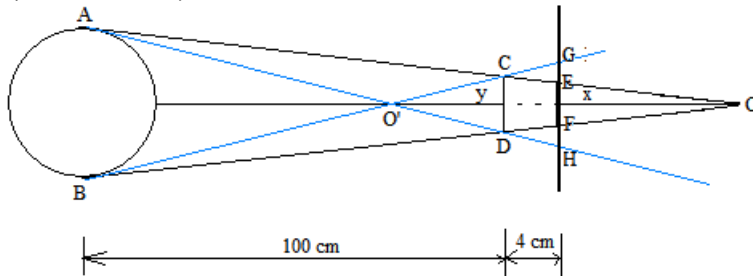


X. OPTIKA 1.

Fény visszaverődése és törése síkfelületen

X./2.



$$\frac{CD}{EF} = \frac{4+x}{x} = \frac{25}{6},$$

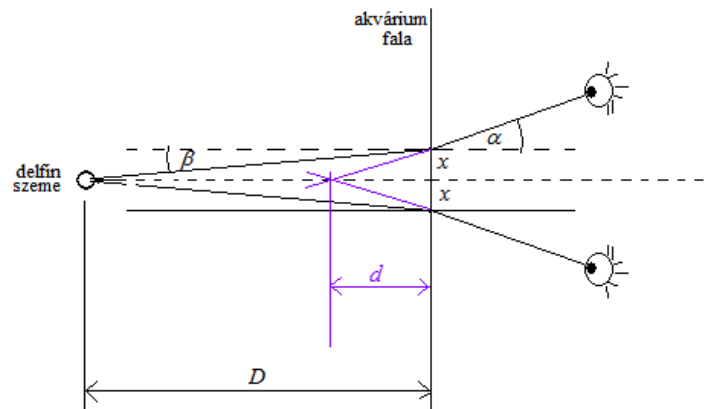
$$\text{így } EF = \frac{6}{25} 100 \text{ cm} = 2,4 \text{ cm}.$$

A teljes árnyékot körülveszi egy gyűrű alakú félárnyék, ennek a külső szélét a GH átmérőjű kör határolja:

Itt az ABO', CDO' és a GFO' háromszögek hasonlóságát használjuk fel: $y = \frac{100}{21}$, $GH = 1,84 \text{ cm}$.

X./10.

Tételezzük fel, hogy az akvárium falának vastagsága elhanyagolható a többi méret mellett, és készítsünk rajzot, amelyen a delfin szeméből kiinduló fénysugár a megfigyelő két szemébe érkezik:



A tárgyakat a szemünkbe jutó fény meghosszabbításában látjuk. Ezen az ábrán az akvárium falánál törik meg a fényt, ezért a szemünkbe jutó fény kézzel rajzolt meghosszabbításában látjuk a delfin szemét.

A számolásnál felhasználjuk, hogy az ember szemének távolsága a feladatban szereplő méretekhez képest kicsi, ezért a szögek is kicsik, $\sin \alpha \approx \tan \alpha$.

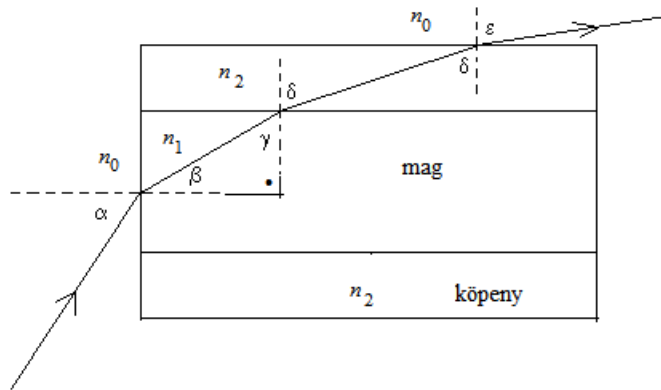
$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = n_{\text{víz}}, \quad \tan \beta = \frac{x}{D}, \quad \tan \alpha = \frac{x}{d} \quad \text{és} \quad \frac{\tan \alpha}{\tan \beta} = \frac{\frac{x}{d}}{\frac{x}{D}} = \frac{D}{d}, \quad \frac{\tan \alpha}{\tan \beta} \approx \frac{\sin \alpha}{\sin \beta},$$

$$\text{ebből } \frac{D}{d} \approx n_{\text{víz}}, \quad \text{innen } d \approx \frac{D}{n_{\text{víz}}} = \frac{1 \text{ m}}{\frac{4}{3}} = \frac{3}{4} \text{ m} = 0,75 \text{ m}.$$

A delfin szemét tehát az akvárium fala mögött 75 cm távolságban látjuk.

X./15.

A fény akkor nem jut át a számolás egyszerűsítése végett egyenesnek gondolt fényvezetőn, ha három törés után kilép a köpenyből. A jelöléseket használjuk az ábra szerint:



Írjuk fel a törés törvényét egymás után a három törésre:

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{n_1}{n_0}, \quad \frac{\sin \gamma}{\sin \delta} = \frac{n_2}{n_1}, \quad \frac{\sin \delta}{\sin \epsilon} = \frac{n_0}{n_2} \dots$$

Akkor nem lép ki fény a köpenyen keresztül, ha δ eléri a teljes visszaverődés határszögét, vagy annál nagyobb. A határszögnél $\epsilon = 90^\circ$, $\sin \delta_h = \frac{n_0}{n_2}$, a második törést leíró egyenletből a δ_h -hoz tartozó γ_{\min} -t számíthatjuk ki, a

feladat feltétele szerint a γ szög ennél nem lehet kisebb. Mivel a β és γ egy derékszögű háromszög két hegyes szöge, $\beta = 90^\circ - \gamma$, így $\beta_{\max} = 90^\circ - \gamma_{\min}$.

Ezeket felhasználva a következőt kapjuk:

$$\begin{aligned} \frac{\sin \alpha_{\max}}{\sin \beta_{\max}} &= \frac{n_1}{n_0}, \quad \sin \alpha_{\max} = \frac{n_1}{n_0} \sin \beta_{\max} = \frac{n_1}{n_0} \sin(90^\circ - \gamma_{\min}) = \frac{n_1}{n_0} \cos \gamma_{\min} = \frac{n_1}{n_0} \sqrt{1 - \sin^2 \gamma_{\min}} = \\ &= \frac{n_1}{n_0} \sqrt{1 - \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2 \sin^2 \delta_h} = \frac{n_1}{n_0} \sqrt{1 - \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2 \left(\frac{n_0}{n_2}\right)^2} = \frac{n_1}{n_0} \sqrt{1 - \left(\frac{n_0}{n_1}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{n_1}{n_0}\right)^2 - 1} = \sqrt{n_1^2 - 1}, \\ \sin \alpha_{\max} &= \sqrt{n_1^2 - 1}. \end{aligned}$$

Ha $n_1 \geq \sqrt{2} = 1,41$, akkor bármely beesési szög esetén áthalad a fényvezetőn a fény.

X.16.

Ha a prizma a fénysugár útja merőleges a prizma törőszögének szögfelezőjére, a fénysugár szimmetrikusan halad a prizma belsejében. Jelölje α és β a beesési és törési szögeket, φ a prizma törőszögét, valamint δ a nyaláb eltérítési szögét (mely jelen esetben a legkisebb eltérítési szög, ezért ezéntúl

δ_{\min} -nel jelöljük). Geometriai megfontolásokból $\beta = \frac{\varphi}{2}$ és

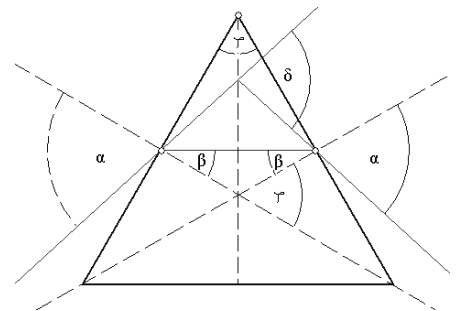
$$\delta_{\min} = 2(\alpha - \beta), \text{ ez utóbbiból } \alpha = \frac{\delta_{\min} + \varphi}{2}.$$

Írjuk fel a Snellius–Descartes-törvényt a prizma lapján végbemenő törésre (a megadott n törésmutató a prizma anyagának a prizmat körülvevő közegre vonatkoztatott relatív törésmutatója):

$$n = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{\sin \frac{\delta_{\min} + \varphi}{2}}{\sin \frac{\varphi}{2}}, \text{ amelyből a legkisebb eltérítés szöge } \delta_{\min} = 2 \arcsin \left(n \cdot \sin \frac{\varphi}{2} \right) - \varphi. \text{ A legkisebb}$$

eltérítés szöge a két különböző törőszögű prizma vonatkozóan:

$$\delta_{45^\circ} = 2 \arcsin \left(1,519 \cdot \sin \frac{45^\circ}{2} \right) - 45^\circ = 26,08^\circ \text{ és } \delta_{60^\circ} = 2 \arcsin \left(1,519 \cdot \sin \frac{60^\circ}{2} \right) - 60^\circ = 38,84^\circ.$$



X./17.

Az előző feladatból tudjuk, hogy a zöld fénysugár az eltérítés szöge $\delta_2 = \delta_{60^\circ} = 38,84^\circ$ lesz, és a háromszínű fénynyaláb $\alpha = \frac{\delta_{60^\circ} + \varphi}{2} = \frac{38,84^\circ + 60^\circ}{2} = 49,42^\circ$ -os szög alatt érkezik a prizma első törőfelületére.

A prizmaiban haladó fénysugár útja a kék sugár nem a szimmetrikus sugármenetet követi, az eltérítés szögének kiszámításához az alábbi jelöléseket vezetjük be. Az ábra alapján felírható, hogy $\delta = (\alpha - \beta) + (\varepsilon - \gamma)$ és $\varphi = \beta + \gamma$, amelyekből $\delta = \alpha + \varepsilon - \varphi$. Írjuk fel a Snellius–Descartes-törvényt az első törőfelületen bekövetkező törésre:

$$n_1 = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta}, \text{ amelyből}$$

$$\beta = \arcsin\left(\frac{\sin \alpha}{n_1}\right) = \arcsin\left(\frac{\sin 49,42^\circ}{1,530}\right) = 29,76^\circ.$$

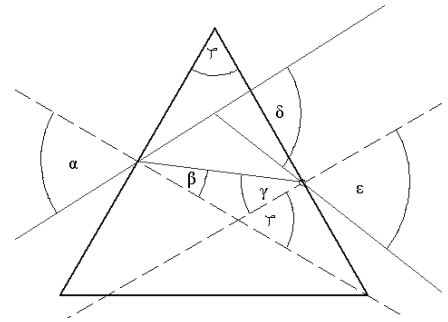
A $\varphi = \beta + \gamma$ összefüggésből $\gamma = \varphi - \beta = 60^\circ - 29,76^\circ = 30,24^\circ$ adódik. Most a második törőfelületre írjuk fel a Snellius–Descartes-törvényt: $n_1 = \frac{\sin \varepsilon}{\sin \gamma}$, ebből $\varepsilon = \arcsin(n_1 \cdot \sin \gamma) = \arcsin(1,530 \cdot \sin 30,24^\circ) = 50,40^\circ$.

Ezt az ábra alatt található összefüggésbe visszahelyettesítve:

$$\delta_1 = \alpha + \varepsilon - \varphi = 49,42^\circ + 50,40^\circ - 60^\circ = 39,82^\circ.$$

A vörös színű fénysugár a fenti gondolatmenetet követve $\beta = 30,11^\circ$, $\gamma = 29,89^\circ$ és $\varepsilon = 48,98^\circ$, ezekből $\delta_3 = 38,40^\circ$. A három eltérítési szögből a kilépő fénysugaraknak a középső, zöld színű nyalábbal bezárt szögük

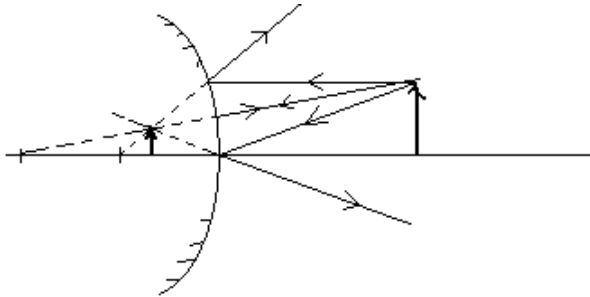
$$\phi_{\text{kék-zöld}} = \delta_1 - \delta_2 = 39,82^\circ - 38,84^\circ = 0,98^\circ \text{ és } \phi_{\text{vörös-zöld}} = \delta_3 - \delta_2 = 38,40^\circ - 38,84^\circ = -0,44^\circ.$$



XI. OPTIKA 2.

Gömbtükrök és gömbi vékony lencsék

XI./1.



$$f = -30 \text{ cm}, t = 60 \text{ cm}$$

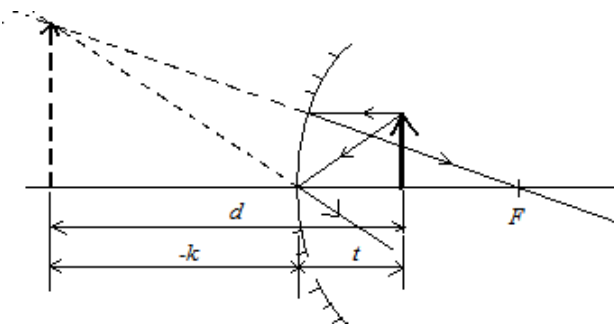
A tüköregyenletet használjuk fel:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{t} + \frac{1}{k}, \quad \frac{1}{k} = \frac{1}{f} - \frac{1}{t}, \quad k = \frac{t \cdot f}{t - f} = -20 \text{ cm}$$

$$N = -\frac{k}{t} = -\frac{-20 \text{ cm}}{60 \text{ cm}} = \frac{1}{3}.$$

XI./3.

A borotválkozó tükör használatánál egyenes állású képet nézünk, ez azt jelenti, hogy a kép látszólagos. Nagyított képet csak homorú tükörrel tudunk előállítani. Készítsünk erről egy vázlatot:



$$d = 25 \text{ cm}, N = 2$$

$$\text{Az ábra szerint: } d = -k + t$$

$$\text{A nagyításból: } N = -\frac{k}{t} = 2, \quad -k = 2t$$

$$\text{Vagyis: } d = 3t, \quad t = d/3, \quad -k = 2d/3.$$

Helyettesítsünk a tüköregyenletbe:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{t} + \frac{1}{k}, \quad \frac{1}{f} = \frac{3}{d} - \frac{3}{2d} = \frac{6-3}{2d} = \frac{3}{2d},$$

$$f = \frac{2d}{3} = \frac{50}{3} \text{ cm}.$$

XI./5.

$$r = 40 \text{ cm}, k = -60 \text{ cm}$$

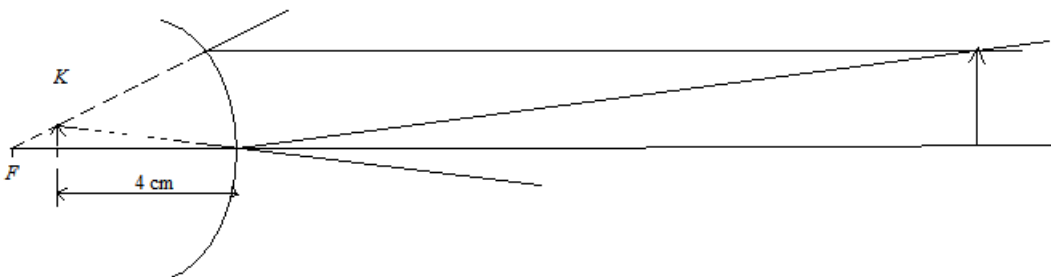
A fókusz távolság $f = r/2 = 20 \text{ cm}$. Használjuk fel a tüköregyenletet a tárgytávolság kiszámítására:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{t} + \frac{1}{k}, \quad \frac{1}{t} = \frac{1}{f} - \frac{1}{k}, \quad t = \frac{k \cdot f}{k - f} = \frac{(-60 \text{ cm}) \cdot 20 \text{ cm}}{-60 \text{ cm} - 20 \text{ cm}} = \frac{-1200}{-80} \text{ cm} = 15 \text{ cm}.$$

$$N = -\frac{k}{t} = -\frac{-60 \text{ cm}}{15 \text{ cm}} = 4.$$

XI./7.

A domború tükör látszólagos, egyenes állású képet hoz létre, a tükör mögött. Az $r = 10 \text{ cm}$ görbületi sugár miatt $f = -5 \text{ cm}$ és $k = -4 \text{ cm}$.



Számítsuk ki a tárgytávolságot:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{t} + \frac{1}{k}, \quad \frac{1}{t} = \frac{1}{f} - \frac{1}{k}, \quad t = \frac{k \cdot f}{k - f} = \frac{(-4 \text{ cm}) \cdot (-5 \text{ cm})}{-4 \text{ cm} - (-5 \text{ cm})} = \frac{20}{1} \text{ cm} = 20 \text{ cm}.$$

XI./9.

$f = 20 \text{ cm}$, $K_1 = 10 \text{ cm}$, $K_2 = 2,5 \text{ cm}$, $t_1 = k_2$ és $t_2 = k_1$.

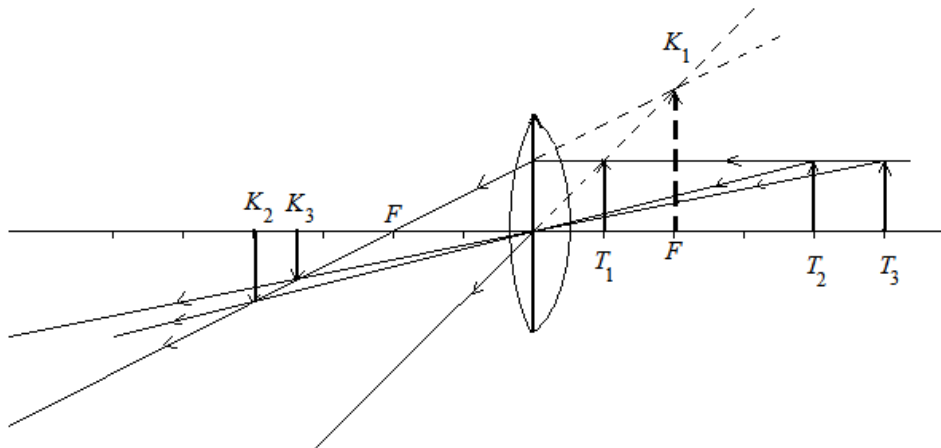
A nagyítás miatt: $\frac{K_1}{T} = \frac{k_1}{t_1}$, $\frac{K_2}{T} = \frac{k_2}{t_2} = \frac{t_1}{k_1}$. Innen $\frac{K_1}{T} \cdot \frac{K_2}{T} = \frac{k_1}{t_1} \cdot \frac{t_1}{k_1} = 1$, $T^2 = K_1 \cdot K_2 = 25 \text{ cm}^2$, $T = 5 \text{ cm}$.

Továbbá $\frac{k_1}{t_1} = \frac{K_1}{T} = \frac{5 \text{ cm}}{10 \text{ cm}} = 2$, $k_1 = 2t_1$.

A tüköregyenletből: $\frac{1}{f} = \frac{1}{t_1} + \frac{1}{k_1} = \frac{1}{t_1} + \frac{1}{2t_1} = \frac{3}{2t_1}$, innen $t_1 = \frac{3f}{2} = 30 \text{ cm}$, $k_1 = 60 \text{ cm}$.

XI./11.

A képszerkesztésnél kihasználtuk, hogy az optikai tengellyel párhuzamos sugár mindhárom tárgyhelyzethez felhasználható!



XI./13.

$t = 60 \text{ m}$, $T = 15 \text{ m}$, $K = 2 \text{ mm}$.

Az adatokból kiszámíthatjuk a képtávolságot: $\frac{k}{t} = \frac{K}{T}$, $k = t \frac{K}{T} = 60 \text{ m} \cdot \frac{2 \cdot 10^{-3} \text{ m}}{15 \text{ m}} = 8 \cdot 10^{-3} \text{ m} = 8 \text{ mm}$.

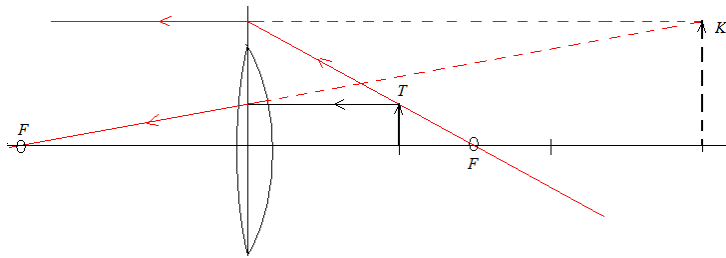
A lencseegyenletet felhasználva: $\frac{1}{f} = \frac{1}{t} + \frac{1}{k} = \frac{1}{60 \text{ m}} + \frac{1}{8 \cdot 10^{-3} \text{ m}} = \frac{60,008}{0,48} \frac{1}{\text{m}}$, $f \approx 8 \text{ mm}$. Ez abból a tényből is

megbecsülhető, hogy az $\frac{1}{60 \text{ m}}$ elhanyagolható az $\frac{1}{8 \cdot 10^{-3} \text{ m}}$ mellett.

XI./15.

$f = 1/D = 1/4 \text{ m} = 25 \text{ cm}$, $N = 3$ (látszólagos a kép).

Szerkesztéssel is megoldhatjuk a feladatot. Rajzoljuk le a lencsét, és mellé a tárgyat. Az önkényesen kijelölt tárgytávolság háromszorosára (ugyanarra az oldalra) rajzoljuk a háromszoros méretű egyenes állású képet. Felhasználva, hogy a képpontban a valóságos sugarak meghosszabbításai metszik egymást, megrajzolhatjuk a tárgy- és képpontok felhasználásával a pirossal berajzolt nevezetes sugarakat, melyek az optikai tengelyből kimetszik a fókuszpontokat.

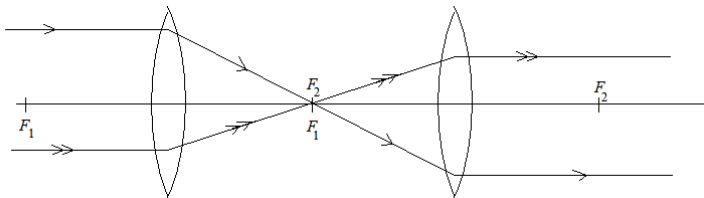


Számítással pontosabb értékeket kapunk:

$$k = -3t, \quad \frac{1}{f} = \frac{1}{t} - \frac{1}{3t} = \frac{2}{3t}, \quad t = \frac{2}{3}f = 16,7 \text{ cm}, \quad k = -50 \text{ cm}.$$

XI./17.

Az első lencséről úgy haladnak tovább a sugarak, hogy egy ponton, a fókuszponton átmennek. Vagyis a következő lencsére érkező sugarakat úgy tekinthetjük, mintha azok egyetlen pontból (az első lencse fókuszából indulnának). Egy pontból kiinduló sugarakat egy gyűjtőlencse akkor tesz párhuzamossá, ha a pontszerű forrás egybe esik a második lencse fókuszpontjával. Akkor lesz az elrendezés megfelelő, ha a két lencse egymás felőli fókuszpontja egybeesik.

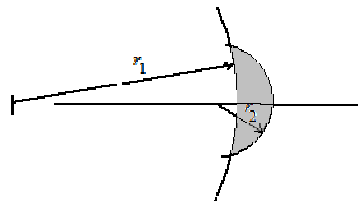


XI./19.

$$f = 50 \text{ cm}, r_1 = -80 \text{ cm}, n = 1,522$$

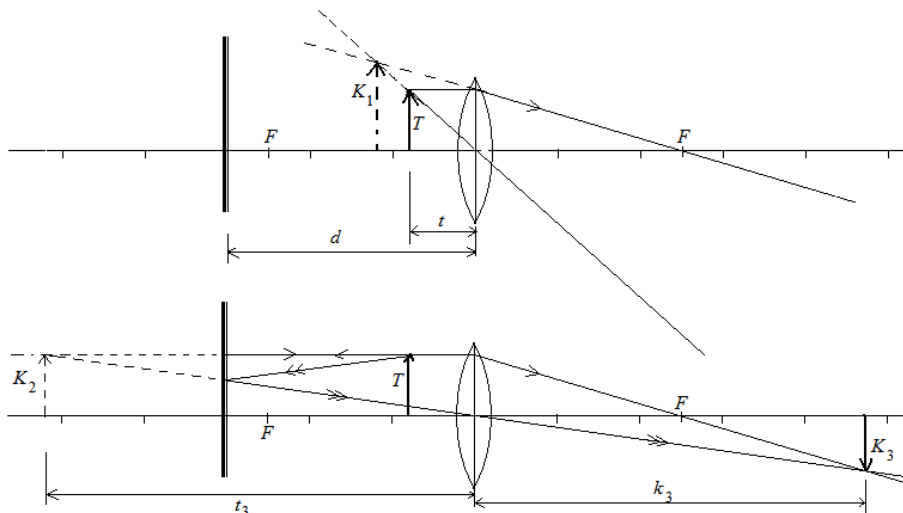
$$\frac{1}{f} = (n-1) \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right), \quad \frac{1}{f(n-1)} - \frac{1}{r_1} = \frac{1}{r_2},$$

$$r_2 = \frac{f(n-1)r_1}{r_1 - f(n-1)} = \frac{50 \text{ cm} \cdot 0,522 \cdot (-80 \text{ cm})}{-80 \text{ cm} - 50 \text{ cm} \cdot 0,522} = 19,68 \text{ cm}.$$



XI./21.

$$f = 25 \text{ cm}, d = 30 \text{ cm}, t = (30 - 22) \text{ cm} = 8 \text{ cm}.$$



Az első ábrán az a kép látható, amely úgy keletkezik, hogy a fénysugarak nem érintik a síktükört:

$$k_1 = \frac{t \cdot f}{t - f} = \frac{8 \text{ cm} \cdot 25 \text{ cm}}{8 \text{ cm} - 25 \text{ cm}} = -11,76 \text{ cm}. \text{ Ez látszólagos kép, ernyőn nem fogható fel, nagysága } K_1 = \frac{k_1}{t} T = -1,47T.$$

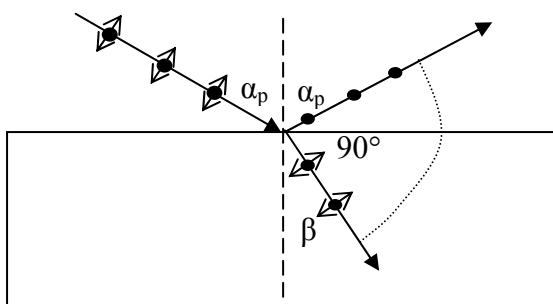
Az alsó ábrán, a fénysugarak először a síktükörre esnek, ott visszaverődnek (keletkezik egy látszólagos kép a tükör mögött K_2), majd a visszaverődő sugarak úgy haladnak, mintha a K_2 valóságos forrásuk lenne, ezután áthaladnak a lencsén, és létrehozzák a K_3 valódi, ernyőn felfogható képet k_3 távolságban:

A K_2 kép lencsétől való távolsága $t_3 = 22 \text{ cm} + 30 \text{ cm} = 52 \text{ cm}$, a képtávolság $k_3 = \frac{t_3 \cdot f}{t_3 - f} = 48,15 \text{ cm}$. A harmadik kép

nagysága $K_3 = \frac{k_3}{t_3} |T_2| = 0,93T$.

XII. OPTIKA 3.

XII./1.



Ha a beesési szög egyenlő a polarizáció szögével, akkor a visszavert fény lineárisan poláros lesz (Brewster törvénye), a polarizáció, azaz az elektromos térerősség merőleges lesz a beesési síkra, és a visszavert és a megtört fénysugár egymásra merőleges ebben az esetben: a polarizáció szöge:

$$\frac{\sin \alpha_p}{\sin \beta} = n \text{ és } \alpha_p + \beta = 90^\circ \text{ felhasználásával,}$$

$$\alpha_p = 56,3^\circ.$$

XII./2.

A víz esetén a polarizáció szögére: $\tan \alpha_p = n$ összefüggésből: $\alpha_p = 53,1^\circ$.

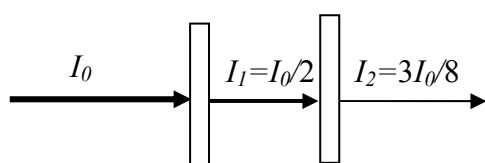
XII./5.

(a) Brewster-szög esetében a párhuzamos összetevő teljes egészében megtörik, így visszavert fénynyaláb egyáltalán nem lesz. (b) A fény egy része visszaverődik, a másik része megtörik. Mind a visszavert, mind a megtört fénysugár a beesési síkra merőlegesen polarizált lesz.

XII./6.

A polarizátoron a természetes fényből a polarizátor rezgésirányával párhuzamos elektromos térerősség-komponens jut át. Ez az összes lehetséges, azonos valószínűséggel előforduló térerősség adott irányra eső vetülete.

Belátható, hogy a természetes fényből, a polarizátoron áthaladó fény intenzitása felére csökken. Ha a két szűrő szögét φ jelöli:



$$I_2 = I_1 \cos^2 \varphi, \quad \cos^2 \varphi = \frac{I_2}{I_1} = \frac{\frac{3}{8}}{\frac{1}{2}} = \frac{3}{4}, \quad \cos \varphi = \frac{\sqrt{3}}{2}, \quad \varphi = 30^\circ. \text{ A}$$

polarizációs szűrők egymással 30° -os szöget zárnak be.

XIII. A DEFORMÁLHATÓ TESEK FIZIKÁJA I.

Szilárd testek rugalmassága

XIII./1.

Ha egy függőleges helyzetű huzalra egy súlyt függesztünk, akkor a huzal úgy fog viselkedni, mint egy rugó. Fejezzük ki a rugóállandót a huzal méreteivel és az anyagának Young modulusával! A megnyúlásra vonatkozó összefüggésből fejezzük ki az erőt: $F = \frac{Eq}{l} \Delta l$, és hasonlítsuk össze a rugóra vonatkozó erőtvénnyel, amely szokásos alakja: $F = -D\Delta l$. Ebből látszik, hogy $D = \frac{Eq}{l}$.

XIII./2.

$$\Delta l_2 = 0,05 \text{ mm}$$

XIII./3.

A négy függesztő drótban ébredő többleterő összesen egyenlő a nehézségi erővel, ezért egy-egy drót megnyúlása:

$$\Delta l = \frac{1}{E} \frac{F}{q} l = \frac{1}{E} \frac{mh}{4q} l = \frac{1}{E} \frac{mg}{d^2 \pi} l = 0,22 \text{ mm}.$$

XIII./4. A szövegben a réz kompressziómodulusa adott, amely a kompresszibilitás reciproka, azaz $\kappa = 7,2 \cdot 10^{-12} \frac{\text{m}^2}{\text{N}}$

$$p = 2,49 \cdot 10^9 \text{ Pa}$$

XIII./5.

$$d = 1,16 \text{ mm}$$

XIII./10.

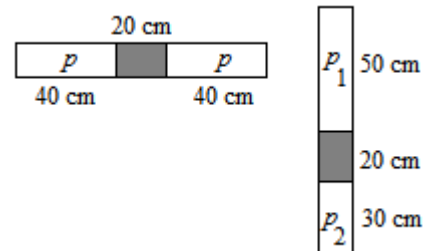
Jelöljük a keresett nyomás értékét p -vel, a gázoszlopok hosszát h_i -vel, és mindkét gázrészre írjuk fel a Boyle-Mariotte törvényt:

$$p \cdot h \cdot A = p_1 \cdot h_1 \cdot A, \text{ és } p \cdot h \cdot A = p_2 \cdot h_2 \cdot A.$$

$$\text{Innen: } \frac{p_1}{p} = \frac{4}{5} \text{ és } \frac{p_2}{p} = \frac{4}{3}.$$

Függőleges helyzetben a nyomásokra igaz az, hogy

$$p_2 = p_1 + \rho_{Hg} h_{Hg} g, \text{ ebből adódóan } p = 4,97 \cdot 10^4 \text{ Pa}.$$



XIII./11.

Tegyük fel, hogy a levegő normálállapotú a felszínen: $\rho_0 = 1,29 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$, $p_0 = 1,013 \cdot 10^5 \text{ Pa}$. A barometrikus

magasságformula segítségével: $\rho = \rho_0 e^{-\frac{\rho_0 g h}{p_0}}$, ahonnan $h = 5,55 \text{ km}$.

XIV. A DEFORMÁLHATÓ TESEK FIZIKÁJA II.

Folyadékok és gázok sztatikája

XIV./1.

A munkahenger egyensúlyának az a feltétele, hogy a túlnyomásból származó erő egyenlő legyen a megemelő tárgy súlyával:

$$mg \leq p_{\max} q_{\text{munka}}, m \leq \frac{p_{\max} q_{\text{munka}}}{g} = 3,07 \text{ t.}$$

XIV./2.

A test nyugalomban van, ezért a rá ható erők eredője nulla. A rugóban ébredő erő, a felhajtóerő felfelé mutat, míg a nehézségi erő lefelé mutató erő: $F_{\text{rugó}} + F_{\text{felh.}} - mg = 0$, ahol $F_{\text{rugó}} + F_{\text{felh.}} = \frac{m}{\rho} \rho_{\text{víz}} g$. Innen

$$\rho = \frac{m \rho_{\text{víz}} g}{mg - F_{\text{rugó}}} = 1096 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}.$$

XIV./3.

Feltételezzük, hogy emberünk mindvégig jól egyensúlyoz, ezért a jég teljes egészében be tud merülni a vízbe úgy, hogy emberünk álló helyzetben marad és még a cipője sem merül a vízbe. Ennek feltétele:

$$mg + h A \rho_{\text{jég}} g \leq h A \rho_{\text{víz}} g, \text{ innen } A = 6,67 \text{ m}^2.$$

XIV./4.

A nyomások: $p_{\text{külső}} = 2,80 \cdot 10^4 \text{ kPa}$, $p_{\text{belső}} = 1,013 \cdot 10^5 \text{ kPa}$.

Az erő a két felületre ható erő eredője: $F_{\text{eredő}} = A(p_{\text{belső}} - p_{\text{külső}}) = 4,40 \text{ kN}$, ahol $A = 0,4 \text{ m}^2$.

XIV./5.

$p^* + h_1 \cdot \rho_1 \cdot g = p^* + h_2 \cdot \rho_2 \cdot g = p_0$, ahol $p_0 = 1,013 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ és p^* a cső belsejében maradt levegő nyomása.

$$\text{Innen} \quad \frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{h_2}{h_1}.$$

Felületi feszültség és kapillaritás

XIV./12.

Ki kell számítani az új csepp sugarát: $2V_1 = V_2$, $r_2 = r_1 \sqrt[3]{2}$. Ebből a felületi energia csökkenése:

$$\Delta E = \alpha \Delta A = \alpha(4r_2^2 \pi - 2 \cdot 4r_1^2 \pi) = -2,49 \cdot 10^{-7} \text{ J.}$$

XIV./13.

A kapillárisban a folyadékoszlop emelkedése: $h = \frac{2\alpha}{\rho r g}$, innen a sugár: $r = \frac{2\alpha}{\rho h g} = 2,48 \cdot 10^{-4} \text{ m} = 0,248 \text{ mm}$.

XV. A DEFORMÁLHATÓ TESEK FIZIKÁJA III.

Folyadékok és gázok áramlása: a kontinuitási egyenlet, a Bernoulli-féle egyenlet és alkalmazásai

XV./1.

A kontinuitási egyenlet szerint a $A \cdot v$ = állandó, ezért $A_1 v_1 = A_2 v_2$, vagyis $A^2 = 16 \text{ cm}^2$.

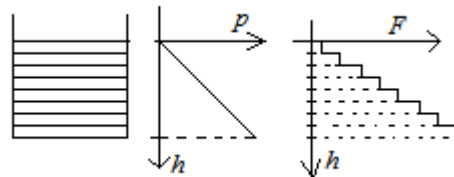
XV./2.

A zsilipre ható nyomás a vízszinttől mért távolsággal lineárisan nő. Osszuk fel a zsilipet azonos magasságú sávokra, az ezekre ható erő változását az ábrán láthatjuk. Természetesen ha a sávok számát növeljük, akkor ez a lépcsős függvény egyre jobban megközelíti a lineáris függvényt:

$$F_{\text{eredő}} = \frac{F_{\min} + F_{\max}}{2} \frac{h}{\Delta h} = \frac{0 + \rho g h (\Delta h d)}{2} \frac{h}{\Delta h} = \frac{\rho g h (h d)}{2} = 2759 \text{ N},$$

ahol d a zsilip szélessége. Az erő támadáspontja a csatorna fenekétől számítva a vízmagasság harmadoló pontjában, vízszintes irányban a fele távolságban van. (Itt számolás helyett próbáljunk analógiát keresni. Tekintsünk egy derékszögű háromszög keresztmetszetű, homogén anyagú hasábot, és vizsgáljuk meg hol található annak a tömegközéppontja, ott lesz a nehézségi erő támadáspontja.)

A kiáramlás sebességénél használjuk fel a Bernoulli-egyenletet, válasszuk az áramlási csövet úgy, hogy a felső vége a víz színén, az alsó vége a zsilip alatti nyílás legyen:



$$p_0 + \rho gh = p_0 + \frac{1}{2} \rho v^2 + \rho g \frac{h^*}{2}, \text{ innen } v = \sqrt{2g \left(h - \frac{h^*}{2} \right)} = 3,77 \frac{\text{m}}{\text{s}}. \text{ Vagyis a kiáramlás sebessége egyenlő azzal}$$

a sebességgel, amellyel h magasságból szabadeséssel érkezne a folyadék.

A zsilip alatt Δt idő alatt kiáramló folyadék tömege: $\Delta m = \Delta V \cdot \rho = (dh^* v \Delta t) \rho$. Az ennek megfelelő impulzusváltozás: $\Delta I = \Delta m \cdot v = (dh^* v \Delta t) \rho v$. Ez csak akkor lehetséges, ha a többi, a zsilipet nyomó víz

$F = \frac{\Delta I}{\Delta t} = dh^* v^2 \rho = 711 \text{ N}$ erővel hat a kiáramló vízre, azaz ennyivel csökkenni fog a zsilipre ható erő, és ekkor a zsilipre 2048 N erő fog hatni.

Réteges áramlások. A Poiseuille és a Stokes-féle törvény

XV./5.

A golyó lefelé fog mozogni, és amikor eléri az állandósult sebességét, akkor $m_1 g = F_{ell,1} + F_{felh,1}$. A buborék pedig felfelé fog mozogni, mozgására felírhatjuk, hogy $m_2 g + F_{ell,2} = F_{felh,2}$.

Átalakítások után: $v_g = \frac{2r_1^2 (\rho_1 - \rho_f) g}{9\eta}$, $v_b = \frac{2r_2^2 (\rho_f - \rho_2) g}{9\eta}$, innen a sebességek nagyságának hányadosa:

$$\frac{v_g}{v_b} = \frac{r_1^2 (\rho_1 - \rho_f)}{r_2^2 (\rho_f - \rho_2)} = 15,5.$$

XV./6.

Az előző feladat megoldásában láttuk, hogy a gömb alakúnak feltételezett részecske állandósult sebessége

$$v_{szén} = \frac{2r^2 (\rho_{szén} - \rho_{levegő}) g}{9\eta} \approx \frac{2r^2 \rho_{szén} g}{9\eta} = 5,01 \frac{\text{cm}}{\text{s}}. \text{ A } 2 \text{ m magasságot így kb. } 40 \text{ s alatt teszi meg.}$$

XV./7.

A csövön egységnyi idő alatt kifolyó folyadék mennyisége (Hagen–Poiseuille törvénye szerint) $I \sim \frac{\Delta p}{l} r^4$.

A nyomáskülönbségről feltehetjük, hogy állandó (számottevően nem csökken a bődönben a méz magassága), így

$$\text{a töltéshez szükséges idők arányát a cső geometriai adatai határozzák meg: } \frac{t_1}{t_2} = \frac{r_1^4}{l_1} \frac{l_2}{r_2^4} = \frac{(2r_2)^4}{4l_2} \frac{l_2}{r_2^4} = \frac{8}{4} = 2.$$