

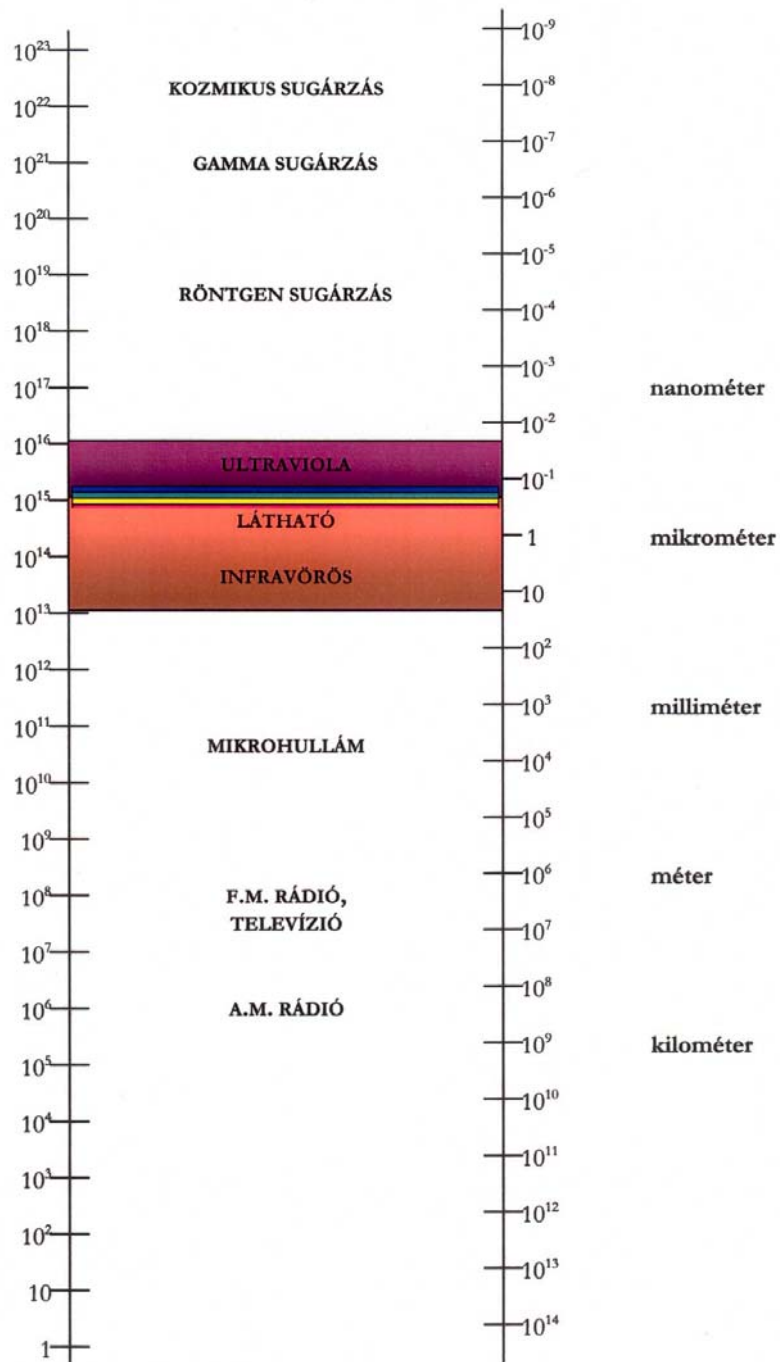
Optika

Szabó Gábor

egyetemi tanár, SZTE Optikai Tanszék

FREKVENCIA (Hz)

HULLÁMHOSSZ (mikron)

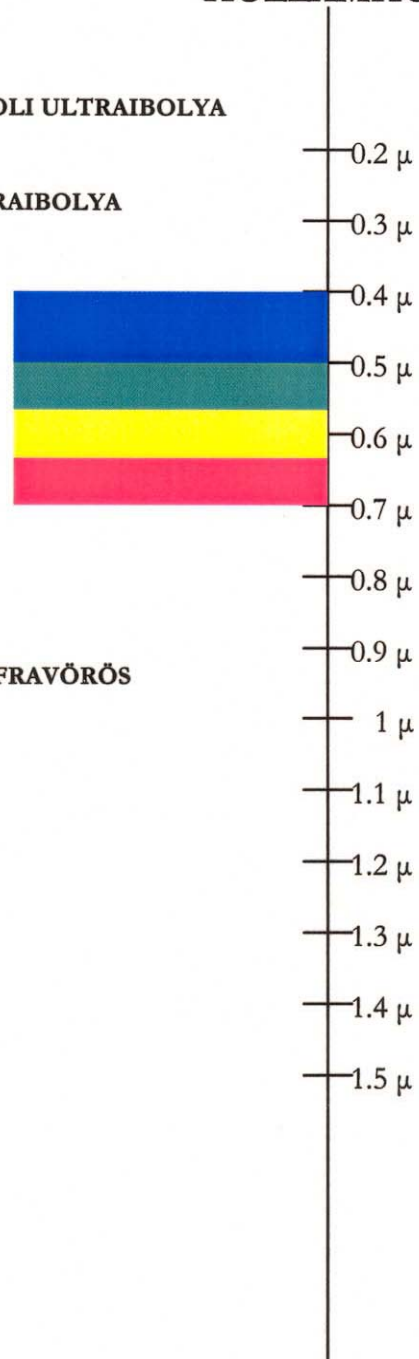


HULLÁMHOSSZ (MIKRON)

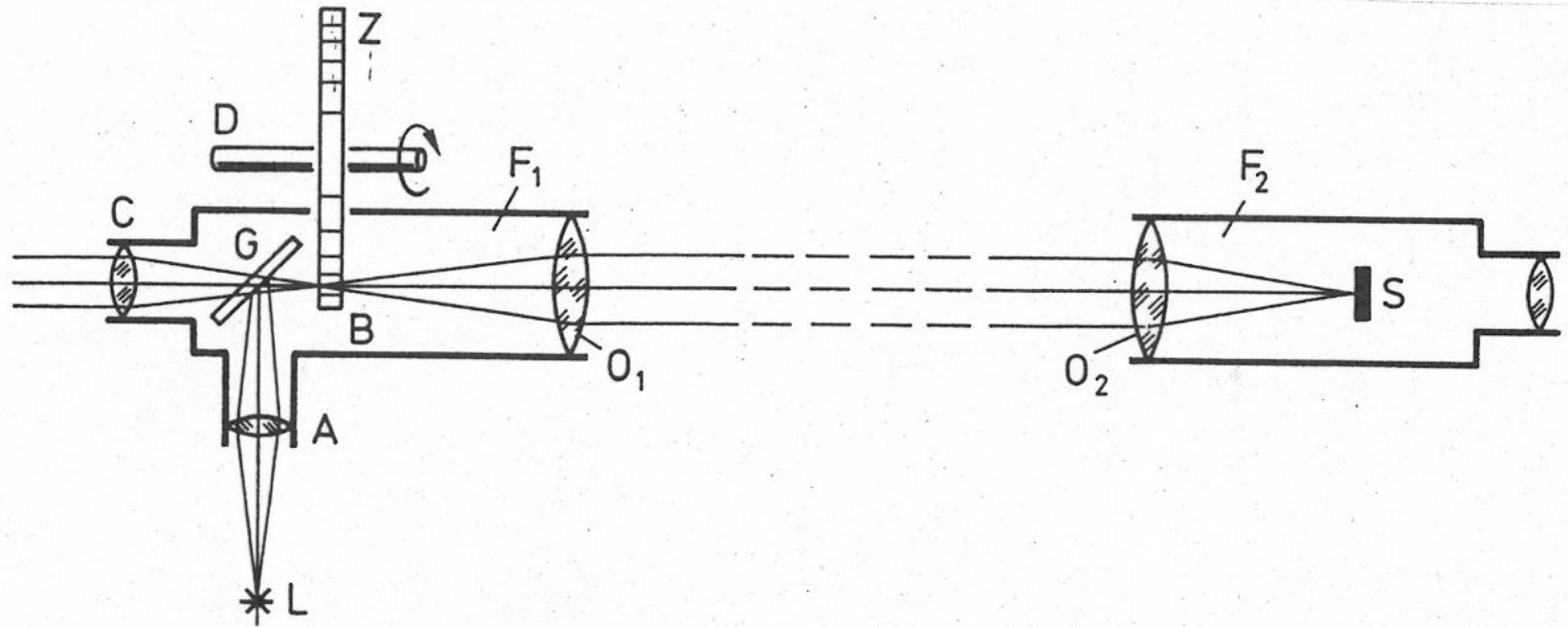
TÁVOLI ULTRAIBOLYA

ULTRAIBOLYA

INFRAVÖRÖS



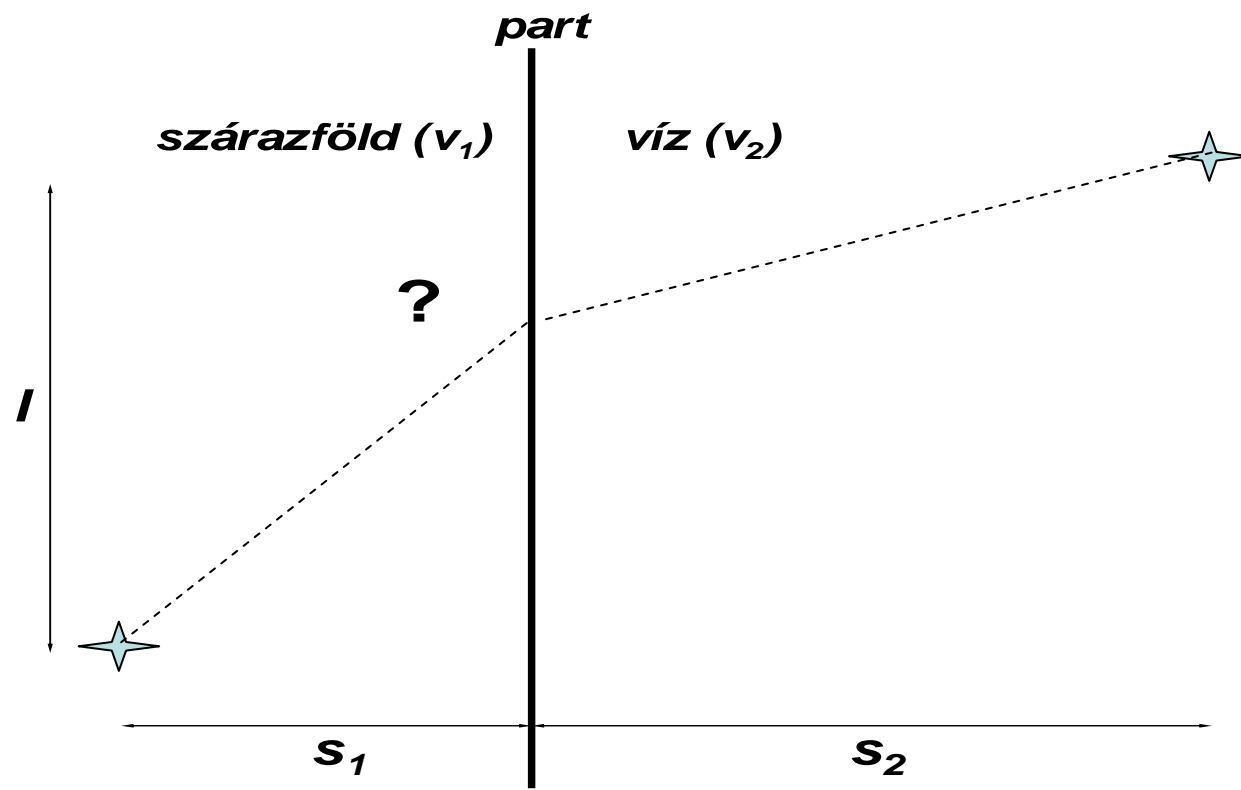
Fénysebesség mérése

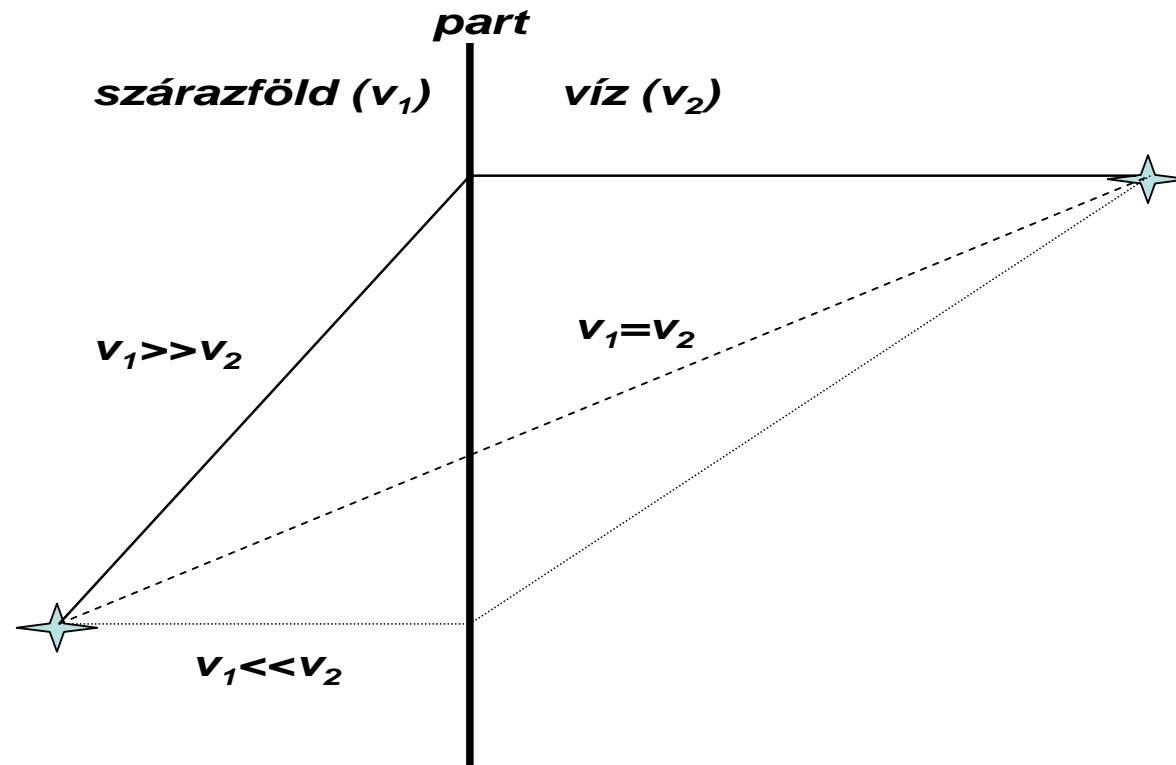


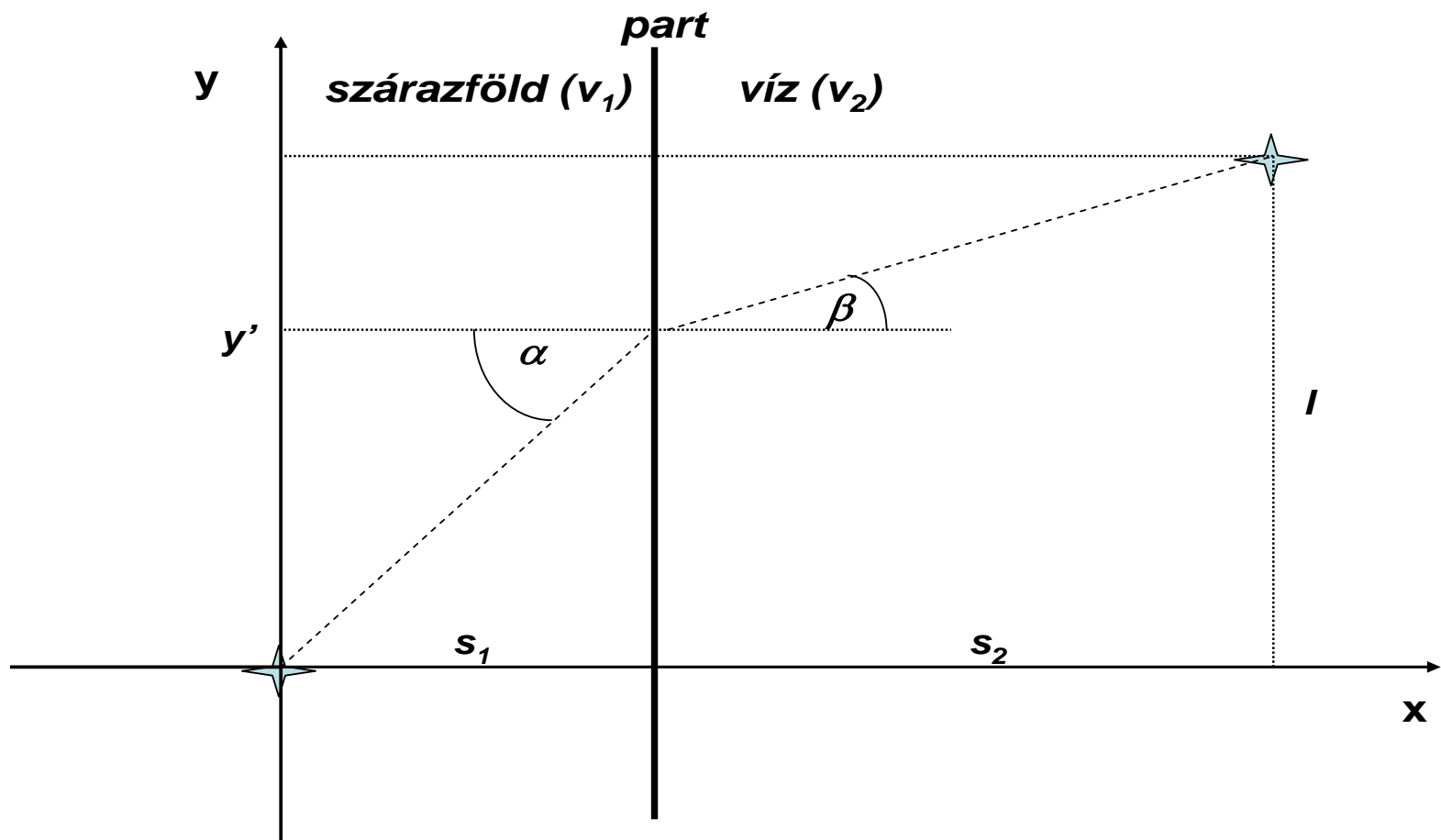
Barber és társai 1972.

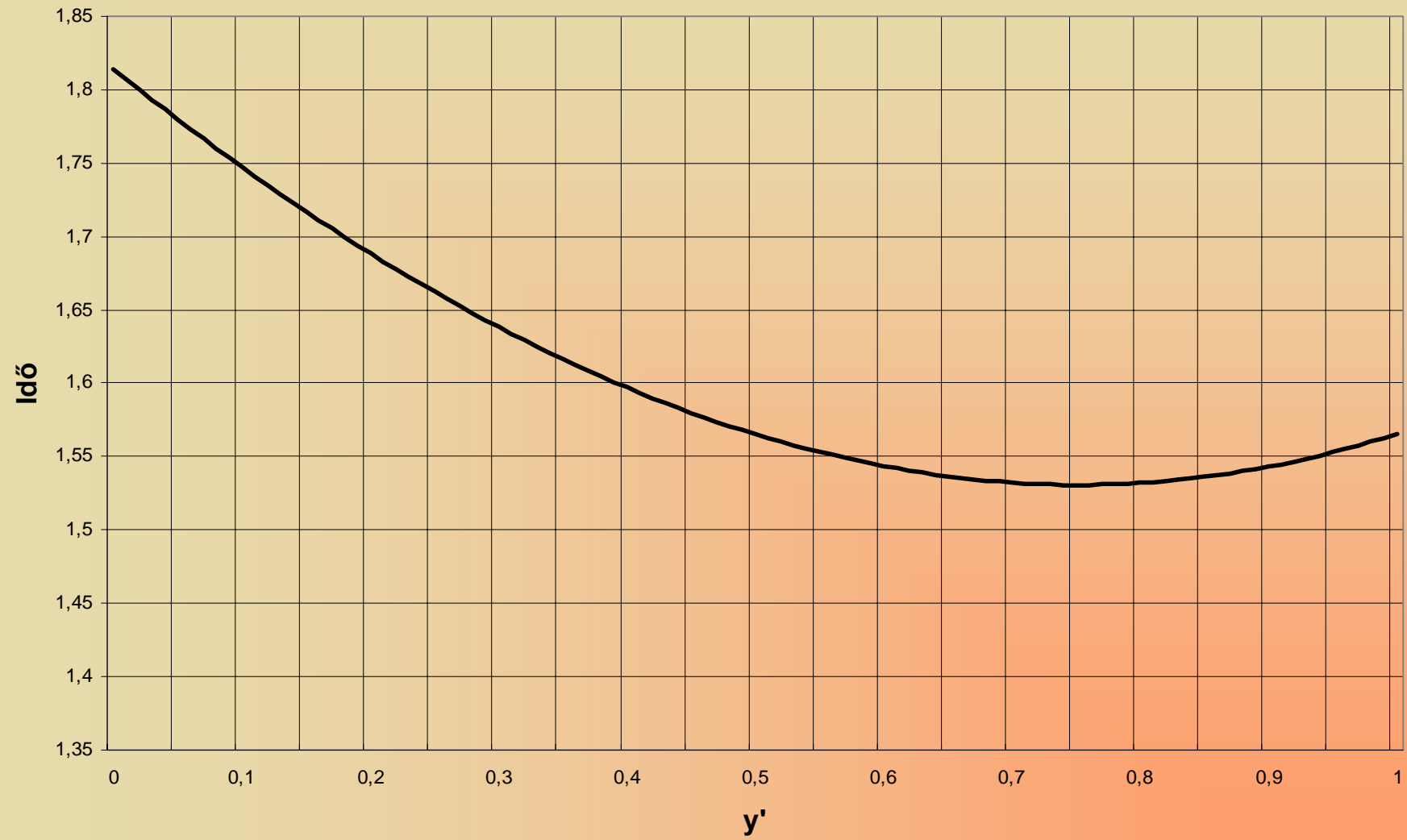
$$C = 299\,792\,458 \pm 1,2 \text{ m/s}$$

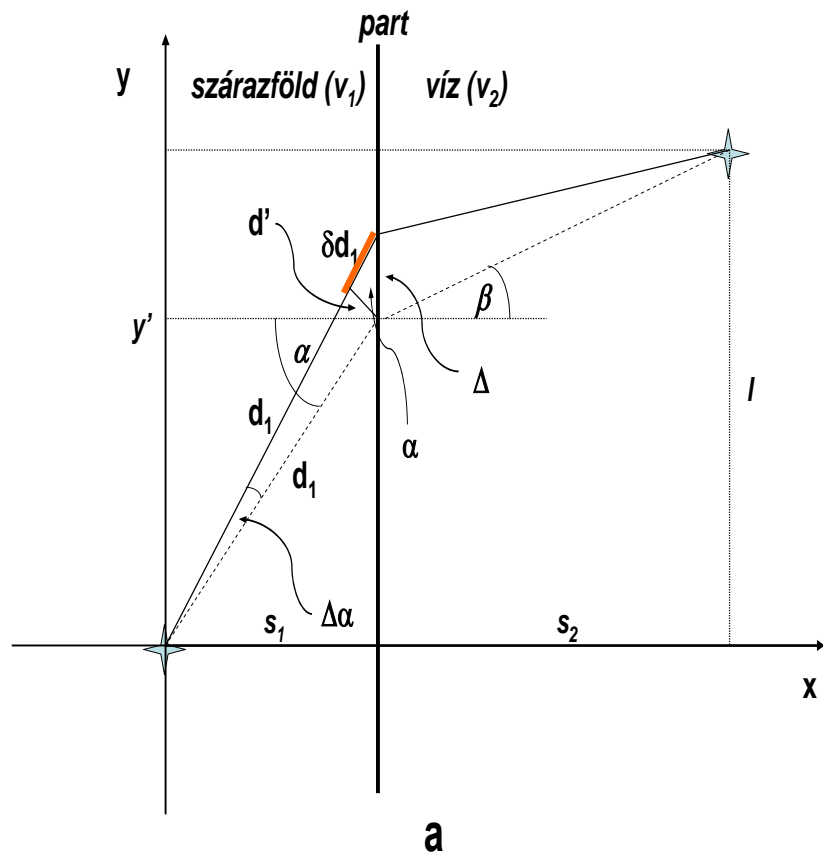
A legrövidebb idő elve (Fermat elv)



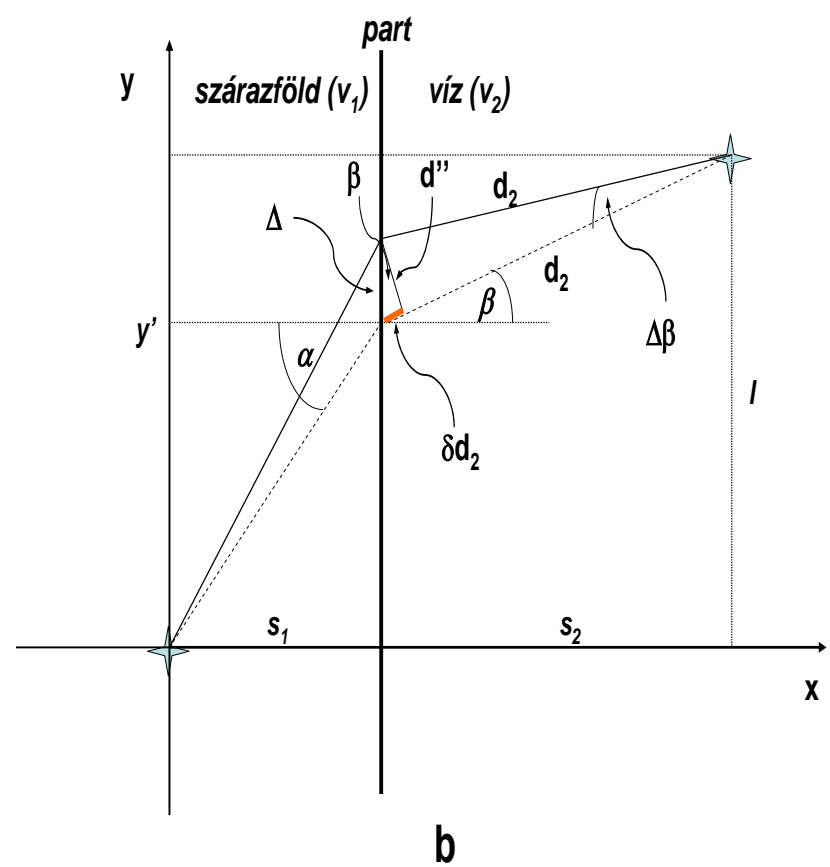








$$\delta d_1 = \Delta \sin \alpha \quad \rightarrow \quad \delta t_{sz} = \frac{\delta d_1}{v_1} = \frac{\Delta \sin \alpha}{v_1}$$



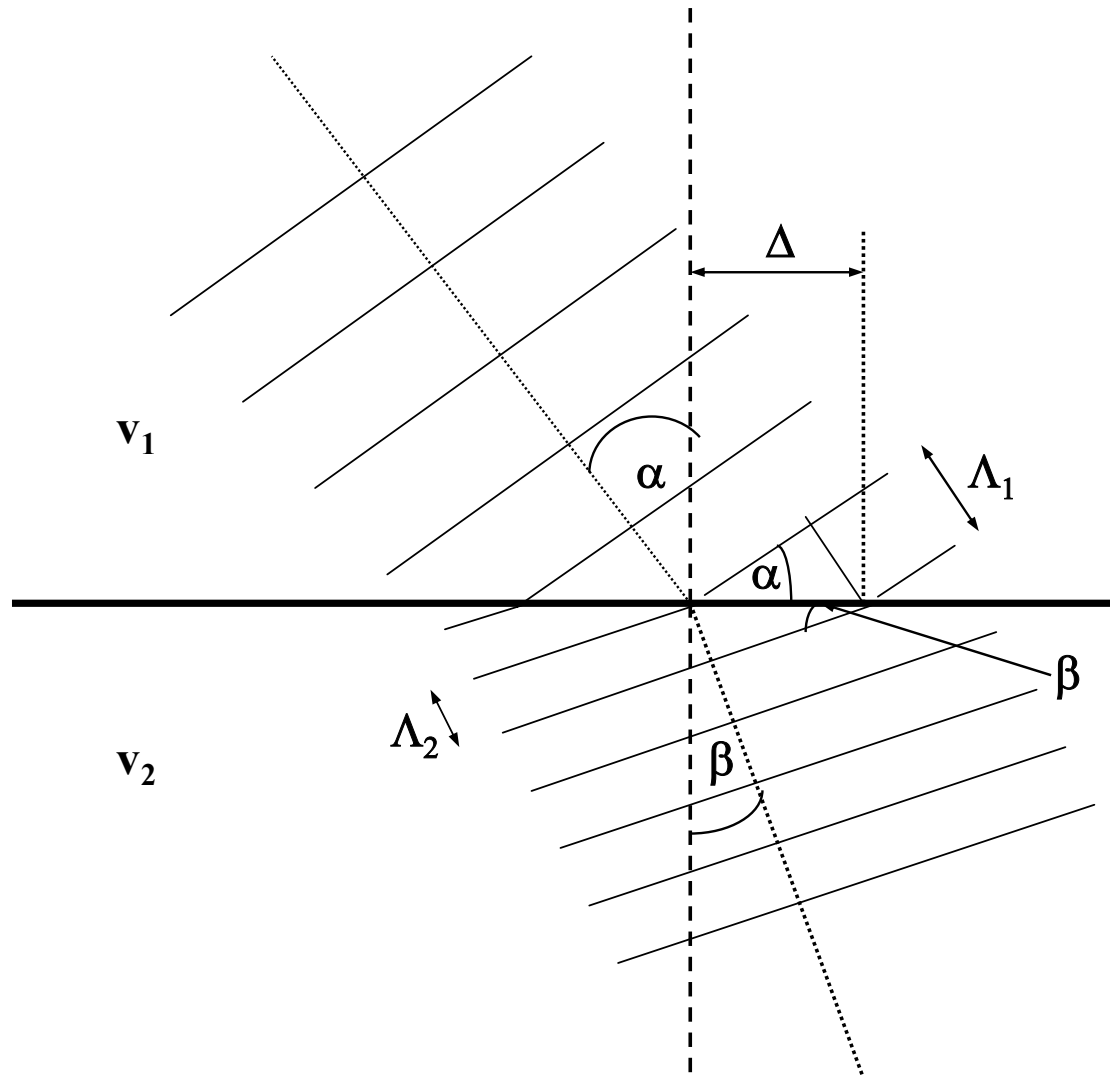
$$\delta t_v = -\frac{\Delta \sin \beta}{v_2}$$

$$\frac{\Delta \sin \alpha}{v_1} = \frac{\Delta \sin \beta}{v_2}$$



$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{v_1}{v_2}$$

A legrövidebb idő elve és a hullámok



$$\Delta = \frac{\Lambda_1}{\sin \alpha}$$

$$\Delta = \frac{\Lambda_2}{\sin \beta}$$

$$\frac{v_1 T}{\sin \alpha} = \frac{v_2 T}{\sin \beta}$$



$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{v_1}{v_2}$$

$$v = \frac{c}{n}$$



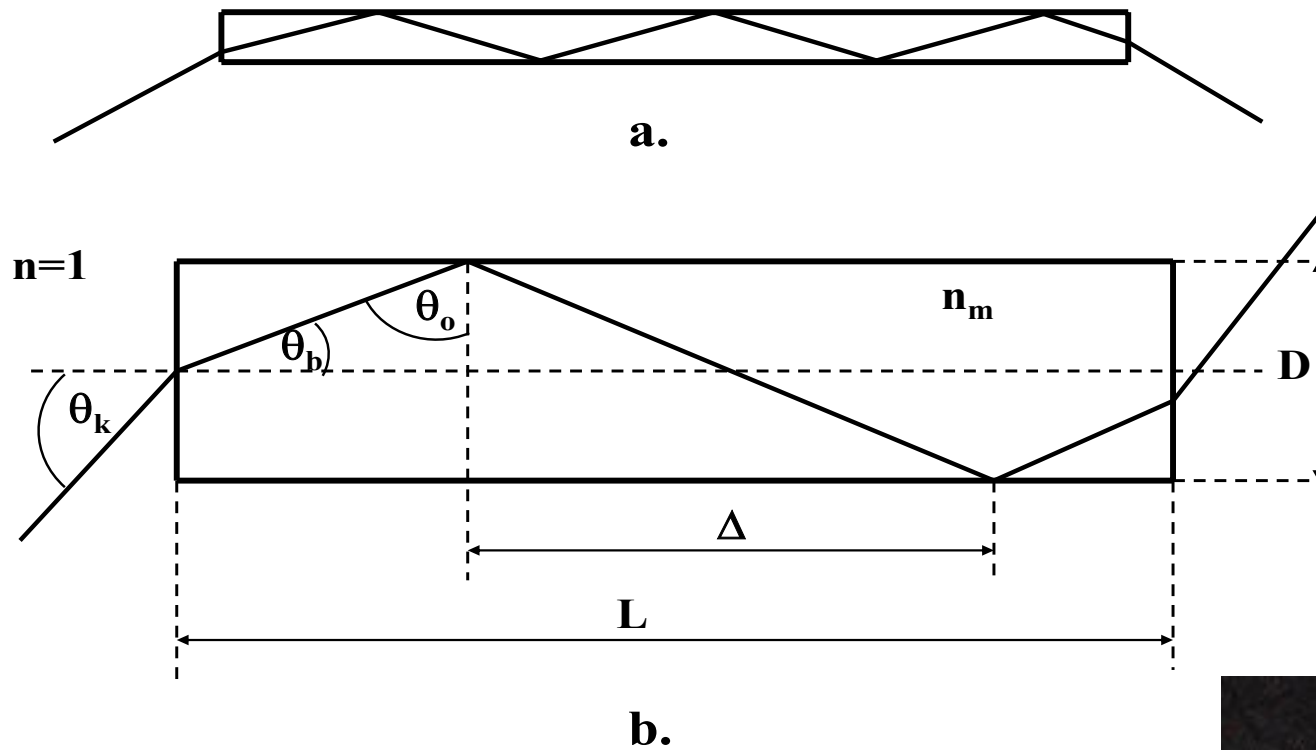
$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{n_2}{n_1} = n_{21}$$

Teljes visszaverődés

$$\sin \beta = \frac{\sin \alpha}{n_{21}} \quad \longrightarrow \quad \frac{\sin \alpha}{n_{21}} \leq 1$$

$$\alpha \leq \Theta_h = \arcsin n_{21}$$

Optikai szálak működése

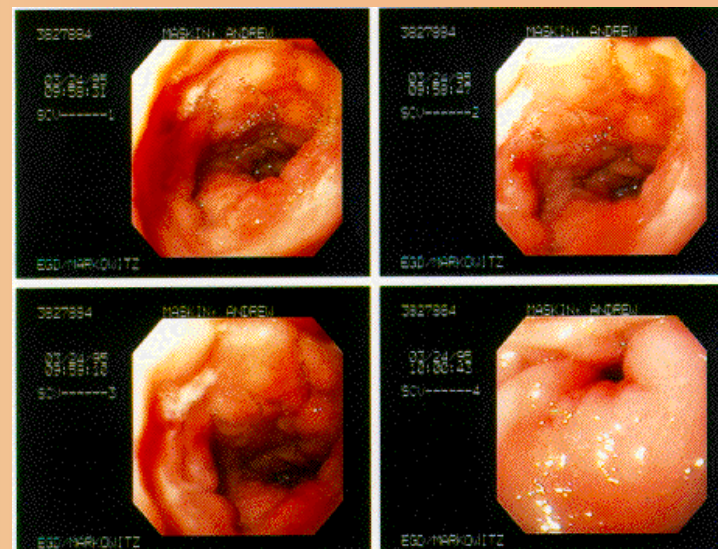


Optikai szálak

Alkalmazások

Optikai távközlés (10 Tbit/s sebesség)

Endoszkópia

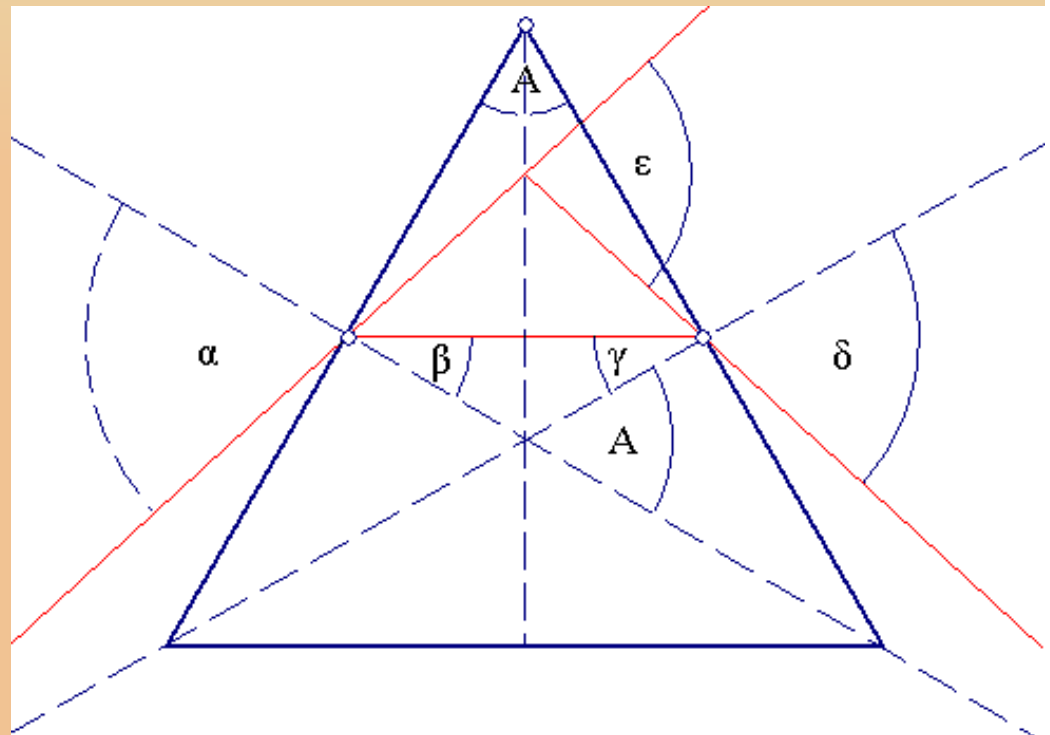


Fénysugár törése prizmában

Tekintsük a minimális deviáció (szimmetrikus sugármenet) esetét.

Számítsuk ki a deviáció szögét (ϵ)!

Vegyük észre, hogy α -t és β -t, illetve γ -t és δ -t a fénytörés törvénye köti össze. Az ábráról azonnal látszik, hogy $A = \beta + \gamma$. (A -t a prizma törőszögének nevezzük.)



Fénysugár törése prizmában

A deviáció szöge nyilván $\varepsilon=(\alpha-\beta)+(\delta-\gamma)$. Vegyük észre, hogy a szimmetria miatt $\alpha=\delta$ és $\beta=\gamma$.

Ezzel $\varepsilon=2(\alpha-\beta)$.

Az $A=\beta+\gamma$ -ból, valamint $\beta=\gamma$ -ból következik, hogy $\beta=A/2$.

Ezekkel kifejezve α -t kapjuk:

$$\alpha=\varepsilon/2+A/2.$$

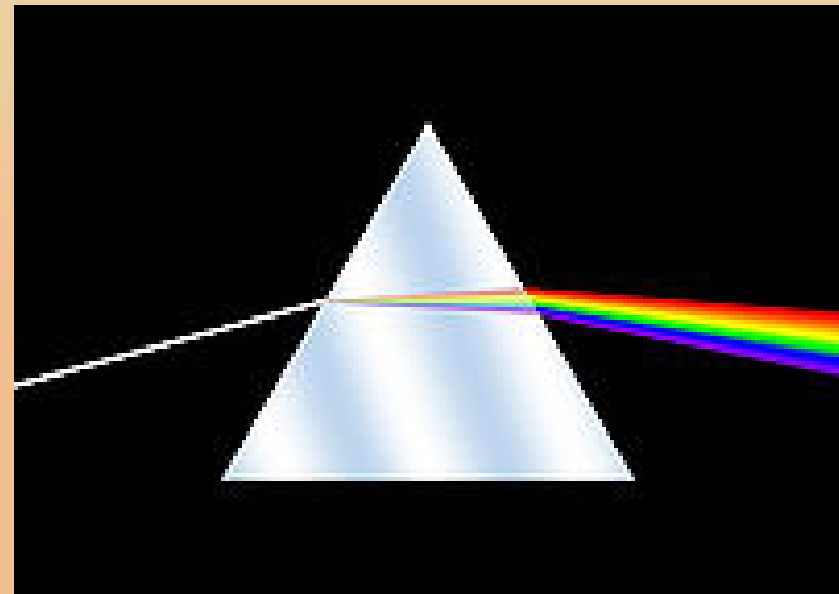
Alkalmazzuk a fénytörés törvényét:

$$\frac{\sin\left(\frac{\varepsilon}{2} + \frac{A}{2}\right)}{\sin\left(\frac{A}{2}\right)} = n_{\lambda}$$

(Ahol a λ index arra utal, hogy a törésmutató általában függ a hullámhossztól.)

Fénysugár törése prizmában

Mindebből következik, hogy a fény eltérülési szöge a prizmában függ a hullámhossztól.



Az eltérülési szög mérésére a goniométer szolgál.

Fénysugár törése prizmában



Ha ismerjük a hullámhosszat, meghatározhatjuk a prizma anyagának törésmutatóját.

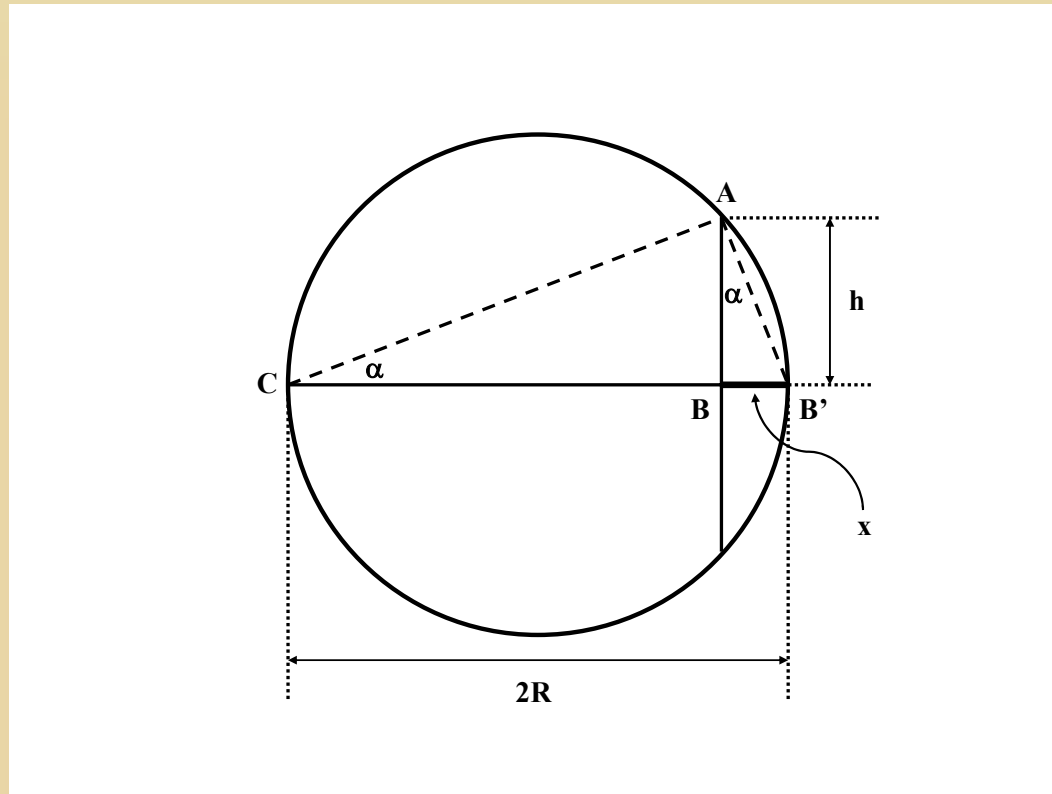
Ha az anyag ismert meghatározhatjuk a hullámhosszat \Rightarrow spektroszkópia.

Paraxiális közelítés

$$1^\circ = 0,01745329 \text{ rad} \quad \sin(1^\circ) = 0,017452406 \quad \frac{\varphi - \sin(\varphi)}{\varphi} = 0,0051\%$$

$$5^\circ = 0,087266 \text{ rad} \quad \sin(5^\circ) = 0,087155 \quad \frac{\varphi - \sin(\varphi)}{\varphi} = 0,12\%$$

Paraxiális közelítés

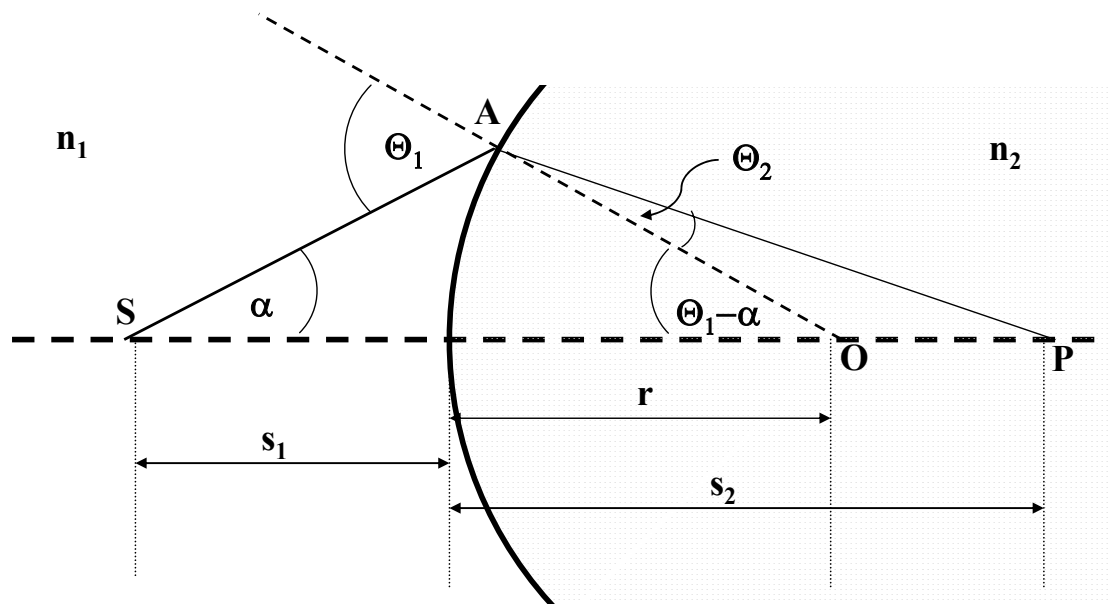


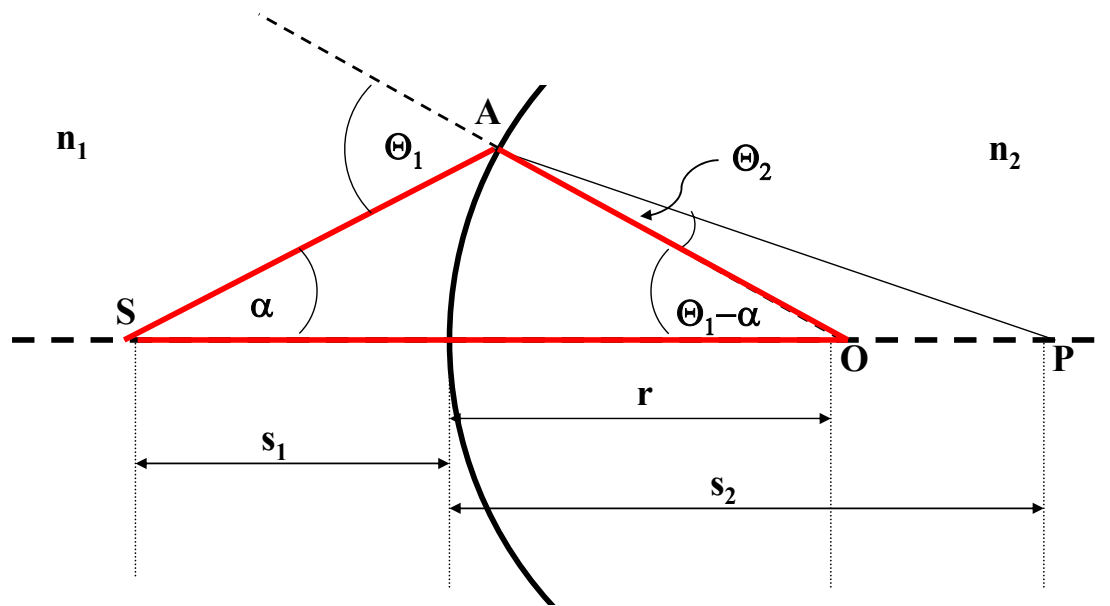
$$\frac{h}{2R - x} = \frac{x}{h}$$

$$h^2 = (2R - x)x$$

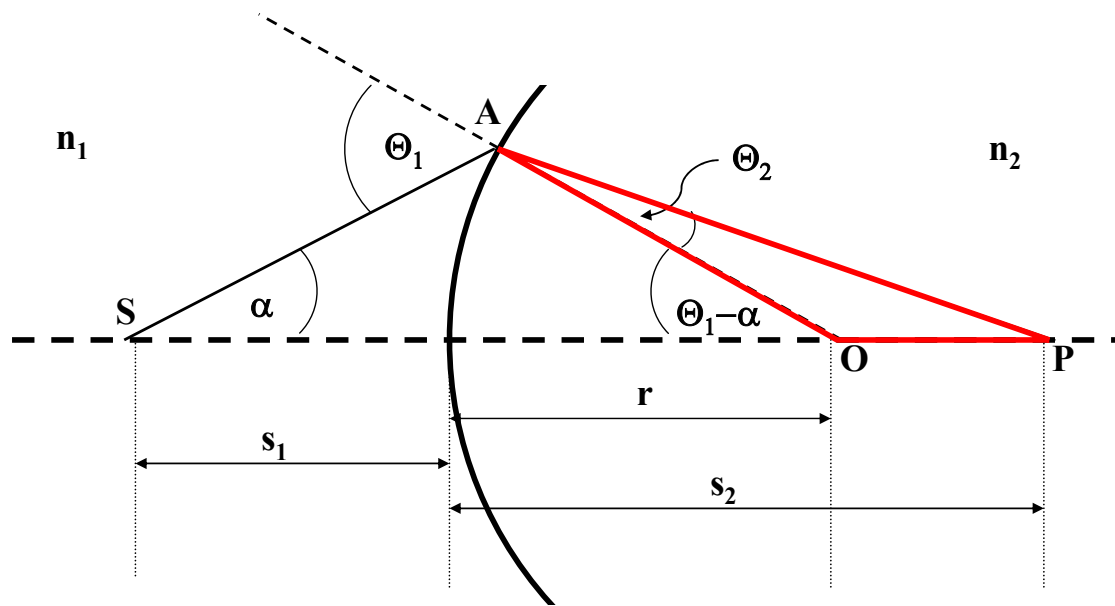
$$2R \gg h \gg x$$

$$x = \frac{h^2}{2R}$$





$$\frac{s_1 + r}{\sin(180 - \theta_1)} = \frac{r}{\sin \alpha}$$



$$\frac{s_2 - r}{\sin \theta_2} = \frac{r}{\sin(\theta_1 - \theta_2 - \alpha)}$$

Alkalmazzuk a paraxiális közelítést!

$$\frac{s_1 + r}{\theta_1} = \frac{r}{\alpha}$$

$$\frac{s_2 - r}{\theta_2} = \frac{r}{\theta_1 - \theta_2 - \alpha}$$

$$\frac{\theta_1}{\theta_2} = n \quad \text{(Snellius-Descartes)}$$

A megoldás:

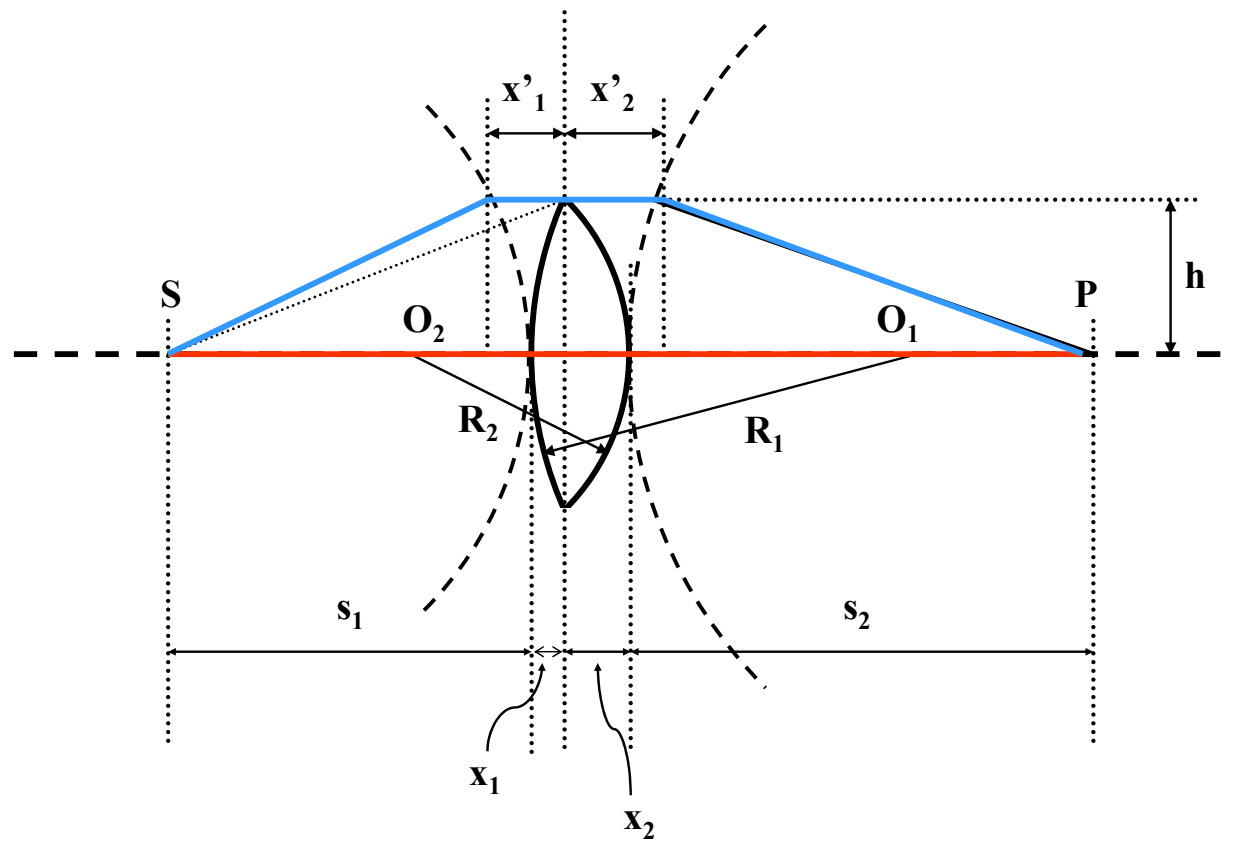
$$\frac{s_2 - r}{\frac{\alpha}{n r} (s_1 + r)} = \frac{r}{\left(\frac{\alpha}{r} - \frac{\alpha}{r n} \right) (s_1 + r) - \alpha}$$

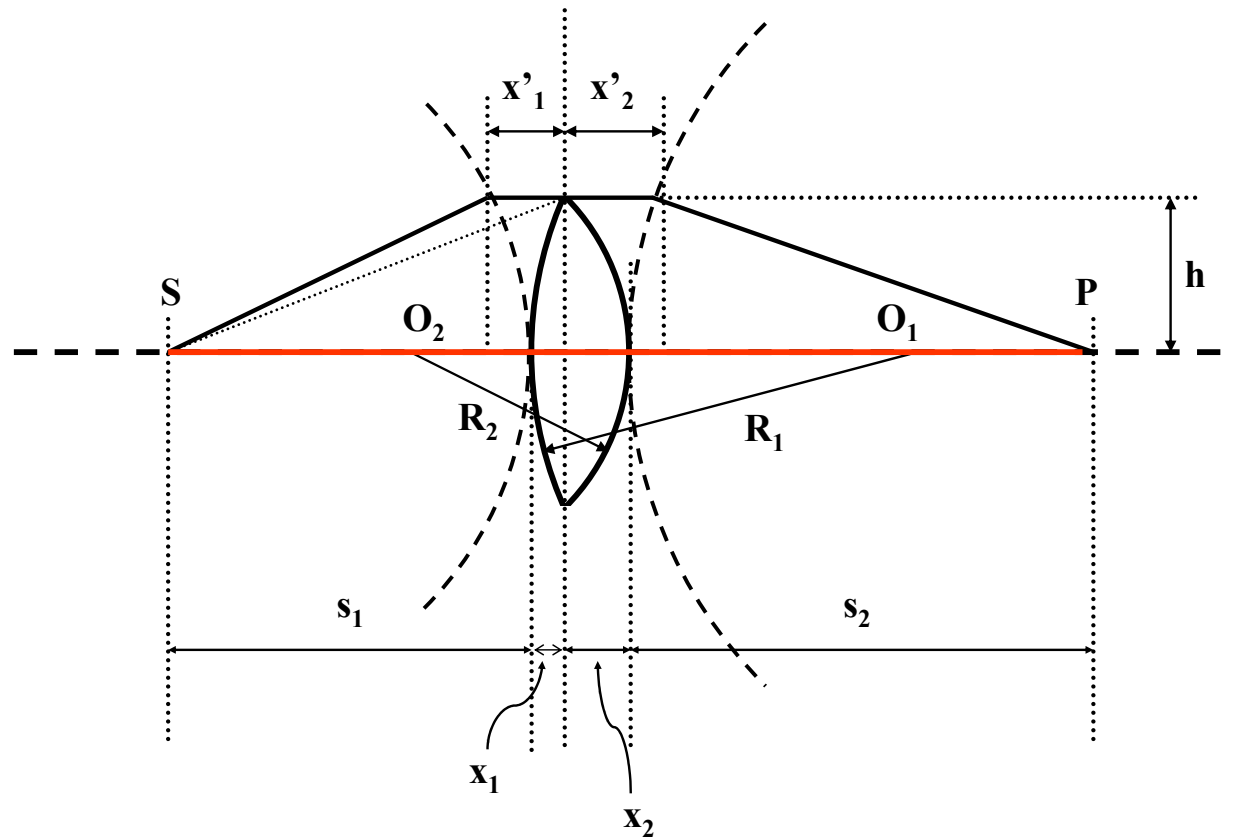
Nem függ α -tól!

Leképezésről beszélünk akkor, ha a rendszer rendelkezik azzal a tulajdonsággal, hogy egy adott (tárgy)pontból kiinduló összes fénysugár ugyanabban a (kép)pontban metszi egymást.

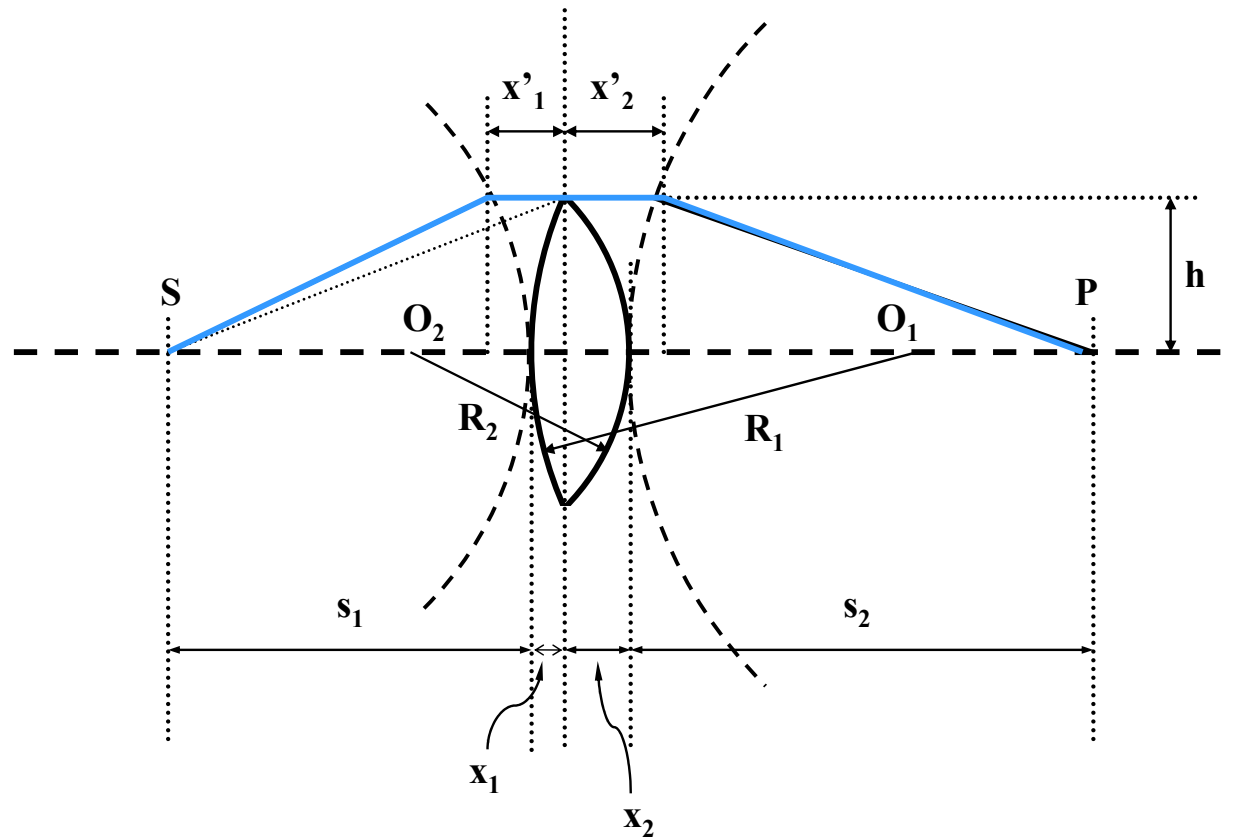
$$s_2 = r + \frac{(s_1 + r)r}{(n - 1)(s_1 + r) - r n}$$

Lencsék tárgyalása a legrövidebb idő elve alapján





$$T_1 = \frac{s_1}{c} + \frac{x_1 + x_2}{\frac{c}{n}} + \frac{s_2}{c}$$



$$T_2 = \frac{s_1 + x'_1 + x'_2 + s_2}{c}$$

$$T_1 = T_2$$

$$\frac{s_1}{c} + \frac{x_1 + x_2}{\frac{c}{n}} + \frac{s_2}{c} = \frac{s_1 + x'_1 + x'_2 + s_2}{c}$$

$$x'_1 + x'_2 = n x_1 + n x_2$$

$$x_1 = \frac{h^2}{2R_1} \quad x_2 = \frac{h^2}{2R_2} \quad x'_1 = \frac{h^2}{2s_1} + \frac{h^2}{2R_1} \quad x'_2 = \frac{h^2}{2s_2} + \frac{h^2}{2R_2}$$

$$\frac{1}{s_1} + \frac{1}{s_2} = (n-1) \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$$

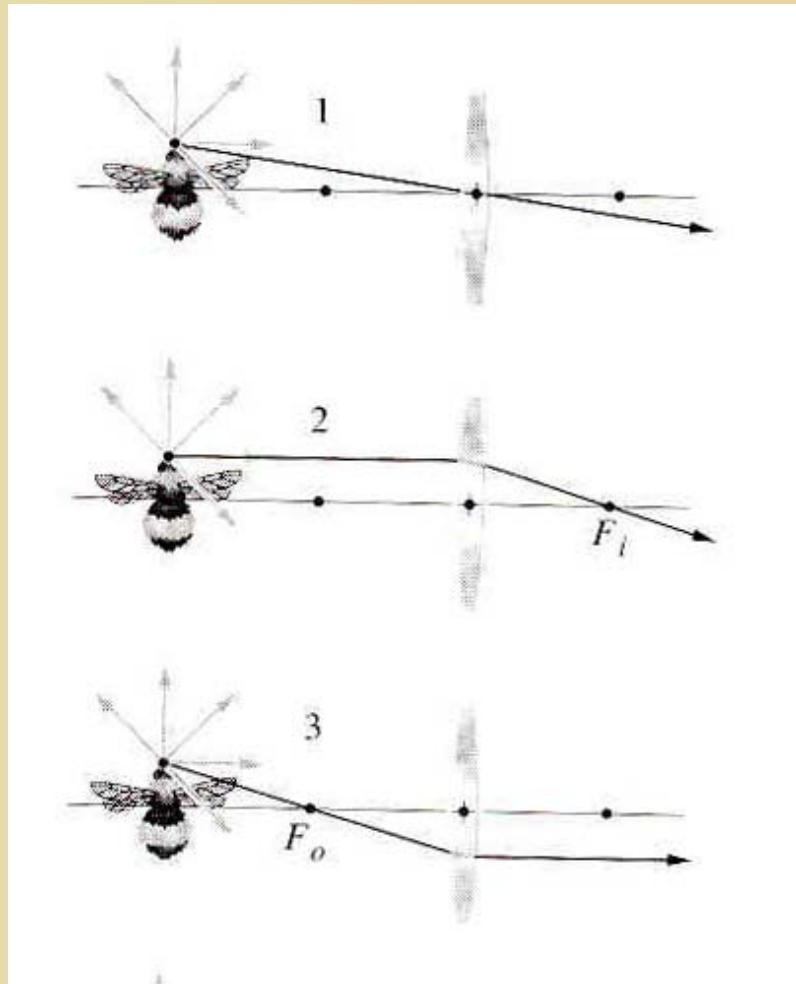
$$s_1 \rightarrow \infty \Rightarrow s_2 \rightarrow f$$

$$\frac{1}{f} = (n-1) \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$$

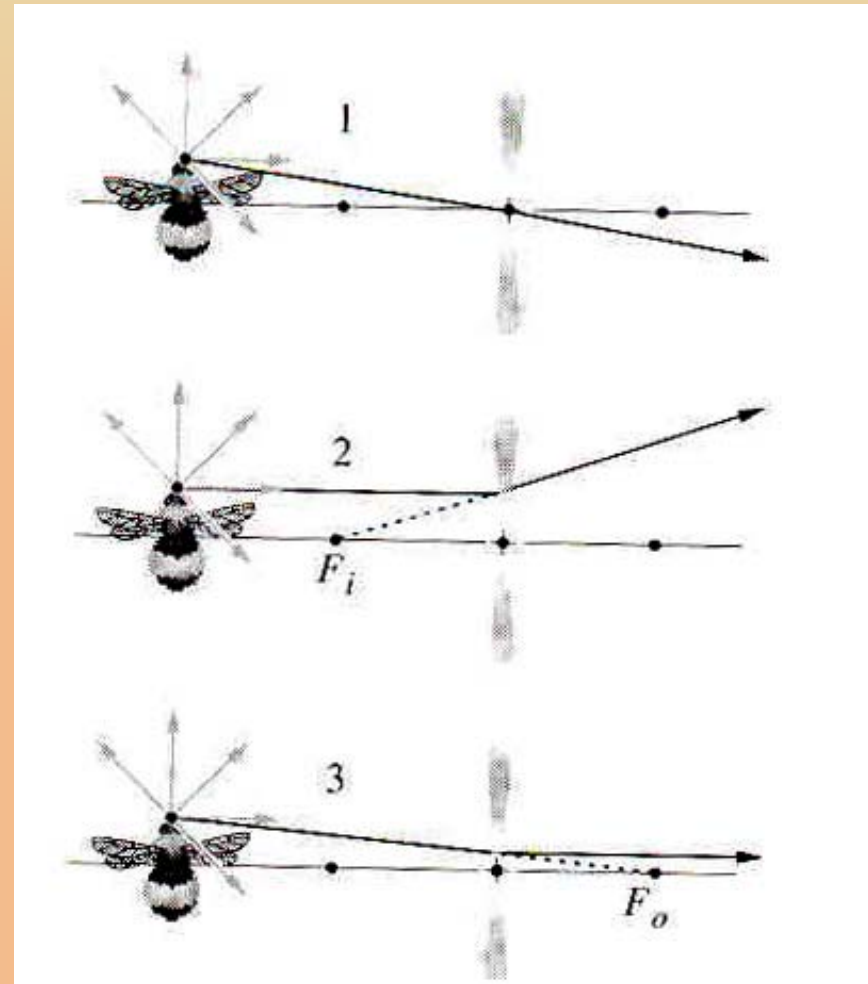
$$\frac{1}{s_1} + \frac{1}{s_2} = \frac{1}{f} \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{t} + \frac{1}{k} = \frac{1}{f}$$

Nevezetes sugármenetek

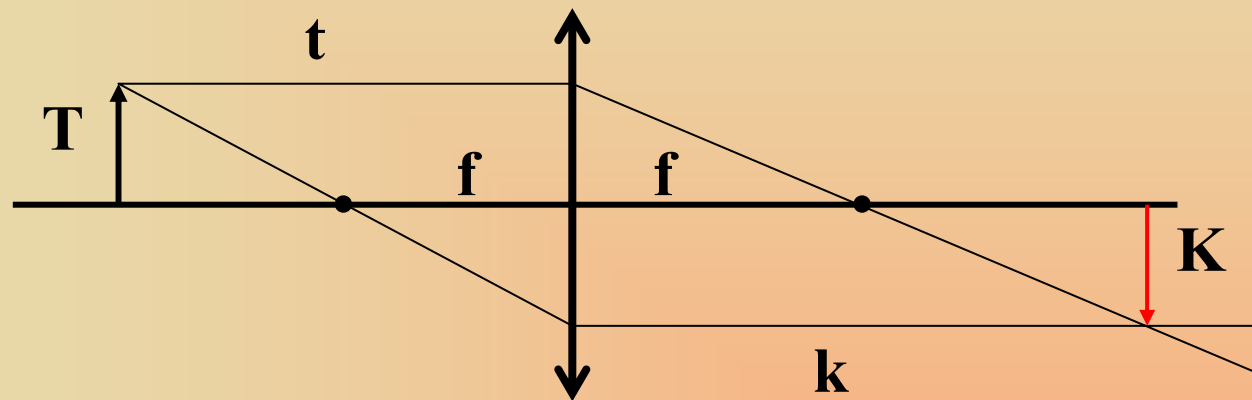
Gyűjtőlencse



Szórólencse



Nevezetes sugármenetek



Írjuk fel hasonló háromszögekben a megfelelő oldalak arányát! Pl.:

$$\frac{T}{t-f} = \frac{K}{f}$$

és

$$\frac{T}{f} = \frac{K}{k-f}$$

Nevezetes sugármenetek

Osszuk el az első egyenletet a másodikkal!

$$\frac{f}{t-f} = \frac{k-f}{f}$$

Szorozzuk át mindkét oldal nevezőjével!

$$f^2 = -fk + f^2 + tk - ft$$

Átrendezve az egyenletet kapjuk:

$$tk = fk + ft$$

tk-val és f-el osztva:

$$\frac{1}{t} + \frac{1}{k} = \frac{1}{f}$$

Ez éppen a lencseegyenlet.

Nevezetes sugármenetek

Fejezzük ki az első kiinduló egyenletből a K/T hányadost, a másodikkól f -et!

$$\frac{K}{T} = \frac{f}{t-f} \qquad f = \frac{Tk}{K+T}$$

Behelyettesítve f -et az egyenletbe:

$$\frac{K}{T} = \frac{Tk}{K+T} \frac{1}{t - \frac{Tk}{K+T}} = \frac{Tk}{t(K+T) - Tk} = \frac{Tk}{tK + tT - tK}$$

Tehát a végeredmény:

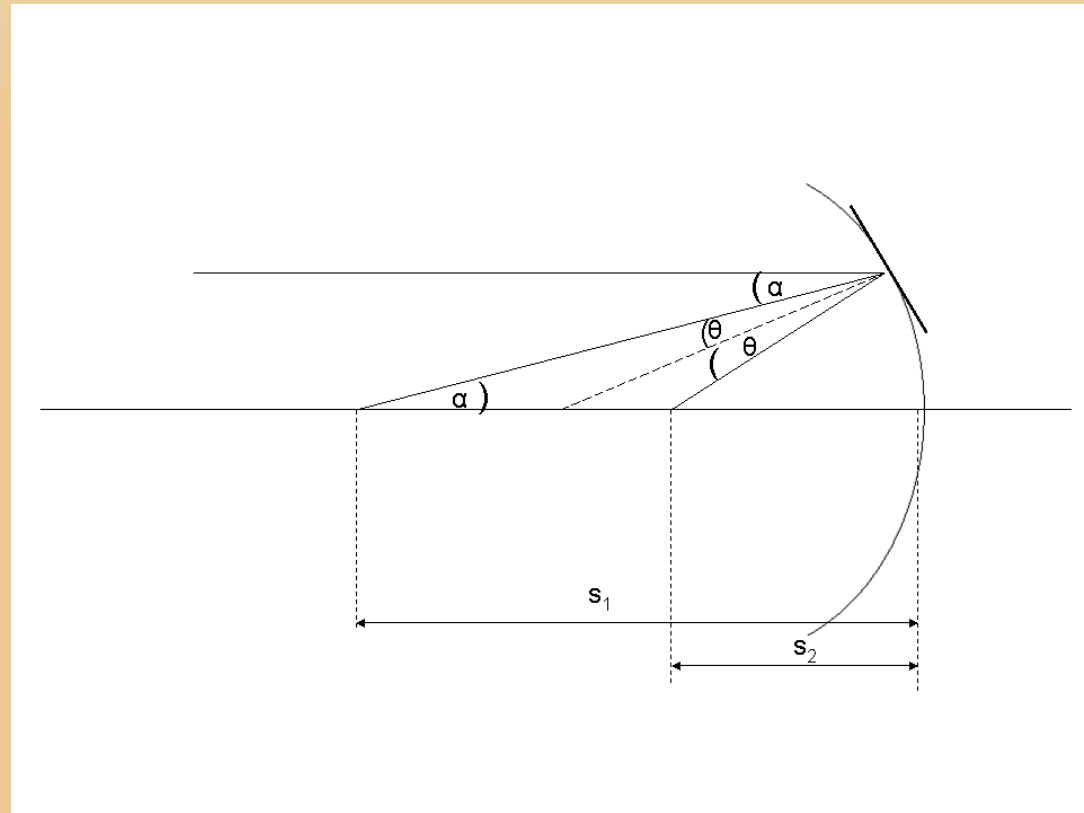
$$\frac{K}{T} = \frac{k}{t}$$

A K/T hányadost nagyításnak nevezzük.

Leképezés gömbtükörrel

Bocsássunk a tükör középpontjától s_1 távolságra eső pontból egy, az optikai tengellyel α szöget bezáró sugarat a gömbtükörré.

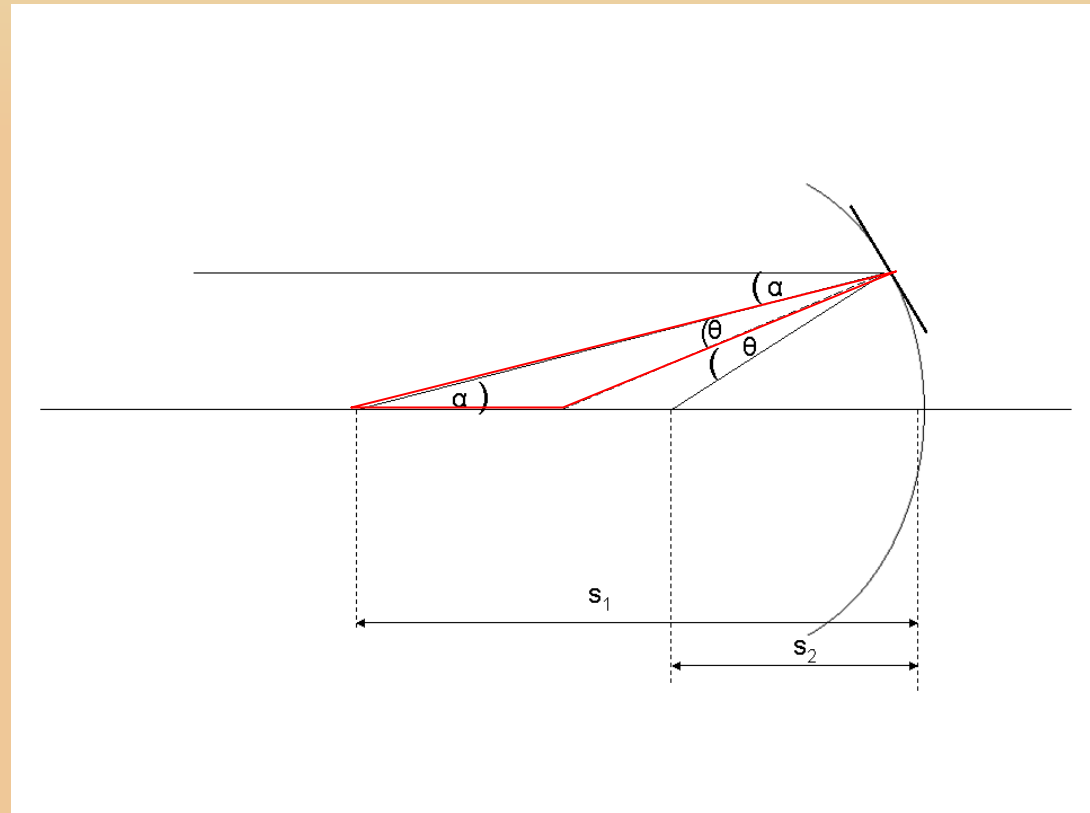
Milyen s_2 távolságban metszi a visszavert sugár az optikai tengelyt?



Leképezés gömbtükörrel

Írjuk fel a pirossal jelölt háromszögben a szinusz-tételt!

$$\frac{s_1 - R}{\sin \Theta} = \frac{R}{\sin \alpha}$$



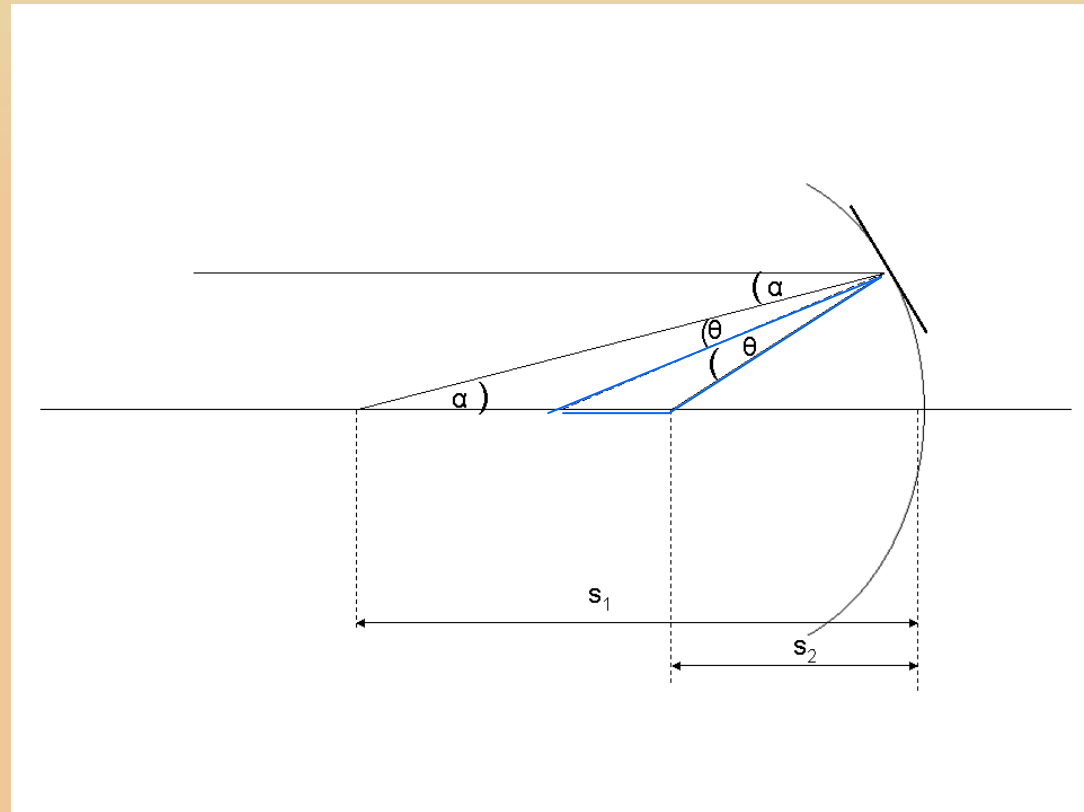
Leképezés gömbtükörrel

Írjuk fel még a kékkel jelölt háromszögben is a szinusz-tételt!

$$\frac{R}{\sin[180^\circ - (2\Theta + \alpha)]} = \frac{R - s_2}{\sin \Theta}$$

A kiegészítő szögek szinusza egyenlő:

$$\sin[180^\circ - (2\Theta + \alpha)] = \sin(2\Theta + \alpha)$$



Leképezés gömbtükörrel

Ezzel az egyenlet:

$$\frac{R}{\sin(2\Theta + \alpha)} = \frac{R - s_2}{\sin \Theta}$$

Kihasználva a paraxiális közelítést elhagyhatjuk szinuszosokat:

$$\frac{s_1 - R}{\Theta} = \frac{R}{\alpha} \qquad \frac{R}{2\Theta + \alpha} = \frac{R - s_1}{\Theta}$$

Fejessük ki Θ -t mindkét egyenletből:

$$\Theta = \alpha \frac{s_1 - R}{R} \quad , \quad \Theta = \alpha \frac{s_2 - R}{R - 2s_2}$$

Leképezés gömbtükörrel

Ebből adódik:

$$\phi \frac{s_1 - R}{R} = \phi \frac{s_2 - R}{R - 2s_2}$$

Szorozzuk át a nevezőkkel:

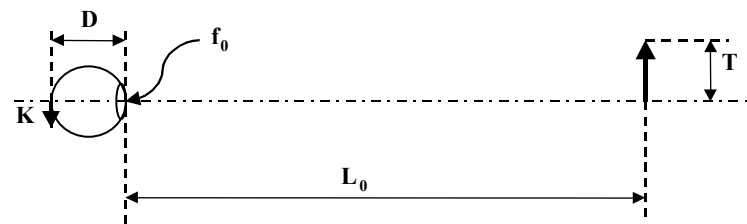
$$Rs_1 - R^2 - 2s_1s_2 + 2Rs_2 = Rs_2 - R^2$$

Átrendezve adódik a végeredmény:

$$\frac{1}{s_1} + \frac{1}{s_2} = \frac{2}{R}$$

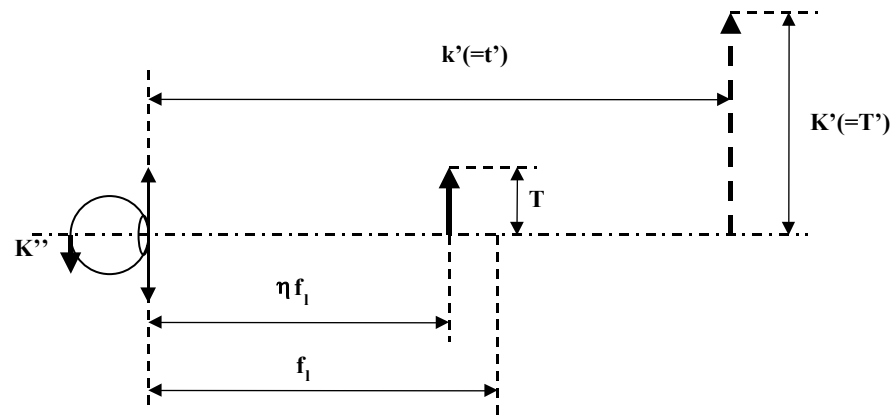
Ez azonos egy $R/2$ fókusztávolságú gyűjtőlencse lencseegyenletével!

A nagyító (lupe) működése



Mivel $t \approx L_0, t \gg f_0 \Rightarrow k \approx f_0 \quad \Rightarrow \quad K = T \frac{f_0}{L_0}$

A nagyító (lupe) működése



Legyen $t = \eta f$, ahol $\eta < 1$ de ≈ 1

A nagyító (lupe) működése

$$\frac{1}{\eta f_l} + \frac{1}{k'} = \frac{1}{f_l} \Rightarrow k' = \frac{\eta f_l}{\eta - 1} (= t')$$

$$K' = \frac{k'}{\eta f_l} T \quad \Rightarrow \quad K' = \frac{1}{1 - \eta} T$$

$$K'' = \frac{k''}{t'} K' = \frac{f_0(\eta - 1)}{\eta f_l} \frac{T}{\eta - 1} = \frac{f_0 T}{\eta f_l}$$

$$N = \frac{K''}{K} = \frac{f_0 T}{\eta f_l} \frac{L_0}{f_0 T}$$

mivel $\eta \approx 1$

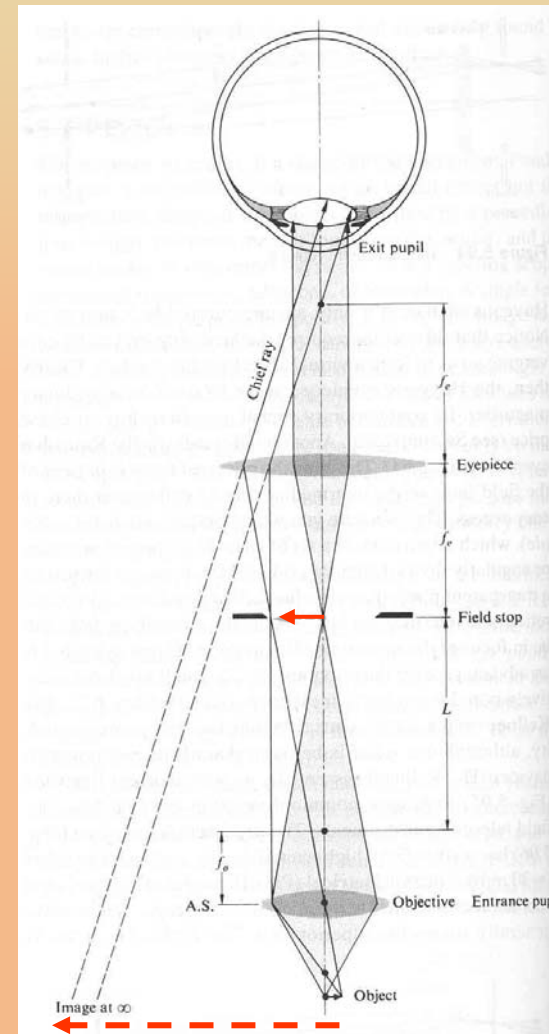
$$N = \frac{L_0}{f_l}$$

A mikroszkóp működése

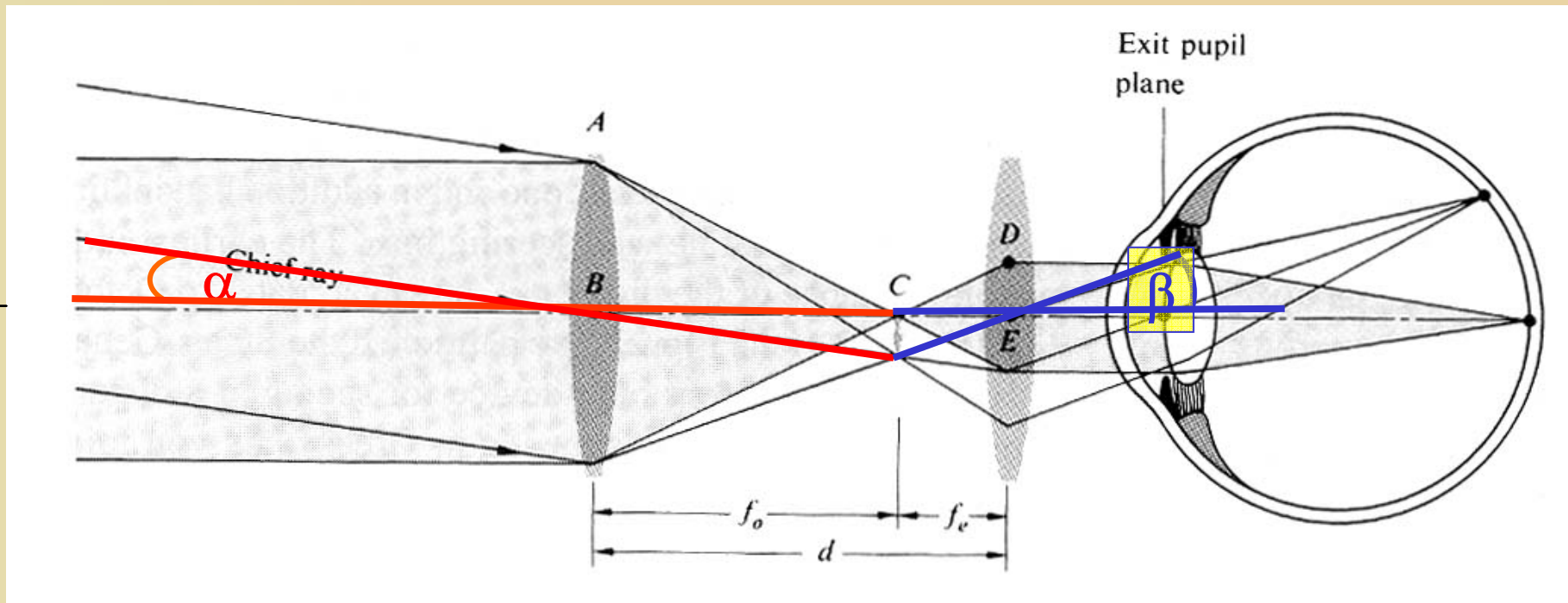
A mikroszkópban az objektívlencse egy nagyított, valódi képet alkot a tárgyról, amelyet az okulárral, mint lupéval tovább nagyítunk.

A mikroszkóp működési elve alapján nyilvánvaló, hogy az eredő nagyítás az objektív és az okulár nagyításának a szorzata:

$$N = N_{\text{obj}} \cdot N_{\text{ok}}$$



A távcső működése



Szögnagyítás: $N_{sz} = \beta/\alpha \Rightarrow N_{sz} = f_1/f_2$