

Hullámtan és optika

Rezgések és hullámok; hangtan

- Rezgés tan
- Hullámtan
 - Hangtan

Optika

- Geometriai optika
- Hullámoptika

Ajánlott irodalom

Budó Á.: **Kísérleti fizika I, III.** (Tankönyvkiadó, 1992)

Demény-Erostyák-Szabó-Trócsányi: **Fizika I, III.** (Nemzeti Tankönyvkiadó, 2005)

Tarnóczy T.: **Fizikai akusztika** (Akadémiai Kiadó, 1963)

Tarnóczy T.: **Hangnyomás, hangosság, zajosság** (Akadémiai Kiadó, 1984)

Ábrahám Gy.: **Optika** (Panem- McGraw-Hill, 1998)

Sain M.: **A fény birodalma** (Gondolat, 1980)

Bernolák K.: **A fény** (Műszaki Könyvkiadó, 1981)

Mátrai T., Csillag L.: **Kísérleti spektroszkópia** (Tankönyvkiadó, 1990)

Az előadás teljesítésének feltételei

Az előadás látogatása nem kötelező, de **erősen ajánlott**, ugyanis az anyag megértését az előadáson bemutatott kísérletek és az elhangzó magyarázatok jelentősen megkönnyítik. Másrészt a vizsgán az előadáson elhangzó anyagról (beleértve a kísérleteket is) kell számot adni.

A vizsgára bocsáthatóság feltétele

- A **Hullámtan és optika számolási gyakorlat** teljesítése.

A vizsgáztatás módja

- A vizsga két részből, **írásbeli** és **szóbeli** részből áll. A vizsga írásbeli dolgozattal kezdődik, ezért a vizsga kezdetén minden hallgatónak (pontosan) meg kell jelennie.

A vizsga írásbeli része

- Az írásbeli rész időtartama 60 perc.
- Az írásbeli dolgozat 12 – előre kiadott, azaz a hallgatók által ismert – kérdésből áll.
- A dolgozat 4 témakörből, témakörönként 3 kérdést tartalmaz.
- Az írásbeli dolgozat sikeres, ha a hallgató **témakörönként** eléri a szereshető pontok 50%-t!
- Az írásbeli rész beugró jellegű, azaz szóbeli vizsga csak sikeres írásbeli esetén kezdhető meg. Sikertelen írásbeli dolgozat esetén a vizsga eredménye **elégtelen**.

A vizsga szóbeli része

- A hallgató – a félév végén kiadott – tételsorból két tételt húz.
- A húzott tételekről – 30 perces felkészülés után – a táblánál szóban számol be.

Rezgésstan

A rezgések típusai

Rezgés:

- Rezgésnek nevezzük az olyan fizikai jelenséget, mikor valamilyen f fizikai mennyiség az időnek periodikus függvényeként változik, azaz:

megadható olyan T mennyiség, melyre $f(t+T) = f(t) \quad \forall t$ -re teljesül.

T a rezgésidő, vagy periódus

$\nu = 1/T$ a rezgésszám, vagy frekvencia

- Azonban sokszor rezgésről beszélünk akkor is, ha valamilyen fizikai mennyiség egy adott érték körül ingadozik nem feltétlenül periodikusan (pl: csillapodó rezgés).
- Vagyis a rezgés fogalma nem teljesen egyértelmű.

Harmonikus rezgés:

$$f(t) = A \cdot \sin(\omega t + \alpha)$$

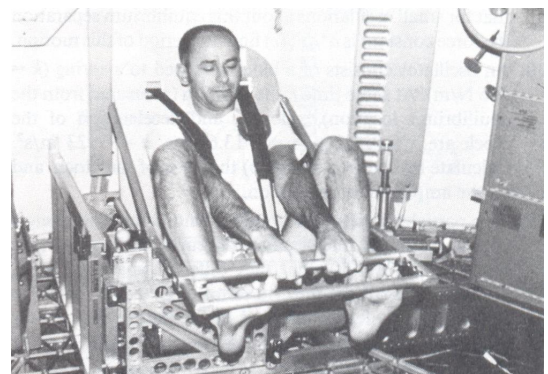
$$T = \frac{2\pi}{\omega}, \quad \omega = 2\pi \nu$$

- A a rezgés amplitúdója,
- ω a rezgés körfrekvenciája,
- α a rezgés kezdőfázisa,
- $\varphi = \omega t + \alpha$ a rezgés fázisa.

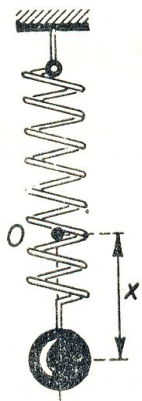
Anharmonikus rezgés:

- Minden olyan rezgést, amely nem harmonikus rezgés, anharmonikus rezgésnek nevezünk.

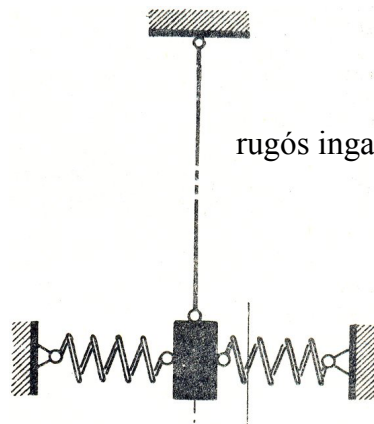
- A rezgésstan szempontjából sokszor nem lényeges, hogy milyen fizikai mennyiség rezeg!
- **Ennek oka:** bár a fizikai mennyiségek, és ezek időbeli lefolyását meghatározó fizikai törvények különböznek, azonban a törvények azonos időbeli változást leíró matematikai egyenletre vezetnek!
- Ezért rezgésekkel találkozhatunk például a
mechanikában,
elektromosságban,
csillagászatban (pl. Jupiter holdjainak látszólagos mozgása, változó csillagok, napfoltok),
atom-és molekula fizikában, stb.
- **A rezgések néhány fontos alkalmazása:**
 - Időmérés.
 - Épületek, hidak, járművek tervezése.
 - Földrengések (rezgések) regisztrálása.
 - Hangtan (hangszerek, hangterjedés, stb.)
 - Telekommunikáció (telefon, rádió, televízió, stb.)
 - Orvosi alkalmazások (ultrahang, CT, PET, stb.)
 - Űrkutatás (pl. tömegmérés!)



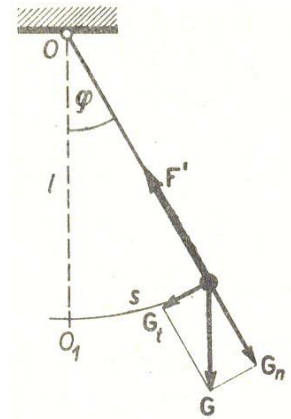
Néhány példa rezgést végző fizikai rendszerre



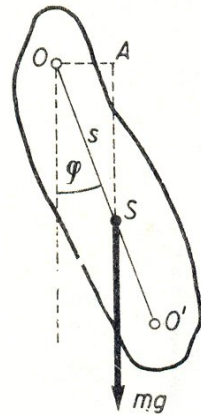
rugó-tömeg rendszer



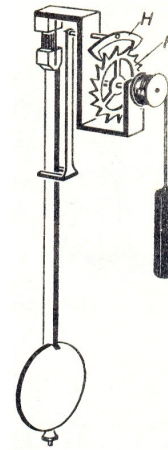
rugós inga



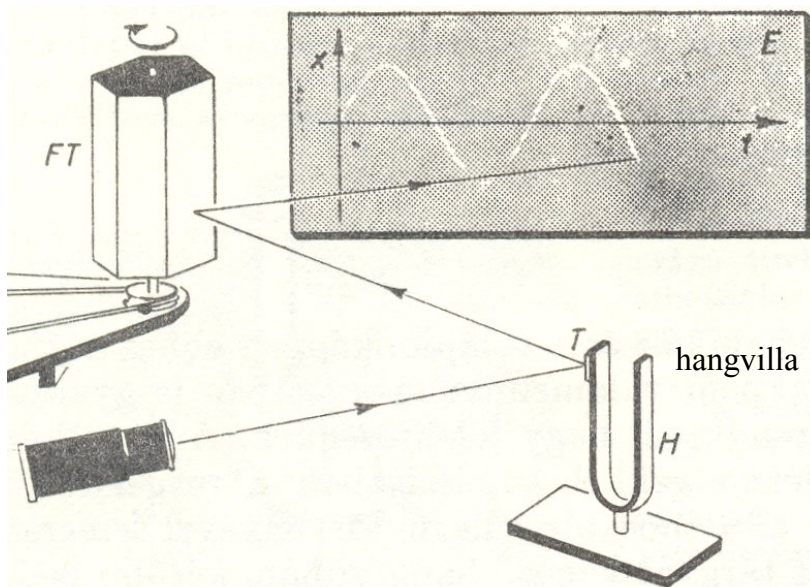
matematikai inga



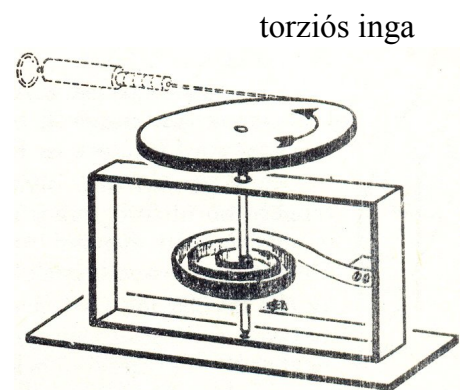
fizikai inga



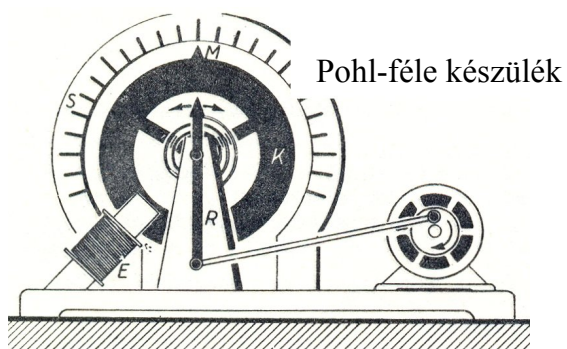
ingaóra



hangvilla



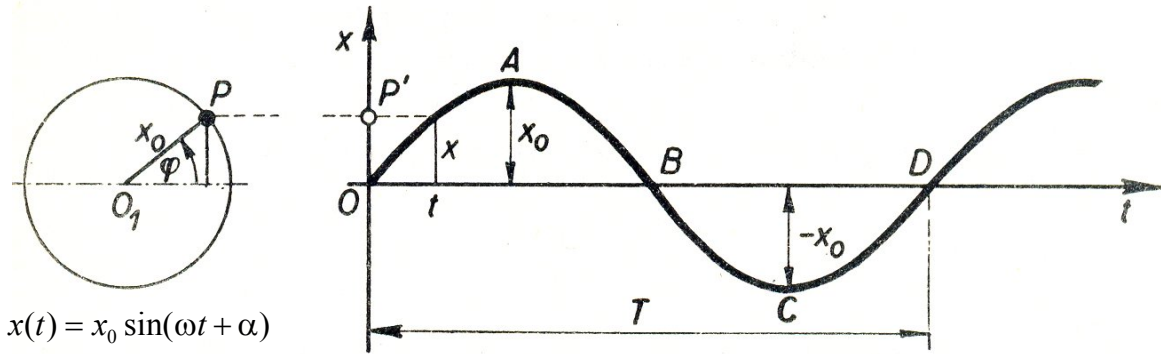
torziós inga



Pohl-féle készülék

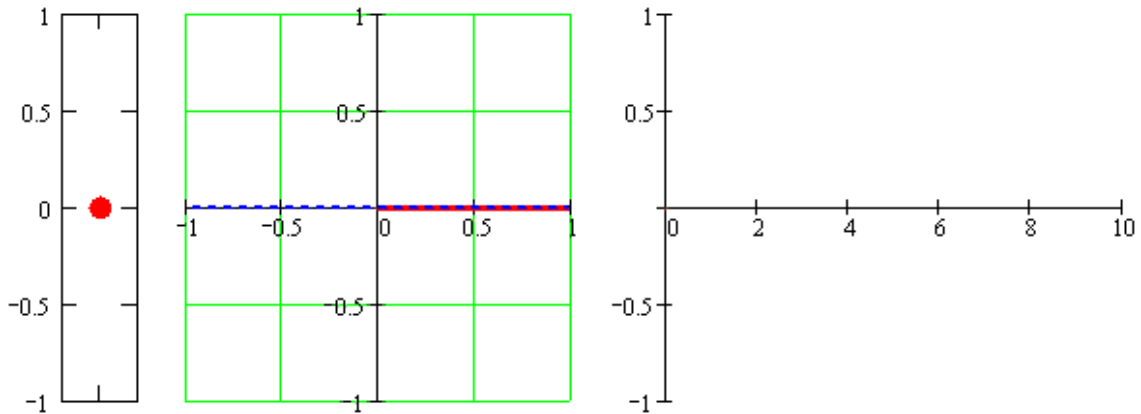
- Az előbbi rendszerek mindegyike példa lehet harmonikus és anharmonikus rezgésre is!
- A rezgés többnyire kis kitérésekre jó közelítéssel harmonikus, nagyobb kitérésekre anharmonikus.
- Az anharmonikus rezgések periódus ideje függ az amplitúdótól!

A harmonikus rezgés az egyenletes körmozgás vetülete



8,3. ábra

Következmény: egy harmonikus rezgés egy egyenletesen forgó vektorral szemléltethető!



Harmonikus rezgések összetevése

- Gyakori, hogy egy adott fizikai mennyiség két (vagy több) hatás következtében rezeg.
- Sokszor az együttes hatás következtében kialakult rezgés megegyezik a hatások által egyenként létrehozott rezgések összegével.
- Ez az u.n. **szuperpozíció elve**, amely lényeges szerepet játszik a fizika számos területén!

Két fontos alesetet különböztetünk meg:

- azonos irányú harmonikus rezgések összetevése,
- egymásra merőleges irányú harmonikus rezgések összetevése.

Azonos irányú harmonikus rezgések összetevése

$$y_1(t) = a_1 \sin(\omega_1 t + \alpha_1)$$

$$y_2(t) = a_2 \sin(\omega_2 t + \alpha_2)$$

$$y(t) = y_1(t) + y_2(t) \quad \text{milyen rezgés?}$$

- **Egyenlő frekvenciájú eset**, azaz $\omega_1 = \omega_2 = \omega$.

$$y(t) = a \sin(\omega t + \alpha) \quad , \quad \text{ahol}$$

$$a = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + 2a_1 a_2 \cos(\alpha_2 - \alpha_1)}$$

$$\text{tg } \alpha = \frac{a_1 \sin \alpha_1 + a_2 \sin \alpha_2}{a_1 \cos \alpha_1 + a_2 \cos \alpha_2}$$

Két **azonos irányú** és **azonos frekvenciájú** harmonikus rezgés összege szintén **ugyanolyan frekvenciájú harmonikus rezgés**, amelynek amplitúdóját és kezdőfázisát a két összeadott rezgés amplitúdója és kezdőfázisa határozza meg az előző formulákkal leírt módon.

Szemléltetés: oszcilloszkóppal és számítógépes demonstrációs [programmal](#).

Igazolás: forgó vektorokkal (számolás a táblánál)

Adott amplitúdók esetén mikor **maximális** és **minimális** az eredő rezgés amplitúdója?

- rögzített a_1 és a_2 esetén az a amplitúdó értékét a két rezgés $\delta = \alpha_2 - \alpha_1$ fáziskülönbsége határozza meg, ugyanis

$$a = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + 2a_1a_2 \cos \delta} \quad \Rightarrow \quad |a_1 - a_2| \leq a \leq a_1 + a_2$$

$\cos \delta = -1$ $\cos \delta = 1$

- *A maximális erősítés feltétele:* $\delta = 0, \pm 2\pi, \pm 4\pi, \dots, 2m\pi, \dots$, vagyis a rezgések fázisa azonos!
- *A maximális gyengítés feltétele:* $\delta = \pm\pi, \pm 3\pi, \pm 5\pi, \dots, (2m+1)\pi, \dots$, vagyis a rezgések fázisa ellentétes!

$$m = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$$

• **Különböző frekvenciájú eset** ($\omega_1 \neq \omega_2$)

- **A frekvenciák aránya racionális szám**, azaz $\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{n_1}{n_2}$, ahol n_1 és n_2 pozitív, relatív prím egészek.

Belátható, hogy a két rezgés összege olyan periodikus folyamatot eredményez, melynek

$$T = n_1 T_1 = n_2 T_2 \quad \text{a periódus ideje.}$$

- **A frekvenciák aránya irracionális szám.**

Belátható, hogy a két rezgés összege nem periodikus folyamat.

• **Lebegés**

A két rezgés frekvenciáinak eltérése sokkal kisebb, mint az összegük: $|\omega_1 - \omega_2| \ll \omega_1 + \omega_2$

Szemléltetés

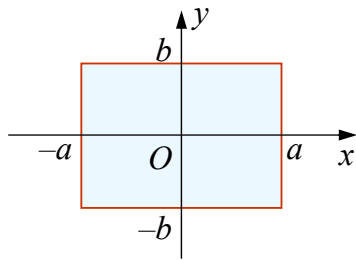
- hangvillákkal,
- számítógépes [animációval](#).

A lebegés frekvenciája:

$$v = |v_1 - v_2|$$

Igazolása forgó vektorokkal (számolás a táblánál).

Egymásra merőleges harmonikus rezgések összetevése



$$x(t) = a \sin(\omega_a t + \alpha)$$

$$y(t) = b \sin(\omega_b t + \beta)$$

Milyen pályán mozog a pont?

- **Egyenlő frekvenciájú eset**, ($\omega_a = \omega_b = \omega$).

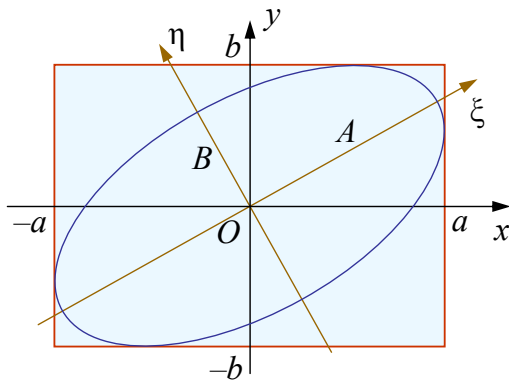
$$x(t) = a \sin(\omega t + \alpha)$$

$$y(t) = b \sin(\omega t + \beta)$$



$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{2xy}{ab} \cos \delta = \sin^2 \delta$$

, ahol $\delta = \beta - \alpha$
(igazolása a táblánál)



$$\frac{\xi^2}{A^2} + \frac{\eta^2}{B^2} = 1$$

ellipszis egyenlete!

A két rezgés összege ellipszisben poláros rezgés.

Speciális esetek

- lineárisan poláros rezgés ($\delta = 0; \pi$)
- körben poláros rezgés ($a = b$ és $\delta = \pi/2; 3\pi/2$)

- **Különböző frekvenciájú eset**

A pont az u.n. *Lissajous-féle görbéken* mozog.

Szemléltetés

- elektromos rezgésekkel (oszilloszkóp)
- számítógépes [animációval](#).
- Ha a **frekvenciák aránya racionális szám**, a görbe záródik (periodikus mozgás).
- Ha a **frekvenciák aránya irracionális szám**, a görbe nem záródik (nem periodikus).

Rezgések felbontása harmonikus rezgésekre

- Olyan egyirányú harmonikus rezgések összege, amelynek körfrekvenciái egy ω körfrekvencia egész számú többszörösei, nyilván periodikus folyamatot eredményeznek.
- A rezgés periódusa nyilván a legkisebb frekvenciájú harmonikus rezgés periódusával egyezik meg.
- Igaz-e az állítás megfordítása?

Fourier tétele

Általában bármilyen **periodikus** folyamat ($f(t) = f(t+T) \forall t$ -re) **egyértelműen** előállítható olyan, megfelelő amplitúdójú és fázisú **harmonikus** rezgések összegeként, melynek körfrekvenciái a rezgés körfrekvenciája és ennek egész számú többszörösei:

$$f(t) = A_0 + A_1 \sin(\omega t + \alpha_1) + A_2 \sin(2\omega t + \alpha_2) + \dots + A_n \sin(n\omega t + \alpha_n) + \dots, \text{ ahol } \omega = 2\pi/T$$

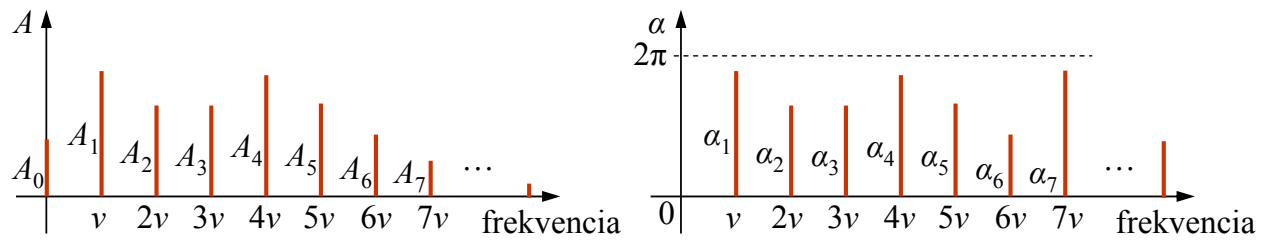
A matematikusok sokszor a következő alakban szokták felírni:

$$f(t) = \frac{a_0}{2} + (a_1 \cos \omega t + b_1 \sin \omega t) + (a_2 \cos 2\omega t + b_2 \sin 2\omega t) + \dots + (a_n \cos n\omega t + b_n \sin n\omega t) + \dots$$

- Szemléltetés: [számítógéppel](#)

- **A rezgés színekének fogalma**

A rezgés Fourier-féle felbontásában szereplő összetevők amplitúdóinak és fázisainak grafikus ábrázolása a frekvencia függvényében.



- Szemléltetés: [számítógéppel](#)