

Mechanika

FBL101E-1

4. előadás

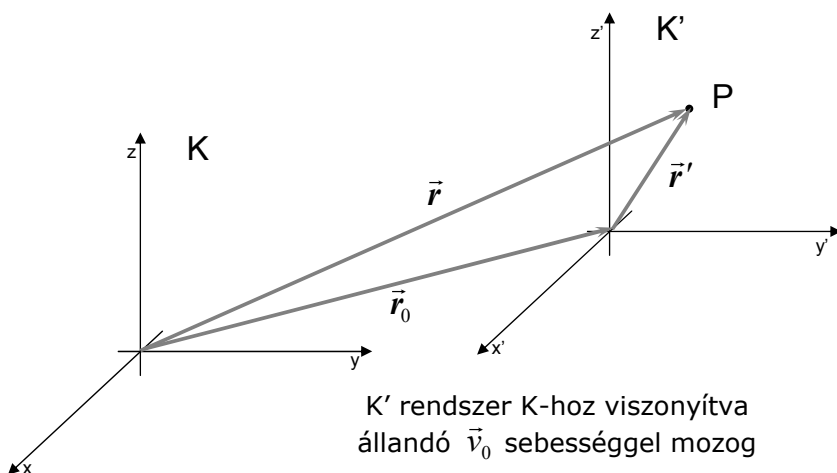
2010. november 5.

Egymáshoz képest mozgó vonatkoztatási rendszerek 1.

(Kísérletek: függőleges hajítás 1) állandó sebességű, illetve 2) gyorsuló kiskocsin

Film: TÁMOP 51:05-, 52:01-)

Egyenletes transzláció:



$$\vec{r}_0 = \vec{v}_0 \cdot t + \vec{r}_{00}$$

$$\vec{r} = \vec{r}' + \vec{r}_0 = \vec{r}' + \vec{v}_0 \cdot t + \vec{r}_{00}$$

$$\frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{d\vec{r}'}{dt} + \vec{v}_0$$

$$\vec{v} = \vec{v}' + \vec{v}_0$$

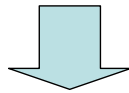
$$\frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d\vec{v}'}{dt} + 0$$

$$\vec{a} = \vec{a}'$$

Egyenletes translációt végző rendszerek esetén
 a test gyorsulása nem függ a rendszertől
 a test tömege sem függ a rendszertől
 az erők sem függenek a vonatkoztatási rendszerről, azaz

a két rendszerben azonos a tömegpont mozgásegyenlete:

$$\sum_{i=1}^n \vec{F}_i = m\vec{a} = m \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} \qquad \sum_{i=1}^n \vec{F}_i = m\vec{a}' = m \frac{d^2 \vec{r}'}{dt^2}$$

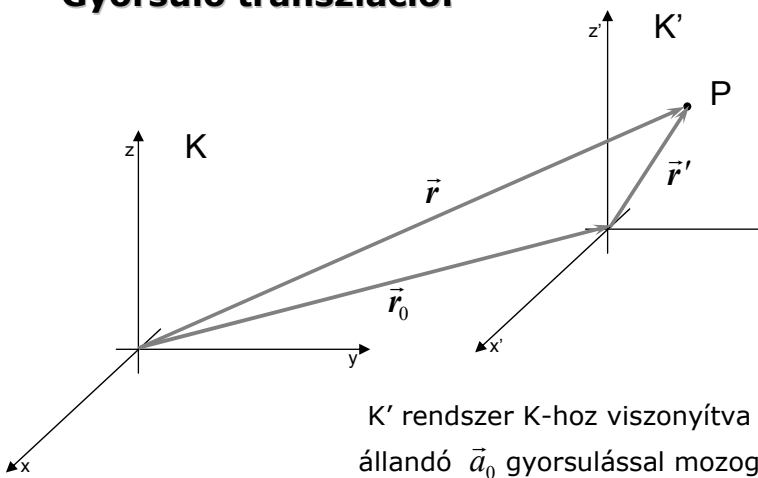


Galilei-féle relativitási elv:

Az egymáshoz képest EVEM-t végző koordinátarendszerek a mechanikai jelenségek leírása szempontjából ekvivalensek.

Egymáshoz képest mozgó vonatkoztatási rendszerek 2.

Gyorsuló transláció:



$$\begin{aligned} \vec{r}_0 &= \vec{r}_{00} + \vec{v}_0 \cdot t + \frac{\vec{a}_0}{2} t^2 \\ \vec{r} &= \vec{r}' + \vec{r}_0 = \vec{r}' + \vec{r}_{00} + \vec{v}_0 \cdot t + \frac{\vec{a}_0}{2} t^2 \\ \frac{d\vec{r}}{dt} &= \frac{d\vec{r}'}{dt} + \vec{v}_0 + \vec{a}_0 \cdot t \\ \vec{v} &= \vec{v}' + \vec{v}_0 + \vec{a}_0 \cdot t \\ \frac{d\vec{v}}{dt} &= \frac{d\vec{v}'}{dt} + \vec{a}_0 \\ \vec{a} &= \vec{a}' + \vec{a}_0 \\ m\vec{a} - m\vec{a}_0 &= m\vec{a}' \quad \rightarrow \quad \sum \vec{F}_i - m\vec{a}_0 = m\vec{a}' \end{aligned}$$

Ha egy inerciarendszerhez képest a_0 gyorsulású EVEV mozgást végző koordinátarendszerben akarjuk alkalmazni a dinamika alapegyenletét, akkor az inerciarendszerben is fellépő erőkhöz hozzá kell adnunk egy ún. tehetetlenségi erőt is:

$$F_{tehetetlen} = -ma_0 \qquad m: \text{ a test tömege} \\ a_0: \text{ a K' rendszer gyorsulása!!!}$$

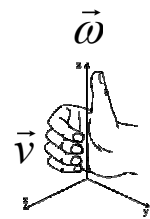
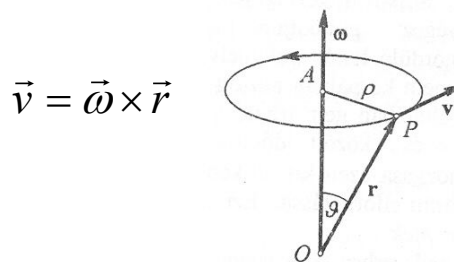
Gyorsuló transzlációt végző rendszerek

Példák és alkalmazások:

- 1) Gyorsuló asztalon levő golyó.
- 2) Gyorsuló kiskocsin az embernek előre kell dőlnie, hogy el ne essen.
- 3) Mit mér a mérleg egy gyorsuló liftben?

Egymáshoz képest mozgó vonatkoztatási rendszerek 3.

A sebességhez hasonlóan a szögsebesség is vektormennyiség



jobbkez szabály

Forgó koordináta-rendszerek:

Egy inerciarendszerhez képest ω szögsebességgel *forgó* rendszerben az m tömegű anyagi pontra az inerciarendszerben is ható erőkhöz hozzá kell adnunk a következő két tehetetlenségi erőt is:

$$\vec{h} = \vec{m} \times \vec{k} \quad \vec{F}_{centrifugális} = m \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}) \quad \text{Minden forgó rendszerben fellép.}$$

hüvelyk mutató középső

$$\vec{F}_{Coriolis} = 2 \cdot m \cdot \vec{v} \times \vec{\omega} \quad \text{Akkor lép fel, ha a } \textit{forgó rendszerben} \text{ a test még mozog is.}$$

$$|\vec{h}| = |\vec{m}| \cdot |\vec{k}| \sin \angle(\vec{m}, \vec{k})$$

A Föld mint forgó rendszer

Centrifugális erő (lapultság, a súly helyfüggése)

(**Filmek: *forgó dob vidámparkban***, FILM: vidámpark
pörgetett folyadék, FILM: 700/48
vágás forgó papírkoronggal, FILM: 700/50
gyorsan forgó lánc, FILM: 700/51
drót gömb pörgetése függőleges tengely körül)

Példák, alkalmazások:

- 1) a v sebességgel kanyarodó kerékpárosnak a kör középpontja felé kell dőlnie
- 2) kör alakú papírlap gyors forgatása
- 3) a tárcsa peremére tett pörgetett lánc merev gyűrűként viselkedik
- 4) centrifugák (gyorsan pörgetett edényben a Hg és víz szétválik)

A Föld mint forgó rendszer

Coriolis-erő:

a szögsebesség vektor felbontása

talajra merőleges

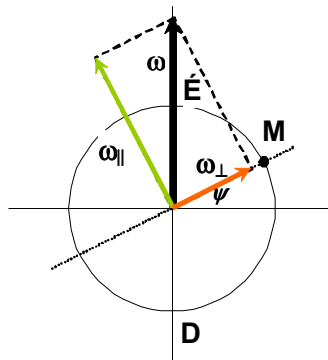
$\vec{\omega}_{\perp}$

és talajjal párhuzamos

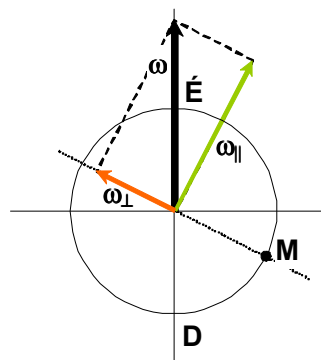
$\vec{\omega}_{\parallel}$

komponensekre

$$\vec{F}_{\text{Coriolis}} = \vec{F}_{\text{Coriolis } \perp} + \vec{F}_{\text{Coriolis } \parallel} = \underline{2 \cdot m \cdot \vec{v} \times \vec{\omega}_{\perp}} + \underline{2 \cdot m \cdot \vec{v} \times \vec{\omega}_{\parallel}}$$



az Északi féltekén

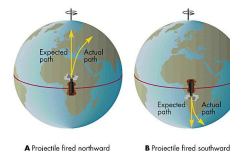


a Déli féltekén

Coriolis-erő

F_{Cl} hatására (az északi féltekén)

- a Foucault-inga jobbra tér ki
- a lövedékek jobbra térülnek el
- ciklonok jönnek létre, melyben a levegő az óramutató járásával ellentétesen mozog



(**Filmek: 1) Foucault inga homokot szóró ingatesttel,**

FILM: Foucault2.flv, elengedett_Foucault_inga és Foucault_inga

2) lefolyó víz, FILM: Coriolis_sink

3) ciklonok keletkezése, FILM: Coriolis_on_earth

4) forgó rendszerben labdázó gyerekek,

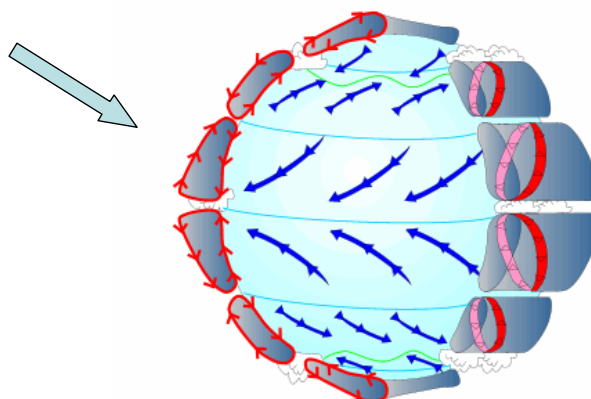
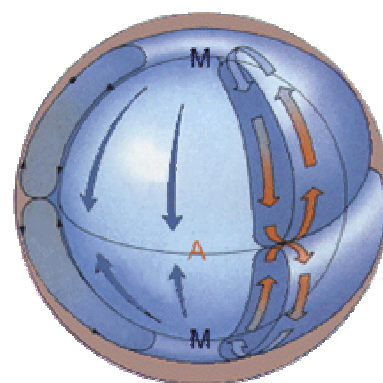
FILM: MIT_The Coriolis Effect)

F_{Cl} hatására (mindkét féltekén azonosan)

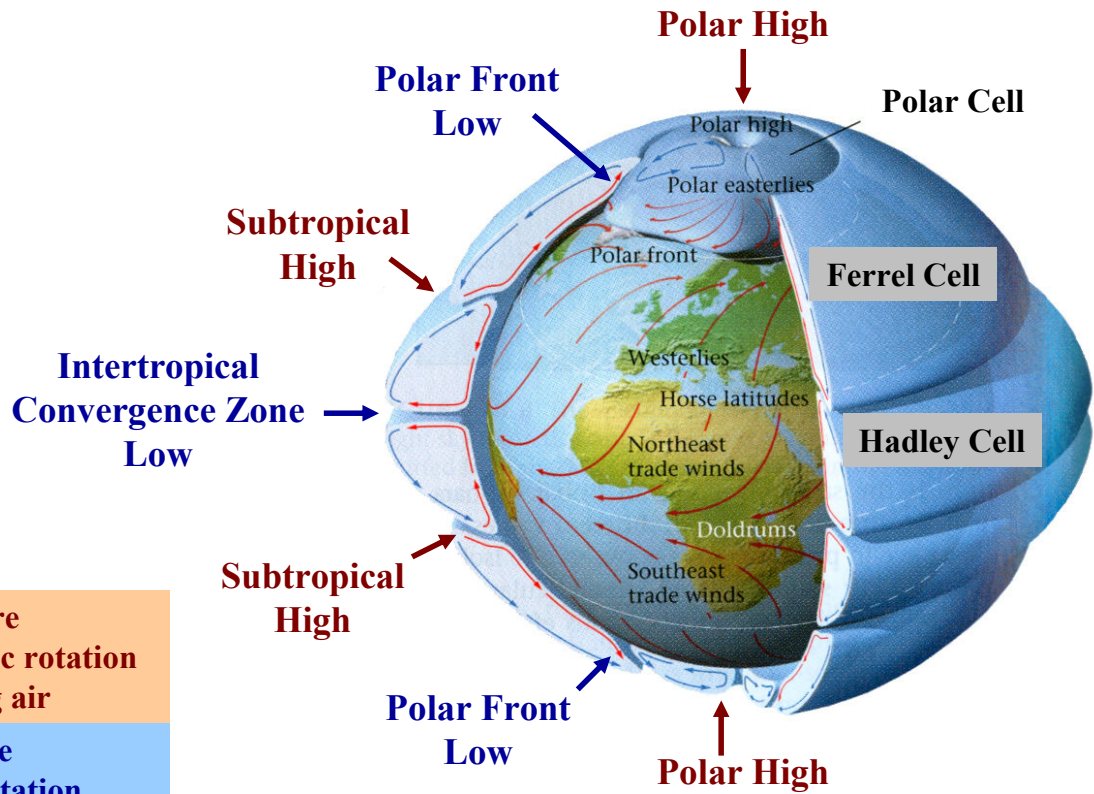
- a szabadon eső testek a talppontjuktól keletre esnek
- a nyugatra mozgó testek látszólagos súlynövekedése (Eötvös effektus)

A Coriolis erő hatása a Föld globális folyamataira

- ha a Föld nem forogna, a sarkok és az egyenlítő légtömegeit zárt áramlási rendszer cserélné ki
- DE! a forgó Földön a szélre is hat a Coriolis erő



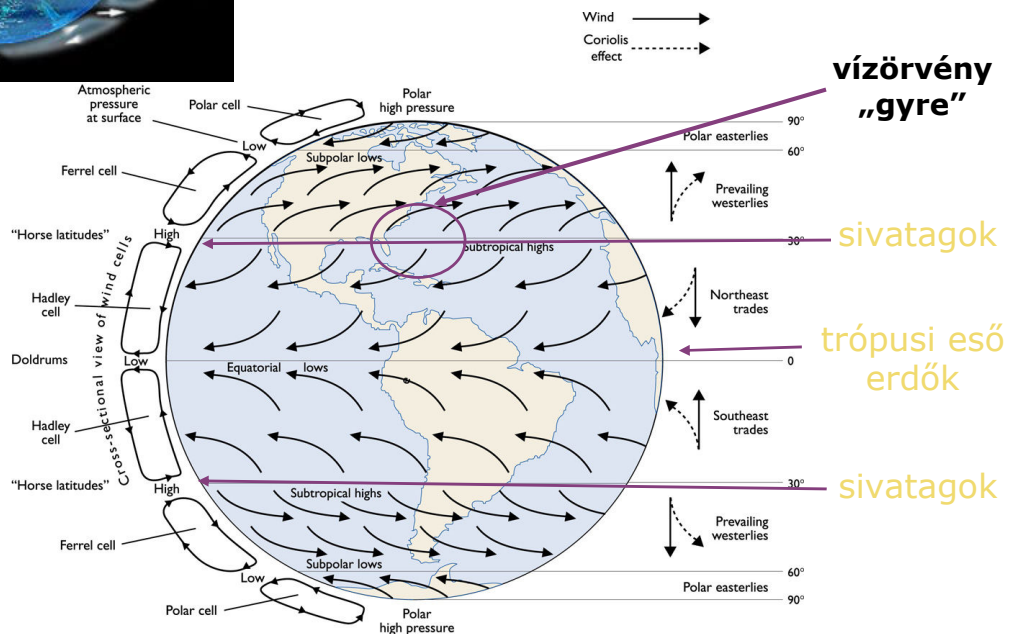
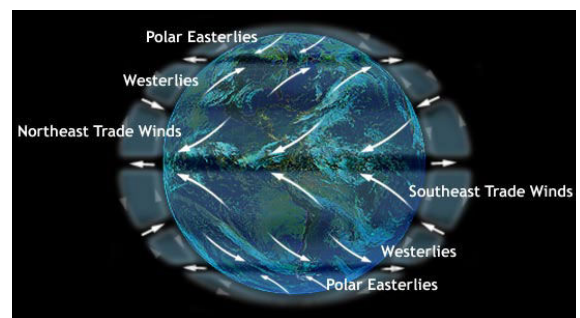
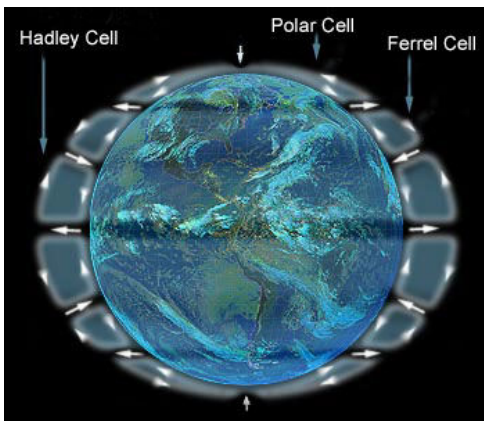
Idealizált cirkulációs modell



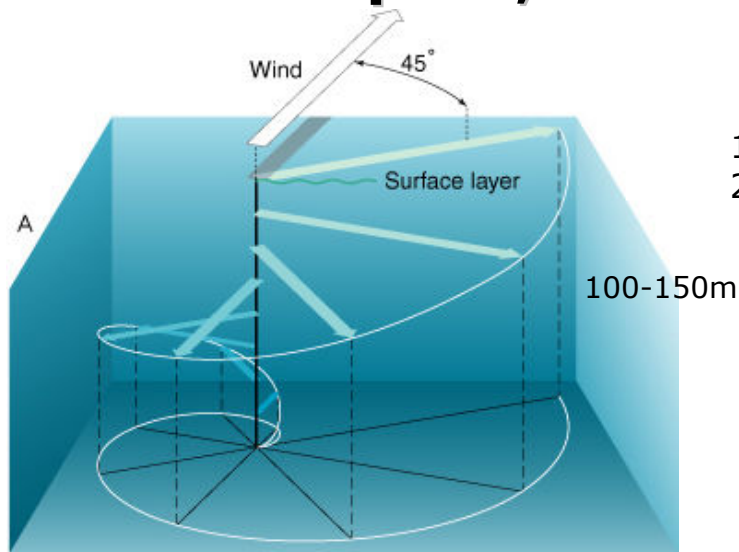
High Pressure
-anticyclonic rotation
-descending air

Low Pressure
-cyclonic rotation
-ascending air

Figure modified from „Earth: Portrait of a Planet”

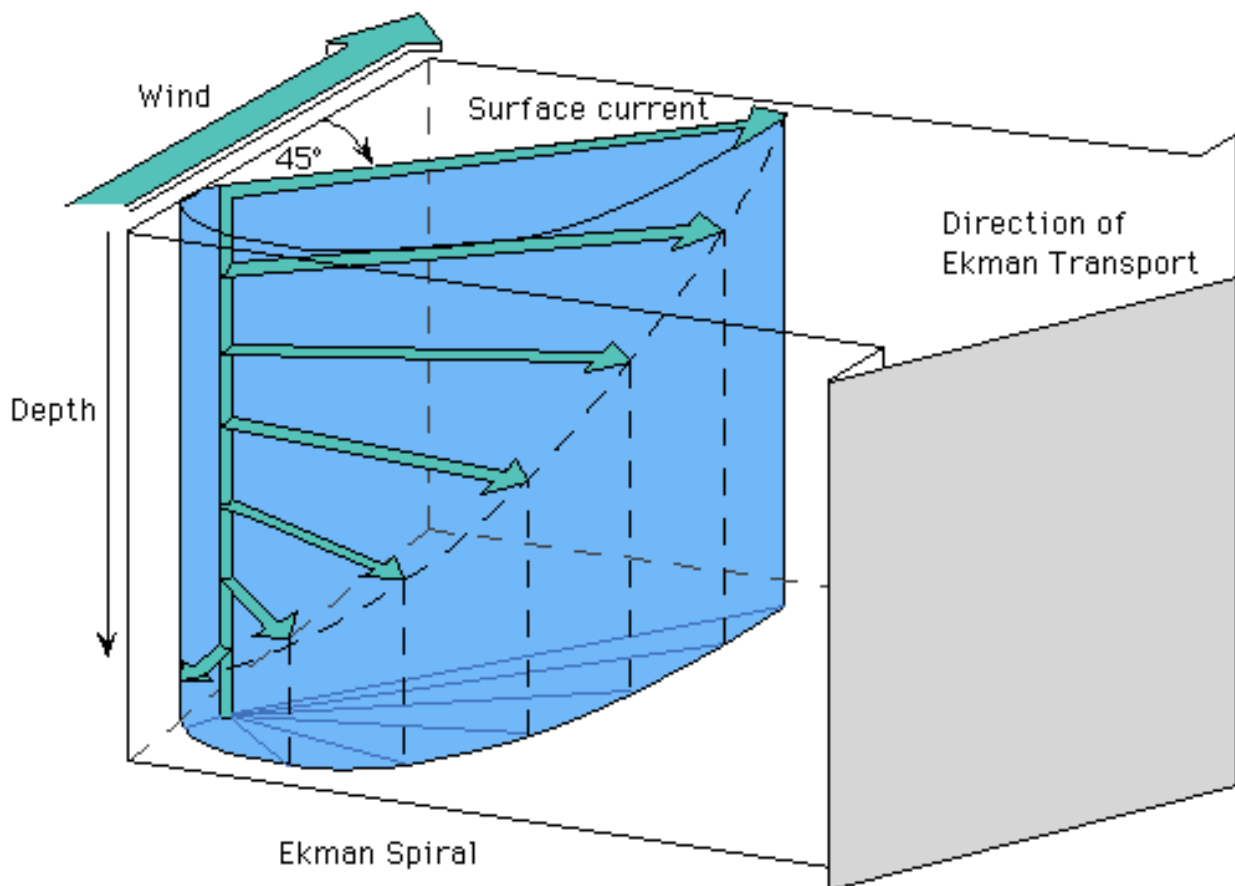
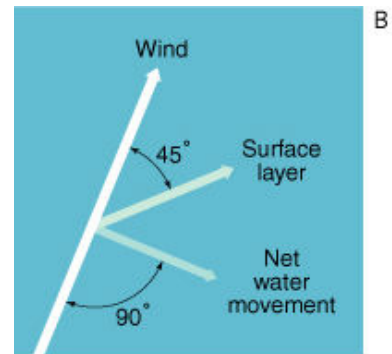


Ekman-spirál, Ekman-transzport

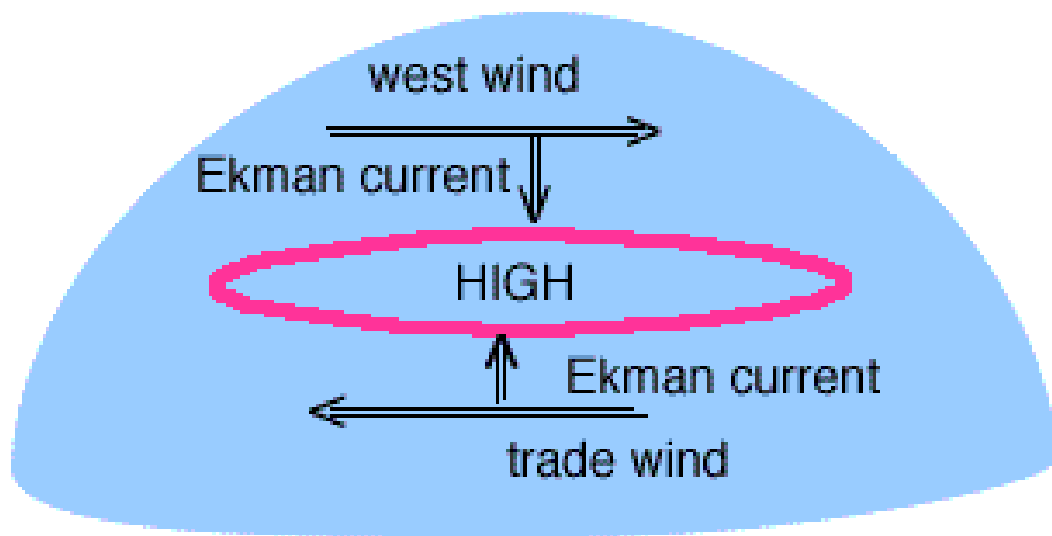


12 óra 100 cm/s szél
2 cm/s áramlás (kb. 2%)

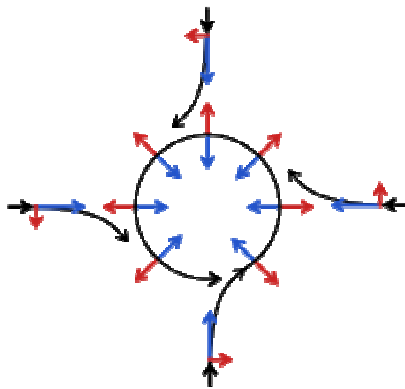
az északi féltekén



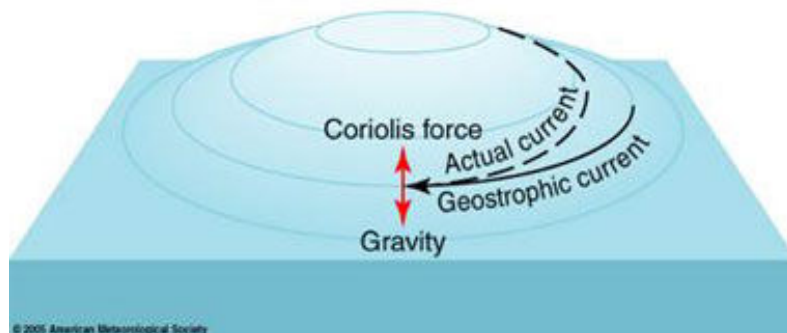
Adapted from Thurman, Harold V. **Essentials of Oceanography, 5th ed.**
Prentice-Hall, Inc., 1996.



Geosztrófikus áramlás

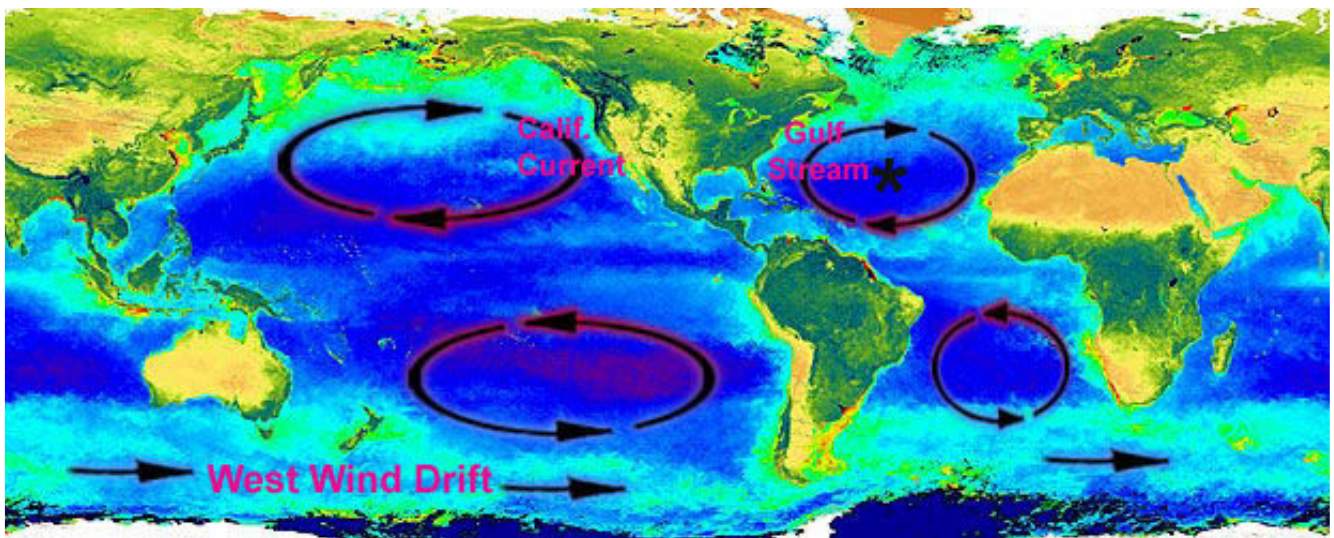
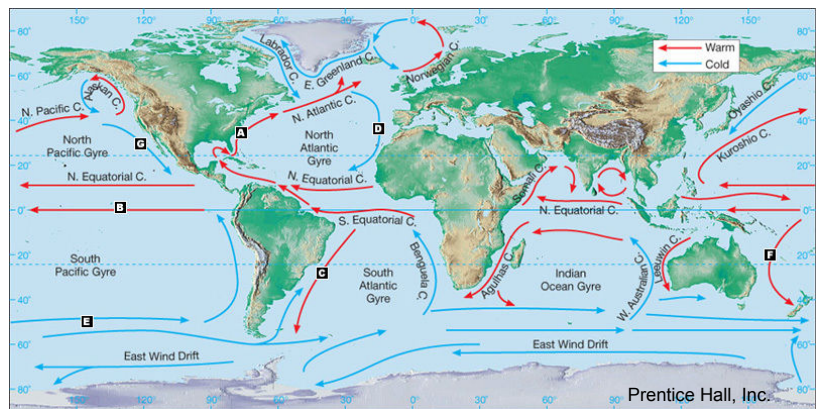
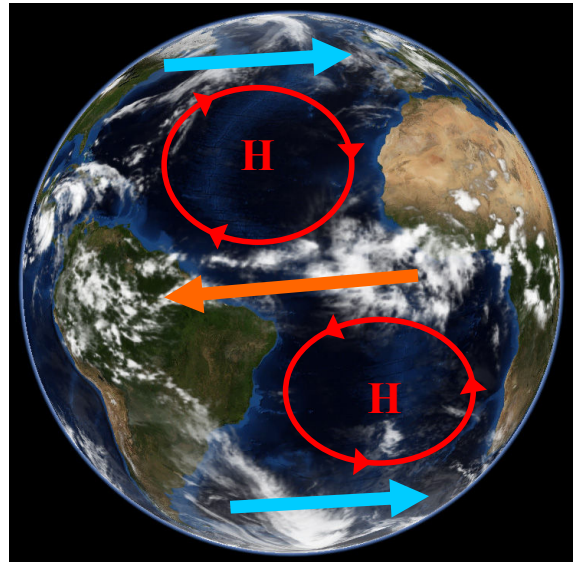


Kék: nyomáskülönbségből származó erő
Piros: Coriolis erő
Fekete: áramlás iránya

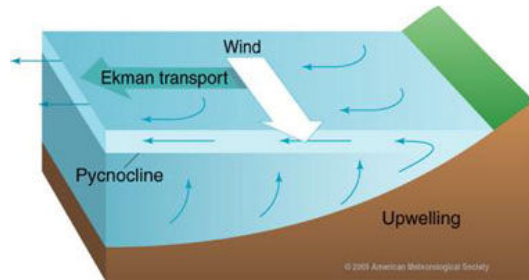


Szelek hatása az óceáni áramlásokra

- Az egyenlítői szelek keletről nyugatra fújnak (**easterly**)
- Middle latitude winds blow from west to east (**westerly**)
- A sarki szelek általában keletiek
- Net result: anticyclonic ocean gyres in the subtropics; cyclonic gyres in the subpolar regions



Upwelling



Where Ekman transport moves surface waters away from the coast, surface waters are replaced by water that wells up from below in the process known as upwelling. This example is from the **Northern Hemisphere**.

Normális esetben

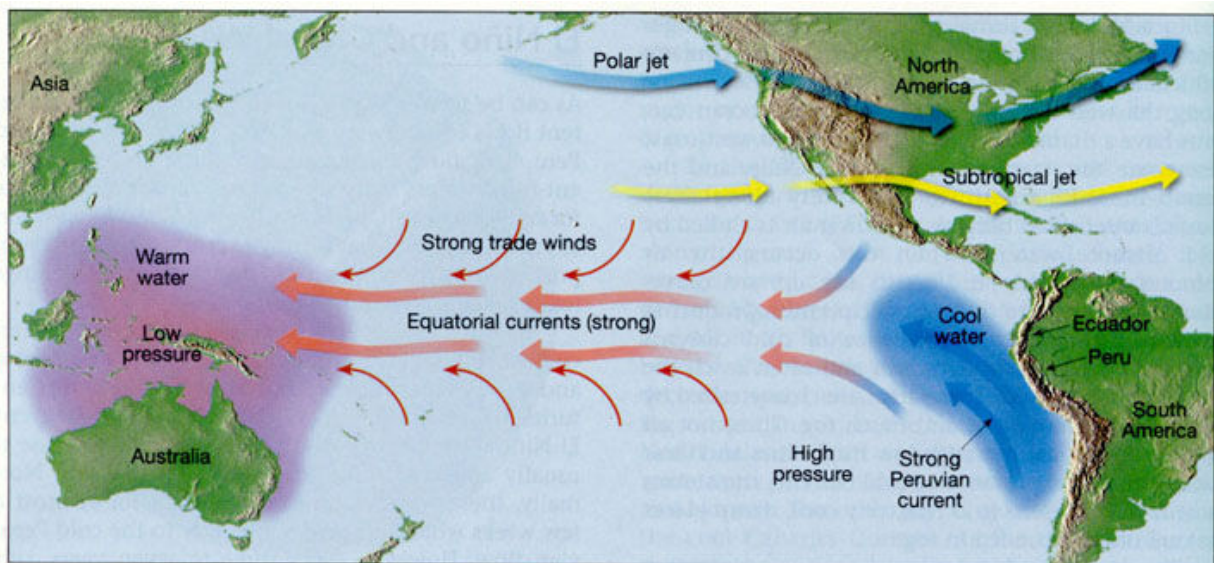
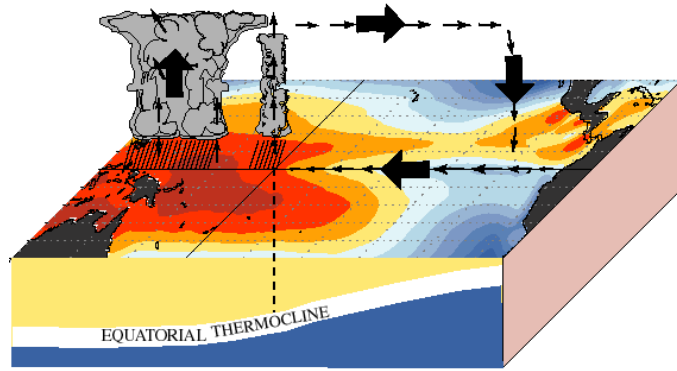
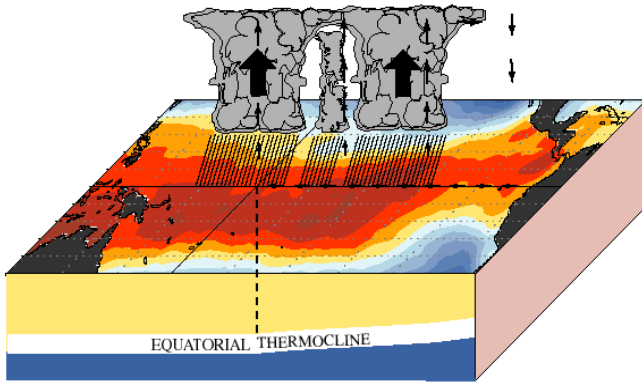


Fig.6 Normally, the trade winds and strong equatorial currents flow toward the west. At the same time, an intense Peruvian current causes upwelling of cold water along the west coast of South America.

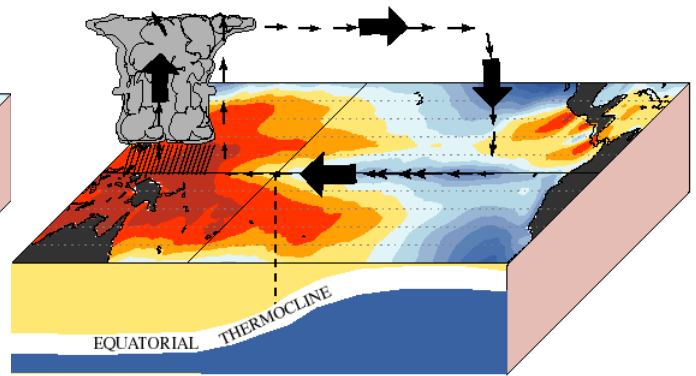
December - February Normal Conditions



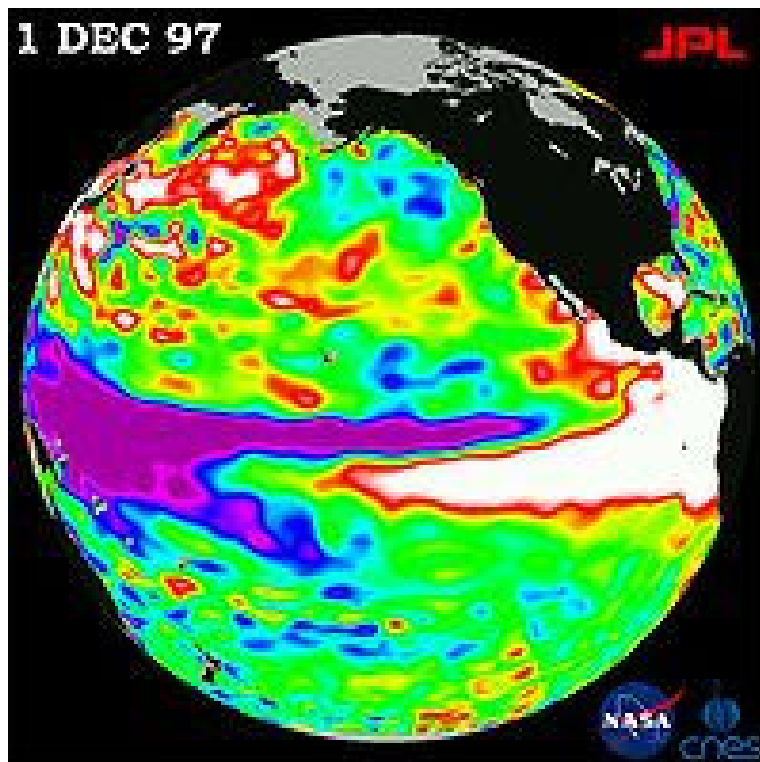
December - February El Niño Conditions



December - February La Niña Conditions



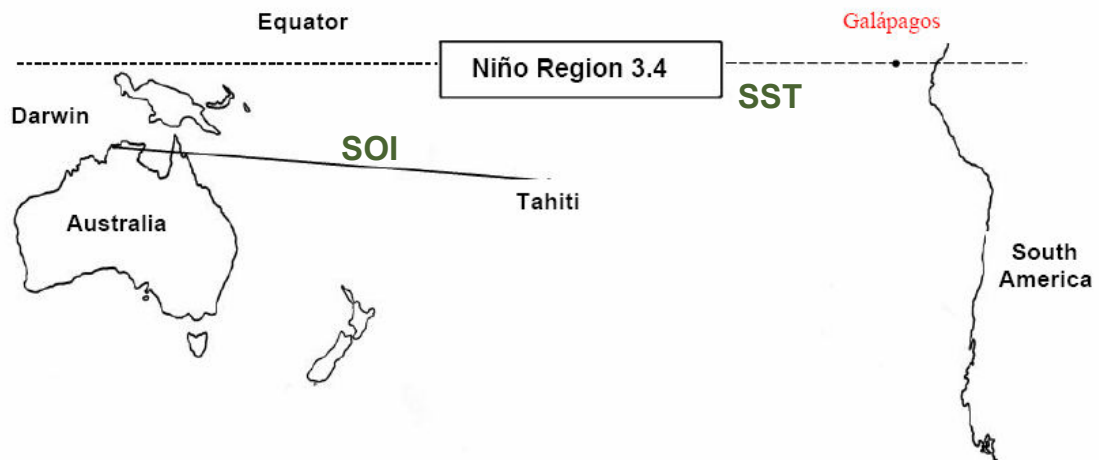
El-Nino jelenség



El Niño - kvantitatív jellemzés

SST = Sea Surface Temperature

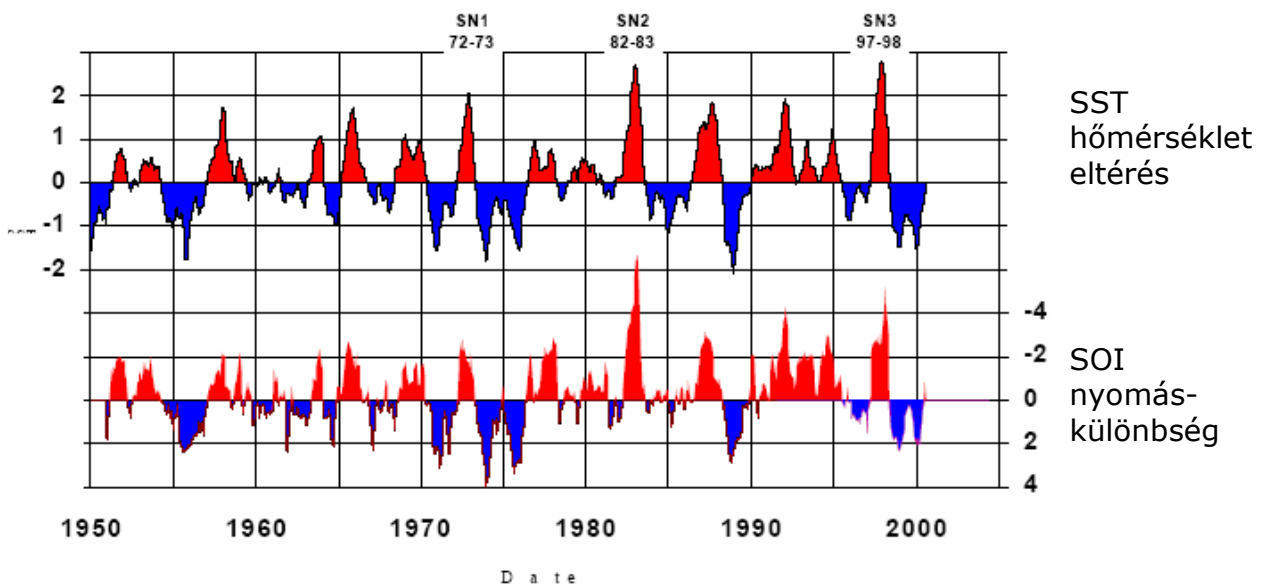
SOI = Southern Oscillation Index (légnomás)



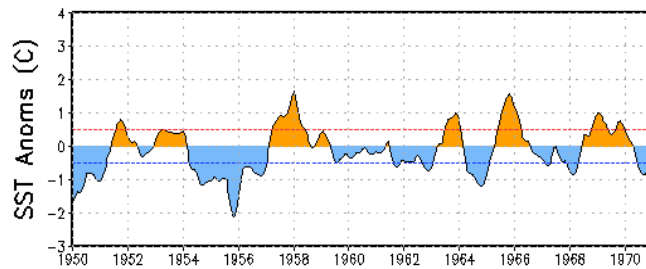
SST > 0.4 °C min. 5 hónapig (Trenberth,1997) → El Niño

SST < -0.4 °C min. 5 hónapig → La Niña

Összehasonlítás

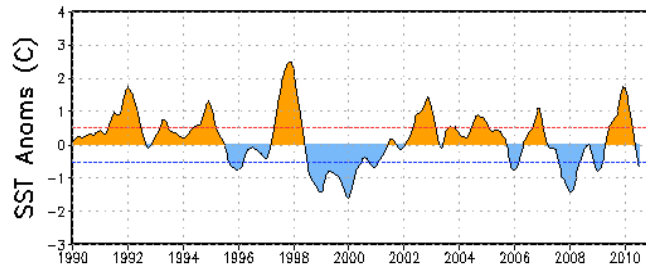
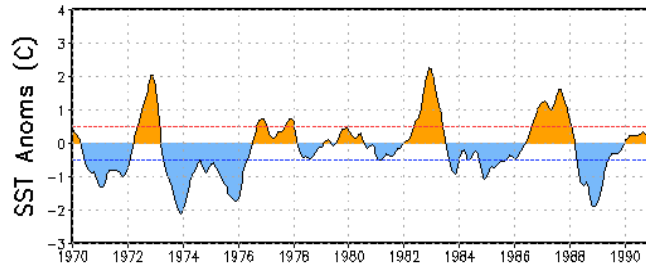


Jelenlegi állapot



El Niño

La Niña

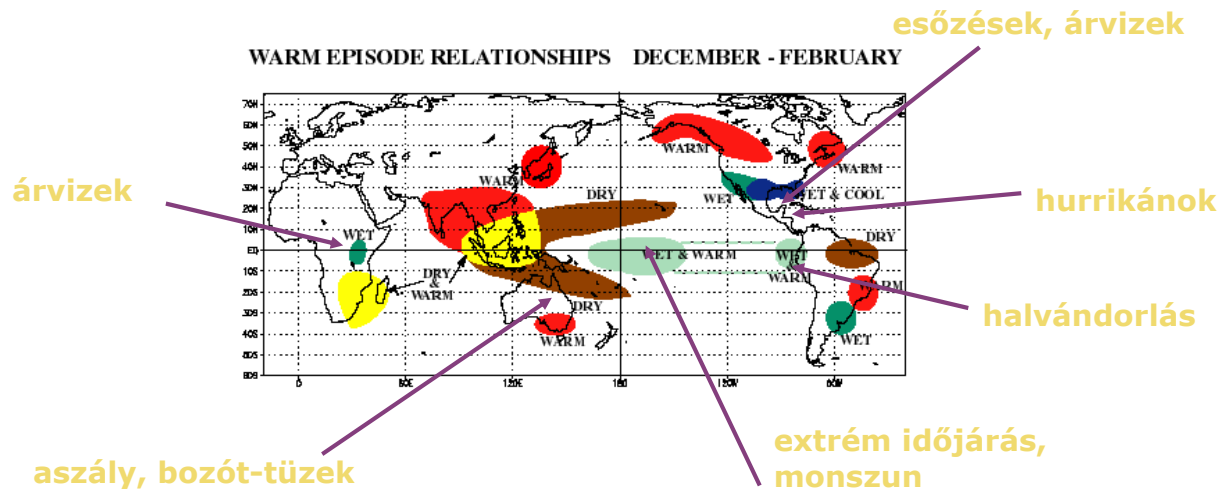


A legfrisebb adat: (2010 Aug)


-0.6°C


Hatásai

- Nem csak az időjárás...
- esőzések
 - rovar szaporulat → járványok
 - penész-spóra → allergia
- tenger hőmérséklet: halvándorlás
 - halászok, állatvilág (pingvinek)
- erdőtüzek
 - növekvő CO₂ kibocsátás, csökkenő elnyelés
 - füstriadó
- gabona-ültetvények pusztulása



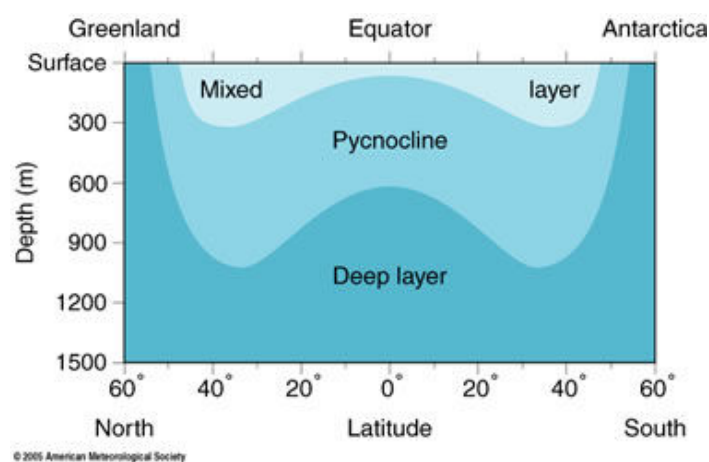
 Aszály: Dél- Afrika, Dél-India, Sri Lanka, Fülöp szgk, Indonézia, Ausztrália, Dél- Peru, Nyugat Bolívia, Mexikó, Közép- Amerika

 Esőzések, árvizek: Bolívia, Ecuador, Észak- Peru, Kuba, USA DK Államok

 Hurrikánok: Tahiti, Hawaii

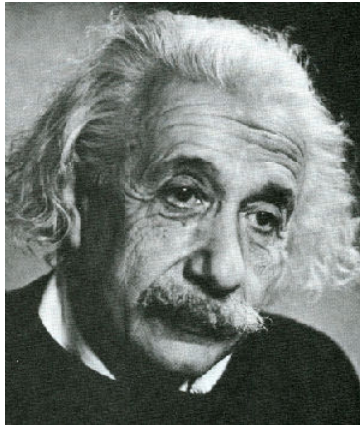
global_effects.avi

Az óceánok mélységi szerkezete



A cross-sectional longitudinal profile of the Atlantic Ocean from 60 degrees N to 60 degrees S showing the location of the mixed layer, pycnocline, and deep layer. Note that the ocean (and deep layer) extend to depths of 4000 to 6000 m.

A speciális relativitáselmélet



Albert EINSTEIN
(1879-1955)

Az utolsó előadáson kerül tárgyalásra.

Szilárd testek rugalmassága

Rugalmasnak nevezünk egy szilárd testet akkor, ha a test alakját megváltoztató erők hatására a testben olyan erők ébrednek, melyek a test eredeti alakját vissza igyekeznek állítani.

Hooke-féle törvény:

Ha az alakváltozás, vagy a deformáló erő elegendően kicsiny (az arányossági határ alatt marad), akkor az alakváltozás arányos a deformáló erővel.

A következőkben kizárólag *homogén* és *izotróp* esetekkel foglalkozunk.

homogén/inhomogén: az anyagi jellemzők HELYfüggetlenek/-függők

izotróp/anizotróp: az anyagi jellemzők IRÁNYfüggetlenek/-függők

Nyújtás

Hooke-törvény

E : rugalmassági, nyújtási, vagy Young-féle modulus

$$\frac{\Delta l}{l} = \frac{1}{E} \frac{F}{q}$$

$$\varepsilon = \frac{1}{E} \sigma$$

ahol

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l} \text{ relatív megnyúlás}$$

$$\sigma = \frac{F}{q} \text{ húzófeszültség}$$

Harántösszehúzódás:

$$\mu = \frac{-\Delta d/d}{\Delta l/l}$$

μ : Poisson-féle szám, vagy harántösszehúzódási együttható

nyújtásnál/összenyomásnál a térfogat növekszik/csökken

Egyenletes nyomás (folyadékokban, gázokban)

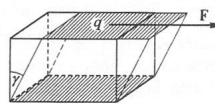
$$-\frac{\Delta V}{V} = \kappa \cdot p$$

κ : kompresszibilitás, vagy összenyomhatósági együttható
 p : nyomás=felületegységre eső nyomóerő

Hajlítás, nyírás, torzió

Nyírás, vagy csúsztatás:

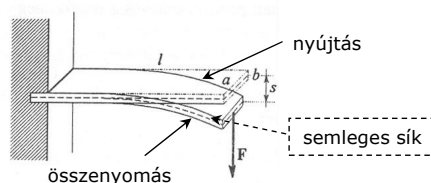
$$\gamma = \frac{1}{G} \frac{F}{q}$$



ahol G a nyírási vagy torziómodulus

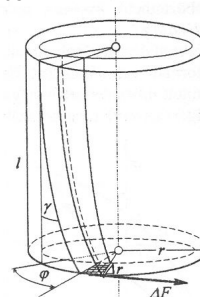
Téglalap keresztmetszetű homogén rúd szabad végének **lehajlása**:

$$s = \frac{4}{E} \frac{l^3}{ab^3} F$$

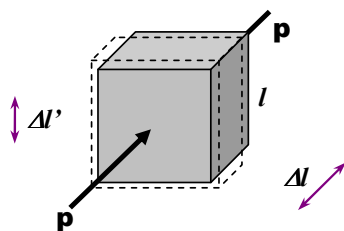


Csavarás, vagy torzió:

$$\varphi = \frac{2}{\pi G} \frac{l}{r^4} M$$



Rugalmas állandók összefüggése



Az összenyomás mindig térfogatcsökkenéssel jár!

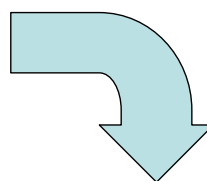
Mivel κ , μ és E pozitívak:

$$\kappa = 3 \frac{1 - 2\mu}{E}$$

$$0 < \mu < 0.5$$

Szintén megmutatható:

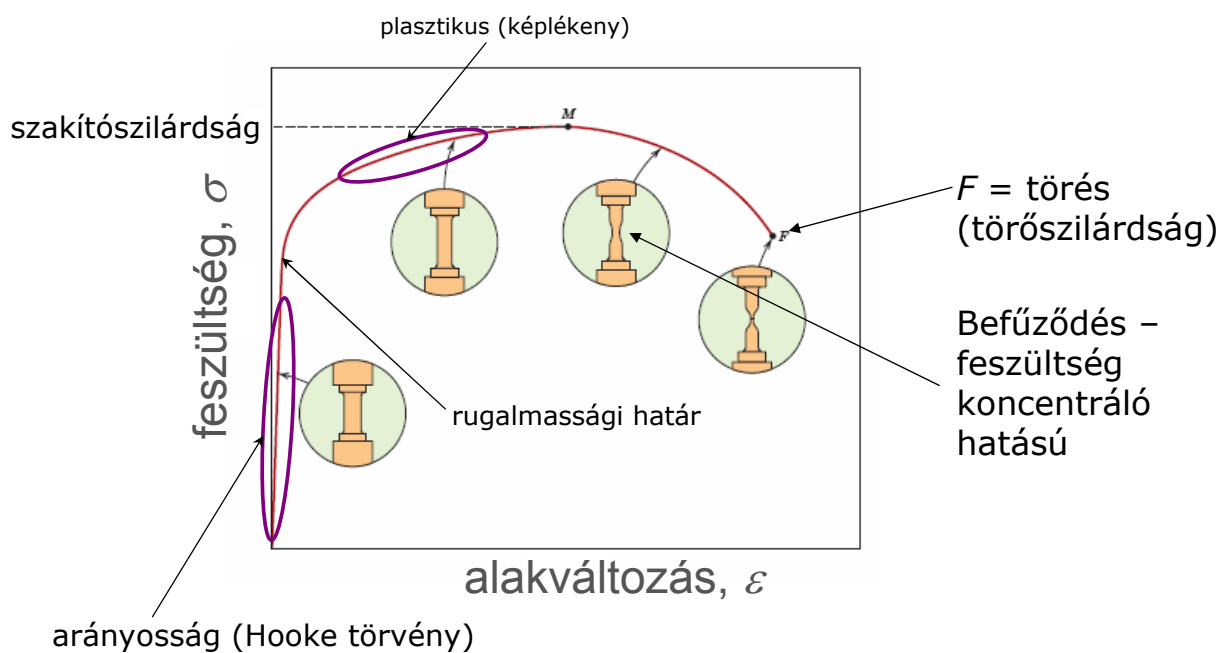
$$G = \frac{E}{2(1 + \mu)}$$



$$\frac{E}{3} < G < \frac{E}{2}$$

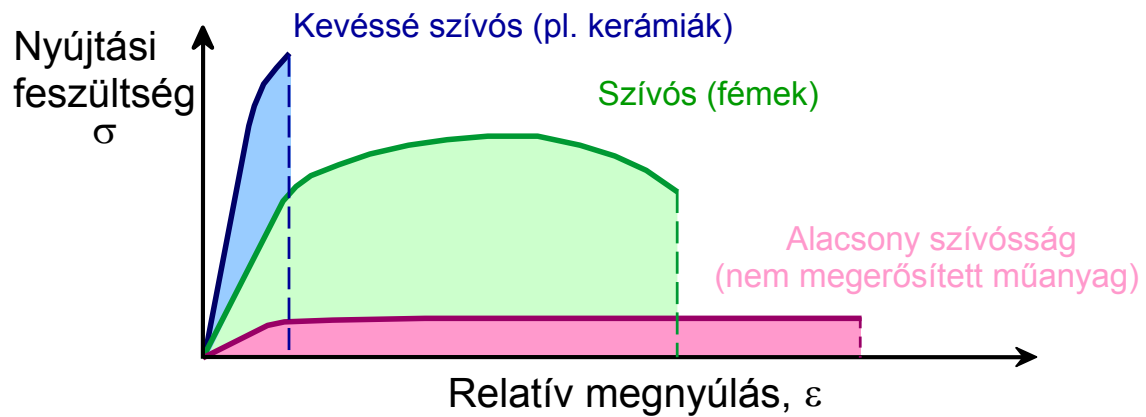
Az izotróp testek rugalmas viselkedése négy állandóval írható le (E , μ , κ és G), de ezek között fenáll a fenti két összefüggés, azaz a teljes jellemzéshez elegendő 2db független állandó.

Feszültség-megnyúlás grafikon



hasonló görbék másfajta igénybevételre (összenyomás, hajlítás, nyírás és csavarás) is felvehetőek

Szívósság



Fluidumok mechanikája

Fluidum: folyadékok és gázok

Tárgyalásuk mikroszkópikus szinten igen bonyolult
→ fenomenologikus modell

(Film: gázok modellje (rázógép),

FILM: 700/69

A fluidum-modell alapfeltevése:

nyugvó fluidumban nincs érintőleges erő, ill. nyírófeszültség

(surlódásmentes vagy ideális egy folyadék: ha benne mozgás közben sem lép fel nyírófeszültség)

Következmény: a nyugvó folyadék szabad felszíne merőleges a rá ható erők eredőjére.



Pascal törvény

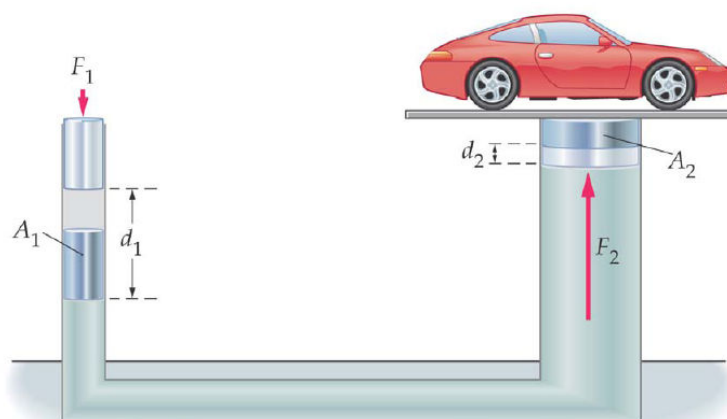
A súlytalannak képzelt, nyugvó fluidumban a nyomás, $p = \frac{F}{A}$
1) mindenütt ugyanakkora és
2) nem függ a felület irányától (*izotróp*).

(Gondolat kísérlet: üveghenger gumihártyás szondával

Film: Hidrosztatikai nyomás, 4:43-)



vizi buzogány



hidraulikus sajtó

Hidrosztatika

A fluidumok közül a folyadékokat összenyomhatatlannak, azaz állandó sűrűségűnek, míg a gázokat teljesen összenyomhatónak, azaz változó sűrűségűnek tekintjük.

A nehézségi erő hatása alatt álló folyadékban nyomás-eloszlás tart egyensúlyt a folyadék súlyából származó erővel.

→ **hidrosztatikai nyomás:**

$$p_{\text{hidrosztatikai}} = \rho g h$$



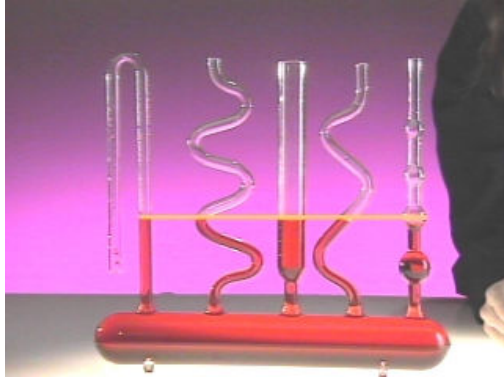
(Film: utalás a gumihártyás szondával végzett merülésre

Film: Hidrosztatikai nyomás, 4:43-)

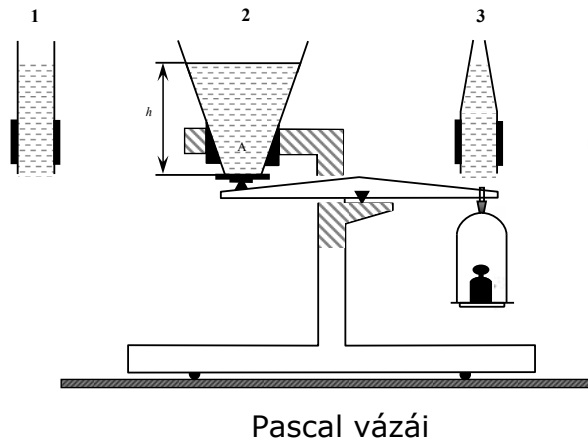
vérnyomásmérés, elviselhető max. gyorsulás (4-5g)

Hidrosztatikai paradoxon

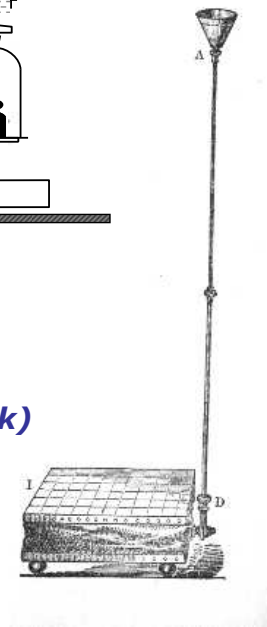
(Kísérlet:
hidrosztatikai paradoxon)



Közlekedőedények (artézi kút)



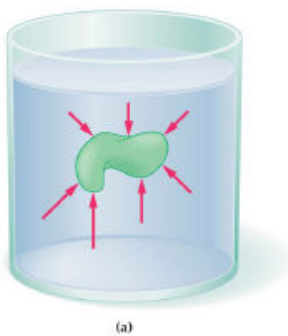
(Kísérlet: közlekedőedények)



Arkhimédész törvénye 1.

(Film: felhajtóerő)

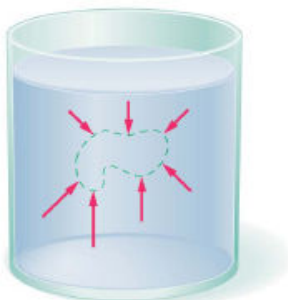
FILM: Felhajtóerő, Arkhimédész törvénye)



(a)

Egy folyadékba merülő testre **felhajtóerő** hat, amely nagyságra nézve megegyezik a test be-merülő részével azonos térfogatú folyadék súlyával. A felhajtóerő támadáspontja egybe-esik a *kiszorított folyadék*rész súlypontjával.

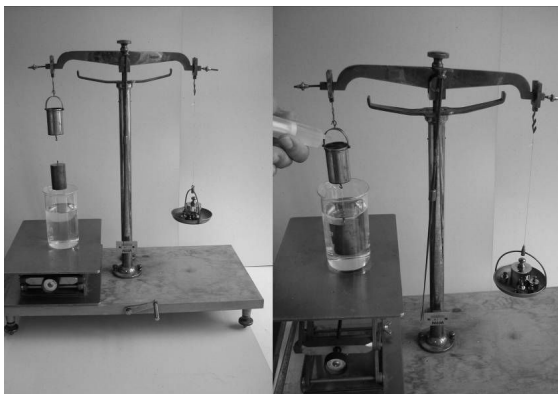
$$F_{\text{felhajtó}} = \rho_{\text{folyadék}} V g$$



(b)

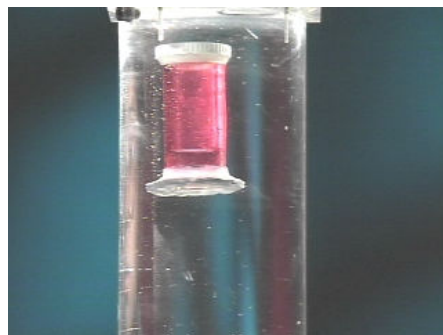
Ahhoz, hogy Arkhimédész törvénye érvényes legyen szükség van arra, hogy a testet minden irányból folytonos folyadék réteg vegye körül!

Arkhimédész törvénye 2.



arkhimédészi hengerpár

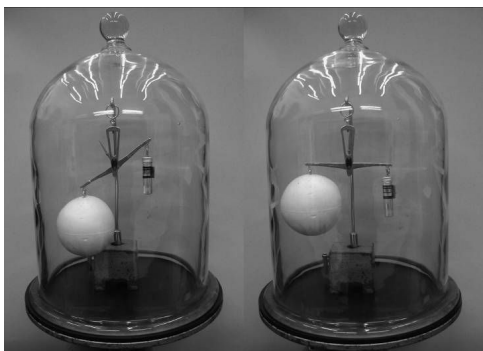
(Kísérletek:
archimédészi hengerpár
gázok felhajtóereje)



Cartesius-búvár
(halak, tengeralttjárók)

(Film: *Cartesius-búvár*
FILM: Cartesius búvár)
areométer

gázokban is jelentős lehet

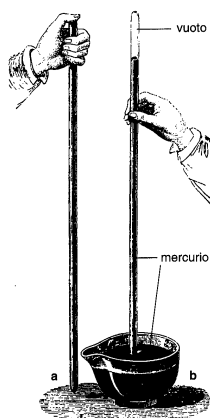


Aerosztatika, légnyomás

(Film: *Torricelli kísérlet*
FILM: A légnyomás)



Evangelista TORRICELLI
1608-1647



1643



Vincenzo VIVIANI
1622-1703



Blaise PASCAL
1623-1662

Pascal kísérletei a Torricelli úr mibenlétének tisztázására

Aerosztatika, légnyomás

(Film: *lufi a lombikban + hordó*)

FILM: Nyomáskülönbség

Gondolatkísérlet: magdeburgi féltekék)



Otto von Guericke
1602-1686

Otto von Guericke magdeburgi féltekéi



Stich, 1664



11mm vastag acéllemez!

<http://www3.delta.edu/slime/can crush.html>