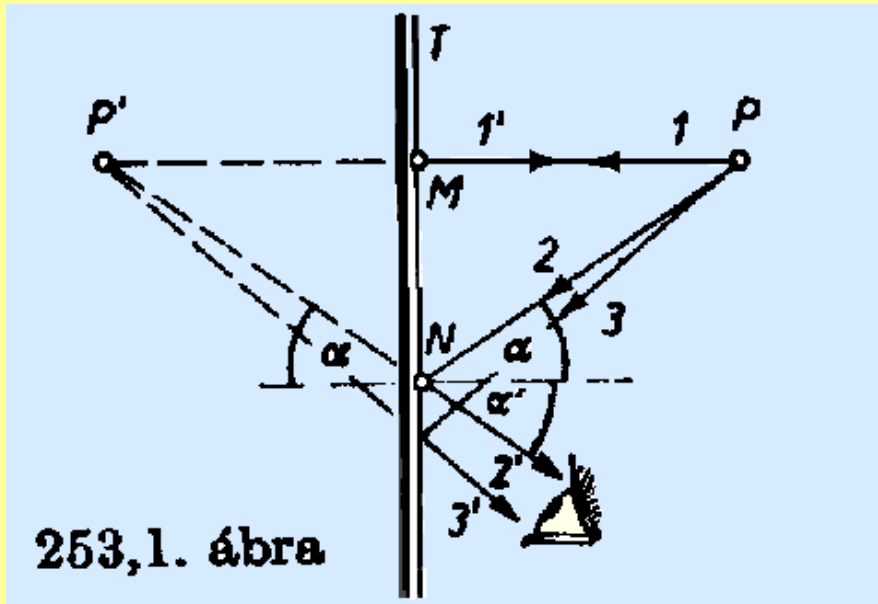


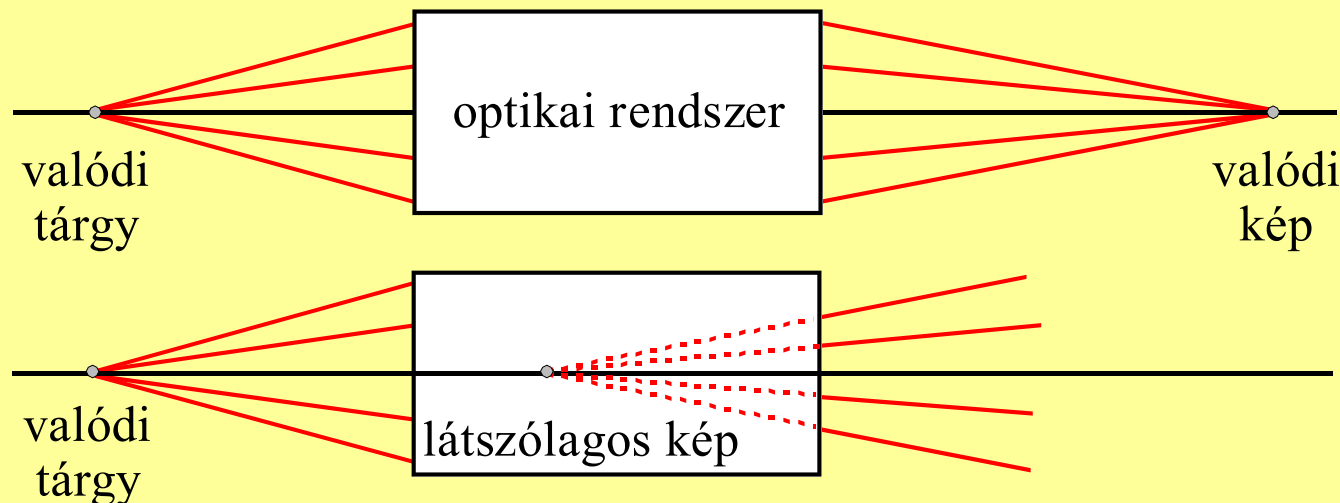
Optikai leképezés visszaverődés és törés útján

Síktükör képalkotása



Az optikai kép. Pontszerű tárgy képe

- P pontszerű tárgyból kiinduló tetszőleges fénysugár a visszaverődés után úgy hagyja el a tükröt, mintha a P' pontból indult volna ki.
- Ha egy adott P pontból kiinduló fénysugarak – visszaverődések és/vagy törések után – az optikai eszközt úgy hagyják el, hogy **a sugarak** vagy azok **meghosszabbításai** egy adott P' ponton mennek keresztül, akkor azt mondjuk, hogy **az optikai eszköz képet alkot**, és a P' pontot a P pont **képének** nevezzük.



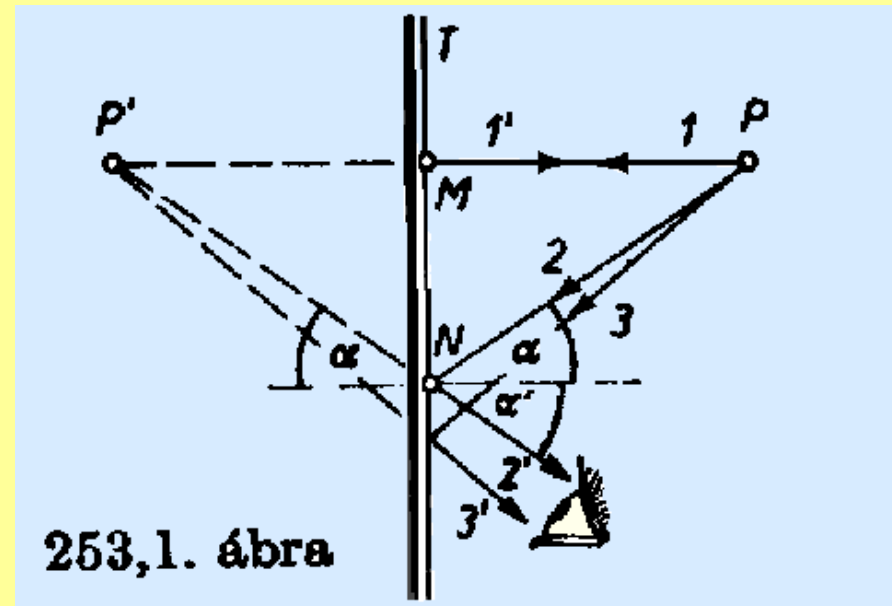
A kép típusai

- **valódi**
- **látszólagos (virtuális)**

- A síktükör: **valódi tárgyról virtuális kép**
A képtávolság egyenlő tárgytávolsággal.

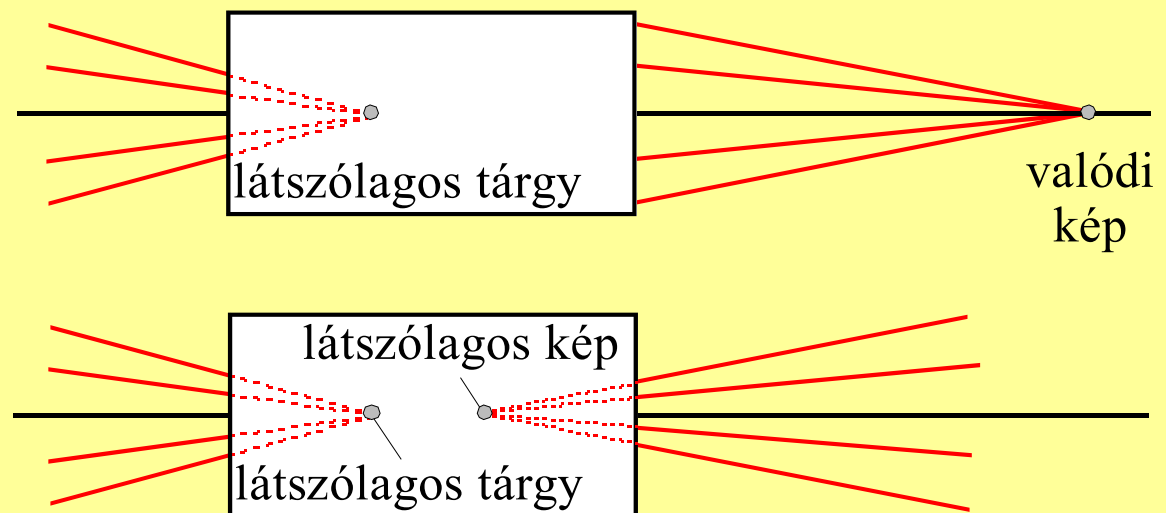
Virtuális tárgy

- Tekintsünk egy a tükörre eső, a P' ponton átmenő fénysugarakból álló összetartó (konvergens) fénynyalábot.
- A fénysugarak megfordíthatóságából rögtön következik, hogy a tükört egy a P ponton átmenő összetartó fénynyaláb hagyja el.
- Vagyis a P' pont felé tartó összes sugár az optikai eszköz után a P ponton megy keresztül, így joggal mondhatjuk, hogy a P pont a P' **látszólagos (virtuális) tárgy** képe.



253,1. ábra

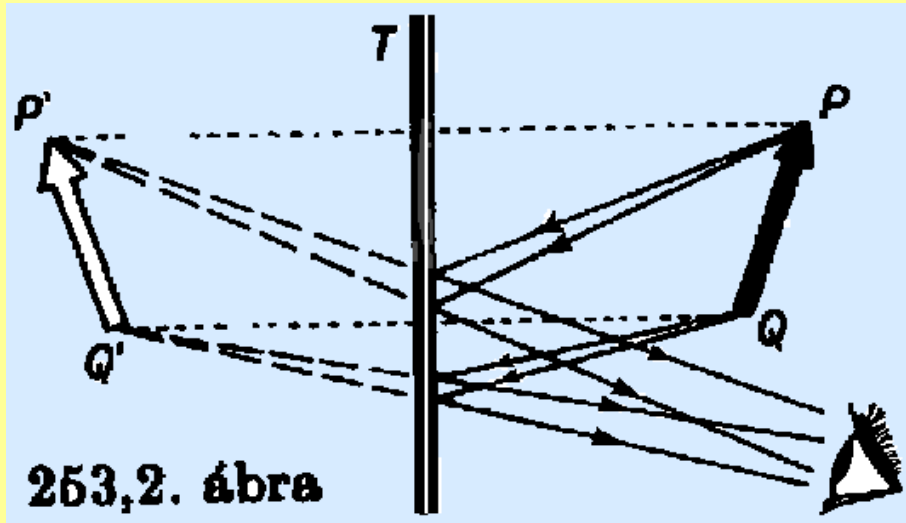
- A síktükör:
virtuális tárgyról valódi kép
- Virtuális tárgyról persze egy optikai eszköz alkothat virtuális képet is!
- A virtuális tárgy az egymás utáni képalkotások leírásánál nagyon hasznos segéd eszköz.



- A későbbi leképezési egyenleteknél **virtuális** tárgyra a tárgytávolság **negatív** ($t < 0$).

Kiterjedt tárgy képe

- A kiterjedt tárgy pontszerű tárgyak összességének tekinthetjük.
- Ezekre külön-külön alkalmazhatjuk az előzőekben megállapított szabályokat.

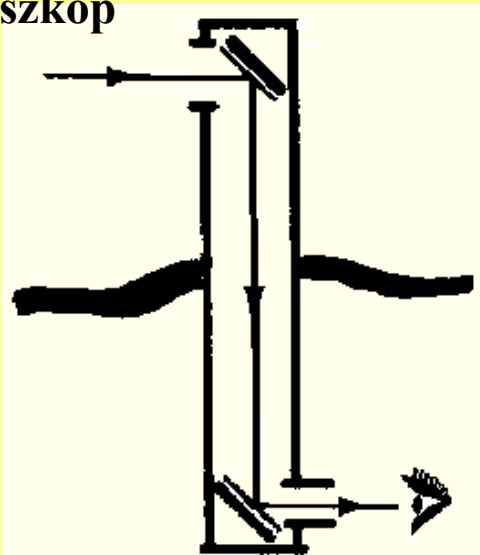


Ezek alapján a síktükörrel történő képképzés sajátosságai:

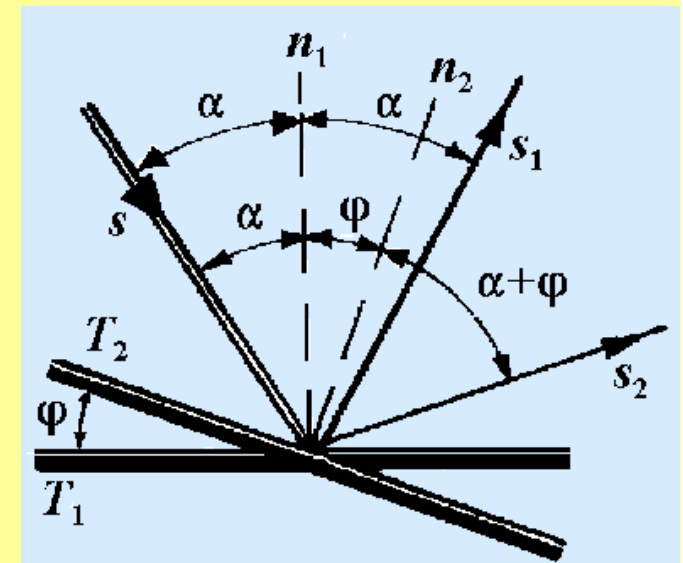
- A képtávolság egyenlő tárgytávolsággal.
- A kép egyenes állású és a tárggyal azonos nagyságú.
- Valódi tárgy képe virtuális, és virtuális tárgy képe valódi.
- A bal és jobb kéz egymás tükörképei.

Síktükör alkalmazásai

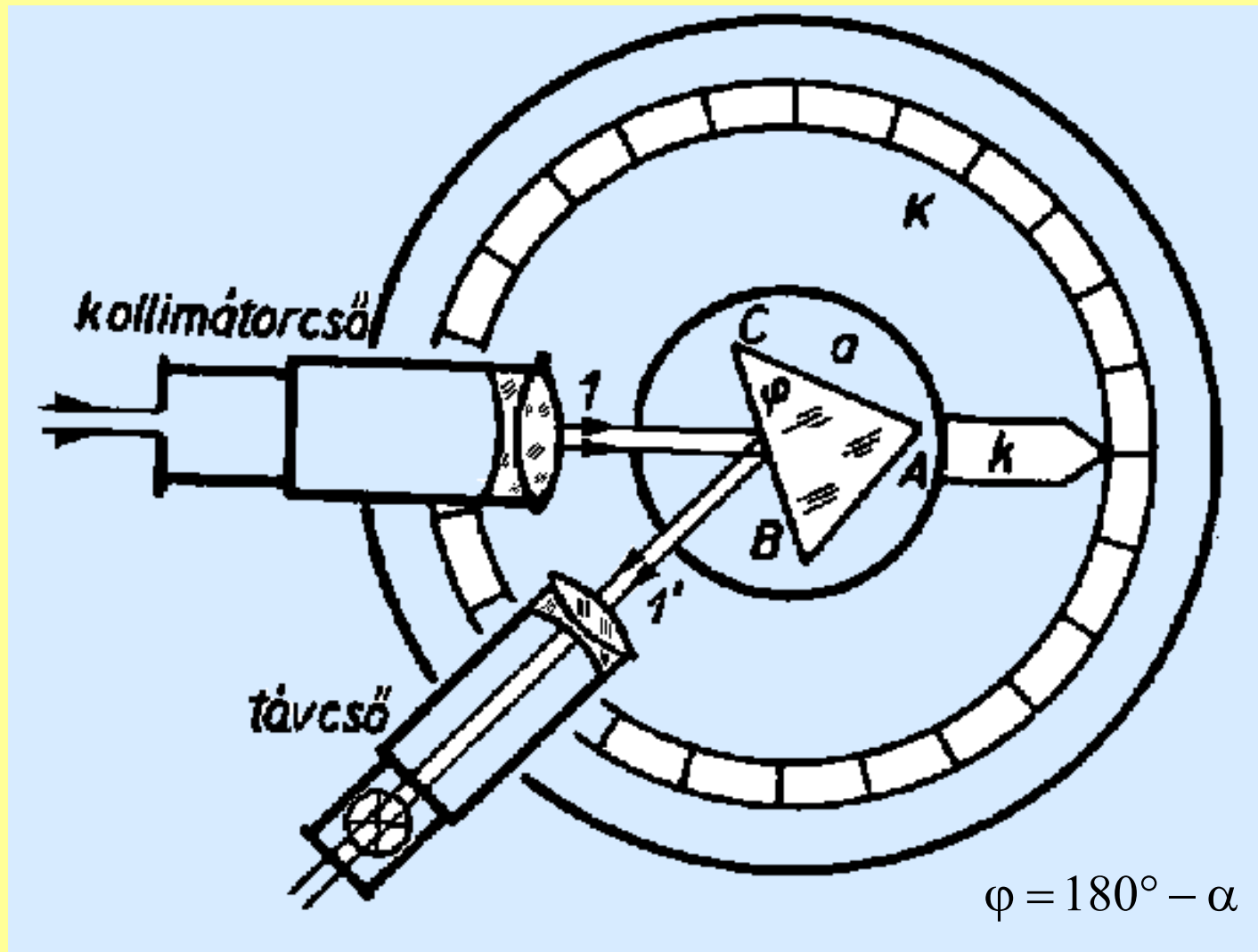
- Periszkóp



- Skála tükör
- Forgó tükör

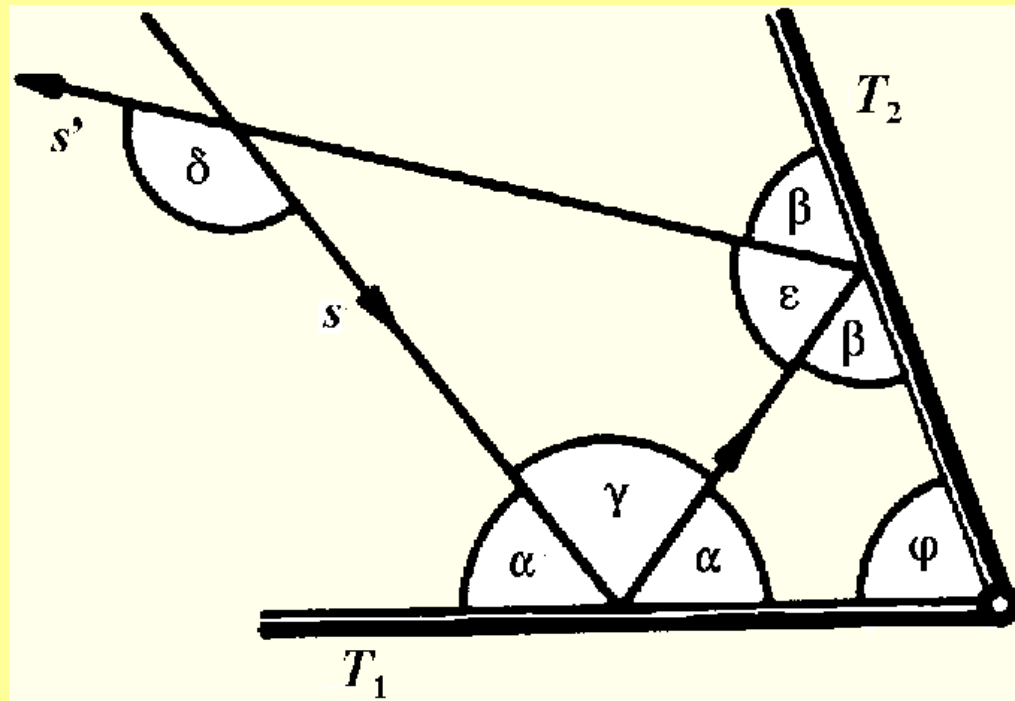


- Reflexiós goniométer



- Ugyanez az eszköz használható a törésmutató mérésére a minimális deviáció szögének és a prizma törőszögének mérésével!
- Ugyancsak használható a színek tanulmányozására (prizmás spektroszkóp)!

- **Szögtükör**



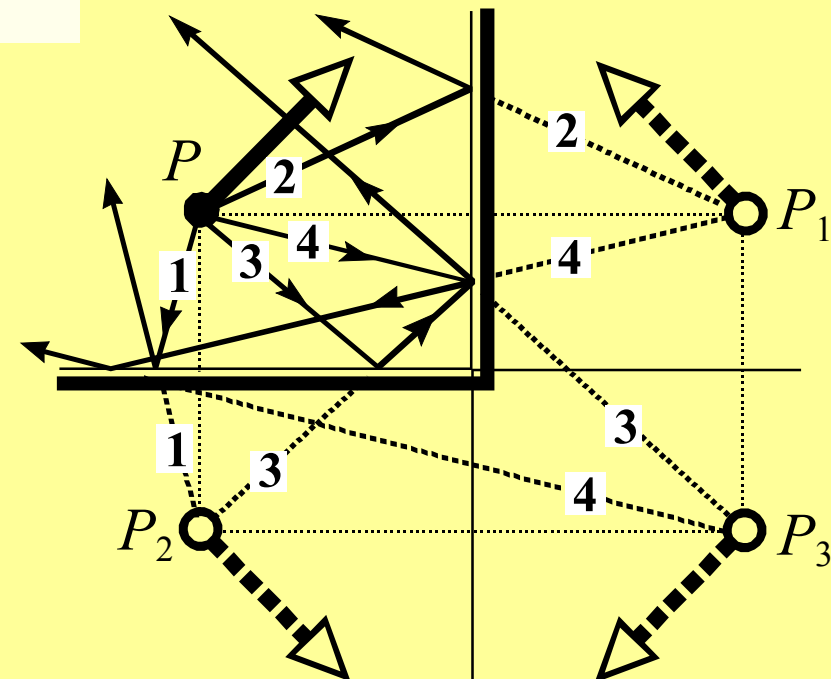
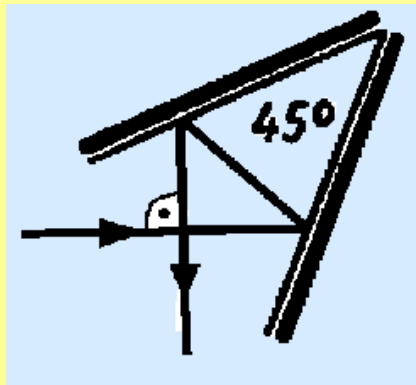
$$\left. \begin{array}{l} \gamma + \varepsilon = \delta \\ 2\alpha + \gamma = 180^\circ \\ 2\beta + \varepsilon = 180^\circ \end{array} \right\}$$

$$2\alpha + 2\beta + \delta = 360^\circ$$

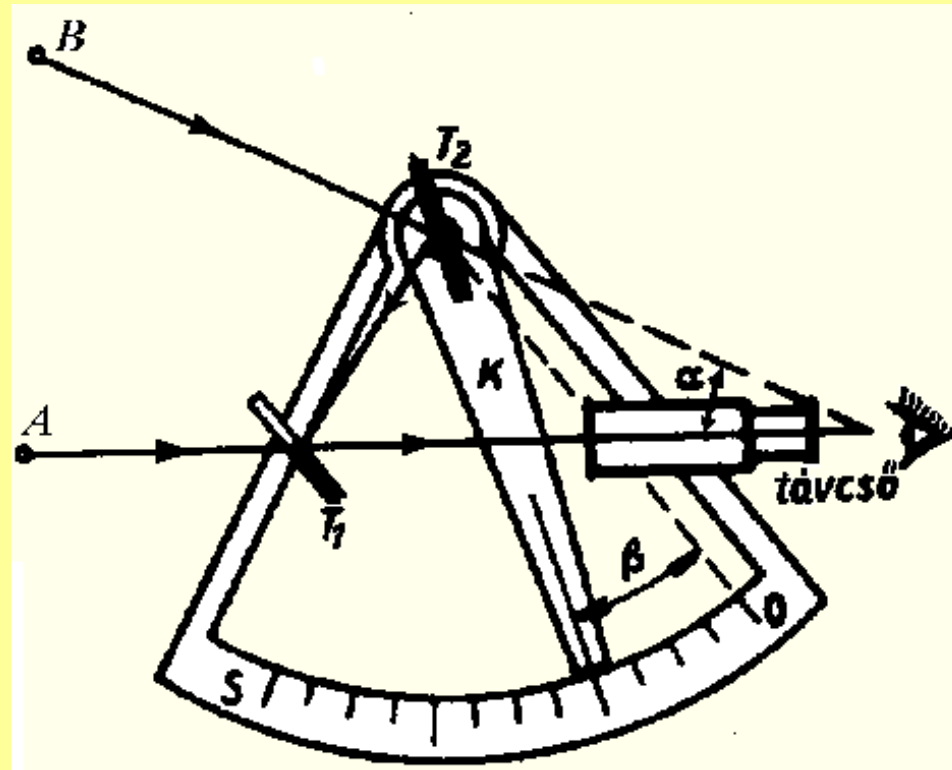
$$\alpha + \beta + \varphi = 180^\circ$$

$$2\alpha + 2\beta + 2\varphi = 360^\circ$$

$$\delta = 2\varphi$$



- Szextáns



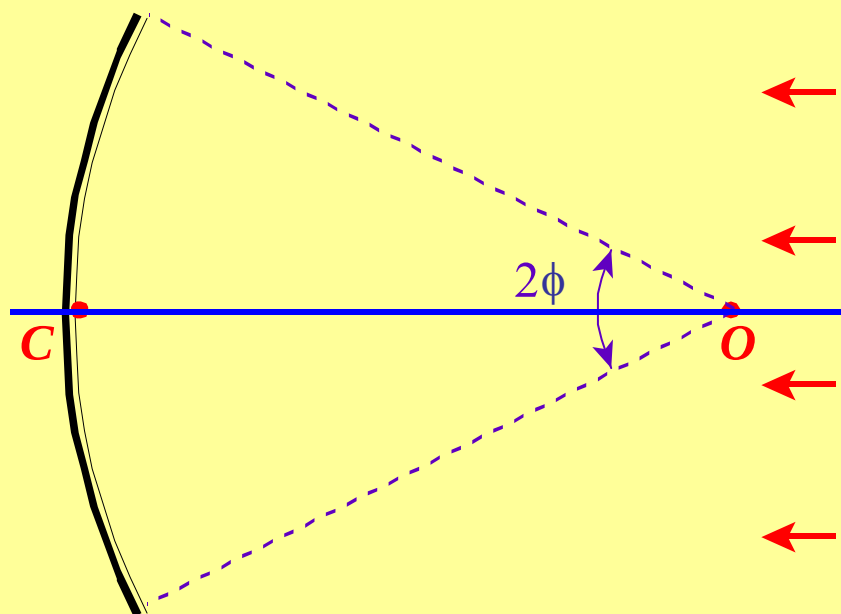
$$2\delta = \alpha + 2\varepsilon$$

$$2\delta = \alpha + 2\delta - 2\beta$$

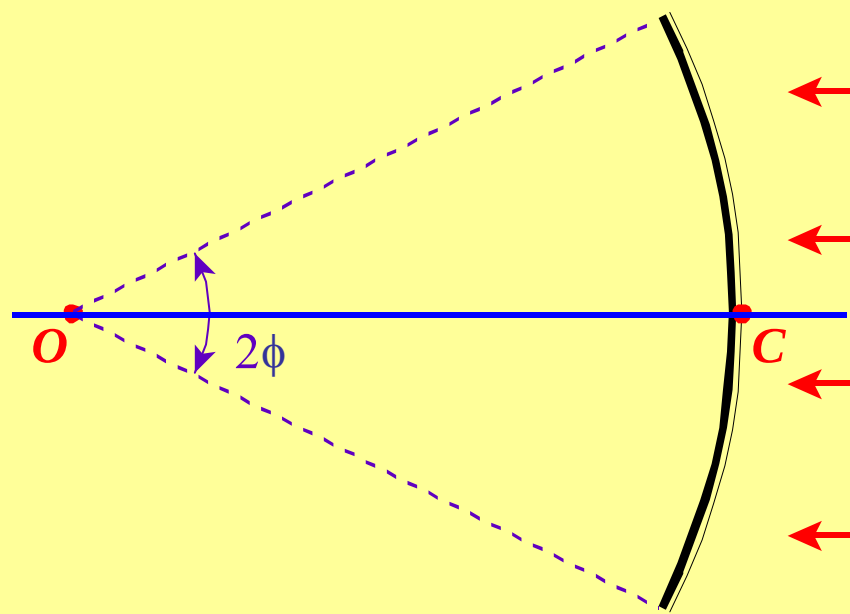
$$\alpha = 2\beta$$

Gömbtükrök képképzése

homorú tükör



domború tükör



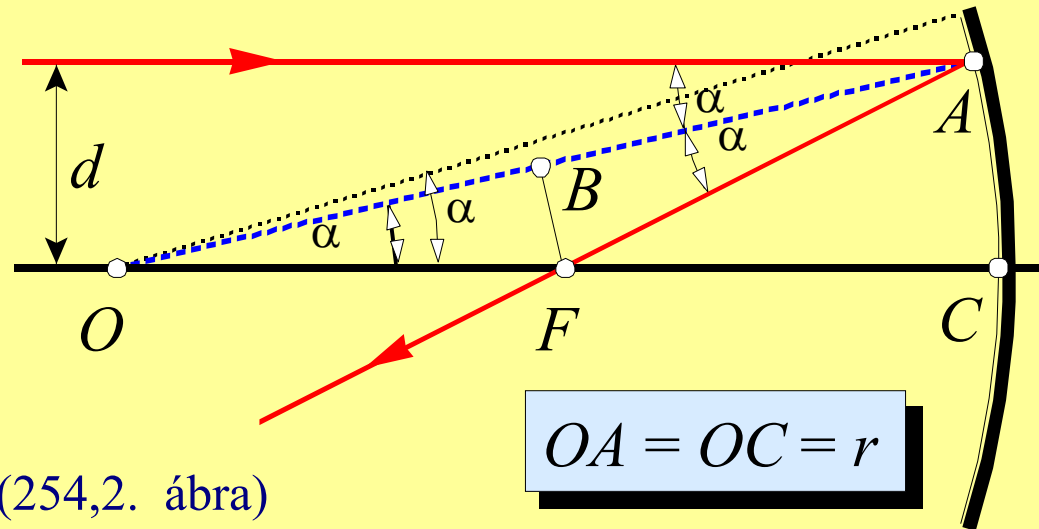
O a tükröző gömbfelület görbületi középpontja

ϕ a tükör nyílásszöge

C tetőpont a tükör optikai középpontja

OC egyenes az optikai tengely (vagy főtengely)

Homorú tükör fókusztávolsága



(254,2. ábra)

$$f = \overline{CF} = \frac{r}{2} \cdot \left(2 - \frac{1}{\sqrt{1 - (d/r)^2}} \right)$$

Kísérleti szemléltetés: Hartl-féle koronggal.

Paraxiális közelítés

- Az optikai tengelyhez közeli, a tengellyel kis szöget bezáró fénysugarakra, a paraxiális sugarakra korlátozzuk a vizsgálatot.

Paraxiális közelítésben

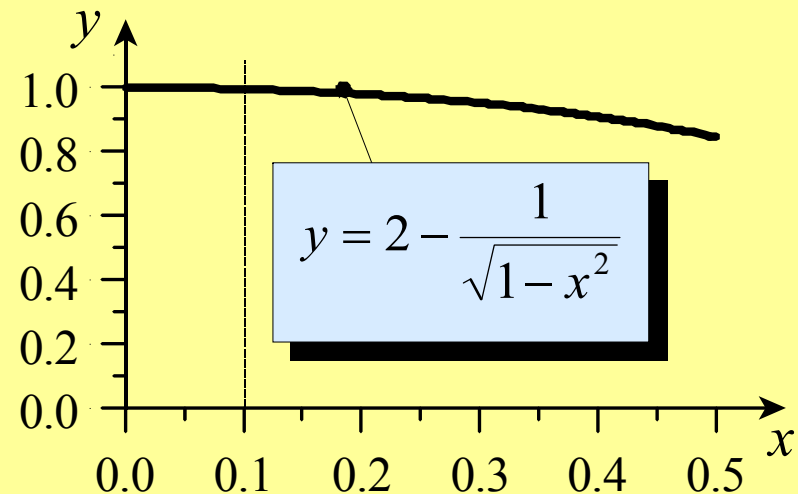
$$f = \frac{r}{2}$$

← paraxiális fókusztávolság

$$\begin{aligned} \overline{OB} &= \frac{r}{2} \\ \cos \alpha &= \frac{\overline{OB}}{\overline{OF}} \end{aligned} \quad \rightarrow \quad \overline{OF} = \frac{r}{2 \cdot \cos \alpha}$$

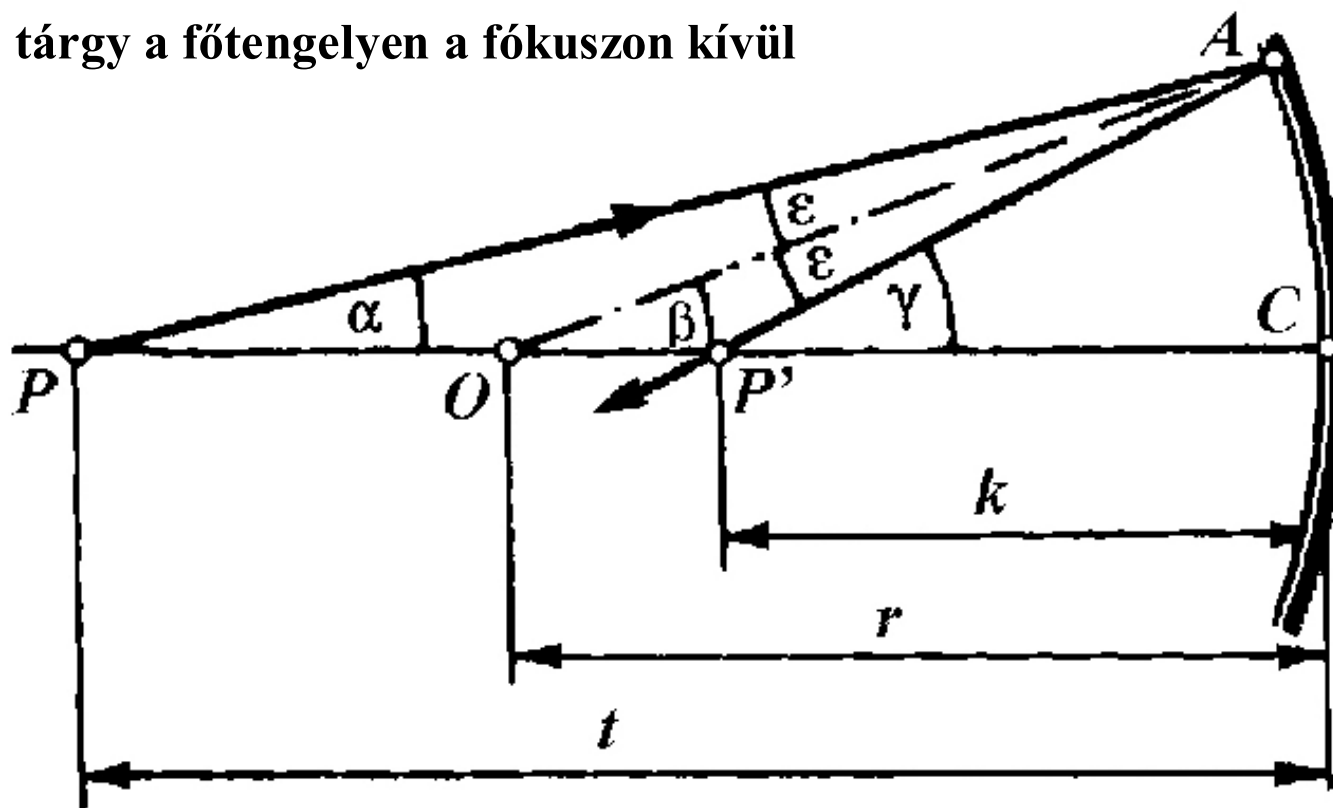
$$\overline{CF} = r - \overline{OF} = \frac{r}{2} \cdot \left(2 - \frac{1}{\cos \alpha} \right)$$

$$\cos \alpha = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = \sqrt{1 - (d/r)^2}$$



Leképezés paraxiális közelítésben

tárgy a főtengelyen a fókuszon kívül



$$\alpha = \frac{\overline{CA}}{t}$$

$$\beta = \frac{\overline{CA}}{r}$$

$$\gamma = \frac{\overline{CA}}{k}$$

$$f = \frac{r}{2}$$

$$OP'A \triangle: \quad \gamma = \beta + \epsilon$$

$$POA \triangle: \quad \beta = \alpha + \epsilon$$

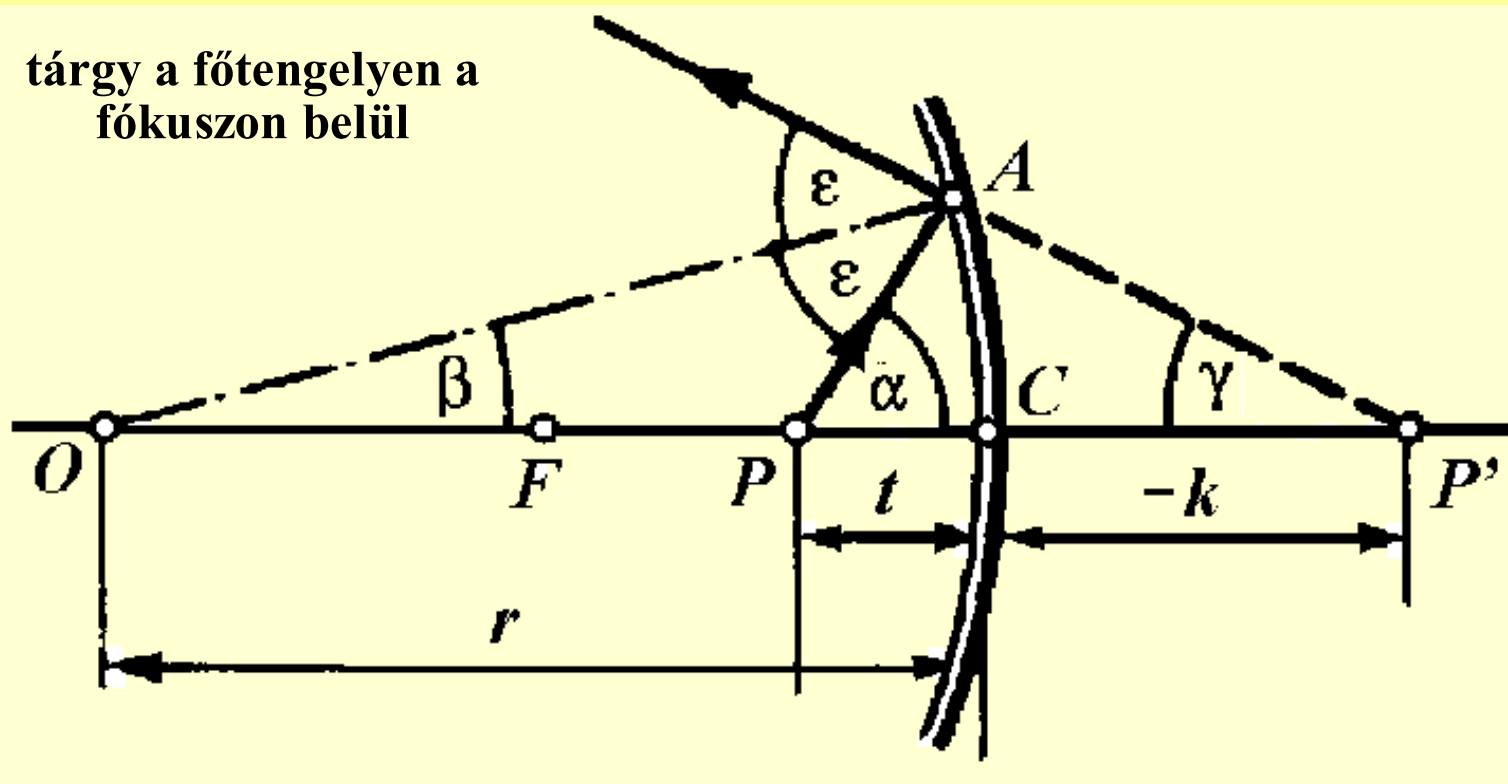
$$\alpha + \gamma = 2\beta$$

$$\frac{\overline{CA}}{t} + \frac{\overline{CA}}{k} = 2 \frac{\overline{CA}}{r}$$

$$\frac{1}{t} + \frac{1}{k} = \frac{1}{f}$$

Leképezési egyenlet (tükör egyenlet)

tárgy a főtengelyen a
fókuszon belül



$$\alpha = \frac{\overline{CA}}{t}$$

$$\beta = \frac{\overline{CA}}{r}$$

$$\gamma = \frac{\overline{CA}}{-k}$$

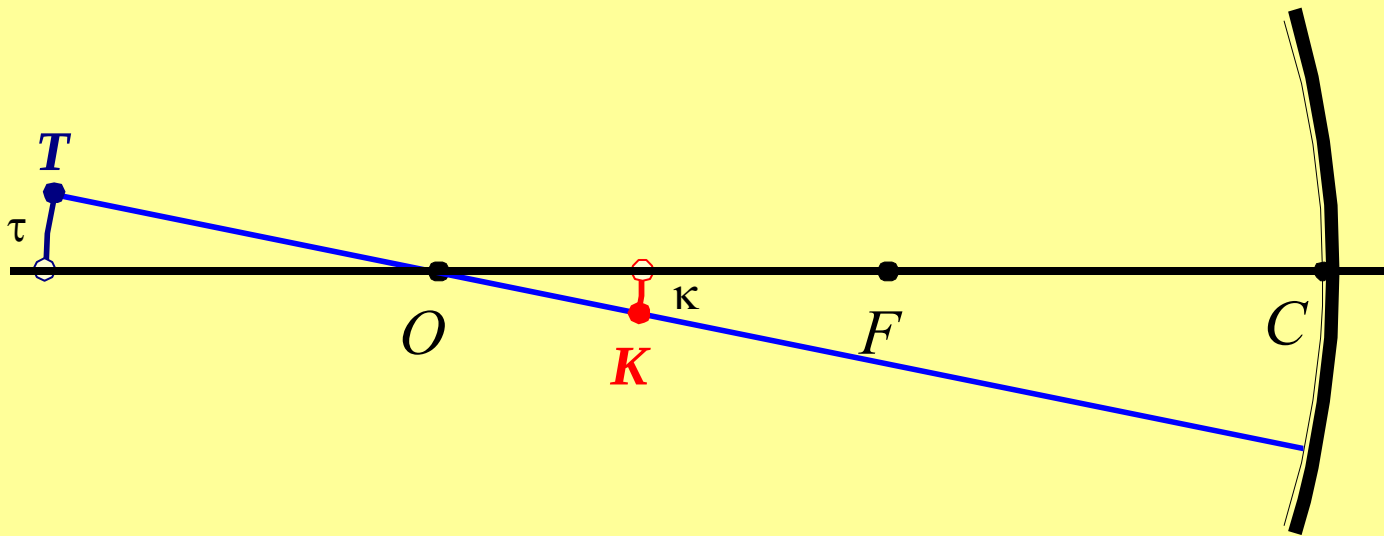
$$f = \frac{r}{2}$$

$$\begin{array}{l} OPA \triangle: \\ P'AP \triangle: \end{array} \quad \begin{array}{l} \alpha = \beta + \epsilon \\ 2\epsilon = \alpha + \gamma \end{array} \quad \Rightarrow \quad \alpha - \gamma = 2\beta \quad \Rightarrow \quad \frac{\overline{CA}}{t} - \frac{\overline{CA}}{-k} = 2 \frac{\overline{CA}}{r} \quad \Rightarrow$$

$$\frac{1}{t} + \frac{1}{k} = \frac{1}{f}$$

Leképezési egyenlet (tüköregyenlet)

Nem a főtengelyen lévő pont leképezés paraxiális közelítésben

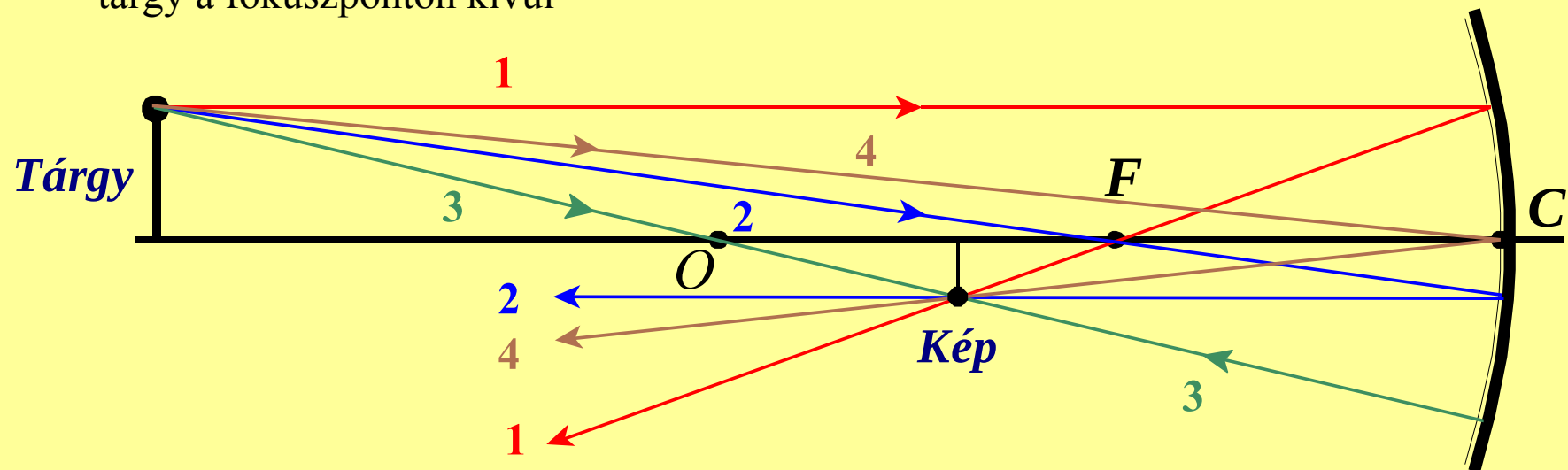


- T és az O ponton keresztül berajzoljuk a melléktengelyt.
- T tárgy K képét megszerkeszthetjük az előbb látott módon.
- Hasonlóan kapjuk a kicsiny τ körív κ képét.
- Paraxiális közelítésben a kicsiny körív helyettesíthető az optikai tengelyre merőleges kicsiny szakasszal.
- Paraxiális közelítésben az optikai tengelyre merőleges kicsiny szakasz képe az optikai tengelyre merőleges kicsiny szakasz.
- A tárgy- és a képtávolságra érvényes a leképezés egyenlet:

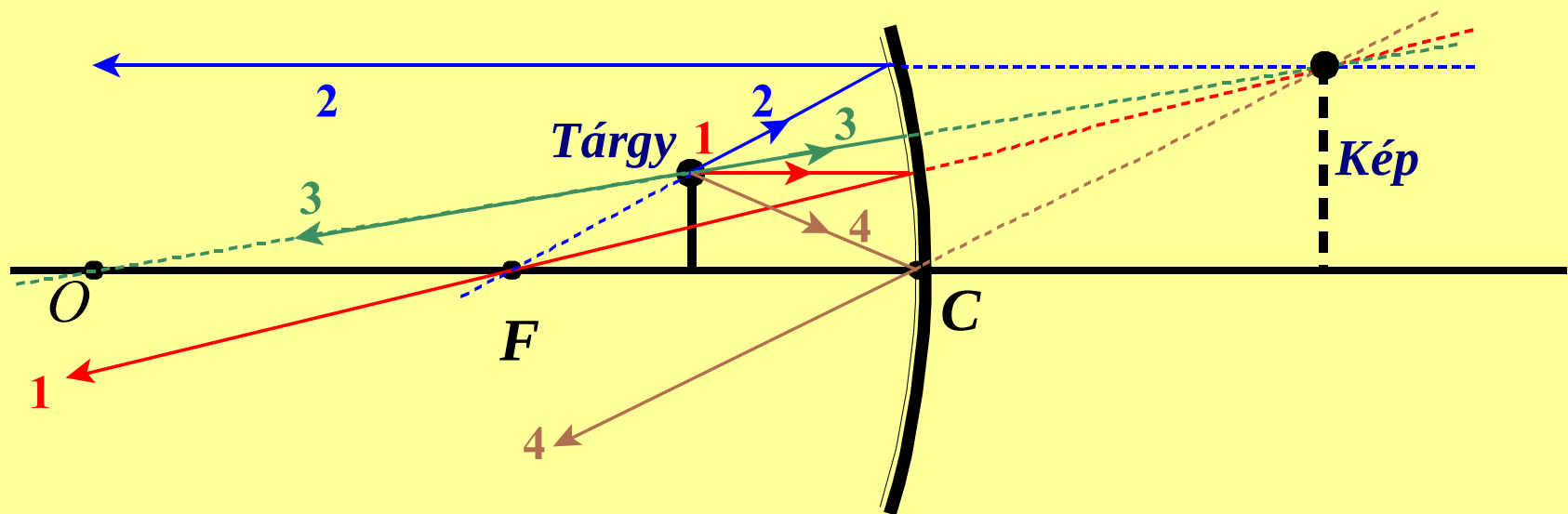
$$\frac{1}{t} + \frac{1}{k} = \frac{1}{f}$$

Képszerkesztés nevezetes sugarakkal

tárgy a fókuszponton kívül



tárgy a fókuszponton belül



Nagyítás és a leképezési egyenlet Newton-féle alakja

Nagyítás: $N = y'/y$

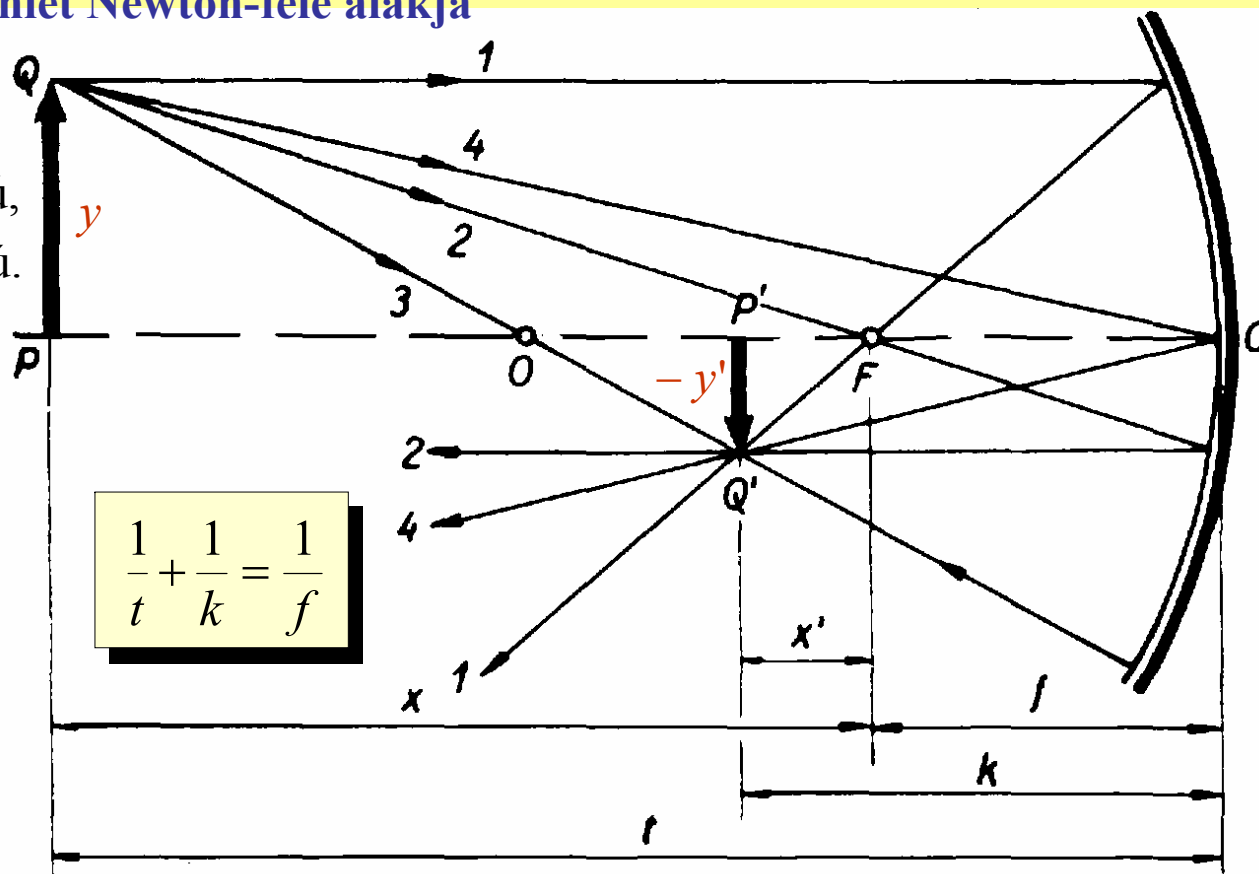
- $N > 0$, ha kép egyenes állású,
- $N < 0$, ha kép fordított állású.

$$|N| = \overline{P'Q'}/\overline{PQ}$$

CPQ és $CP'Q'$
háromszögek hasonlóak

$$\frac{y}{t} = \frac{-y'}{k} \quad \Rightarrow \quad \frac{y'}{y} = -\frac{k}{t}$$

$$N = -\frac{k}{t}$$



$$\begin{array}{lcl} \frac{1}{t} + \frac{1}{k} = \frac{1}{f} & \Rightarrow & -N = \frac{k}{t} = \frac{k}{f} - 1 = \frac{k-f}{f} = \frac{x'}{f} \Rightarrow N = -\frac{x'}{f} \\ -\frac{1}{N} = \frac{t}{k} = \frac{t}{f} - 1 = \frac{t-f}{f} = \frac{x}{f} & \Rightarrow & N = -\frac{f}{x} \end{array} \quad \left. \begin{array}{l} \\ \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{x'}{f} = \frac{f}{x} \Rightarrow$$

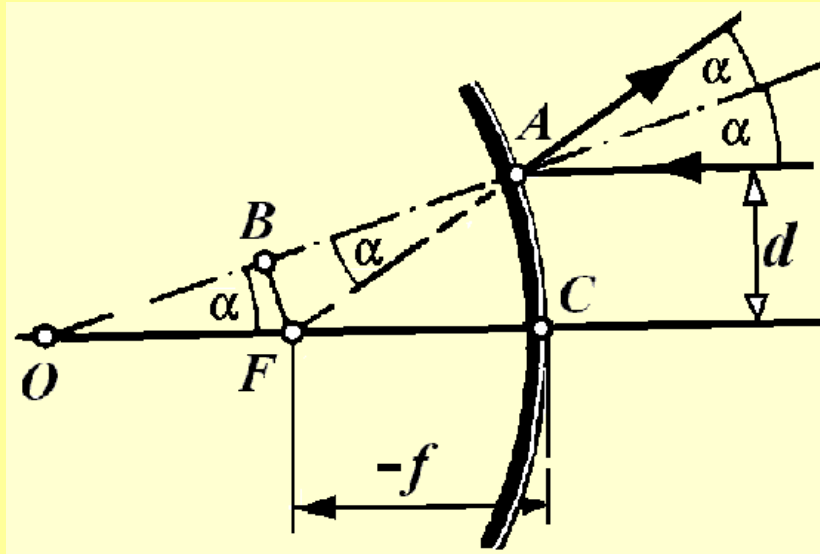
$$x \cdot x' = f^2$$

Newton-féle leképezési egyenlet

Fókusztól mért távolságokra

Fókuszon belüli, valamint virtuális tárgy esetén ugyanezek az összefüggések érvényesek.

Domború tükör fókuszpontja



$$f = -\overline{CF} = -\frac{r}{2} \cdot \left(2 - \frac{1}{\sqrt{1 - (d/r)^2}} \right)$$

Az optikai tengely közelében haladó ($d/r < 0.1$) párhuzamos sugarak jó közelítéssel egy pontban metszik egymást.

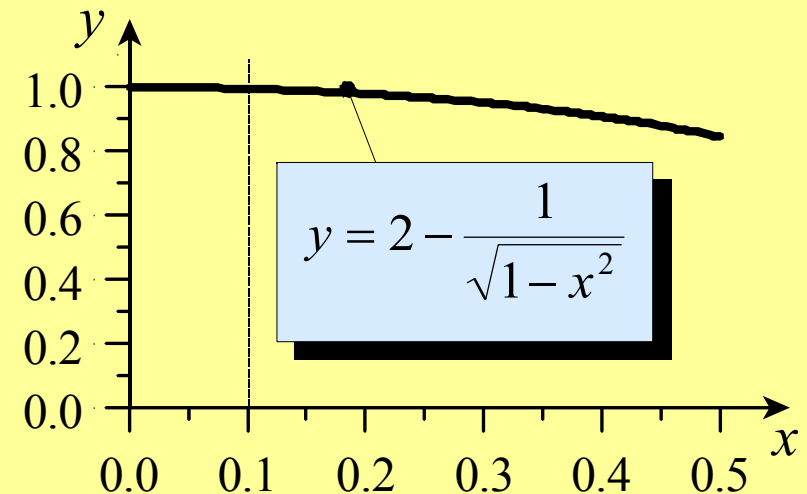
Az optikai tengellyel párhuzamosan beeső (paraxiális) sugarak úgy verődnek vissza, mintha az F (paraxiális) fókuszpontból indultak volna ki,

Azaz a tükröt **széttartó nyaláb** hagyja el! Ekkor fókuszpontot **virtuálisnak** nevezzük. Virtuális fókuszpont esetén – a számolások miatt – célszerű a fókusztávolságot negatívnak tekinteni.

$$\overline{OB} = \frac{r}{2} \quad \left[\begin{array}{l} \cos \alpha = \overline{OB} / \overline{OF} \end{array} \right] \rightarrow \overline{OF} = \frac{r}{2 \cdot \cos \alpha}$$

$$-f = \overline{CF} = r - \overline{OF} = \frac{r}{2} \cdot \left(2 - \frac{1}{\cos \alpha} \right)$$

$$\cos \alpha = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = \sqrt{1 - (d/r)^2}$$



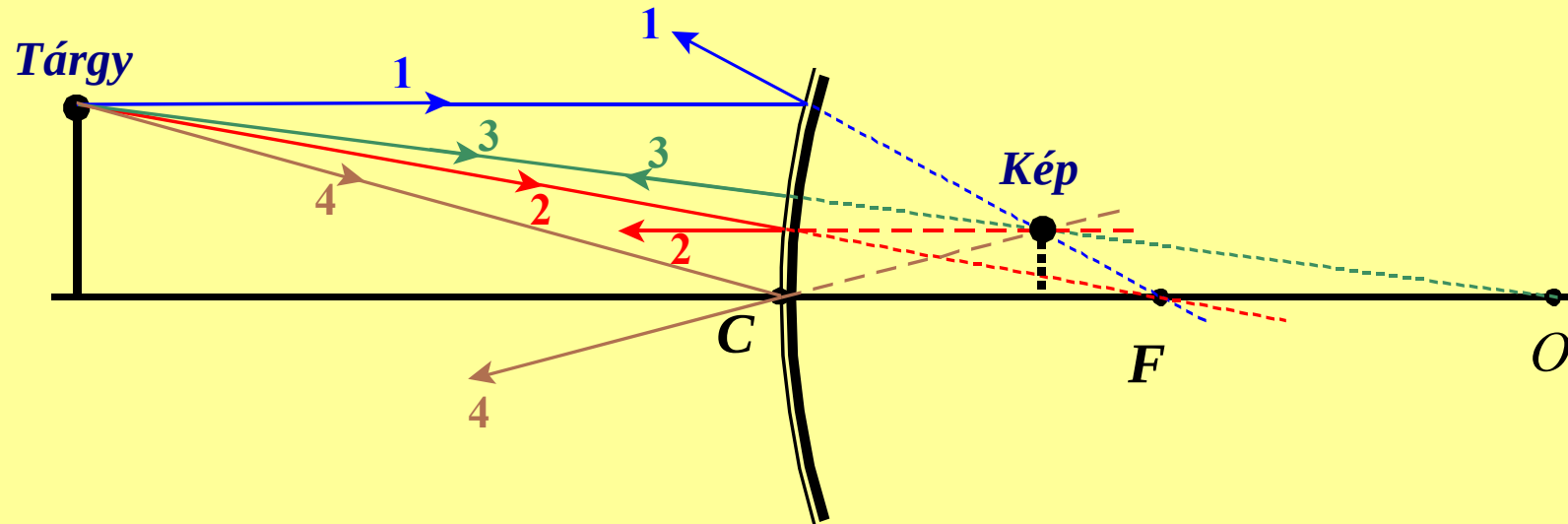
Paraxiális közelítésben

$$f = -r/2$$

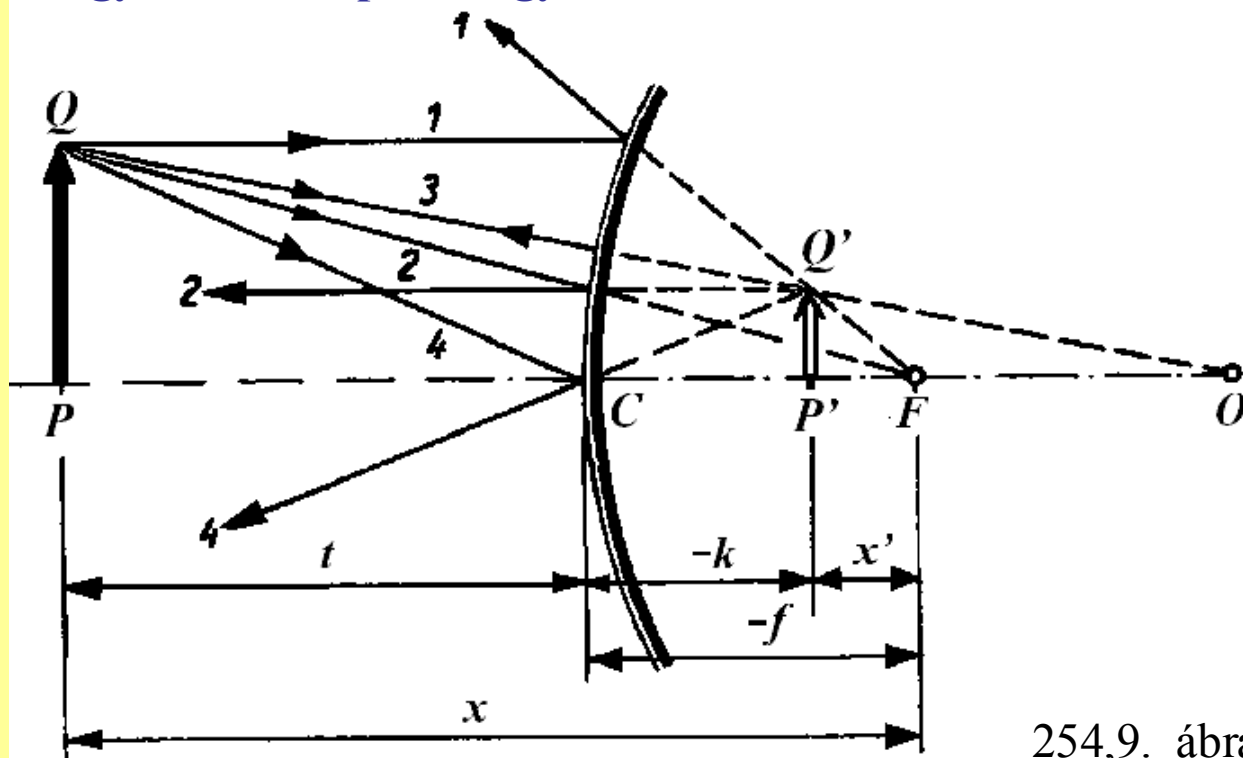


paraxiális fókusztávolság

Képszerkesztés nevezetes sugarakkal



Nagyítás és leképezési egyenlet



254,9. ábra

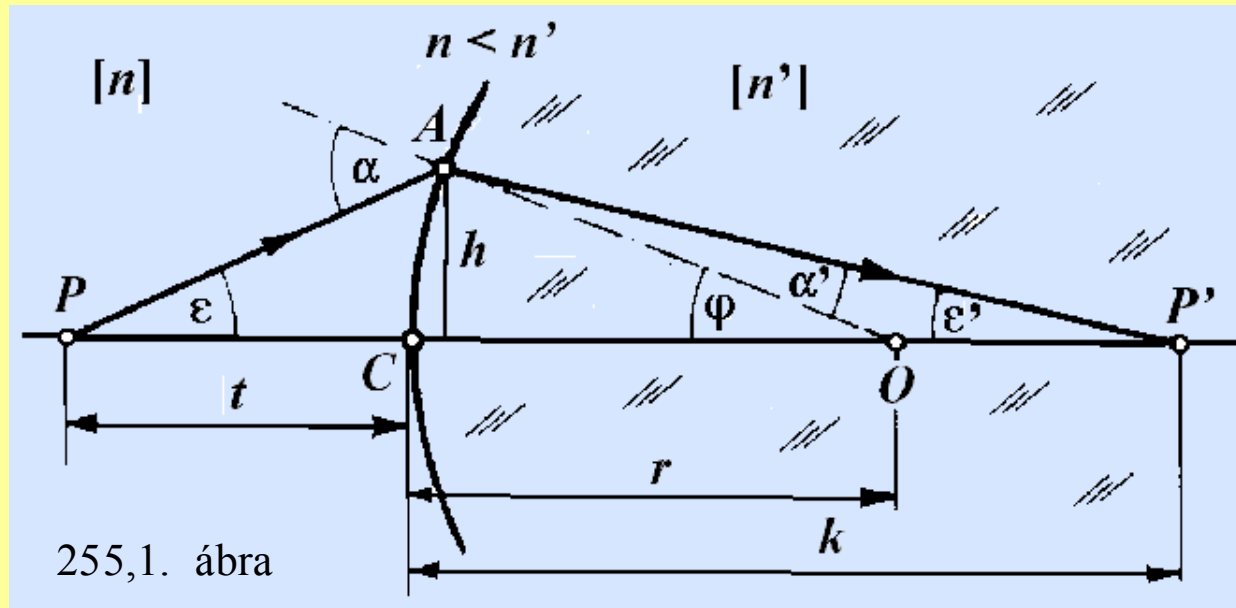
CPQ és $CP'Q'$
háromszögek hasonlóak

$$N = -\frac{k}{t} = -\frac{x'}{f} = -\frac{f}{x}$$

$$x \cdot x' = f^2$$

$$\frac{1}{t} + \frac{1}{k} = \frac{1}{f}$$

Optikai leképezés gömb- és síkfelületen való törés útján



$$n \sin \alpha = n' \sin \alpha'$$

Paraxiális közelítés

$$\sin \alpha \approx \alpha, \quad \cos \alpha \approx 1$$

$$\epsilon = h/t$$

$$\varphi = h/r$$

$$\epsilon' = h/k$$

$$PAO \Delta \rightarrow \alpha = \epsilon + \varphi$$

$$AOP' \Delta \rightarrow \varphi = \epsilon' + \alpha'$$

$$n \alpha = n \epsilon + n \varphi$$

$$n' \alpha' = n' \varphi - n' \epsilon'$$

$$n \alpha = n' \alpha'$$

$$\rightarrow n \epsilon + n \varphi = n' \varphi - n' \epsilon' \rightarrow n \epsilon + n' \epsilon' = (n' - n) \varphi \rightarrow n \frac{h}{t} + n' \frac{h}{k} = (n' - n) \frac{h}{r}$$

Lképezési egyenlet:

$$\frac{n}{t} + \frac{n'}{k} = \frac{n' - n}{r}$$

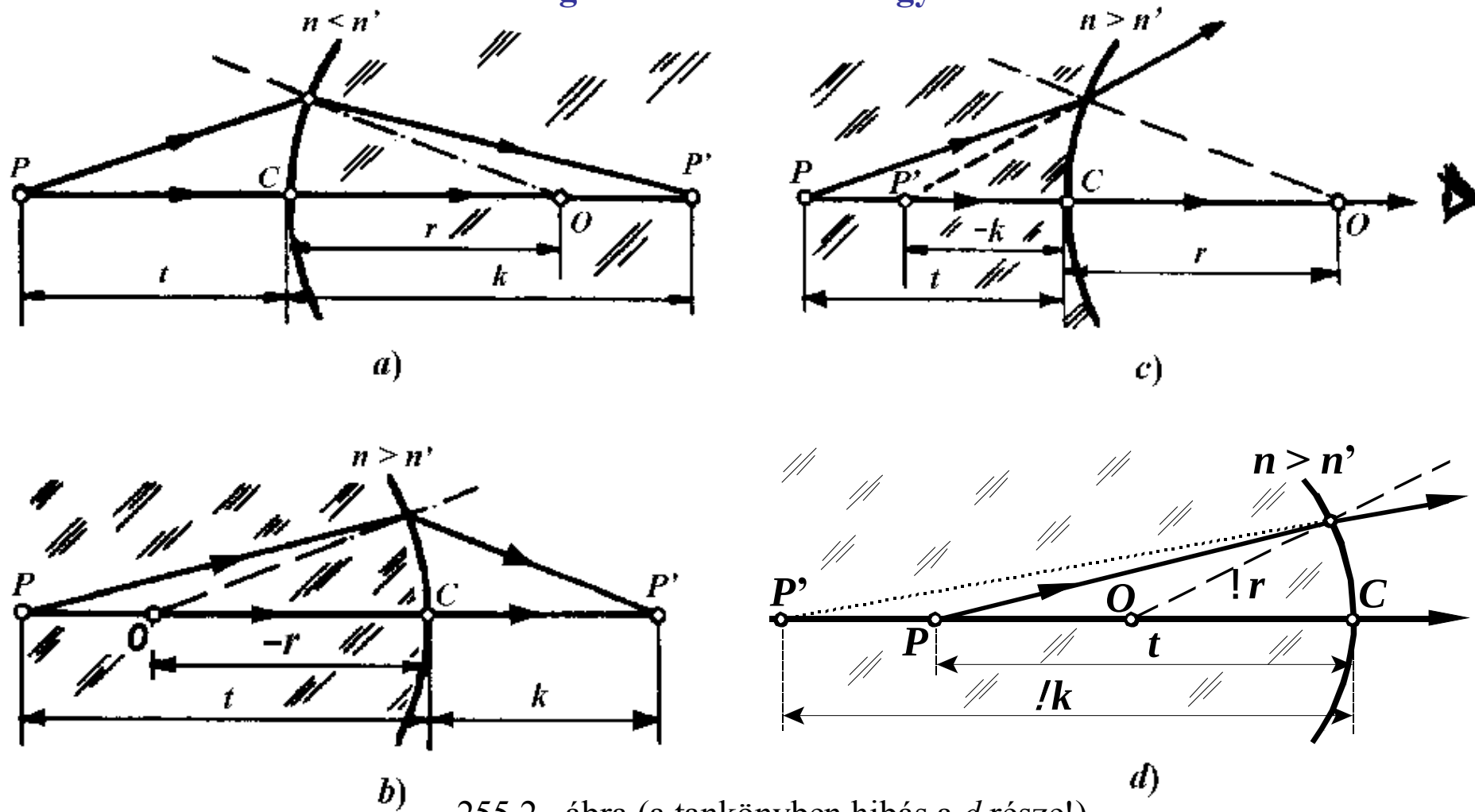
Törőerősség:

$$D = \frac{n' - n}{r}$$

***P* pontból kiinduló összes (paraxiális) sugár a törés után *P'* ponton halad keresztül!**

Síkfelület esetén $r = \infty$, így ekkor a leképezési egyenlet sík törőfelületre: $\frac{n}{t} + \frac{n'}{k} = 0$

Lehetséges esetek valódi tárgy esetén



255,2. ábra (a tankönyben hibás a d része!)

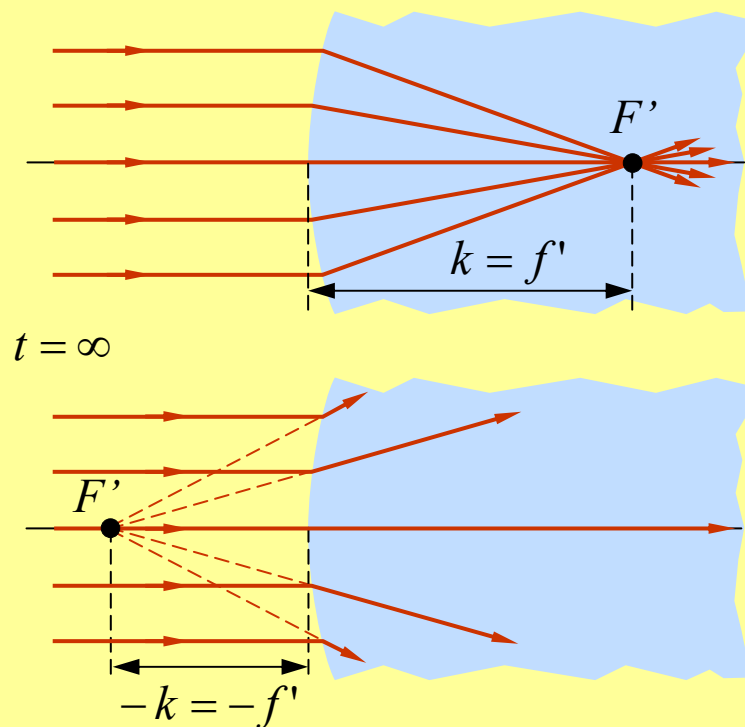
Előjel megállapodás a leképezési egyenlet alkalmazásánál (szemléletes rendszer)

- Ha a tárgy felől nézve a felület **domború**, akkor $r > 0$.
- Ha a tárgy felől nézve a felület **homorú**, akkor $r < 0$.
- Valódi tárgy esetén $t > 0$, virtuális tárgy esetén $t < 0$.
- Valódi kép esetén $k > 0$, virtuális kép esetén $k < 0$.

Fókuszpontok és fókusztávolságok

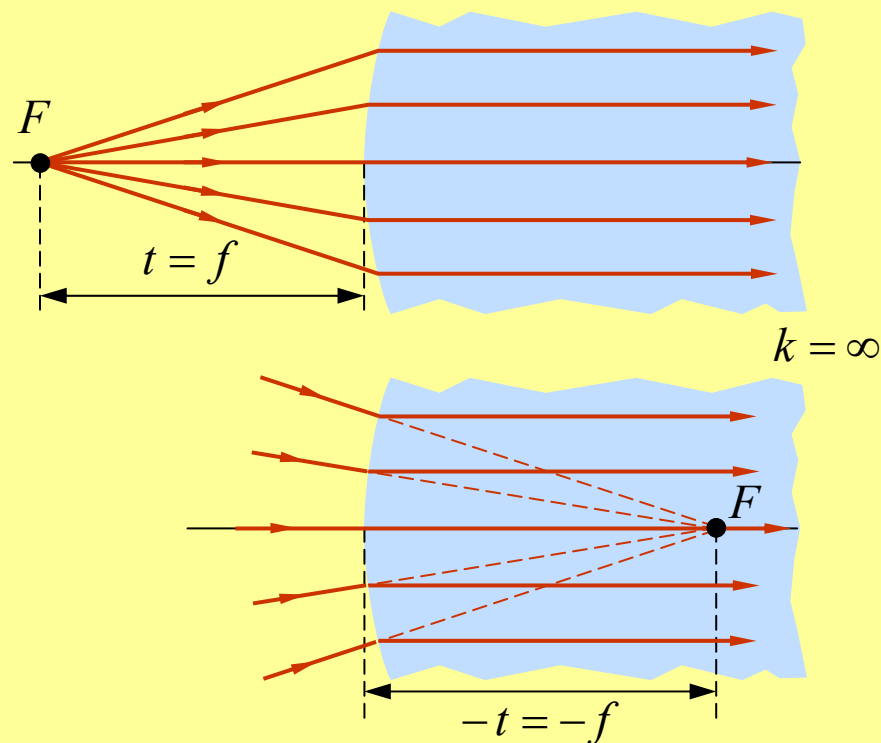
Képpoldali (hátsó) fókuszpont

- A tárgyardalról beeső, az optikai tengellyel párhuzamos **sugarak** vagy **azok meghosszabbításai** az F' képpoldali fókuszponton mennek keresztül.



Tárgyoldali (elülső) fókuszpont

- A képpoldalról beeső, az optikai tengellyel párhuzamos **sugarak** vagy **azok meghosszabbításai** az F tárgyardali fókuszponton mennek keresztül.



$$f' = \frac{n'}{n' - n} r$$

$$\frac{n'}{f'} = \frac{n' - n}{r}$$

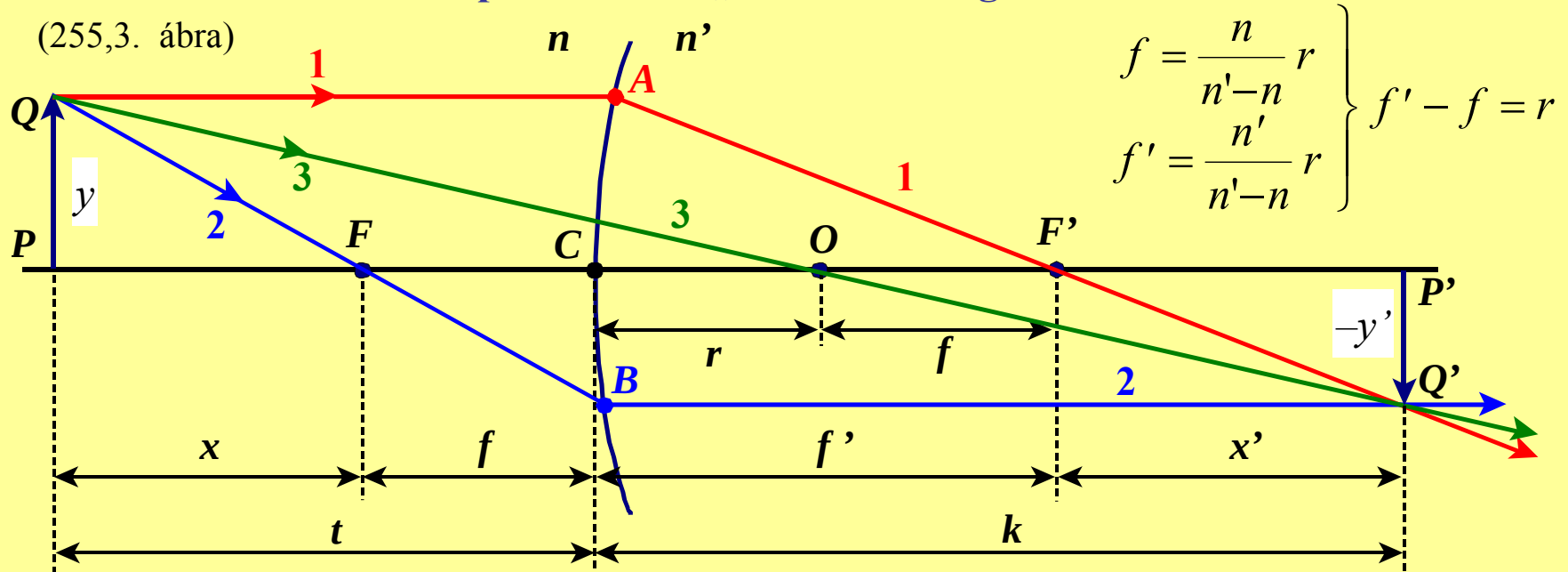
$$\frac{n}{t} + \frac{n'}{k} = \frac{n' - n}{r}$$

$$\frac{n}{f} = \frac{n' - n}{r}$$

$$f = \frac{n}{n' - n} r$$

$$f + f' = r$$

Képszerkesztés „nevezetes” sugarakkal



Leképezési egyenlet

$$\frac{n}{t} + \frac{n'}{k} = \frac{n'-n}{r} \quad \Rightarrow \quad \frac{\frac{n}{n'-n} r}{t} + \frac{\frac{n'}{n'-n} r}{k} = 1 \quad \Rightarrow \quad \boxed{\frac{f}{t} + \frac{f'}{k} = 1}$$

Newton-féle leképezési egyenlet

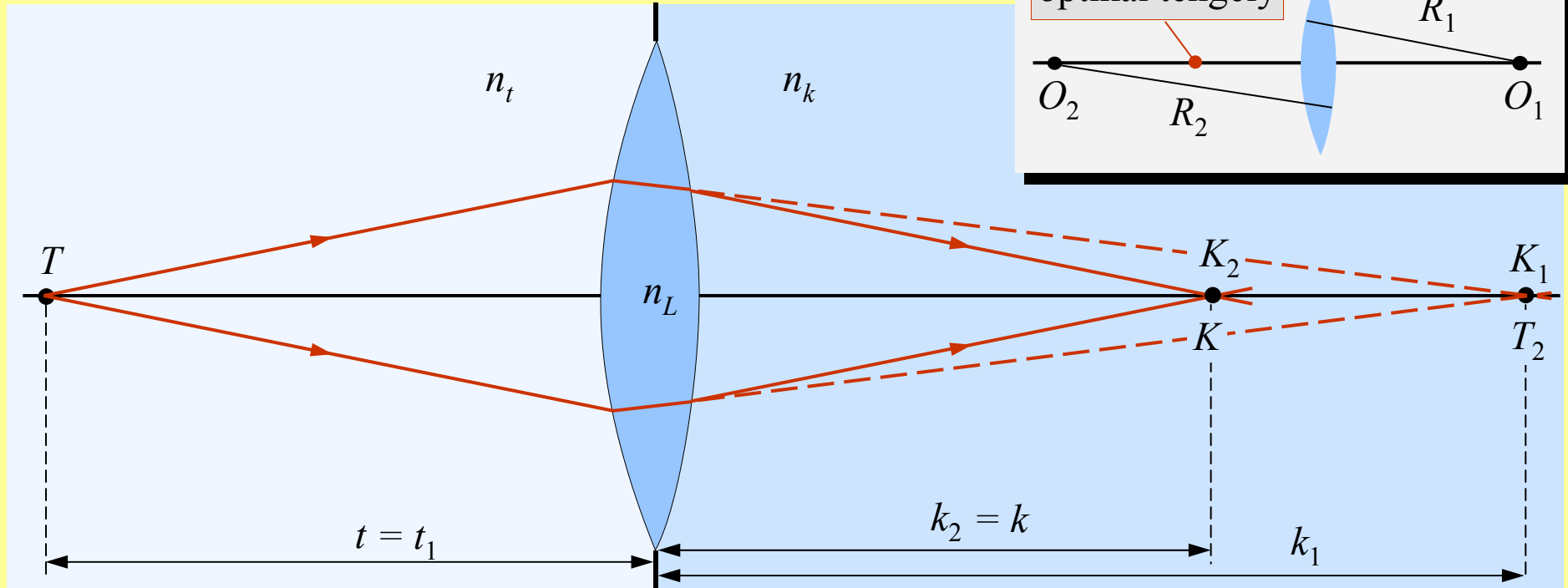
$$\begin{aligned} x = t - f &\Rightarrow \frac{x}{t} = 1 - \frac{f}{t} \\ x' = k - f' &\Rightarrow \frac{x'}{k} = 1 - \frac{f'}{k} \end{aligned} \quad \Rightarrow \quad \frac{x}{t} \cdot \frac{x'}{k} = 1 - \frac{f}{t} - \frac{f'}{k} + \frac{f}{t} \cdot \frac{f'}{k} \quad \Rightarrow \quad \boxed{x \cdot x' = f \cdot f'}$$

= 0

Oldalnagyítás

$$N = \frac{y'}{y} \quad \begin{array}{l} PQF \triangle \text{ és } BCF \triangle \\ P'Q'F' \triangle \text{ és } ACF' \triangle \end{array} \quad \Rightarrow \quad \boxed{N = -\frac{f}{x} = -\frac{x'}{f'} = -\frac{nk}{n't}} \quad \leftarrow \quad \begin{array}{l} QCQ' \text{ fénysugár} \\ n \frac{y}{t} = n' \frac{-y'}{k} \end{array}$$

Gömbi lencsék. Vékonylencsék képképzése



Az elülső felület a K_1 képet alkotná, amely a hátsó felület jelenléte miatt valójában nem jön létre. A K_1 kép a hátsó felület képképzésénél virtuális tárgy. Ennek a képe a végső kép.

A lencse elülső felületének képképzése

$$\left. \begin{aligned} \frac{n_t}{t_1} + \frac{n_L}{k_1} &= \frac{n_L - n_t}{R_1} \\ t_1 &= t \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{n_t}{t} + \frac{n_L}{k_1} = \frac{n_L - n_t}{R_1}$$

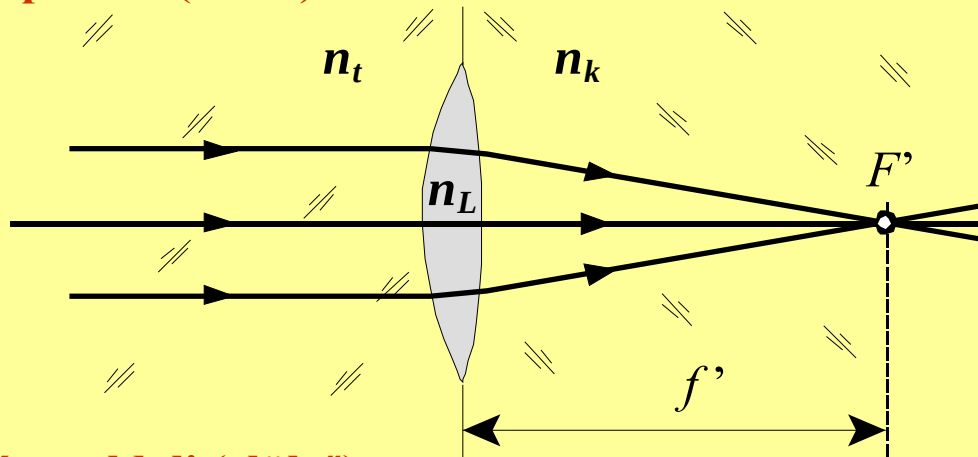
A lencse hátsó felületének képképzése

$$\left. \begin{aligned} \frac{n_L}{t_2} + \frac{n_k}{k_2} &= \frac{n_k - n_L}{-R_2} \\ t_2 &= -k_1 \\ k &= k_2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow -\frac{n_L}{k_1} + \frac{n_k}{k} = \frac{n_L - n_k}{R_2}$$

$$\frac{n_t}{t} + \frac{n_k}{k} = \frac{n_L - n_t}{R_1} + \frac{n_L - n_k}{R_2} = D_1 + D_2$$

A vékony lencsék gyújtópontjai és gyújtótávolságai

képpoldali (hátsó)



$$\frac{n_t}{t} + \frac{n_k}{k} = \frac{n_L - n_t}{R_1} + \frac{n_L - n_k}{R_2} = D_1 + D_2$$

$$t = \infty$$

$$k = f'$$

$$\frac{n_k}{f'} = D_1 + D_2$$



$$f' = \frac{n_k}{D_1 + D_2}$$

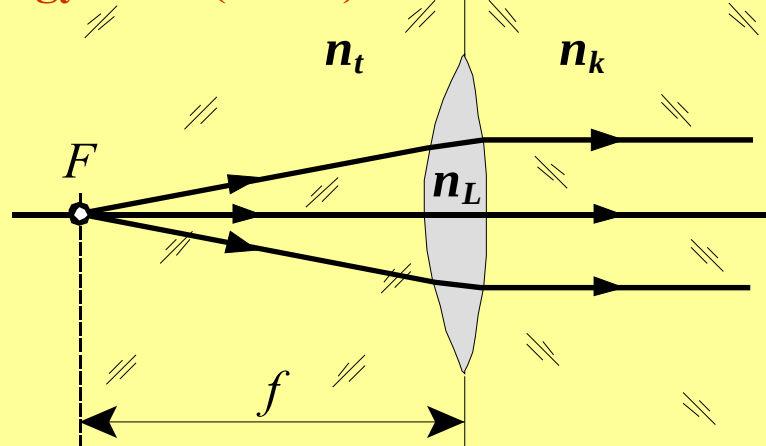


$$\frac{n_t}{f} = \frac{n_k}{f'}$$



$$f = \frac{n_t}{D_1 + D_2}$$

tárgyoldali (elülső)



$$t = f$$

$$k = \infty$$

$$\frac{n_t}{f} = D_1 + D_2$$



$$f = \frac{n_t}{D_1 + D_2}$$

Mind a kép-, mind a tárgyoldali fókuszpontok lehetnek virtuálisak is!

Leképezési egyenlet

$$\frac{n_t}{t} + \frac{n_k}{k} = D_1 + D_2$$



$$\frac{\frac{n_t}{D_1 + D_2}}{t} + \frac{\frac{n_k}{D_1 + D_2}}{k} = 1$$



$$\frac{f}{t} + \frac{f'}{k} = 1$$

$$\frac{n_t}{f} = \frac{n_k}{f'}$$

Sokszor $n_t = n_k$ így ekkor $f = f'$ $\rightarrow \frac{f}{t} + \frac{f}{k} = 1 \rightarrow$

$$\frac{1}{t} + \frac{1}{k} = \frac{1}{f}$$

lencseegyenlet

$$\frac{1}{f} = \frac{D_1 + D_2}{n_t} = \frac{n_L - n_t}{n_t} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) = (n - 1) \cdot \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$$

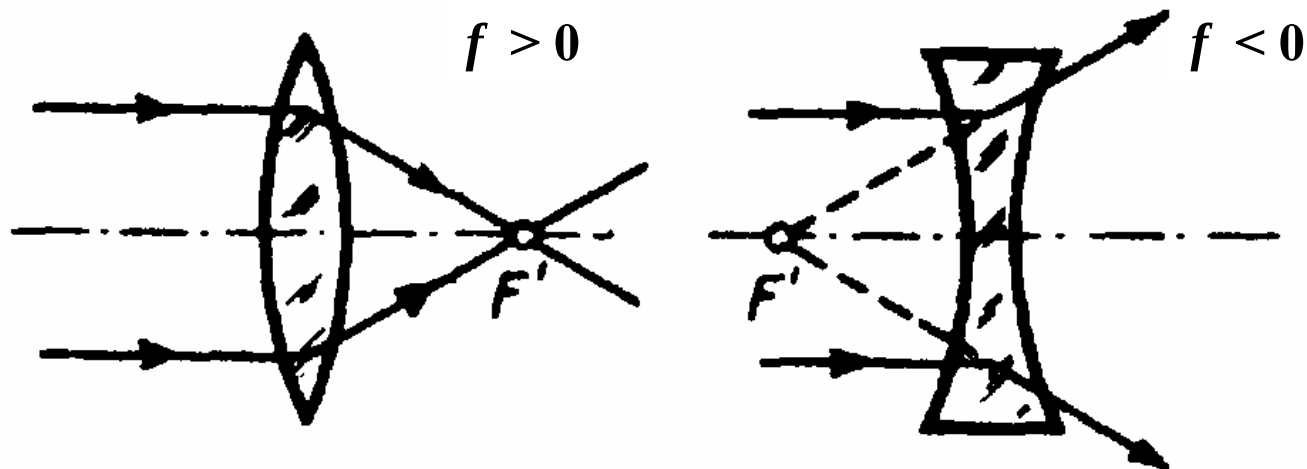


$$\frac{1}{f} = (n - 1) \cdot \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$$

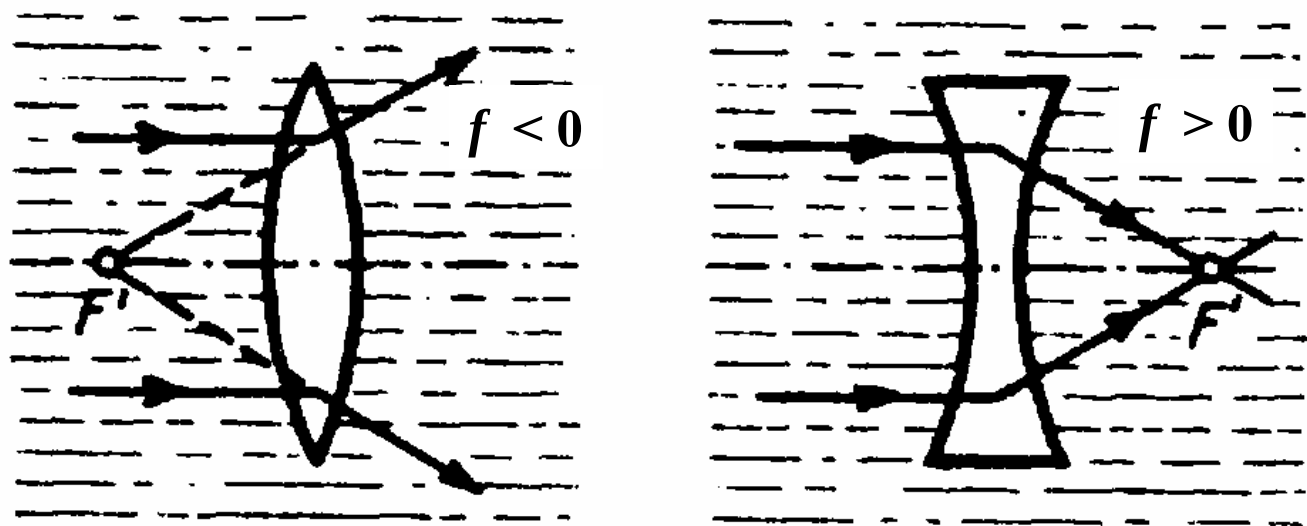
ahol $n = \frac{n_L}{n_t}$

Lencse típusok

						
	$a,$	$b,$	$c,$	$d,$	$e,$	$f,$
R_1	+	∞	-	-	∞	+
R_2	+	+	+	-	-	-



a, üveglencsék levegőben

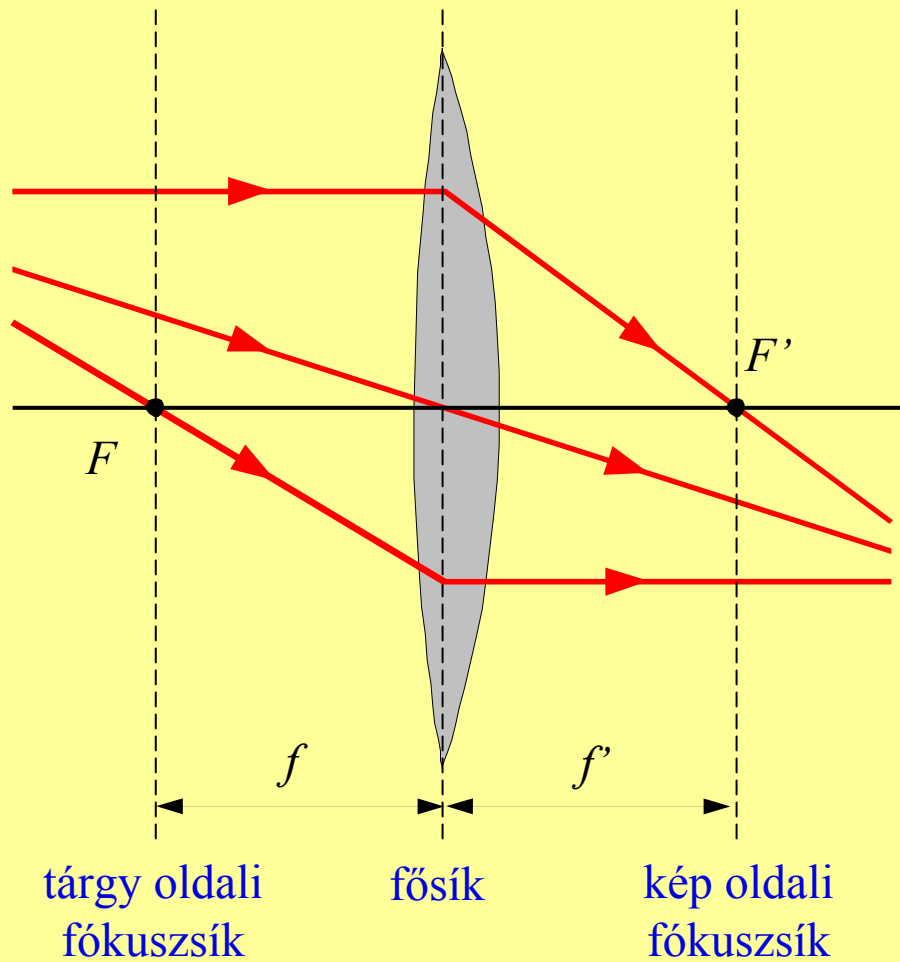


b, levegőlencsék vízben

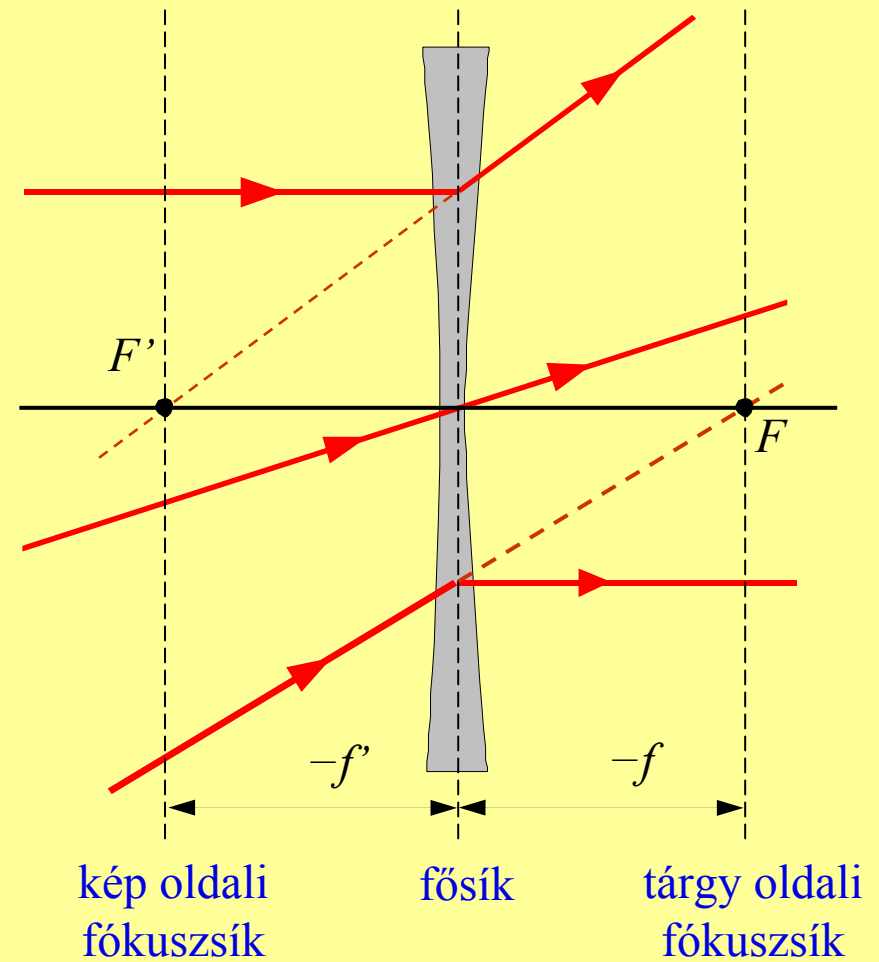
Képszerkesztés nevezetes sugármenetekkel, lencseegyenlet

Nevezetes sugármenetek ($f = f'$ esetén)

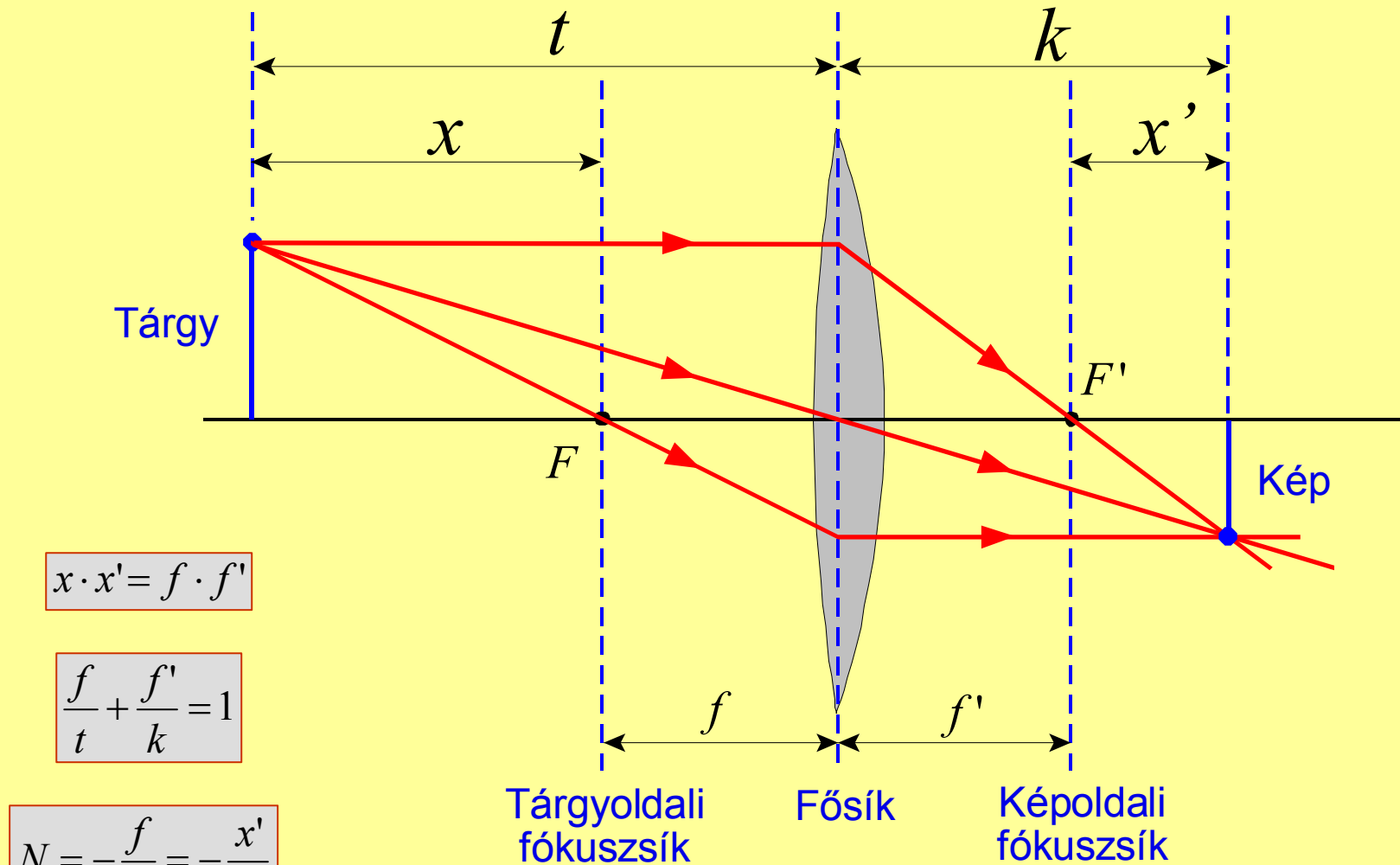
gyűjtő lencse



szóró lencse



Képszerkesztés nevezetes sugármenetekkel ($f = f'$ esetén)



$$x \cdot x' = f \cdot f'$$

$$\frac{f}{t} + \frac{f'}{k} = 1$$

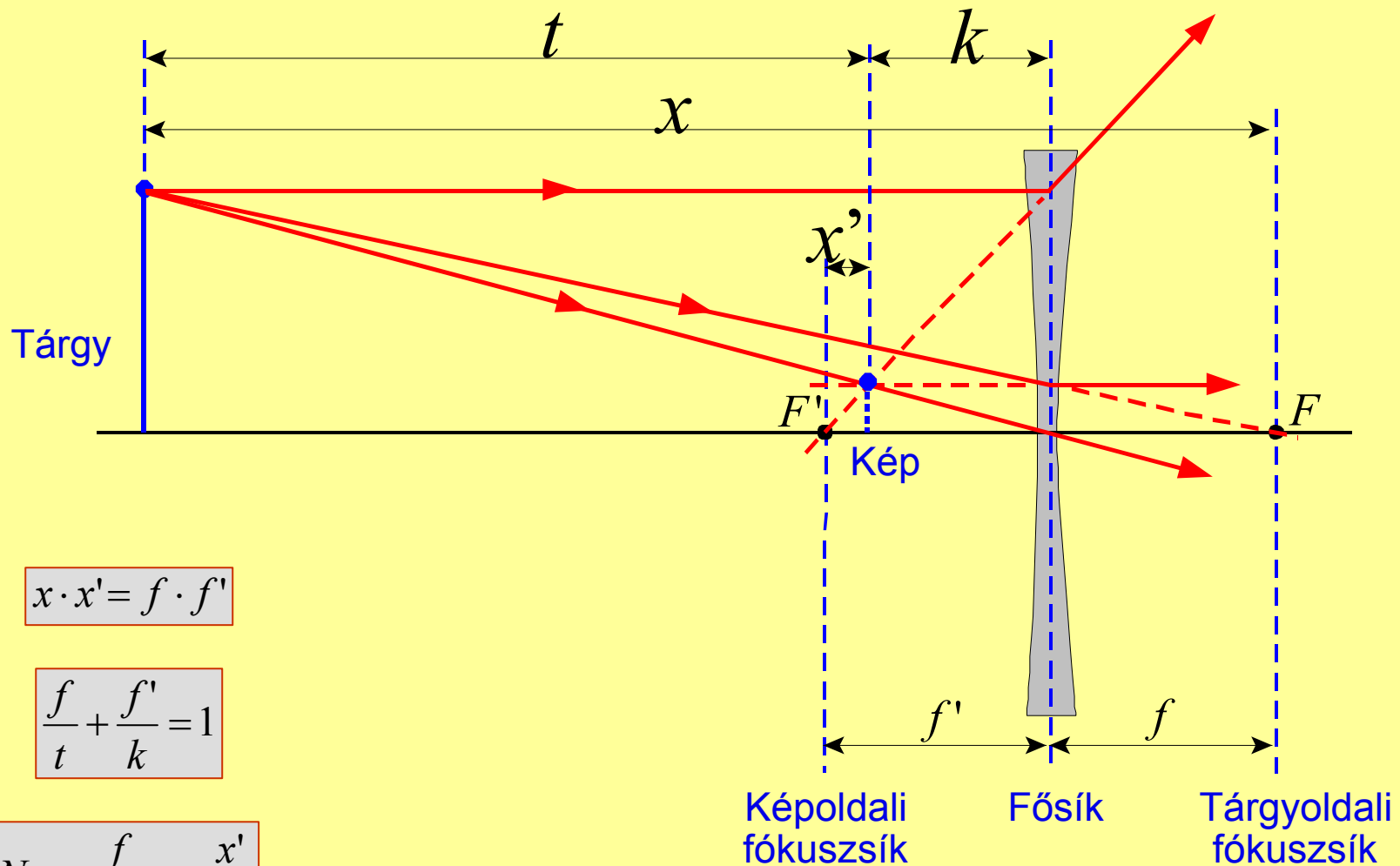
$$N = -\frac{f}{x} = -\frac{x'}{f'}$$

$$N = -\frac{n \cdot k}{n' \cdot t}$$

$f = f'$ esetén:

$$x \cdot x' = f^2, \quad \frac{1}{t} + \frac{1}{k} = \frac{1}{f}, \quad N = -\frac{k}{t} = -\frac{f}{x} = -\frac{x'}{f}$$

Képszerkesztés nevezetes sugármenetekkel ($f = f'$ esetén)



$$x \cdot x' = f \cdot f'$$

$$\frac{f}{t} + \frac{f'}{k} = 1$$

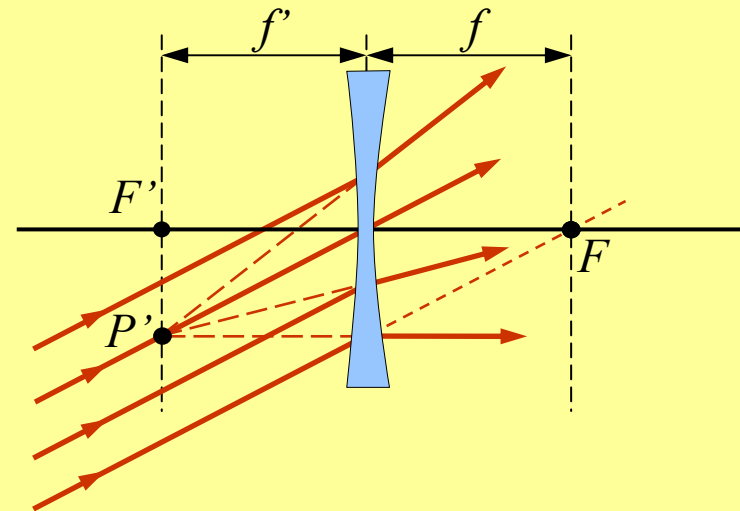
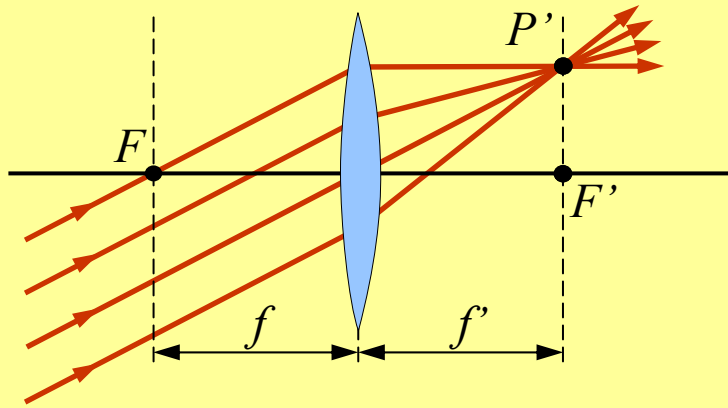
$$N = -\frac{f}{x} = -\frac{x'}{f'}$$

$$N = -\frac{n \cdot k}{n' \cdot t}$$

$f = f'$ esetén:

$$x \cdot x' = f^2, \quad \frac{1}{t} + \frac{1}{k} = \frac{1}{f}, \quad N = -\frac{k}{t} = -\frac{f}{x} = -\frac{x'}{f}$$

Nem főtengelyen lévő, végtelen távoli pont képe



Fókuszsíkbeli pont képe

- az előző sugármenetek megfordítása

