

Fizika mérnök informatikusoknak 1. FBNxE-1

Mechanika 7. előadás

Dr. Geretovszky Zsolt

2010. október 20.

Ismétlés

Centrifugális és Coriolis erő (a Föld mint forgó von. rendszer)

Fluidumok mechanikája

- folyadékok szabad felszíne
- Pascal törvény
- hidrosztatikai nyomás
- Archimédész törvénye
- molekuláris erők folyadékokban
 - felületi feszültség
 - kapillaritás
- aerosztatika
 - Torricelli kísérlet
 - légnyomás

Gázok nyomása

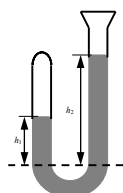


Robert BOYLE

Boyle-Mariotte törvény: Adott hőmérsékletű és tömegű gáz térfogatának és nyomásának szorzata állandó.



Edme MARIOTTE



$$pV = \text{áll.} \quad (\text{Film: gázok nyomása, FILM: 700/148})$$

(Film: a légnyomás mérése a Fújin,

FILM: A légnyomás függ a tengerszint feletti magasságtól)

Barometrikus magasságképlet:

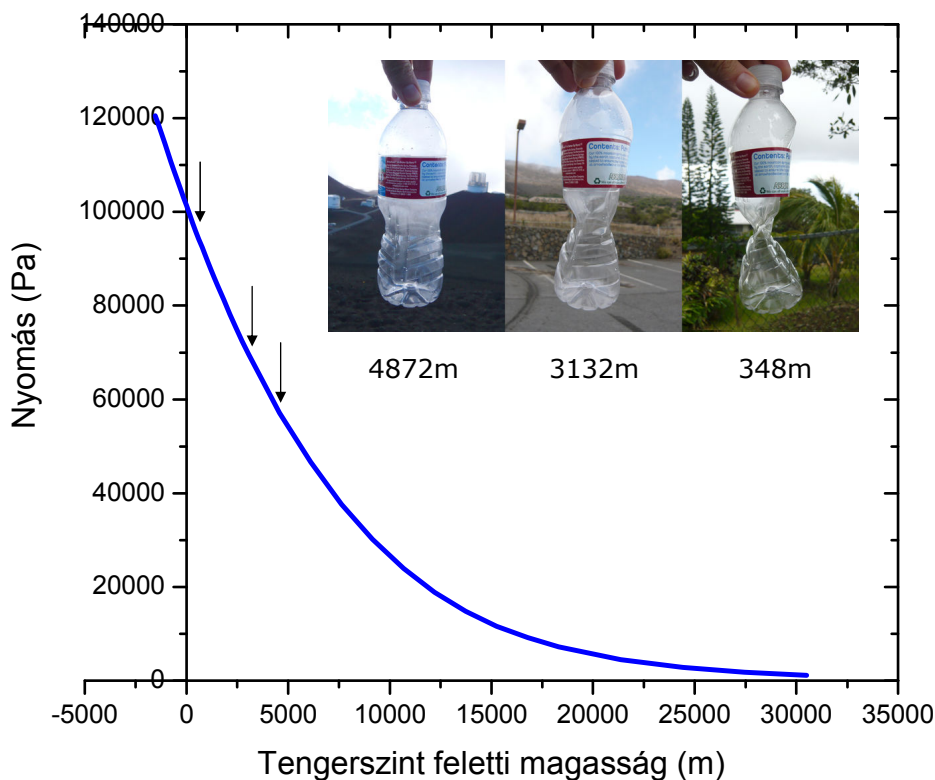
$$p(h) = p_0 e^{-\frac{\rho_0 g h}{p_0}}$$

$$\rho(h) = \rho_0 e^{-\frac{\rho_0 g h}{p_0}}$$

h : a tengerszint feletti magasság
 p_0 és ρ_0 : a levegő nyomása és sűrűsége a tengerszinten

$$p_0 = 101325 \text{ Pa}$$

$$\rho_0 = 1.293 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$



(Kísérlet: Behn-féle cső

FILM: 700/150)

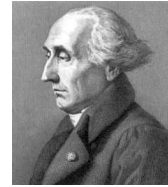
kémény huzat

Áramlástan

Pályavonalak

Egy kiválasztott részecske mozgásának pályája.

Az áramlási tér leírása: $\rho(\mathbf{r}, t)$, $p(\mathbf{r}, t)$, $\mathbf{v}(\mathbf{r}, t)$



Joseph-Louis LAGRANGE
1736-1813



Leonhard Paul EULER
1707-1783

a sebességtér Lagrange-féle, ill. Euler-féle leírása

A geometria tér minden egyes pontjához minden pillanatban az éppen ott tartózkodó részecske sebességét rendeljük hozzá.

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{\partial\vec{v}}{\partial t} + \frac{\partial\vec{v}}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial\vec{v}}{\partial y} \frac{dy}{dt} + \frac{\partial\vec{v}}{\partial z} \frac{dz}{dt} = \frac{\partial\vec{v}}{\partial t} + v_x \frac{\partial\vec{v}}{\partial x} + v_y \frac{\partial\vec{v}}{\partial y} + v_z \frac{\partial\vec{v}}{\partial z}$$

$dx = v_x dt, \quad dy = v_y dt, \quad dz = v_z dt$

lokális gyorsulás

Amennyiben a tér szomszédos pontjaiban a sebesség változik, akkor a részecske átjutása csak gyorsulás révén történhet.

Az áramlások csoportosítása:

összenyomhatatlan folyadék

$\rho = \text{állandó}$

belső súrlódás tekintetében

- ideális, vagy súrlódásmentes
örvénymentes, örvényes
- súrlódó

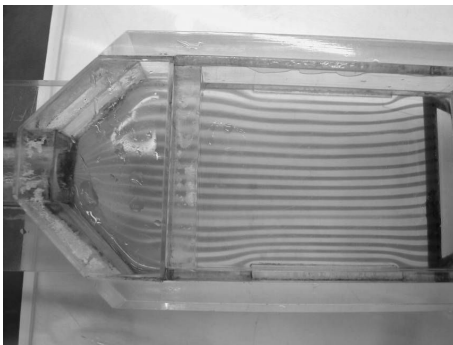
időfüggés szerint

- réteges, turbulens
- stacionárius áramlások
- időben változó áramlások

Áramlástan

Áramvonalak és szemléltetésük

A tér minden egyes pontjában a sebesség az áramvonal érintőjének irányába mutat, nagyságát pedig a felületegységre jutó áramvonalak száma adja meg.



Robert Wichard POHL
1884-1976

(Pohl-féle „áramvonalkészülék”)

Valójában a részecskék pályagörbéit tesszük láthatóvá, melyek csak stacionárius áramlás esetén esnek egybe az áramvonalakkal.

Az áramvonalak a nulla sebességű pontok kivételével nem metszhetik egymást.

Áramlási cső: kicsiny területet határoló zárt görbe pontjaiból indított áramvonalak által határolt térrész → a cső falán nem lép át fluidum (áramfonál: az áramlási csőben lévő fluidum)

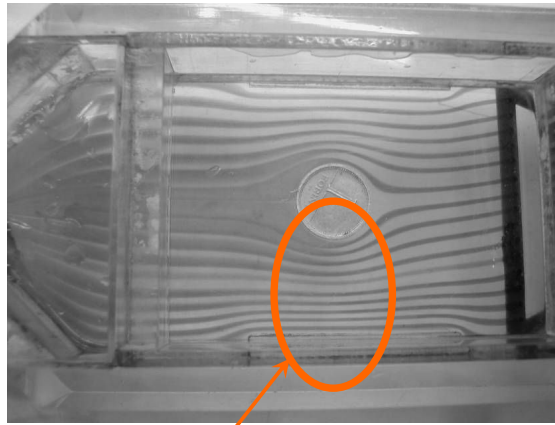
A gázok áramlástanai szempontból általában a folyadékokhoz hasonlóan összenyomhatatlan közegként viselkednek!

A kontinuitási egyenlet

Az anyagmegmaradást fejezi ki:

$$\rho Av = \text{állandó}$$

összenyomhatatlan esetben: $Av = \text{állandó}$



a beszűkült keresztmetszetenél az áramvonalssűrűség és az áramlási sebesség nagyobb

pl. a folyók sodrása nagyobb a beszűkült szakaszokon, érszűkület

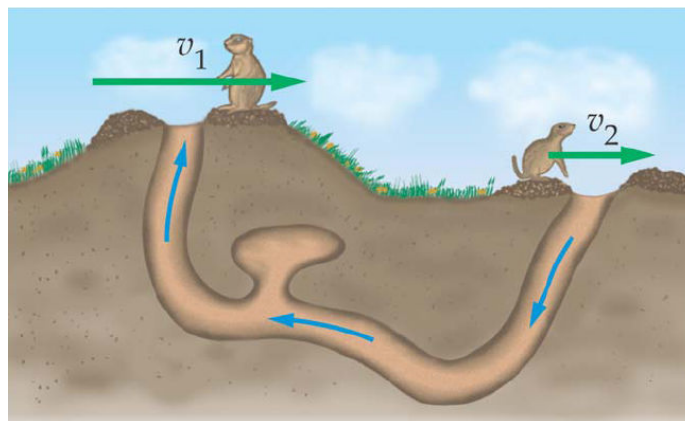
Bernoulli-törvény

Összenyomhatatlan, surlódásmentes (ún. ideális) folyadék stacionárius áramlásának kis áramlási csövére fennáll, hogy

$$p + \frac{1}{2} \rho v^2 + \rho gh = \text{állandó}$$



Daniel BERNOULLI
1700 – 1782



a mechanikai energia megmaradását fejezi ki

(Filmek: 1) változó keresztmetszetű cső

FILM: 700/177-178

2) ping-pong labda tölcsérben

FILM: 700/183

A Bernoulli-törvény levezetése

A folyadék

összenyomhatatlan $\rightarrow \rho = \text{áll.}$

surlódásmentes \rightarrow mechanikai energia megmarad

áramlása stacionárius \rightarrow a kontinuitási egyenlet érvényes $\rightarrow Av = \text{állandó}$

Írjuk fel a mechanikai energia megmaradásának tételét egy kicsiny áramlási csőre, melynek keresztmetszetein a sebesség állandónak tekinthető:

$$\Delta W = \Delta E_{\text{mechanikai}} = \Delta E_{\text{kin}} + \Delta E_{\text{pot}}$$

$$\Delta E_{\text{kin}} = \frac{1}{2} \rho v_2 \Delta t A_2 v_2^2 - \frac{1}{2} \rho v_1 \Delta t A_1 v_1^2 \quad \Delta E_{\text{pot}} = \rho v_2 \Delta t A_2 g h_2 - \rho v_1 \Delta t A_1 g h_1$$

$$\Delta W = \underbrace{F_1 \cdot s_1}_{p_1 A_1 v_1 \Delta t} - p_2 A_2 v_2 \Delta t \quad p_1 A_1 \text{ munkája} + p_2 A_2 \text{ munkája} -$$

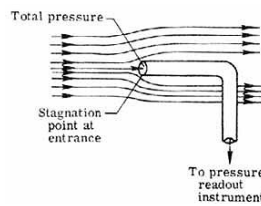
$$p_1 A_1 v_1 \Delta t - p_2 A_2 v_2 \Delta t = \frac{1}{2} \rho v_2 \Delta t A_2 v_2^2 - \frac{1}{2} \rho v_1 \Delta t A_1 v_1^2 + \rho v_2 \Delta t A_2 g h_2 - \rho v_1 \Delta t A_1 g h_1$$



rendezés és egyszerűsítések után

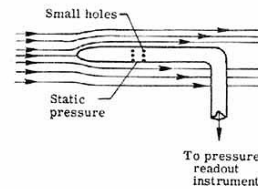
$$p + \frac{1}{2} \rho v^2 + \rho g h = \text{állandó}$$

A Bernoulli-törvény alkalmazásai



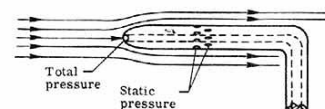
Pitot-cső (teljes nyomás)

$$p_0$$



Venturi-cső (sztatikai nyomás)

$$p$$



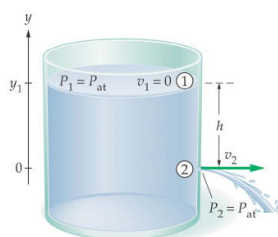
$\frac{1}{2} \rho v^2$ Pitot- vagy Prandtl-cső (torlónyomás)

Outer tube communicates static pressure to readout instrument
Middle tube communicates total pressure to readout instrument

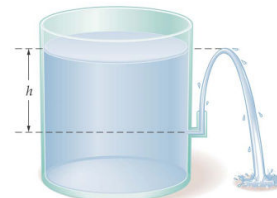
$$p + \frac{1}{2} \rho v^2 = p_0$$

(Film: 700/184)

Toricelli törvény



$$v_2 = \sqrt{2gh}$$



$V < A_2 v_2 t$ sugárkontrakció!

folyadékpermetező, vízlégszivattyú, Bunsen-égő ...

(Filmek: 700/180

700/179)

Források és nyelők

Az áramvonalak vagy zárt görbét alkotnak, vagy forrásból indulnak és nyelőben végződnek.

A forrást jellemzi a Q **forrásereőség**:

$$Q = \frac{\Delta V}{\Delta t}$$

a folyadék térfogatának
változási gyorsasága

forrás $Q > 0$
nyelő $Q < 0$

Pontszerű forrás gömbszimmetrikus áramlási teret hoz létre:

s amennyiben a fluidum összenyomhatatlan

az áramlás sebessége
$$\mathbf{v}(r) = \frac{Q}{4r^2\pi} \frac{\mathbf{r}}{r}$$

Örvényes áramlások

Akkor jön létre, ha a fluidum valamely része haladó mozgása mellett forgómozgást is végez (ω).

Örvénytér, örvényvonal (a sebességtér és az áramvonal analógiái)

Homogén örvénytér (edénnyel együttforgó folyadék), záródó örvényvonalak (füstkarikák)

Cirkuláció:

$$\Gamma = \oint \mathbf{v}_s \cdot d\mathbf{s}$$

Egy áramlási tér valamely tartománya akkor és csak akkor örvénymentes, ha a tartományban felvett bármely zárt görbe mentén a cirkuláció nulla.

Kármán-féle örvénysor



KÁRMÁN Tódor
1881 - 1963

zászló lobogása, kifeszített zsinórok „búgása”

Surlódó, viszkózus folyadék

d’Alambert: surlódásmentes, összenyomhatatlan folyadékban mozgó testre nem hatnak a folyadék mozgásából származó erők. („paradoxon”)

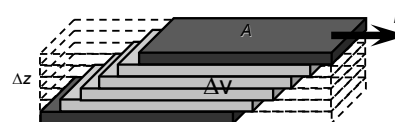
Tapadási feltétel: a fallal érintkező részecskék falhoz képesti relatív sebessége zérus.

Newton-féle viszkozitási törvény:

(Film: *belső surlódás kártyacsomag*,
FILM: 700/164)

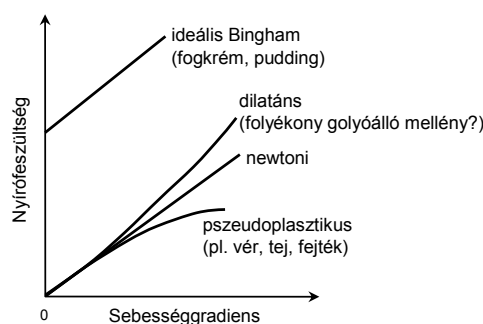
$$F = \eta A \frac{dv}{dz}$$

$$\frac{F}{A} = \sigma_{nyíró} = \eta \frac{dv}{dz}$$



η viszkozitási együttható, vagy dinamikai viszkozitás

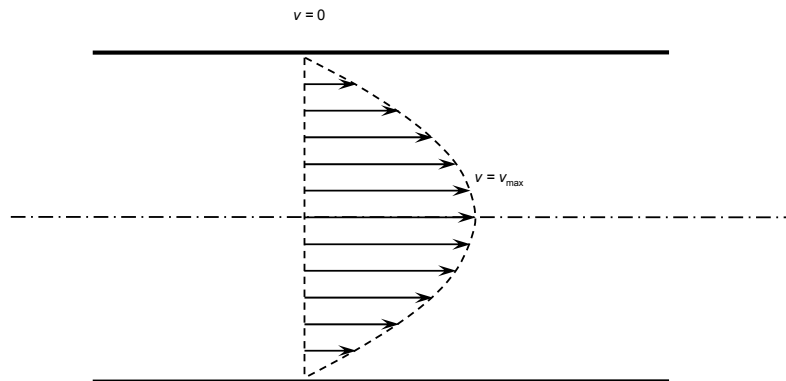
erősen függ T-től
és függhet a nyírófeszültségtől is!



$\frac{\eta}{\rho}$: kinematikai viszkozitás

Parabolikus sebességprofil

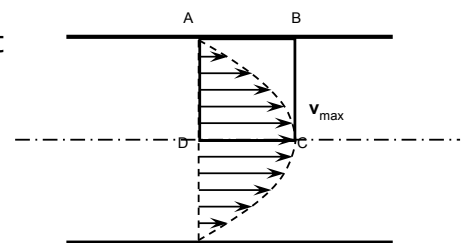
A hengeres csőben áramló viszkózus folyadékban olyan hengerszimmetrikus sebességeloszlás alakul ki, amelyben a sebesség a tengely mentén maximális, a tengelytől kifelé haladva a sugár négyzetével csökken.



Figyelem!

A parabolikus sebességprofillal leírt áramlási tér örvényes, hisz:

$$\Gamma = \oint v_s ds > 0$$



Hagen-Poiseuille-törvény

Egy cső keresztmetszetén időegység alatt átáramló folyadék mennyisége:



Gotthilf Heinrich Ludwig HAGEN
1797-1884

$$Q = \frac{\Delta p \pi}{8l\eta} R^4$$

Δp : nyomásesés

l : a cső hossza

$\frac{\Delta p}{l}$: nyomásgradiens

R : a cső sugara



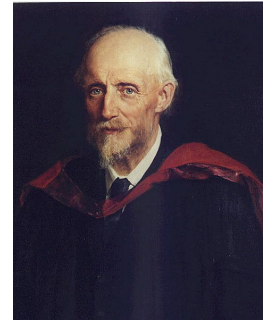
Jean-Louis Marie POISEUILLE
1799-1869

Reynolds-szám

Az áramlásban legalapvetőbb dimenzió nélküli jellemzője:

$$Re = \frac{\rho v L}{\eta}$$

L : jellemző lineáris méret,
pl. csőszugár

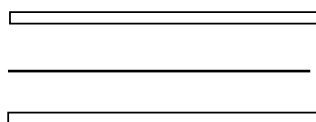
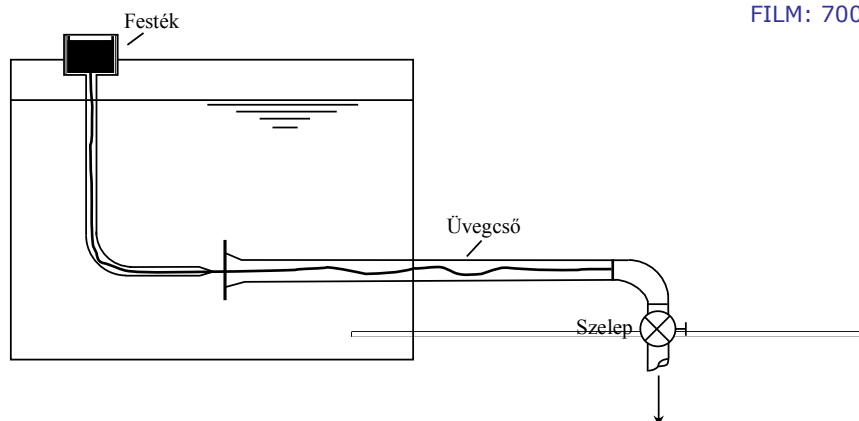


Osborne REYNOLDS
1842 –1912

Hidrodinamikai hasonlóság: két áramlási tér hidrodinamikailag hasonló, ha a geometriai hasonlóság mellett a Reynolds számaik is megegyeznek.

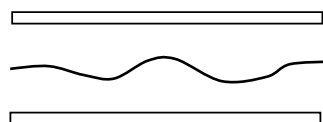
Reynolds berendezése

(Film: *áramlások*,
FILM: 700/165)



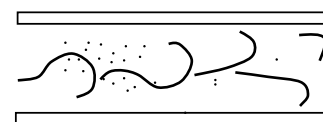
Lamináris

$Re < 1000$



Átmeneti

$1000 < Re < 2000$



Turbulens

$2000 < Re$

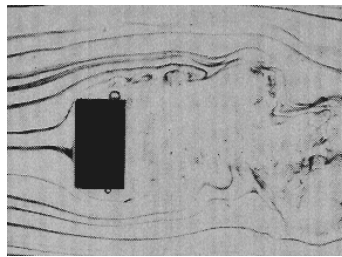
Lamináris, turbulens áramlás

Lamináris: stacionárius áramlás szabályos áramvonalakkal

$$Re < \text{néhány} \quad 10$$

Turbulens: időben rendszertelenül változó áramlás, felismerhetetlen áramvonalak

$$Re > \text{néhány} \quad 1000$$



(Film: áramlási kép különféle testek mögött,
FILM: 700/175)

Közegellenállás

gömb alakú testekre

kis sebességeknél

nagy sebességeknél

lineáris (Stokes-féle) közegellenállás

$$F = 6\pi\eta Rv$$

R : a közeghez viszonyítva mozgó golyó sugara
 v : a golyó közeghez viszonyított sebessége
 η : viszkozitási együttható

lamináris
a belső surlódásból származik








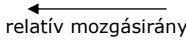
négyzetes ellenállási törvény

$$F = c_e \frac{1}{2} \rho A v^2$$

ρ : a közeg sűrűsége
 A : a test homloklületének nagysága
 v : a test közeghez viszonyított sebessége

turbulens
az örvényektől származik

A c_e közegellenállási együttható

Gömb		0,47
Gömbhéj (domború)		0,4
Gömbhéj (homorú)		1,4
Kúp		0,5
Kocka		1,05
Kocka (elforgatva)		0,81
Áramvonalas test	 	0,04

(Kísérlet: aerodinamikai ellenállás szemléltetése koronggal, gömbbel, cseppalakkal)