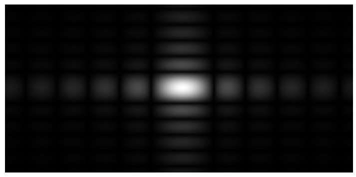
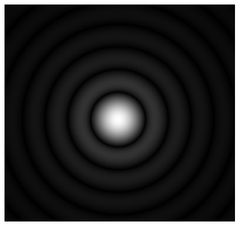
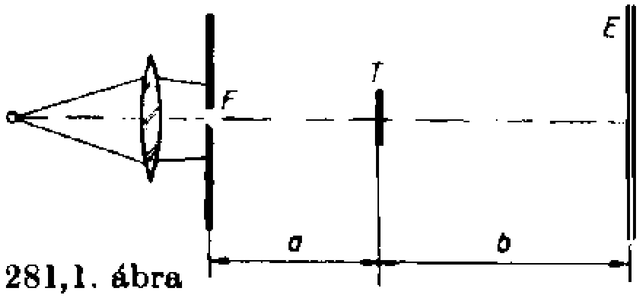
A fényelhajlás alapjelenségei. Fresnel- és Fraunhofer-féle elhajlás. Fraunhofer-féle elhajlás résen, kör alakú nyíláson és optikai rácson

- A fénysugarakkal leírható egyenes vonalú terjedéstől bizonyos esetekben eltérés mutatkozik!
- A fény az árnyékzónába is behatol, ahová pedig az egyenes vonalú terjedés szerint nem juthatna el. Az árnyékhatár közelében világos és sötét helyek váltakozása figyelhető meg.
- A fény hullámtermészetének egyik fontos bizonyítéka

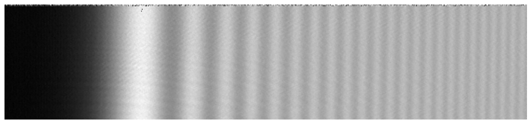

rés


kör alakú nyílás

Kísérleti bemutatása



281,1. ábra

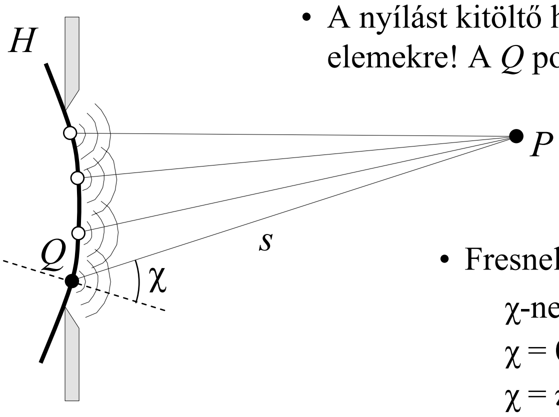

él

- **Értelmezése: Huygens-Fresnel-féle elv**

  A fényhullámok terjedése során egy hullámfelület minden pontja elemi hullámforrás.

  Egy későbbi időpontban egy adott helyen megfigyelhető hatást ezen elemi hullámok interferenciája határozza meg.

A Huygens-Fresnel-féle elv matematikai megfogalmazása



- A nyílást kitöltő hullámfelület osszuk fel kicsiny ΔS nagyságú felület-elemekre! A Q pont körüli felületelem által keltett elemi hullám:

$$\Delta E = \frac{E(Q)}{s} \cdot \sin\left[\omega \cdot \left(t - \frac{s}{c}\right) + \frac{\pi}{2}\right] \cdot K(\chi)\, \Delta S$$

- Fresnel feltevése szerint a $K(\chi)$ inklinációs faktor

  χ-nek lassan változó, monoton csökkenő függvénye,

  $\chi = 0$ értékre maximális,

  $\chi = \pi/2$ értékre zérus.

- A P pontbeli térerősség a felületelemek által keltett elemi hullámok térerősségeinek összegeként, vagyis az elemi hullámok interferenciájaként áll elő.
- Ezzel a gondolatmenettel eljuthatunk az u.n. **diffrakciós integrál** fogalmához, amely a Huygens-Fresnel-féle elv matematikai megfogalmazása és a hullámegyenletből kiindulva is levezethető.
- A szükséges matematikai ismeretek hiánya miatt egy közelítő eljárást fogunk alkalmazni az elhajlási jelenségek értelmezésénél.
- A hullámfelület felületelemekre – Fresnel-féle zónákra – bontjuk majd fel egy adott, később ismertetett szabály alapján.

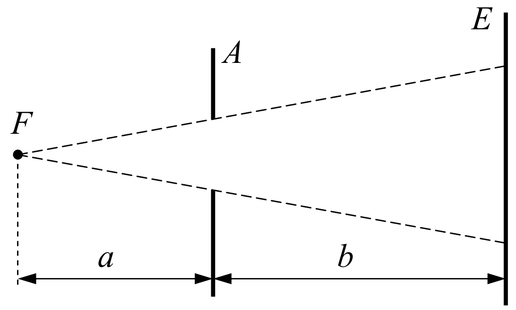
Az elhajlási jelenségek osztályozása

- **Fresnel-féle**

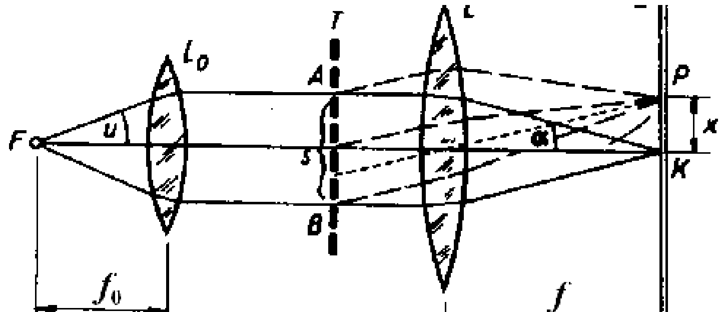
  A fényforrásnak és a megfigyelési helynek az elhajlító tárgytól mért távolsága (a és b) véges.

- **Fraunhofer-féle**

  A fényforrásnak és a megfigyelési helynek az elhajlító tárgytól mért távolsága (a és b) végtelen (nagyon nagy).



A Fraunhofer-féle elhajlás kísérleti megvalósítása



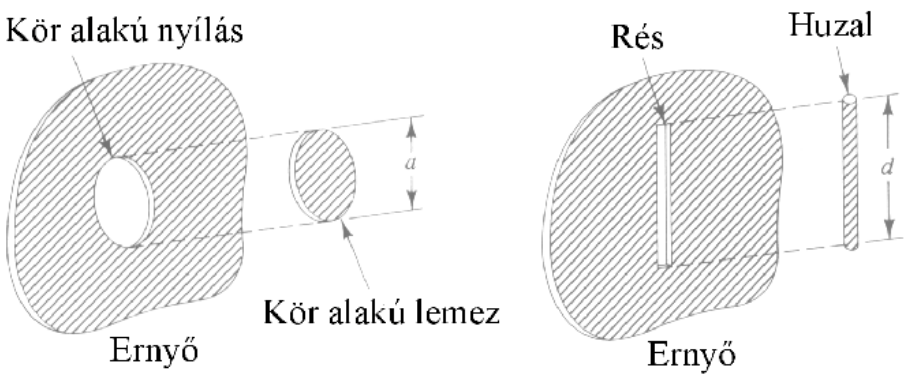
281,11. ábra

Néhány fontosabb akadály

- rés
- él
- kör alakú nyílás
- gyűrű alakú nyílás
- átlátszatlan korong
- kettős rés
- optikai rács
- zónalemez

Babinet-féle elv

Egy elhajlító tárgy és annak komplementere által létrehozott elhajlási jelenségek közötti kapcsolatot fogalmazza meg.



Az elhajlító tárgy és a komplementere által diffraktált fényhullámok együttesen (azaz fényhullámokat összeadva) a zavartalan terjedéshez tartozó fényhullámot adják.

$$E_{\text{zavartalan}} = E_{\text{elhajlított}}^{(\text{nyílások})} + E_{\text{elhajlított}}^{(\text{komplementer nyílások})}$$

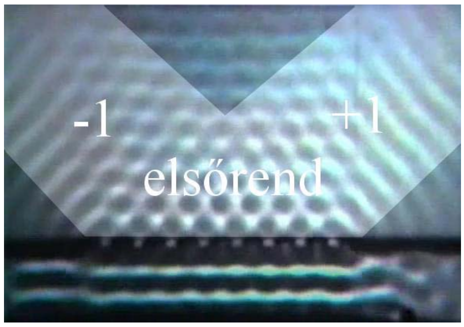
Elhajlás szemléltetése vízhullámmal

él

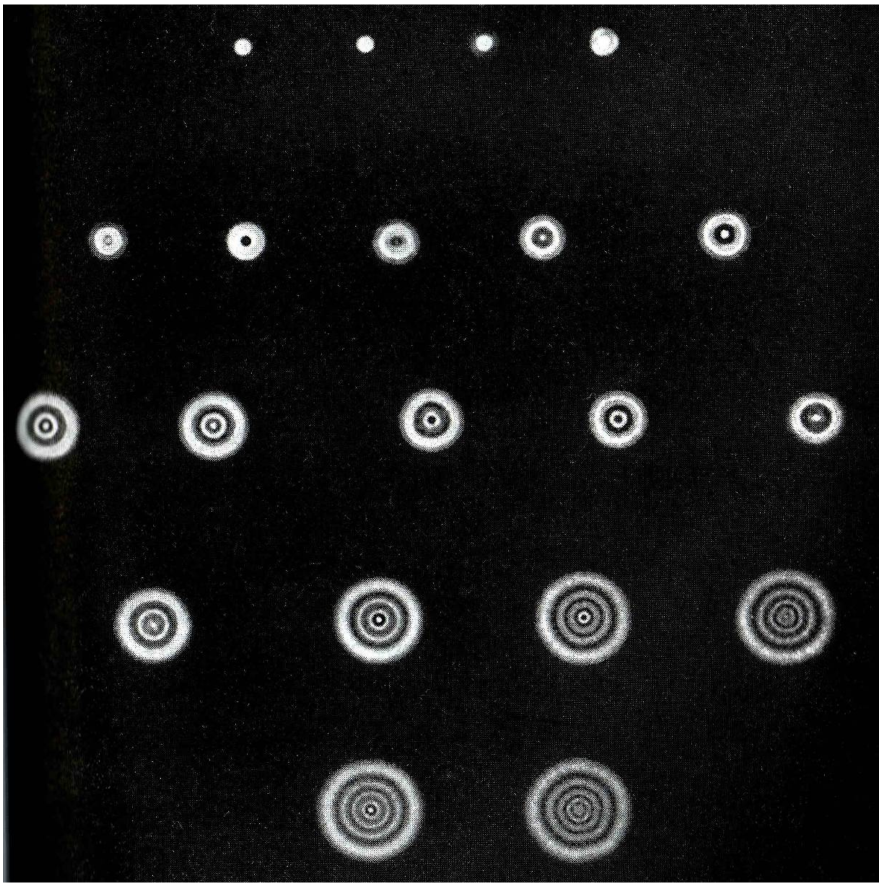
rés

kettős rés

rács



Fresnel-féle elhajlás kör alakú nyíláson. Fresnel-féle zónák



Néhány Fresnel-féle elhajlási kép kör alakú nyílásra

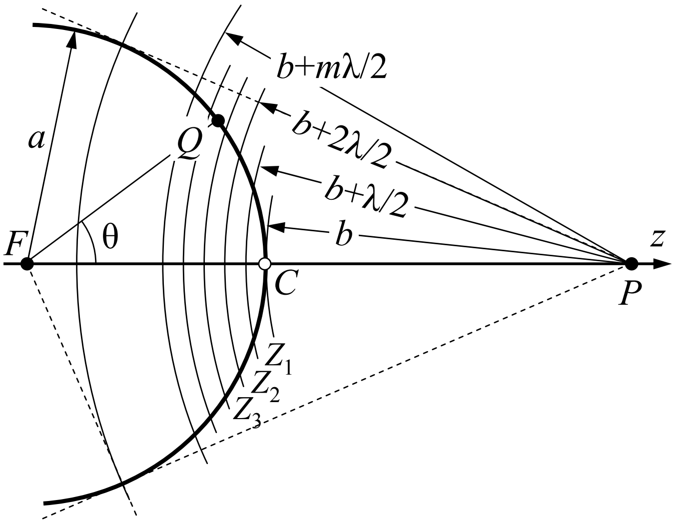
- A kísérletek szerint a nyílás tengelyén bizonyos pontokban sötét van!
- Más helyeken viszont intenzívebb a fényhatás, mint a nyílás nélkül lenne!

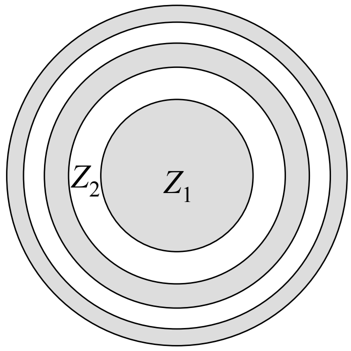
A jelenséget a Huygens-Fresnel-féle elv segítségével érthetjük meg!

- A nyílást kitöltő hullámfelületet felosszuk rész felületekre (Fresnel-féle zónákra).
- **A zónaszerkesztés szabálya:**

  A hullámfrontot úgy osztjuk fel zónákra, hogy két szomszédos zónának a megfigyelési ponttól mért távolsága a hullámhossz felével különbözzön.

  Ekkor két szomszédos zóna ellentétes fázisú rezgést kelt a megfigyelési pontban!



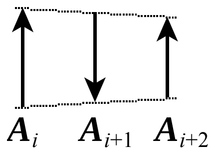


$$\lambda \ll a\,,\ \lambda \ll b$$

$$m\frac{\lambda}{2} \approx \frac{r_m^2}{2a} + \frac{r_m^2}{2b}$$

$$r_m \approx \sqrt{m\frac{a\,b}{a+b}\lambda}$$

$$S_m \approx \pi\frac{a\,b}{a+b}\lambda$$



- A $\lambda/2$ útkülönbség miatt az egymás melletti zónák ellentétes irányú térerősséget létesítenek.
- Az amplitúdók közel azonosak, a rendszám növekedésével főként az eltérítési faktor lassú csökkenése miatt igen lassan monoton csökkennek.

Zavartalan terjedés (nincs a hullám útjában akadály) $A = A_1 - A_2 + A_3 - A_4 + \ldots \pm A_N$

$$A = \frac{A_1}{2} + \underbrace{\left(\frac{A_1}{2} - A_2 + \frac{A_3}{2}\right)}_{\approx 0} + \underbrace{\left(\frac{A_3}{2} - A_4 + \frac{A_5}{2}\right)}_{\approx 0} + \ldots \pm \underbrace{\frac{A_N}{2}}_{\approx 0} \quad \Rightarrow \quad A \approx \frac{A_1}{2}$$

- A P pontban olyan a fényhatás mintha az első zóna fele hozta volna létre.
- Mivel λ kicsi, r_1 szintén kicsi. Így a terjedés egyenes vonalúnak tekinthető

A nyílás sugara a hullámhosszhoz képest nagy $\Rightarrow$ a nyílást kitöltő zónák száma $m \gg 1$

$$A = \frac{A_1}{2} + \underbrace{\left(\frac{A_1}{2} - A_2 + \frac{A_3}{2}\right)}_{\approx 0} + \underbrace{\left(\frac{A_3}{2} - A_4 + \frac{A_5}{2}\right)}_{\approx 0} + \ldots \pm \underbrace{\frac{A_m}{2}}_{\approx 0} \quad \Rightarrow \quad A \approx \frac{A_1}{2}$$

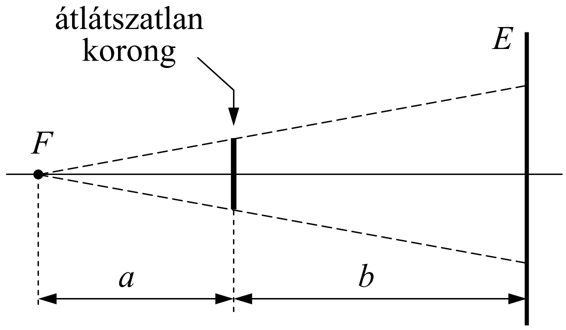
- A P pontban a fényhatás olyan mint a szabad terjedés esetén.

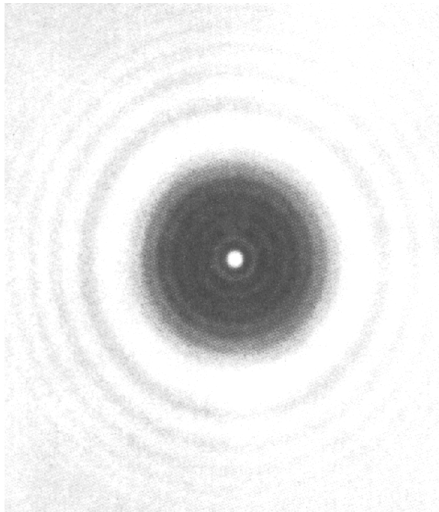
A nyílás sugara a hullámhosszal azonos nagyságrendű vagy kicsit nagyobb

$$A = \begin{cases} 0\,, & \text{ha nyílást kitöltő zónák száma páros } (m = 2n) \\ A_1\,, & \text{ha nyílást kitöltő zónák száma páratlan } (m = 2n + 1) \end{cases}$$

Poisson-, vagy Arago-féle folt

elméleti kimutatás ← → kísérleti igazolás





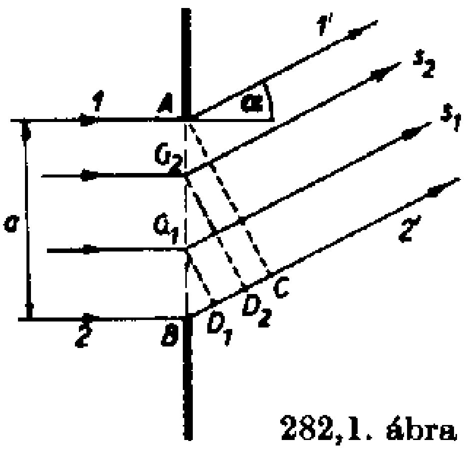
- Az ernyő helyétől függetlenül a korong tengelyén mindig **világos** folt van!
- Középen az intenzitás éppen akkora mintha a korong ott **sem lenne**!

Ha korong az első $n-1$ darab zónát takarja ki:

$$A=\frac{A_n}{2}+\underbrace{\left(\frac{A_n}{2}-A_{n+1}+\frac{A_{n+2}}{2}\right)}_{\approx 0}+\underbrace{\left(\frac{A_{n+2}}{2}-A_{n+3}+\frac{A_{n+4}}{2}\right)}_{\approx 0}+\ldots\pm\underbrace{\frac{A_m}{2}}_{\approx 0} \Rightarrow A\approx\frac{A_n}{2}$$

Fraunhofer-féle elhajlás résen

A gyengítési és erősítési irányok kiszámítása a Fresnel-zónákkal



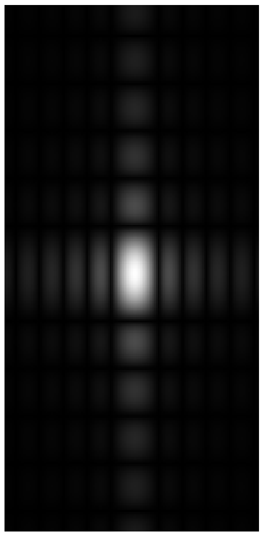
282,1. ábra

- $\alpha = 0$ irányba erősítés lép fel.
- $\alpha \neq 0$ esetén milyen irányokba van gyengítés és erősítés?

$$\overline{BC}=\Delta s_{\max}(\alpha)=a\cdot\sin\alpha$$

Fresnel–zónák száma az α irányból nézve:

$$N=\frac{\Delta s_{\max}(\alpha)}{\lambda/2}=\frac{a\cdot\sin\alpha}{\lambda/2}$$



A fényhatás
- gyengítés, ha az α irányból nézve a zónák száma páros
- erősítés, ha az α irányból nézve a zónák száma páratlan

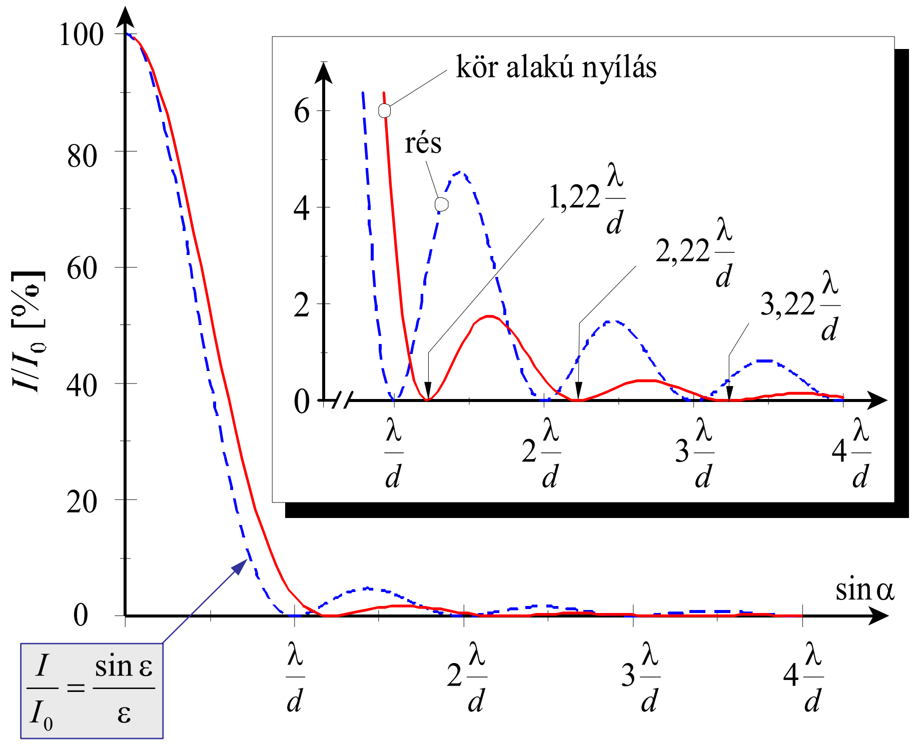
$$N=\frac{a\cdot\sin\alpha}{\lambda/2}=\begin{cases}2m\,, & \text{gyengítés esetén} \leftrightarrow \boxed{a\cdot\sin\alpha=m\cdot\lambda}\\ 2m+1\,, & \text{erősítés esetén} \leftrightarrow \boxed{a\cdot\sin\alpha=(m+1/2)\cdot\lambda}\end{cases}$$

ahol $m = 1, 2, 3, \ldots$

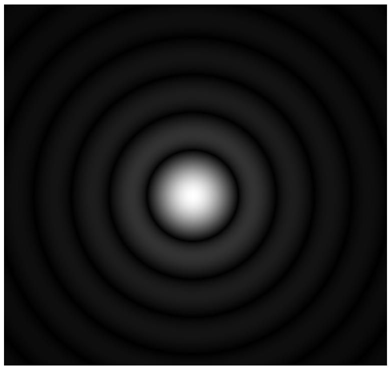
Fraunhofer-féle elhajlás kör alakú nyíláson

Intenzitás az elhajlási szög szinuszának függvényében

d átmérőjű környílás és *d* szélességű rés esetén.



$\varepsilon = \pi \cdot (d/\lambda) \cdot \sin\alpha$



kör alakú nyílás esetén

Az 1. kioltási irányra:

$d \sin\alpha_1 = 1{,}22\,\lambda$

rés esetén

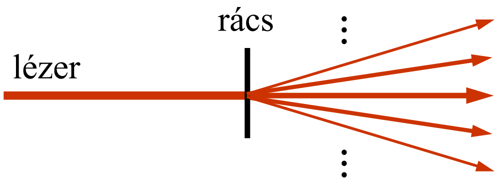
Az 1. kioltási irányra:

$d \sin\alpha_1 = \lambda$

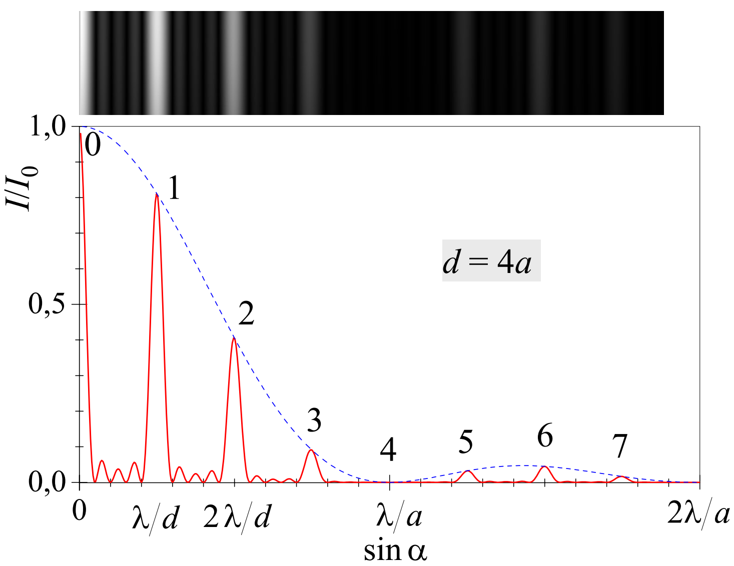
Környílás esetén a mellékmaximumok kisebb intenzitásúak, mint a rés esetén!

Fraunhofer-féle elhajlás optikai rácson

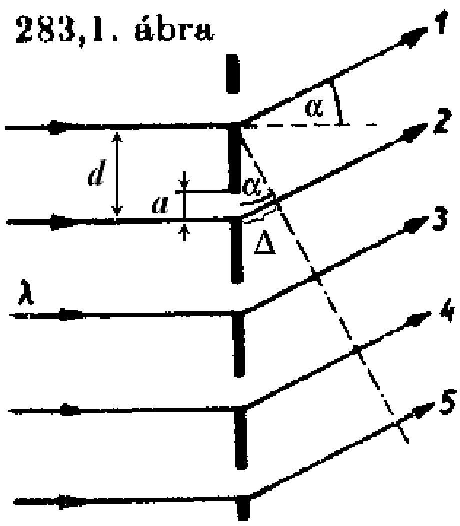
kísérlet



Intenzitás az elhajlási szög szinuszának függvényében



Az erősítés feltételének kiszámítása



$\Delta = d \sin\alpha$

Az erősítés feltétele

$\Delta = m\lambda$

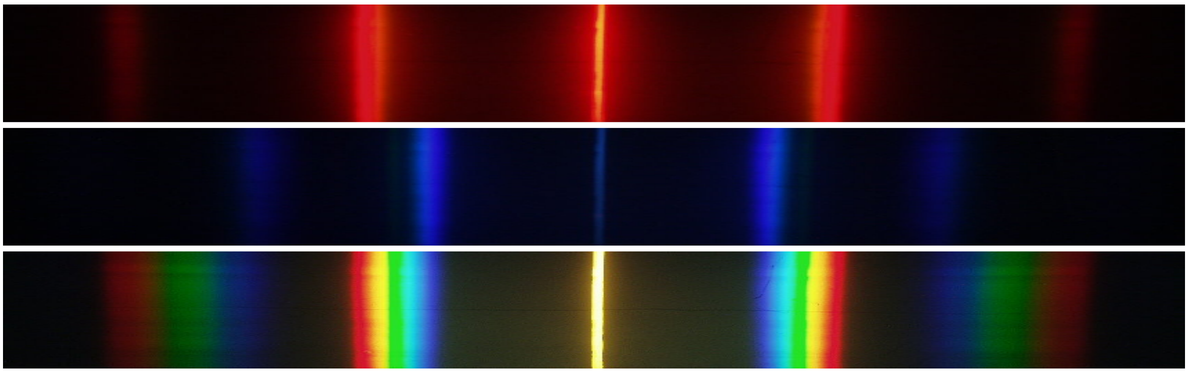
$(m = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots)$

$d \sin\alpha_m = m\lambda$

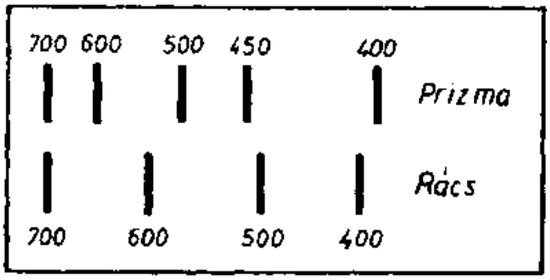
$$d \sin \alpha_m = m\lambda$$

Az eltérítés szöge függ a hullámhossztól!

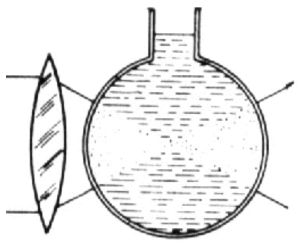
- Ezért az optikai rács spektroszkópiai eszközökben bontó elemként használható.
- A spektrum (kis szögváltozásokra) lineárisan függ a hullámhossztól, és
- a színkép hossza az interferencia rendjével arányos.



A prizma és a rács által létrehozott spektrum összehasonlítása



Fényszóródás



284,3. ábra

- Az ábrán látható kísérletnél a nyaláb fénykúpja oldalról is látható. A jelenséget a fényszóródással magyarázhatjuk.
- A fényszóródás a közegben lévő átlátszatlan, vagy közegtől eltérő törésmutatójú átlátszó, a hullámhossznál kisebb részecskék által létrehozott jelenség.

A fényszóródás osztályozása

Rugalmas szórás (nem változik meg a hullámhossz)

- A szóró centrumok töltött részecskéket tartalmaznak (pl. elektronokat). A töltött részecskék kényszerrezgést végeznek a beeső fény hatására és ezáltal maguk is fényt sugároznak ki. A beeső (primer) és a másodlagos (szekunder) hullám koherens esetben interferál egymással.

  Példák
  - Rayleigh-féle szórás
  - Mie-féle szórás

Rugalmatlan szórás (megváltozik a hullámhossz)

- Klasszikus értelmezés: A rezgő töltéseket nemlineáris erők kötik az egyensúlyi helyzetükhöz, így nemlineáris kényszerrezgés alakul ki.
- A jelenségek pontos értelmezéséhez a kvantumelmélet szükséges.

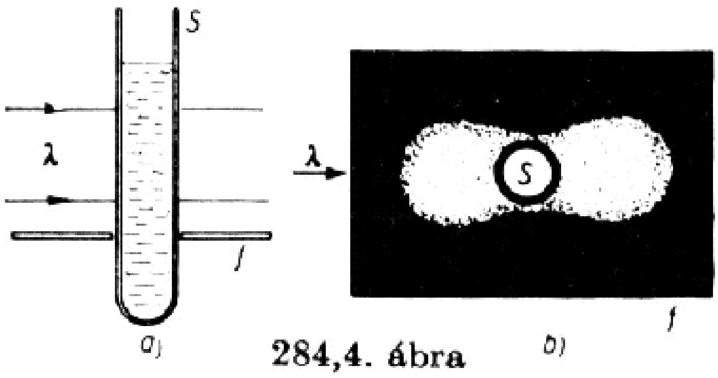
  Példák
  - Raman-féle szórás (a molekulák rezgése és forgása okozza)
  - Compton-féle szórás (foton-elektron ütközés)
  - Brillouin-féle szórás (foton-fonon ütközés)

Rayleigh-féle szórás

- A szóró centrumok mérete sokkal kisebb, mint a megvilágító fény hullámhossza.
- A szórt fény koherens, azaz interferenciaképes a gerjesztő fénnyel.
- A szórt fény intenzitása a hullámhossz negyedik hatványával fordítva arányos (azaz a kék színű fény sokkal jobban szóródik, mint a vörös)

  Ezzel magyarázható például
  - a nappali tiszta égbolt kék színe,
  - a felkelő és lenyugvó nap vörös színe,
  - vörös, vagy infravörös fényt használva olyan távoli tárgyak is lefényképezhetők, melyek kék fényben már nem is láthatók (infravörös fényképezés).

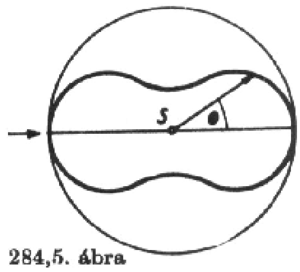
Kísérleti szemléltetés



284,4. ábra

A szórt fény intenzitása

$$J_\Theta \approx \frac{\pi^2 (1+\cos^2\Theta)(n^2-1)V^2}{2r^2\lambda^4} J_0$$

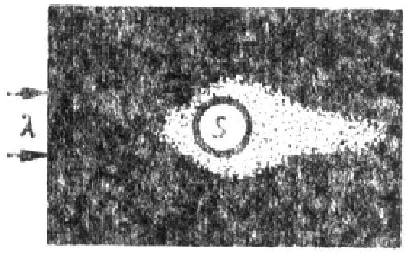


284,5. ábra

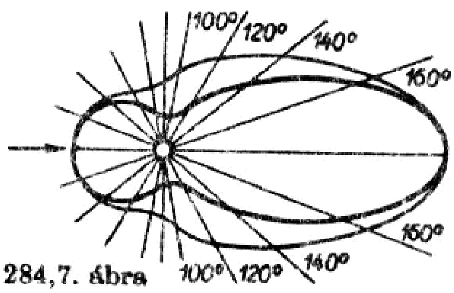
Mie-féle szórás

- A szóró centrumok lényegesen nem kisebbek, mint a megvilágító fény hullámhossza.
- A szórt fényintenzitás polárdiagramját az ábra mutatja.
- A szórt fény a beesővel nem minden esetben koherens.
- A szórt fény intenzitása jó közelítéssel független a megvilágító fény hullámhosszától.

  Ezzel magyarázható például
  - a nappali párás égbolt szürkés színe,
  - a kifújt cigaretta füst szürkés színe.



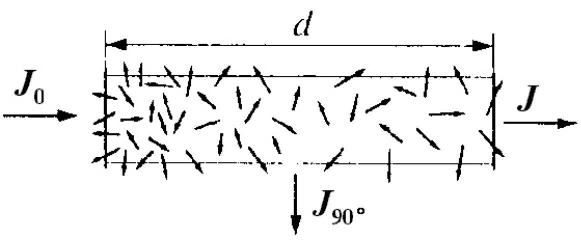
284,6. ábra



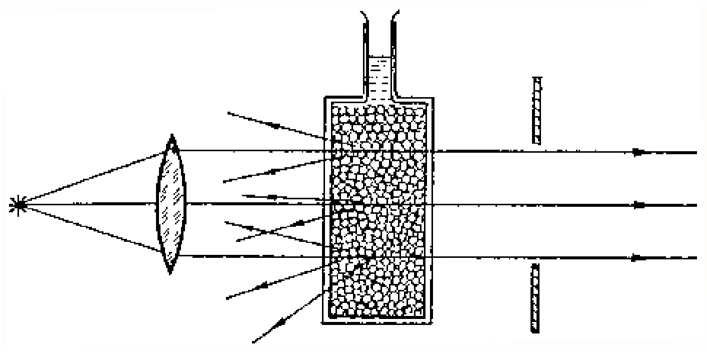
284,7. ábra

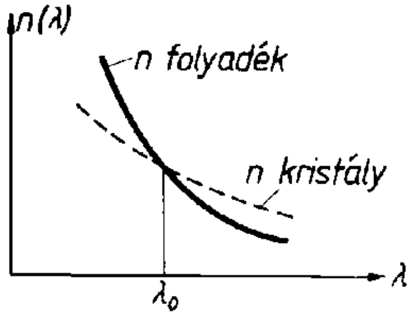
További megjegyzések és alkalmazások

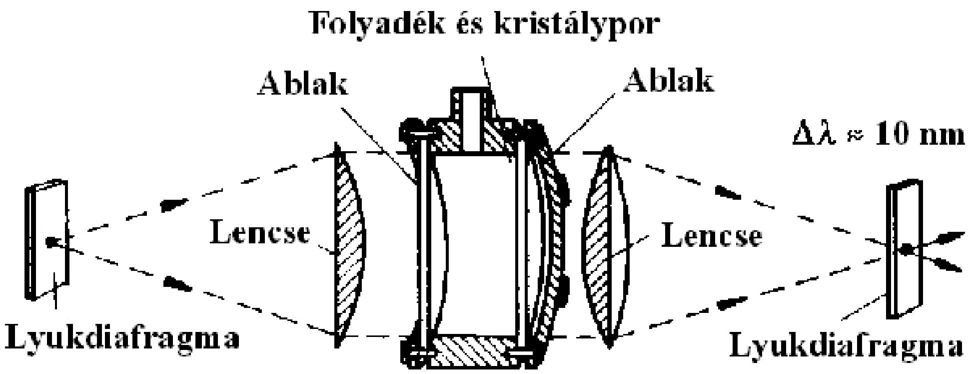
A fényszóródás következtében látjuk oldalról a levegőben (vagy más közegben) terjedő fénynyalábot



Diszperziós (vagy Christiansen-féle) szűrő

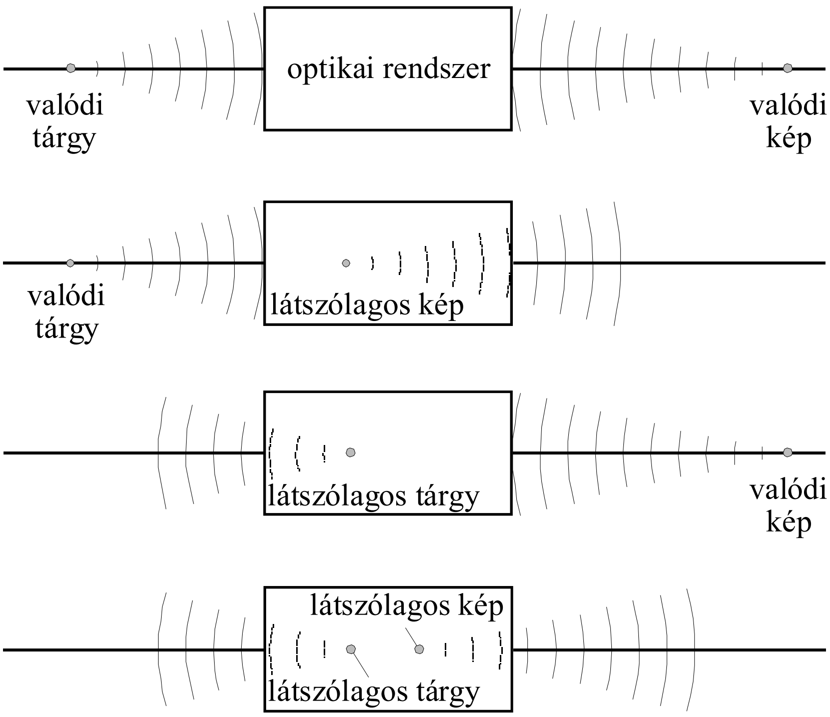






Az optikai leképezés hullámelmélete. Az optikai eszközök felbontóképessége

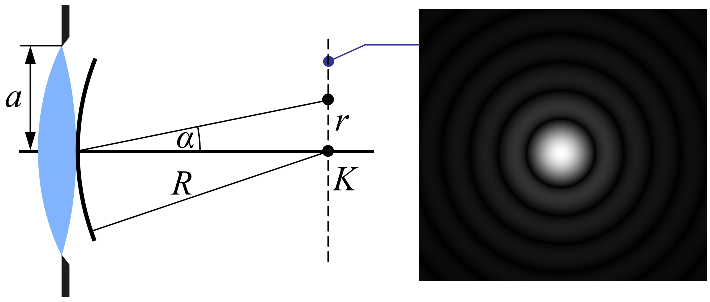
- Egy képalkotási hibáktól mentes optikai leképező rendszer – a geometriai optika szerint – pontot pontba képez.
- A képalkotás hullámoptikai értelmezése: egy ideális képalkotó optikai rendszerre gömbhullám esik be, akkor az leképező eszközt szintén gömbhullám hagyja el.

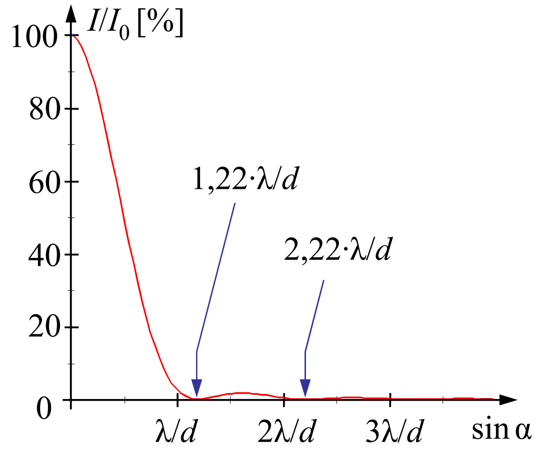


Szemléltetés vízhullámokkal

- A belépő és a kilépő hullámfrontok görbületi sugarát (a fősíkoknál) az $1/f = 1/t + 1/k$ leképezési egyenlet határozza meg.
- A képalkotó rendszer kilépő – legtöbb esetben kör alakú – nyílásán elhajlás lép fel.
- Az elhajlást leíró – Huygens-Fresnel-elvet matematikai alakban kifejező – diffrakciós integrál vizsgálatával megmutatható, hogy a képsíkbeli intenzitás megegyezik a nyíláshoz tartozó Fraunhofer-féle elhajláshoz tartozó intenzitás mintázattal.

Fraunhofer-féle elhajlás kör alakú nyíláson





Paraxiális közelítésben: $\sin\alpha \approx r/R$

- Az első sötét gyűrű sugarát jelölje ρ.
- Az intenzitást leíró grafikonról leolvasható, hogy

$$\rho/R = 1{,}22\cdot\lambda/d = 0{,}61\cdot\lambda/a \quad \Rightarrow \quad \boxed{\rho = 0{,}61\cdot(R/a)\lambda}$$

- Eredményünk azt mutatja, hogy az elhajlás miatt az ideális leképezés még egy képalkotási hibáktól mentes optikai leképező rendszer esetén sem valósul meg, hiszen a képsíkban egy pontnak egy korong – az ú.n. ***elhajlási korong*** – felel meg, amelynek a sugara

$$\boxed{\rho = 0{,}61\cdot(R/a)\lambda}$$

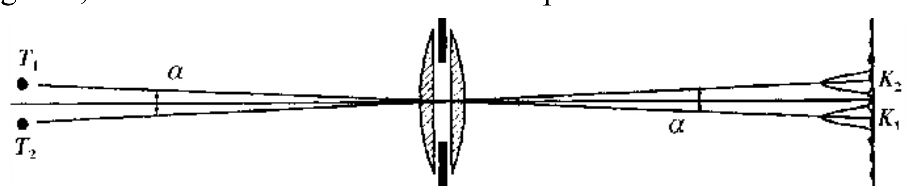
a a kilépő nyílás sugara, R a kilépő nyílást kitöltő hullámfront görbületi sugara, λ a hullámhossz.

Optikai eszközök felbontóképessége

- Optikai leképezés során mikor különböztethető meg két különálló pontszerű tárgy képe?
- Ha két kép megkülönböztethető, akkor azt mondjuk, hogy az optikai eszköz felbontja a két különálló pontszerű tárgyat.
- A geometria optika szerint ideális képalkotás esetén, a felbontásnak elvileg nincsen határa, hiszen a nagyítás növelésével a két pontszerű kép mindig felbontható.
- Valójában az elhajlás és a gyakorlatilag teljesen nem kiküszöbölhető képalkotási hibák mindig korlátozzák a felbontást.

Képalkotó optikai eszköz felbontási határa: Két, még éppen felbontott tárgypont (szög)távolsága.

Képalkotó optikai eszköz felbontóképessége: Két, még éppen felbontott tárgypont (szög)távolságának, azaz a felbontási határának a reciproka.



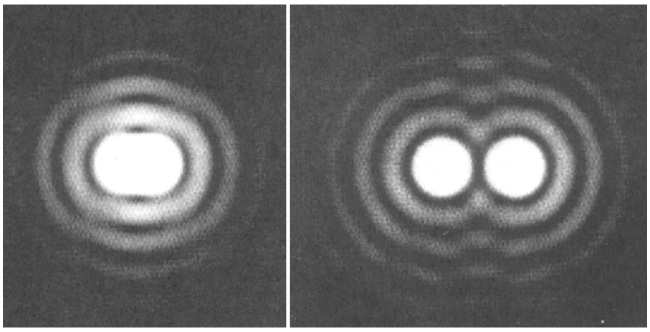
- A képek megkülönböztethetőségét nyílván valamilyen megállapodás alapján tudjuk eldönteni.

Rayleigh-féle kritérium

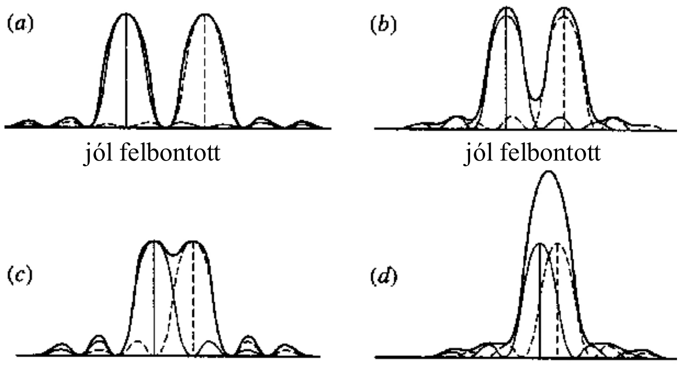
A két tárgypontot felbontottnak tekintjük, ha a képeiknek megfelelő elhajlási korongok közül az egyiknek a középpontja a másik peremére, vagy azon kívülre esik.

Az intenzitásokkal megfogalmazva, ez azt jelenti, hogy a felbontás határán az egyik kép intenzitás maximuma a másik kép intenzitásának az első zérushelyére esik.

éppen felbontott jól felbontott



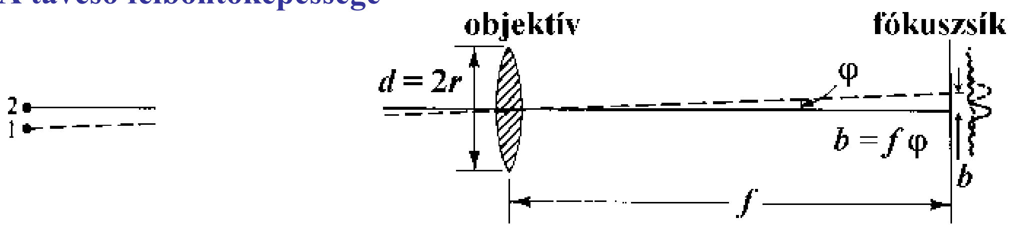
- Mivel a Rayleigh-féle kritérium esetén az intenzitásokat hasonlítjuk össze, nyílván a kritérium, akkor használható amikor a két tárgypont nem koherens fényt sugároz.
- Ez az eset áll fenn többnyire az önállóan világító szokásos fényforrások (pl. izzó, napfény) esetén.
- Így a *távcső*, a *szem* és a *nagyító* szokásos használata esetén a Rayleigh-kritériumot közvetlenül alkalmazhatjuk.



(a) jól felbontott (b) jól felbontott (c) éppen felbontott (d) nem felbontott

- Koherens megvilágítás esetén további megfontolások szükségesek (Abbe-féle elmélet, stb).

A távcső felbontóképessége



$$b \geq 0{,}61 \cdot (f/r)\lambda$$

$$\varphi = b/f$$

$$\varphi \geq 0{,}61 \cdot \lambda/r$$

a távcső felbontási határa

$$\boxed{\varphi_h = 0{,}61 \cdot \lambda/r}$$

a távcső felbontóképessége

$$\boxed{F = \frac{1}{\varphi_h} = \frac{r}{0{,}61 \cdot \lambda}}$$

Hawaii Mauna Kea csúcson lévő tükrös távcsőnél $d = 10$ m, így $\lambda = 0{,}5$ μm-re

$$\varphi_h = 6{,}1 \cdot 10^{-8} \text{ rad} = 3{,}5 \cdot 10^{-6} \text{ fok} \quad \Rightarrow \quad F \approx 1{,}64 \cdot 10^{7}$$

A szem felbontóképessége

A távcsőnél alkalmazott eljárás a szemre is érvényes, így a felbontás határát és a felbontóképességet ugyanazon formulák írják le.

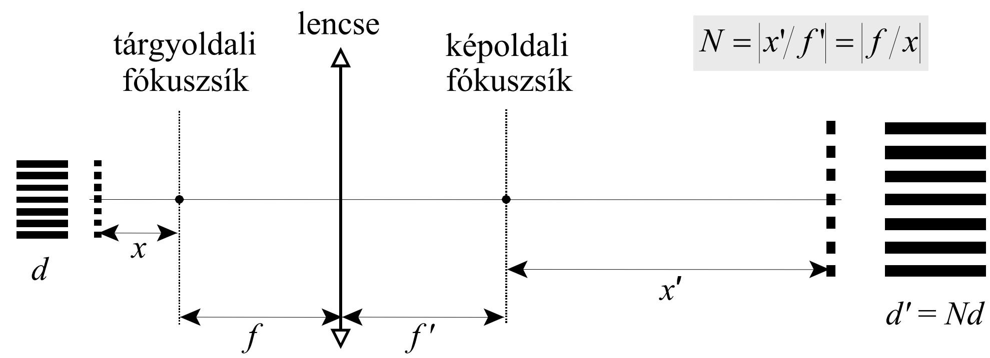
$d = 4$ mm pupilla átmérőre és $\lambda = 0{,}5$ μm-re $\quad \varphi_h = 0{,}153 \text{ mrad} = 0{,}52 \text{ ívperc}$

$$F \approx 6557$$

Valójában az érzékelő sejtek sűrűsége és a leképezési hibák miatt a valódi érték a fizikai határ kétszerese: $\varphi_h = 0{,}3$ mrad = 1 ívperc ! ($F = 3333$).

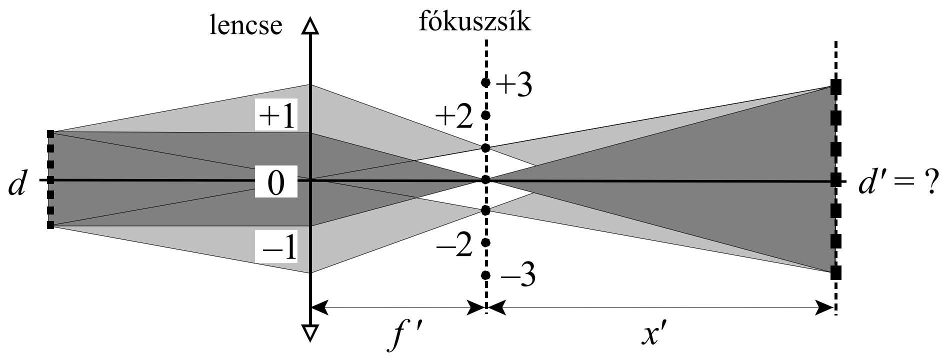
Koherens megvilágítás – Abbe-féle elmélet

- Koherens fénnyel megvilágított *kis méretű tárgy* esetén a fényelhajlás jelentős hatással lehet a képre. Gyakorlatban a mikroszkópot használva találkozhatunk ezzel a problémával.
- Az interferencia miatt előfordulhat, hogy a létre jött kép egyáltalán nem hasonlít a tárgyra!
- Mikor kapunk a tárgyhoz hasonló képet?
- Példa: egy d rácsállandójú rácsot képezünk le egy lencsével, amelynek az adott kép és tárgy síkra vonatkozólag N a nagyítása. Mikor lesz a kép $d' = N \cdot d$ periódusú csíkrendszer?



- A kísérletek azt mutatják, hogy a kép lehet ugyan egy világos-sötét csíkrendszer, de nem minden esetben azonos a tárgy N-szeresére nagyított csíkrendszerével!
- Abbe vizsgálatai szerint bizonyos feltételeknek teljesülnie kell ahhoz, hogy a kép a tárgyhoz hasonló legyen.

- A koherens megvilágítás miatt a tárgyon (itt rácson) áthaladó fénynél elhajlás lép fel.
- A lencse egy adott irányba haladó párhuzamos fénysugarakat a fókuszsíkjának egy adott pontjába gyűjti össze, így ebben a pontban megfigyelhető fényhatás attól függ, hogy az adott irányba elhajlított fény intenzitása milyen.
- Ez alapján megmutatható, hogy a fókuszsíkbeli intenzitás megegyezik a tárgy által létrehozott Fraunhofer-féle elhajláshoz tartozó intenzitás mintázattal.
- A példabeli rács esetén a fókuszsíkban megjelenik a rácsra jellemző diffrakciós mintázat, amelynek a maximumai olyan α szöggel adott irányban vannak, melyre $d \cdot \sin\alpha = m \cdot \lambda$, ahol $m = 0, \pm1, \pm2, \pm3, \ldots$ a diffrakció rendszáma.
- Az ábra csak a 0, ±1 rendeknek megfelelő párhuzamos sugarakból álló elhajlított fénynyalábokat tünteti fel, a többi rendszámra csak a maximumok helyét szemlélteti.



- Azonban a leképezésben nem feltétlenül minden diffrakciós rend vesz részt, például a lencse nyílásának végessége, vagy a fókuszsíkban elhelyezett nyílásrendszer (u.n. *térszűrő*) blokkoló hatása (, vagy egyéb blokkoló hatás) miatt.

- Bár a fókuszsíktól tovább terjedő fény a képsíkban ismét egy csíkrendszert hozhat létre, azonban a periódusa nem feltétlenül N-szerese a tárgy periódusának!
- Ha a képbeli csíkrendszer periódusa nem N-szerese tárgy periódusának, akkor a képet nem tekinthetjük a tárgyhoz hasonlónak. Ekkor a kép alapján nyílván nem tudjuk megmondani, hogy milyen valójában a tárgy!

Abbe a koherens leképezéssel kapcsolatban a következőket állapította meg:

- Ahhoz hogy a kép a tárgyhoz hasonló legyen szükséges és elégséges, hogy legalább három szomszédos diffrakciós rend (m-1, m, m+1) részt vegyen a leképezésben.

  A *példánkban* a 0 rend mellett szükséges, hogy a ±1 rendek is áthaladjanak a lencse nyílásán. Ehhez nyílván a d rácsállandó nem lehet kisebb egy bizonyos értéknél, hiszen d csökkenésével az elhajlási szög növekszik, így egy adott rácsállandó alatt a diffrakciós rendek kicsúsznak a lencse nyílásán túlra.

- A kép annál inkább hasonlít a tárgyra, minél több diffrakciós rend vesz részt a leképezésben.

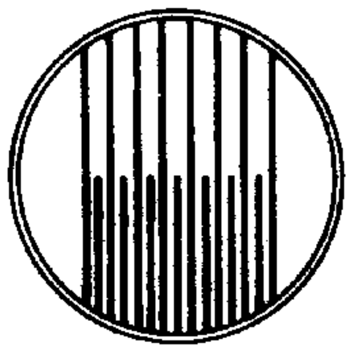
  A *példánkban* a képbeli sötét és világos csíkok közötti ármenet meredekebb lesz a leképezésben résztvevő diffrakciós rendek számának növekedésével. A tárgy esetén ezek az átmenetek ugrásszerűek.

- Két eltérő távolságú tárgybeli pontpár ugyanolyan képsíkbeli elhajlási korong képpárt hozhat létre, amely azt jelenti, hogy legalább az egyik esetben a kép nem hasonló a tárgyhoz!

  A *példánkban* egy d/2 rácsállandójú rács esetén például, a 0 és ±1 rendek egybe esnek az eredeti rács 0 és ±2 rendjeivel. Így, ha az eredeti esetben a képalkotásban a 0 és ±2 rendek, a feles periódusú rácsnál a 0 és ±1 rendek vesznek részt, akkor a képsíkban mindkét esetben ugyanazon Nd/2 periódusú csíkrendszert kapunk.

Az előbbi megállapítások szemléltetése az Abbe-féle optikai kettős ráccsal.

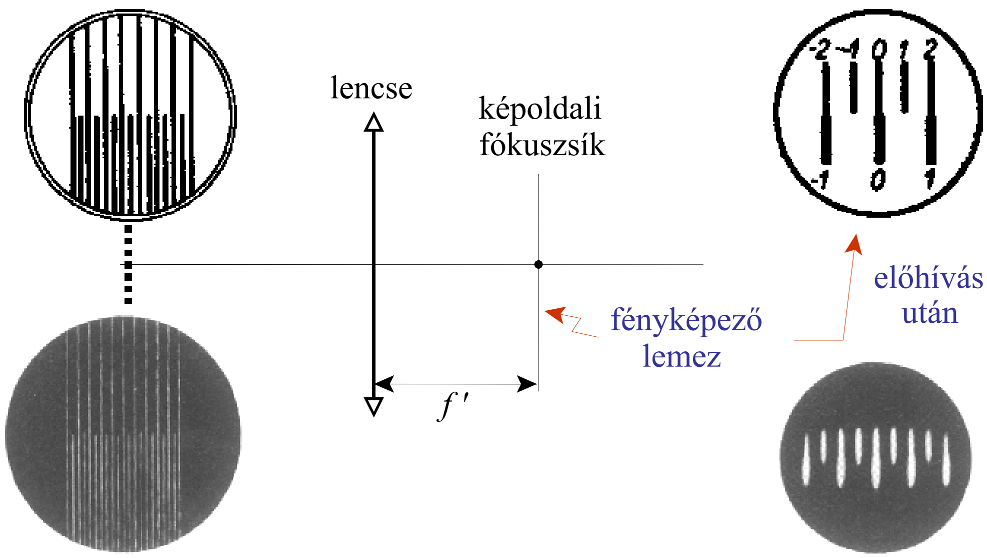
Abbe-féle optikai kettős rács



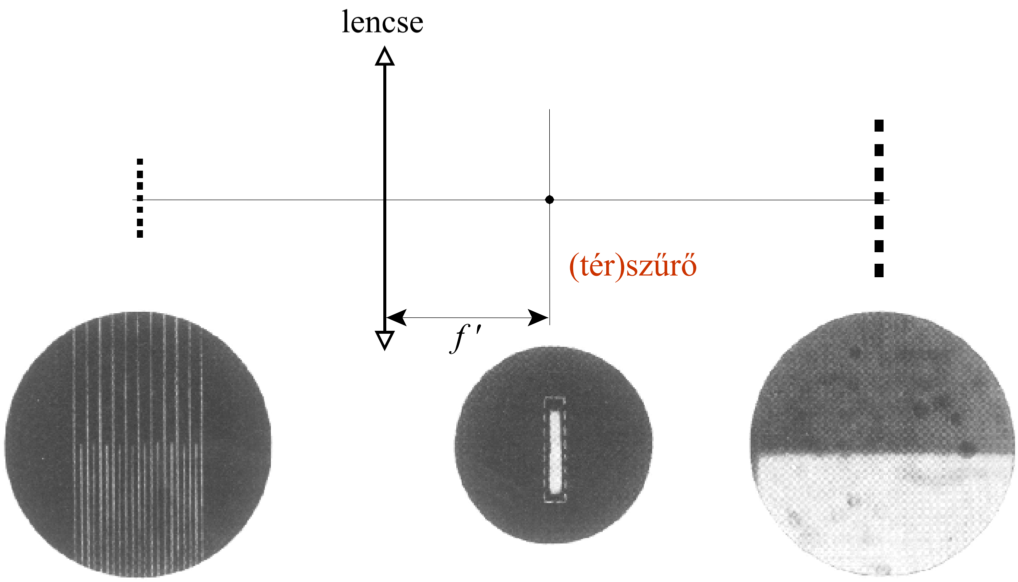
- Olyan optikai rács, melynél a párhuzamos karcolatok alul kétszer sűrűbben helyezkednek el, mint a rács felső részében.

Kísérletek az Abbe-féle optikai kettős ráccsal

- Az ábrán látott elrendezésben a képoldali fókuszsíkba egy fényképező lemezt (filmet) teszünk, akkor előhívás után a lemezen egy csíkrendszert kapunk. Az egyes csíkok mellé írt számok a diffrakciós rendszámot mutatják.

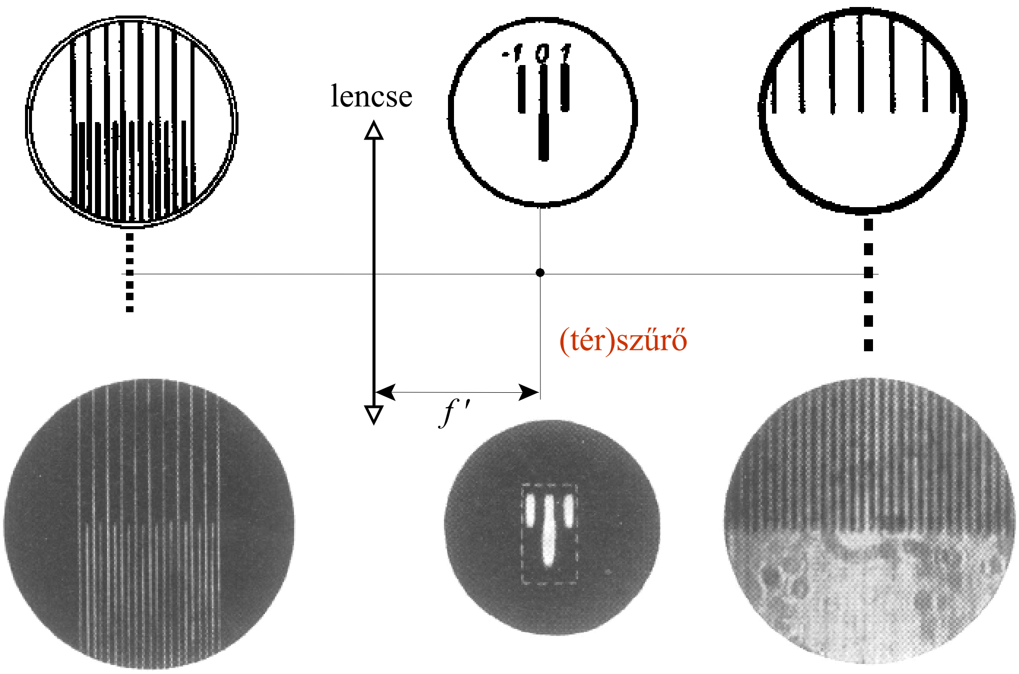


- A fényképező lemez alapján készíthetünk egy nyílásrendszert (térszűrőt), amelyet a fókuszsíkba helyezve, bizonyos diffrakciós rendeket kizárhatunk, míg másokat átengedhetünk.
- Ha olyan szűrőt használunk, amely csak nulladrendeket engedi át, akkor a képsíkban az ábrán látható kép jön létre.



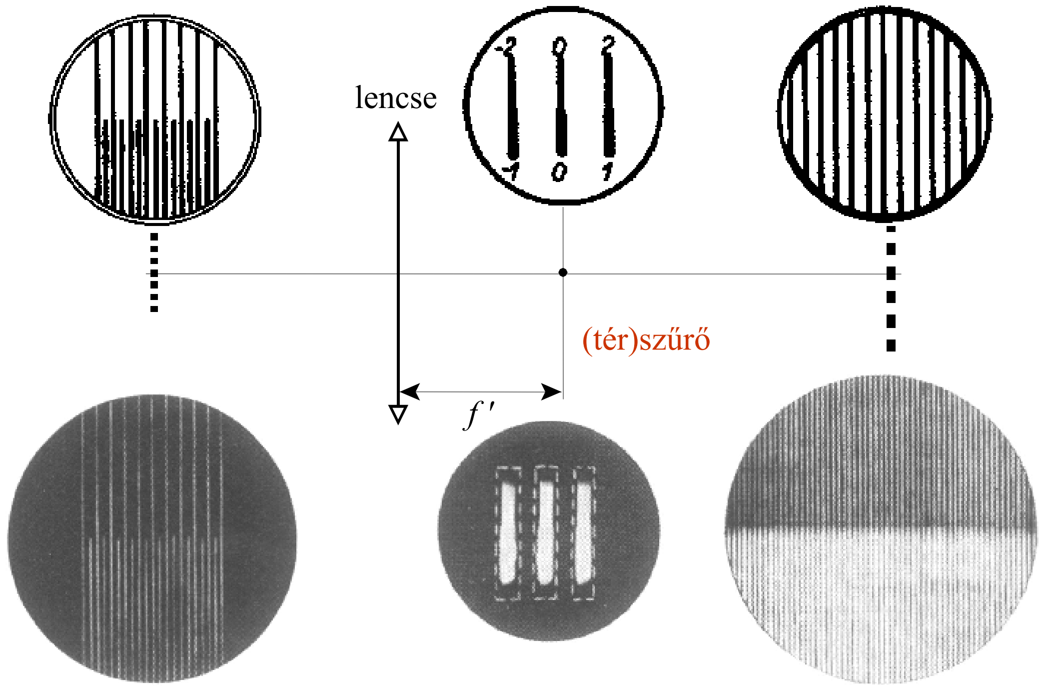
- Látható, hogy a keletkező kép nem hasonlít a tárgyra. Ezt azzal magyarázhatjuk, hogy a nulladrend önmagában nem elegendő a tárgyhoz hasonló képalkotáshoz, ehhez még szükséges két szomszédos diffrakciós (pl. a ±1) rend átengedése is.

- Ha olyan szűrőt használunk amely a felső résznél átengedi a 0 és a ±1 rendeket, az alsó résznél csak 0 rendet engedi át, akkor a képsíkban az ábrán látható kép jön létre.



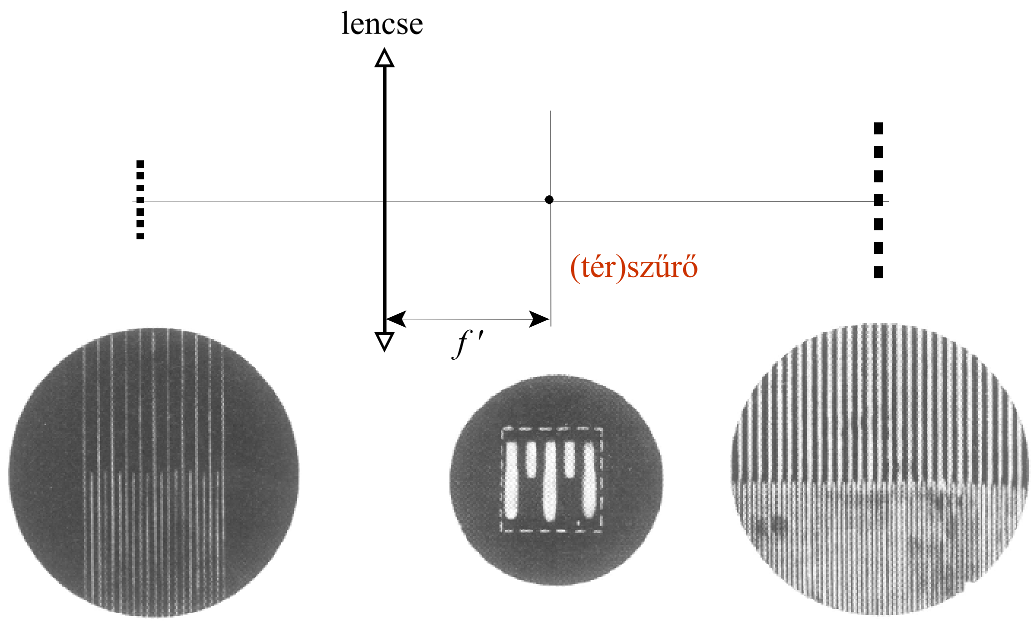
- Látható, hogy a rács felső feléről hasonló képet kaptunk, míg az alsóról nem.

- Ha olyan szűrőt használunk amely a felső résznél átengedi a 0 és a ±2 rendeket, az alsó résznél a 0 és a ±1 rendeket engedi át, akkor a képsíkban az ábrán látható kép jön létre.



- Látható, hogy a képbeli csíkrendszer alul és felül is ugyanolyan periódusú, pedig a hasonló képhez felül kétszer ritkább csíkrendszert kellene kapni.

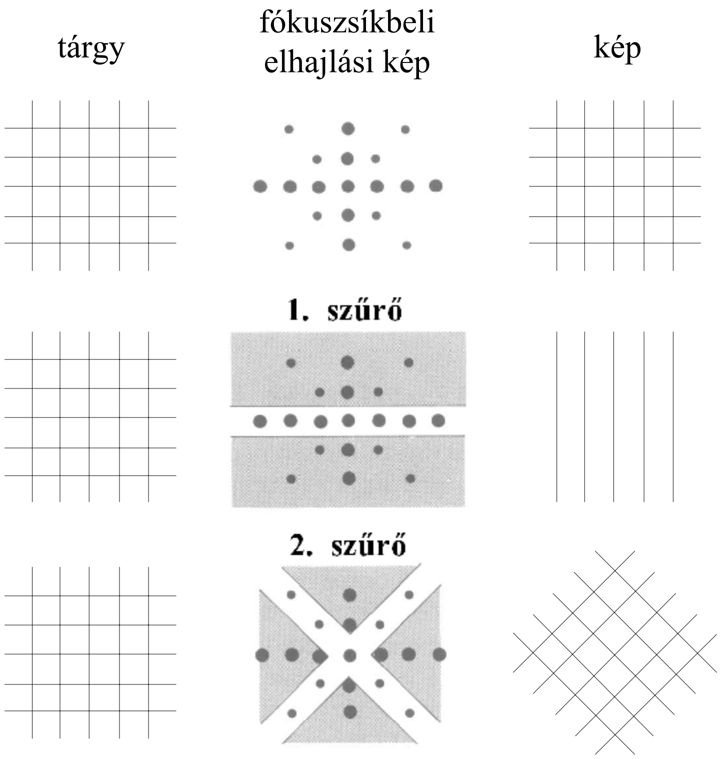
- Ha olyan szűrőt használunk amely a felső résznél átengedi a 0, a ±1 és a ±2 rendeket, az alsó résznél a 0 és a ±1 rendeket engedi át, akkor a képsíkban az ábrán látható kép jön létre.



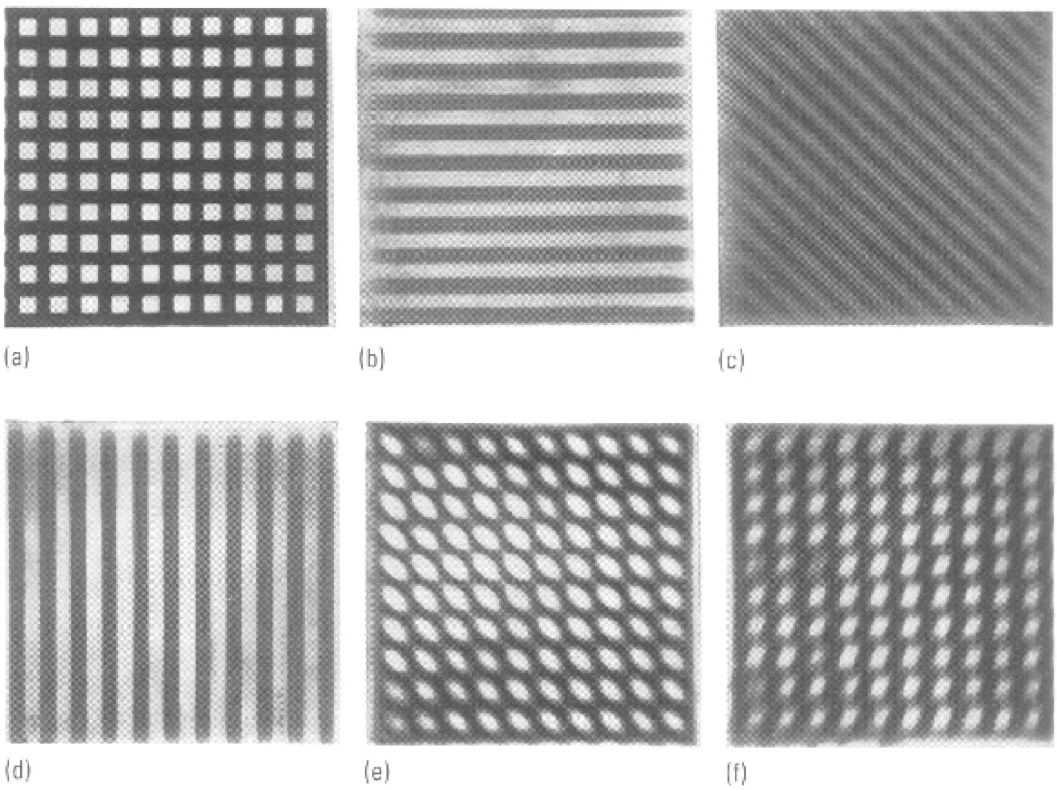
- Látható, hogy a képbeli csíkrendszer hasonló a tárgyhoz és a felső csíkrendszer élesebb mint amikor felül csak a 0, ±1 rendeket engedtük át.
- További magasabb diffrakciós rendek átengedésével a csíkok még élesebbek lesznek és kép még inkább hasonlít a tárgyra.

Az Abbe-féle elmélet további kísérleti szemléltetése

- Egy lencsével egymásra merőleges csíkokból álló tárgyat képezünk le.
- Szűrő nélkül (azaz sok diffrakciós rendet átengedve) az első sorban látható képet kapjuk.
- Ha a fókuszsíkba az 1. és a 2. térszűrőt helyezzük, akkor a következő képeket kapjuk.

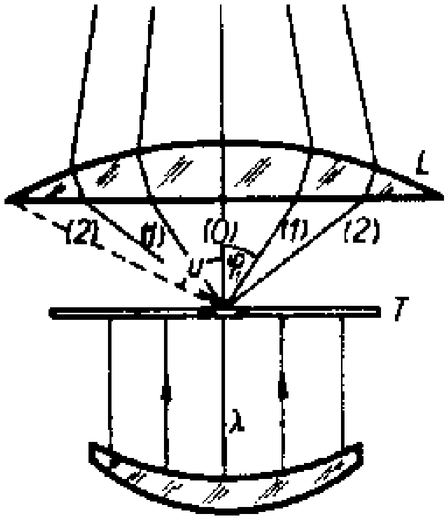


- Egy lencsével egymásra merőleges csíkokból álló tárgyat képezünk le (a).
- A fókuszsíkba egy keskeny forgatható rést helyezünk.
- A rés forgatásával a (b), (c), …, (f) képeket kapjuk.



A mikroszkóp felbontóképessége

koherens megvilágítás



- A mikroszkóppal vizsgált – felbontani kívánt – tárgy szerkezetének lineáris méretét jelölje d.
- A koherens megvilágítás miatt a tárgyon elhajlás lép fel. Az diffrakciós rendek φ_m elhajlási szögét a $d \cdot \sin\varphi_m = m \cdot \lambda$ egyenletből számíthatjuk ki.
- Az Abbe-féle elmélet alapján, ahhoz, hogy a tárgyhoz hasonló képet kapjunk, legalább a 0 és a ±1 elhajlási rendeknek át kell menniük az objektíven.
- Ehhez nyílván az szükséges, hogy a ±1 elhajlási rendek az objektív apertúráján (nyílásán) belülre essenek, azaz – az ábra jelöléseit használva –

$$u \geq \varphi_1 .$$

$$\left.\begin{aligned} \sin u &\geq \sin\varphi_1 \\ d \cdot \sin\varphi_1 &= 1 \cdot \lambda \end{aligned}\right] \Rightarrow \sin u \geq \lambda / d$$

A felbontás határán: $\sin u = \lambda / d$

$$F = \frac{1}{d} = \frac{\sin u}{\lambda} = \frac{n \sin u}{\lambda_0} ,$$

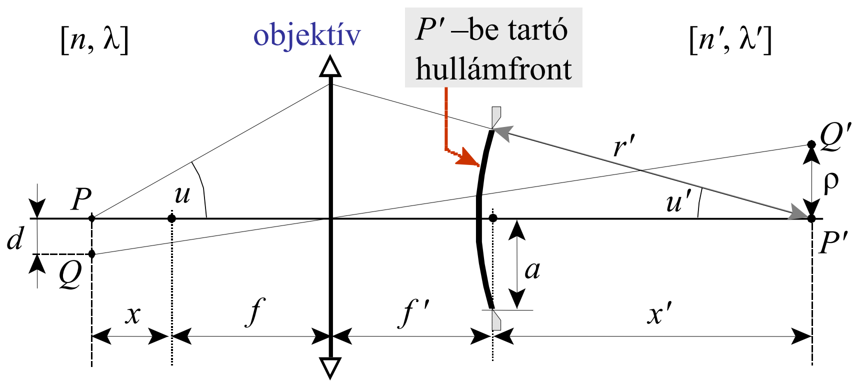
ahol n az objektív és a tárgy közötti közeg törésmutatója,

λ_0 a vákuumbeli hullámhossz.

$$\boxed{F = \frac{n \cdot \sin u}{\lambda_0}}$$

inkoherens megvilágítás

- A mikroszkóppal vizsgált – felbontani kívánt – tárgy szerkezetének lineáris méretét jelölje d.
- P és Q pontok képei P' és Q'.



- A Rayleigh-féle kritérium alapján, a felbontás határán a Q' éppen P'-höz tartozó elhajlási korong peremére esik, így a felbontás határán

$$\rho = 0{,}61 \cdot \lambda' \frac{r'}{a} = \frac{0{,}61 \cdot \lambda'}{\sin u'}$$

Az aberráció mentes leképezésre teljesül a szinusz-feltétel:

$$d \cdot n \cdot \sin u = \rho \cdot n' \cdot \sin u'$$

$$\Rightarrow \rho = \frac{0{,}61 \cdot \lambda'}{\dfrac{d \cdot n \cdot \sin u}{\rho \cdot n'}} = \frac{0{,}61 \cdot \lambda'}{d \cdot n \cdot \sin u} \rho \cdot n'$$

azaz $\dfrac{0{,}61 \cdot \lambda'}{d \cdot n \cdot \sin u} \cdot n' = 1$

Így a felbontóképesség: $F = \frac{1}{d} = \frac{n \cdot \sin u}{0{,}61 \cdot \lambda' \cdot n'} = \frac{n \cdot \sin u}{0{,}61 \cdot \lambda_0}$

$$\boxed{F = \frac{n \cdot \sin u}{0{,}61 \cdot \lambda_0}}$$

- Látható, hogy a két (koherens és inkoherens) eset azonos nagyságrendű eredményre vezet, hiszen csak a nevezőben lévő 0,61 szorzótényezőben különböznek!

- A számlálóban lévő $n \cdot \sin u$ mennyiséget az objektív *numerikus apertúrájának* nevezik, és az objektív egyik fontos értékmérője!
- A felbontóképesség a numerikus apertúrával arányosan nő, ezért nagyobb felbontóképesség eléréséhez nagy numerikus apertúrájú objektív használata szükséges.
- Mivel a törésmutató tipikus értéke 1 és 1,5 közé esik és $\sin u \leq 1$, a feloldás határáról (vagyis a még éppen felbontott pontok távolságáról) megállapíthatjuk, hogy a megvilágító fény vákuumbeli hullámhosszával azonos vagy annál nagyobb nagyságrendű.
- Ebből arra következtethetünk, hogy rövidebb hullámhosszúságú fényt alkalmazva finomabb részleteket tudunk felbontani!

Egy alga mikroszkóppal készített képe 1000-szeres nagyításban