Mechanika
FBL101E-1

5. előadás

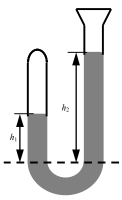
2010. november 19.

Gázok nyomása

Robert BOYLE
1627–1691

Boyle-Mariotte törvény: Adott hőmérsékletű és tömegű gáz térfogatának és nyomásának szorzata állandó.

Edme MARIOTTE
1620-1684



$$pV = áll.$$

(Film: gázok nyomása, FILM: 700/148***)***

(Film: a légnyomás mérése a Fujin, FILM: A légnyomás függ a tengerszint feletti magasságtól***)***

Barometrikus magasságképlet:

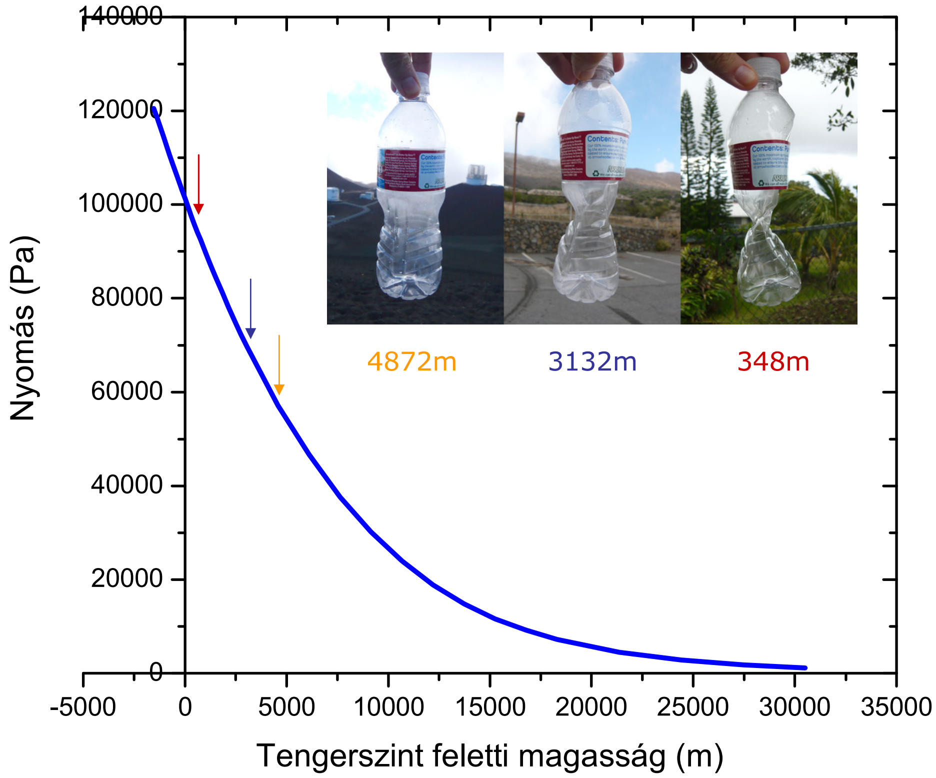
$$p(h) = p_0 e^{-\frac{\rho_0 g h}{p_0}}$$

$$\rho(h) = \rho_0 e^{-\frac{\rho_0 g h}{p_0}}$$

h: a tengerszint feletti magasság
p_0 és ρ_0: a levegő nyomása és sűrűsége a tengerszinten

$$p_0 = 101325 Pa$$

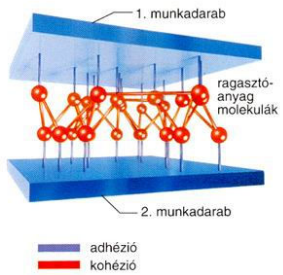
$$\rho_0 = 1.293 \frac{kg}{m^3}$$



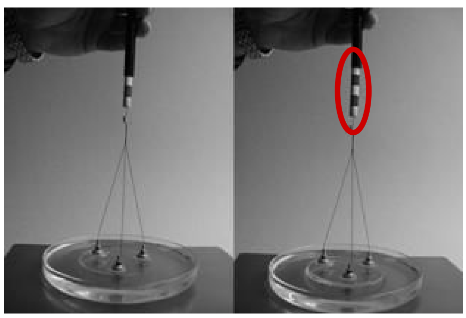
(*Kísérlet: Behn-féle cső* FILM: 700/150**)**

kémény huzat

Molekuláris erők folyadékokban



adhézió, kohézió
illeszkedési szög



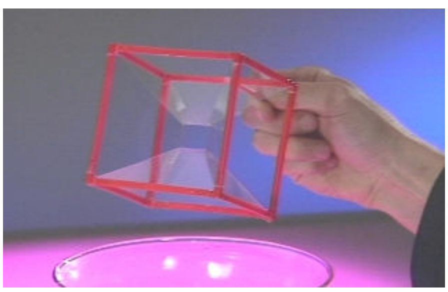
Felületi feszültség: (dimenziótól eltekintve)

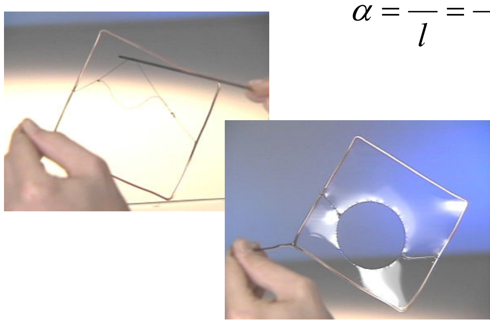
A folyadék szabad felszínének egységnyi megnöveléséhez szükséges munka. (*energetikai jelentés*)

A folyadék felszínét határoló görbe egységnyi hosszúságú darabjára a felszín érintősíkjában a vonaldarabra merőlegesen kifejtett húzóerő. (*dinamikai jelentés*)

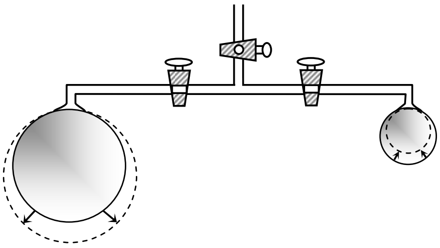
Minimálfelületek:

$$\alpha = \frac{F}{l} = \frac{\Delta W}{A}$$





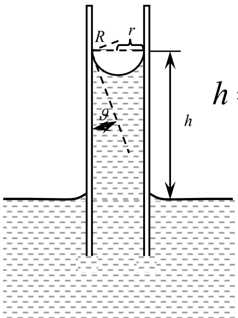
Görbületi nyomás, kapillaritás



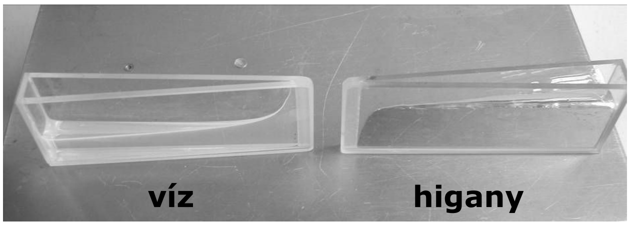
$$p_{görbületi} = \frac{2\alpha}{r}$$

"kicsi a bors de erős"

Kapilláris emelkedés:



$$h = \frac{2\alpha \cos\vartheta}{\rho r g}$$



a talaj vízforgalma

Eötvös törvény

A felületi feszültség hőmérsékletfüggése:

$$\alpha V^{2/3} = k_E\left(T_0 - T\right)$$

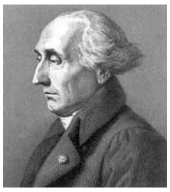
ahol

α	felületi feszültség
V	moláris térfogat
T_0	kritikus hőmérséklet

$$k_E \approx 2 \cdot 10^{-7}\, JK^{-1} mol^{-2/3}$$

meleg vizes mosás

Áramlástan



Joseph-Louis LAGRANGE
1736–1813

Leonhard Paul EULER
1707–1783

Az áramlási tér leírása: $\rho(\mathbf{r},t),\ p(\mathbf{r},t),\ \mathbf{v}(\mathbf{r},t)$

a sebességtér Lagrange-féle, ill. Euler-féle leírása

A geometria tér minden egyes pontjához minden pillanatban *az éppen ott tartózkodó* részecske sebességét rendeljük hozzá.

$dx = v_x dt,\quad dy = v_y dt,\quad dz = v_z dt$

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \frac{\partial \vec{v}}{\partial x}\frac{dx}{dt} + \frac{\partial \vec{v}}{\partial y}\frac{dy}{dt} + \frac{\partial \vec{v}}{\partial z}\frac{dz}{dt} = \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \underline{v_x \frac{\partial \vec{v}}{\partial x} + v_y \frac{\partial \vec{v}}{\partial y} + v_z \frac{\partial \vec{v}}{\partial z}}$$

lokális gyorsulás

Amennyiben a tér szomszédos pontjaiban a sebesség változik, akkor a részecske átjutása csak gyorsulás révén történhet.

Az áramlások csoportosítása:

összenyomhatatlan folyadék $\rho = \textit{állandó}$

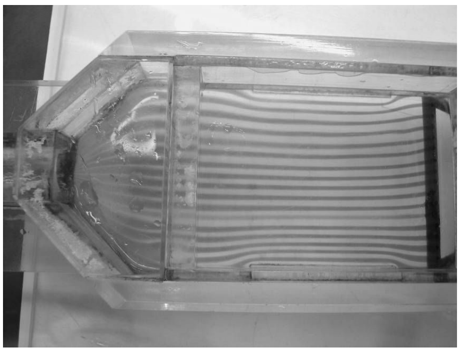
belső súrlódás tekintetében
- ideális, vagy súrlódásmentes
  örvénymentes, örvényes
- súrlódó
  réteges, turbulens

időfüggés szerint
- stacionárius áramlások
- időben változó áramlások

Áramlástan

Áramvonalak és szemléltetésük

A tér minden egyes pontjában a sebesség az áramvonal érintőjének irányába mutat, nagyságát pedig a felületegységre jutó áramvonalak száma adja meg.



Robert Wichard POHL
1884-1976

(Pohl-féle „áramvonalkészülék")

Valójában a részecskék pályagörbéit tesszük láthatóvá, melyek csak stacionárium áramlás esetén esnek egybe az áramvonalakkal!

Az áramvonalak a nulla sebességű pontok kivételével nem metszhetik egymást.

Áramlási cső: kicsiny felületet határoló zárt görbe pontjaiból indított áramvonalak által határolt térrész ➔ az ~ falán nem lép át fluidum

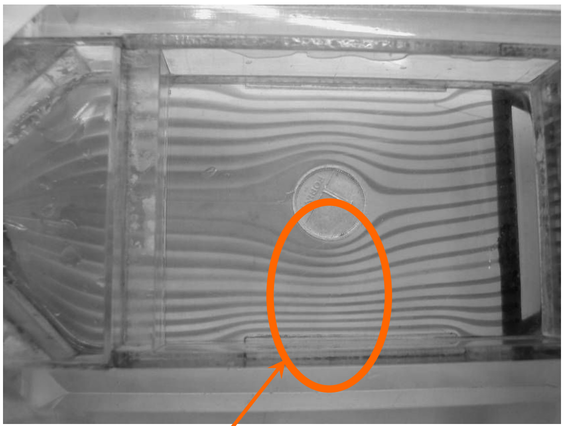
A gázok áramlástani szempontból általában a folyadékokhoz hasonlóan össze-nyomhatatlan közegként viselkednek!

A kontinuitási egyenlet

Az anyagmegmaradást fejezi ki:

$$\rho A v = \acute{a}lland\acute{o}$$

összenyomhatatlan esetben: $Av = \acute{a}lland\acute{o}$



a beszűkült keresztmetszetnél az áramvonalsűrűség
és az áramlási sebesség nagyobb

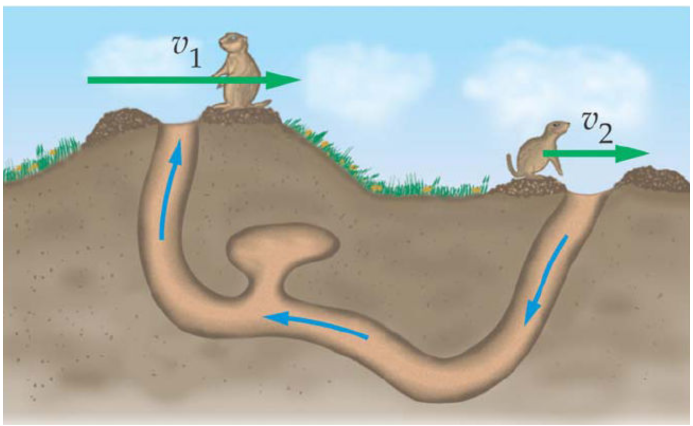
pl. a folyók sodrása a beszűkült szakaszokon nagyobb, érszűkület

Bernoulli-törvény

Daniel BERNOULLI
1700–1782

Összenyomhatatlan, surlódásmentes (ún. ideális) folyadék stacionárius áramlásában egy kis áramlási csőre fennáll, hogy

$$p + \frac{1}{2}\rho v^2 + \rho g h = \acute{a}lland\acute{o}$$



a mechanikai energia megmaradását fejezi ki

(Filmek: 1) változó keresztmetszetű cső

FILM: 700/177-178

2) ping-pong labda tölcsérben

FILM: 700/183

A Bernoulli-törvény levezetése

A folyadék

- összenyomhatatlan → ρ=áll.
- surlódásmentes → mechanikai energia megmarad
- áramlása stacionárius → a kontinuitási egyenlet érvényes → $Av = \acute{a}lland\acute{o}$

Írjuk fel a mechanikai energia megmaradásának tételét egy kicsiny áramlási csőre, melynek keresztmetszetein a sebesség állandónak tekinthető:

$$\Delta W = \Delta E_{mechanikai} = \Delta E_{kin} + \Delta E_{pot}$$

$$\Delta E_{kin} = \frac{1}{2}\rho v_2 \Delta t A_2 v_2^2 - \frac{1}{2}\rho v_1 \Delta t A_1 v_1^2 \qquad \Delta E_{pot} = \rho v_2 \Delta t A_2 g h_2 - \rho v_1 \Delta t A_1 g h_1$$

$$\Delta W = p_1 A_1 v_1 \Delta t - p_2 A_2 v_2 \Delta t$$

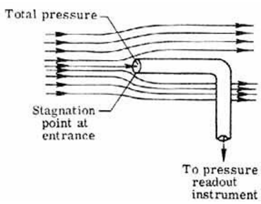
p_1A_1 munkája +
p_2A_2 munkája -

$$p_1 A_1 v_1 \Delta t - p_2 A_2 v_2 \Delta t = \frac{1}{2}\rho v_2 \Delta t A_2 v_2^2 - \frac{1}{2}\rho v_1 \Delta t A_1 v_1^2 + \rho v_2 \Delta t A_2 g h_2 - \rho v_1 \Delta t A_1 g h_1$$

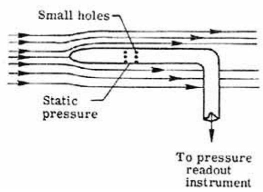
rendezés és egyszerűsítések után

$$p + \frac{1}{2}\rho v^2 + \rho g h = \acute{a}lland\acute{o}$$

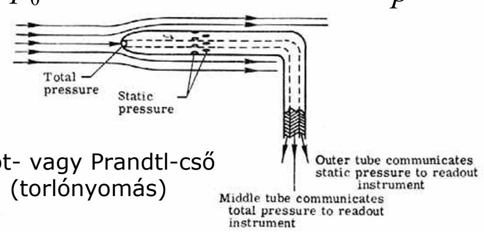
A Bernoulli-törvény alkalmazásai



Pitot-cső (teljes nyomás)
p_0



Venturi-cső (sztatikai nyomás)
p

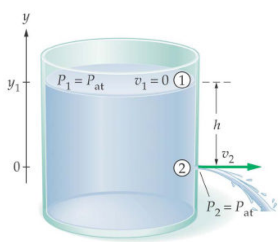


$\frac{1}{2}\rho v^2$ Pitot- vagy Prandtl-cső
(torlónyomás)

$$p + \frac{1}{2}\rho v^2 = p_0$$

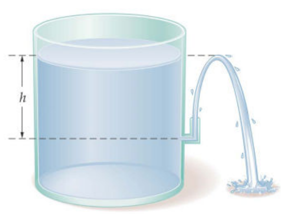
(Film: 700/184***)***

Toricelli törvény



$V<A_2v_2t$ sugárkontrakció!

$$v_2 = \sqrt{2gh}$$



folyadékpermetező, vízlégszivattyú, Bunsen-égő ...

(Filmek: 700/180 700/179***)***

Források és nyelők

Az áramvonalak vagy zárt görbéket alkotnak, vagy forrásból indulnak és nyelőben végződnek.

A forrást jellemzi a Q **forráserősség**:

$$Q = \frac{\Delta V}{\Delta t}$$

a folyadék térfogatának változási gyorsasága

forrás Q>0
nyelő Q<0

Pontszerű forrás gömbszimmetrikus áramlási teret hoz létre:

s amennyiben a fluidum összenyomhatatlan

az áramlás sebessége $\boldsymbol{v}(r) = \frac{Q}{4r^2\pi}\frac{\boldsymbol{r}}{r}$

Örvényes áramlás

Akkor jön létre, ha a fluidum valamely része haladó mozgása mellett forgó mozgást is végez (ω).

Örvénytér, örvényvonal (a sebességtér és az áramvonal analógiái)

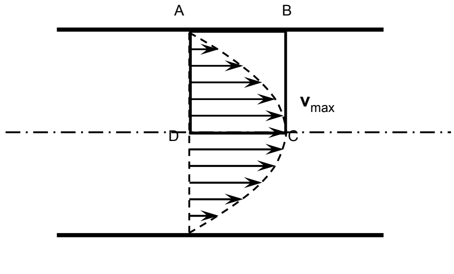
Homogén örvénytér (edénnyel együttforgó folyadék), záródó örvényvonalak (füstkarikák)

Cirkuláció:

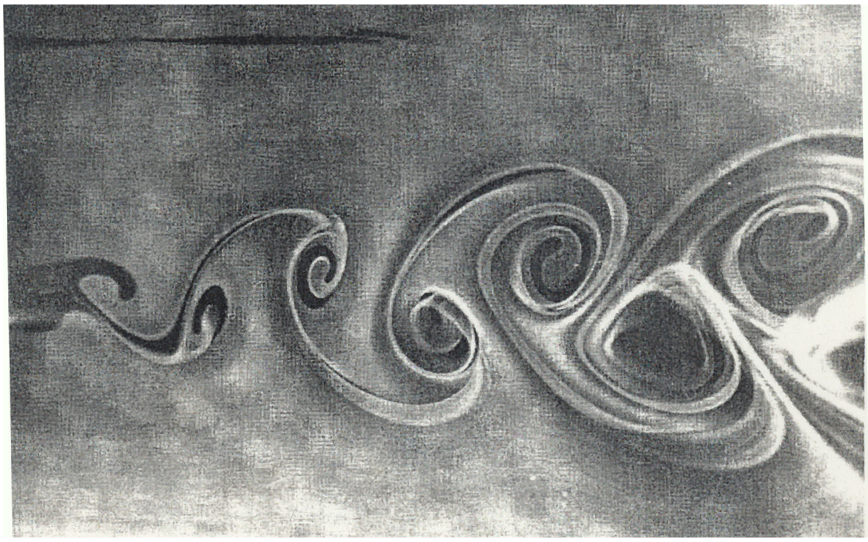
$$\Gamma = \oint v_s ds$$

Egy áramlási tér valamely tartománya akkor és csak akkor örvénymentes, ha a tartományban felvett *bármely* zárt görbe mentén a cirkuláció nulla.

Figyelem!
A parabolikus sebességprofillal leírt áramlási tér örvényes!



Kármán-féle örvénysor



KÁRMÁN Tódor
1881-1963

zászló lobogása, kifeszített zsinórok „búgása”

Surlódó, viszkózus folyadék

d’Alambert: surlódásmentes, összenyomhatatlan folyadékban mozgó testre nem hatnak a folyadák mozgásából származó erők. („paradoxon”)

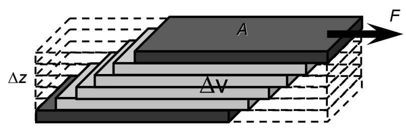
Tapadási feltétel: a fallal érintkező részecskék falhoz képesti relatív sebessége zérus.

(Film: belső surlódás kártyacsomag, FILM: 700/164***)***

Newton-féle viszkozitási törvény:

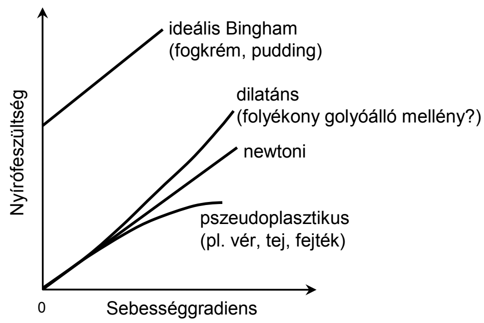
$$F = \eta A \frac{dv}{dz}$$

$$\frac{F}{A} = \sigma_{nyíró} = \eta \frac{dv}{dz}$$



η viszkozitási együttható, vagy dinamikai viszkozitás

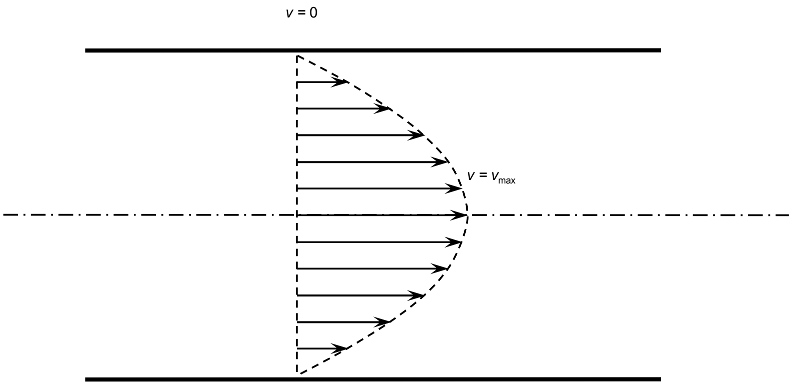
erősen függ T-től
és függhet a nyírófeszültségtől is!



$\frac{\eta}{\rho}$: kinematikai viszkozitás

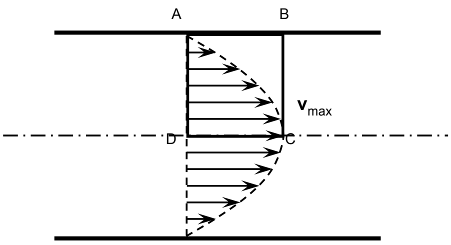
Parabolikus sebességprofil

A hengeres csőben áramló viszkózus folyadékban olyan hengerszimmetrikus sebességeloszlás alakul ki, amelyben a sebesség a tengely mentén maximális, a tengelytől kifelé haladva a sugár négyzetével csökken.



Figyelem!
A parabolikus sebességprofillal leírt áramlási tér örvényes, hisz:

$$\Gamma = \oint v_s ds > 0$$



Hagen-Poiseuille-törvény

Egy cső keresztmetszetén időegység alatt átáramló folyadék mennyisége:

Gotthilf Heinrich Ludwig HAGEN
1797-1884

$$Q = \frac{\Delta p \pi}{8 l \eta} R^4$$

Δp: nyomásesés

l: a cső hossza

$\frac{\Delta p}{l}$: nyomásgradiens

R: a cső sugara

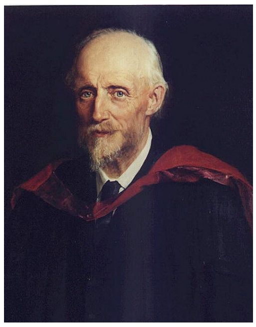
Jean-Louis Marie POISEUILLE
1799-1869

Reynolds-szám

Az áramlástan legalapvetőbb dimenziónélküli jellemzője:

$$\mathrm{Re} = \frac{\rho v L}{\eta}$$

L: jellemző lineáris méret,
pl. csősugár



Osborne REYNOLDS
1842–1912

Hidrodinamikai hasonlóság: két áramlási tér hidrodinamikailag hasonló, ha a geometriai hasonlóság mellett a Reynolds számaik is megegyeznek.

Dimenzióanalízis

Buckingham-tétel:
ha egy fizikai rendszert *n* darab fizikai mennyiség jellemez, akkor a rendszert leíró összefüggések mindig leredukálhatóak *k* darab dimenziómentes változó közötti összefüggésre. A redukcióra érvényes a $k = n - j$ összefüggés, ahol *j* a rendszert jellemző azon fizikai mennyiségek maximális száma, amelyekből még nem képezhető dimenziómentes szorzat.

Edgar BUCKINGHAM
1867-1940

vagy http://web.axelero.hu/eszucs7/MODELL_MAT/tartalom.htm

Buckingham-féle Π (pi) módszer

1. Válasszunk mértékrendszert! ((M, L, T, θ vagy F, L, T, θ))
2. Soroljuk fel az összes fizikai mennyiséget, amelyek problémánkban lényeges szerepet játszanak (Ez a legkritikusabb lépés!), és fejezzük ki ezek dimenzióit választott alapmennyiségeink segítségével.
3. Válasszuk ki a legnagyobb számú fizikai mennyiséget, amelyekből még nem képezhető dimenziómentes szorzat!
4. A megmaradt fizikai mennyiségek közül adjunk hozzá egyet az előző lépésben kiválasztott csoporthoz, és képezzünk dimenziómentes szorzatot! (Keressük meg a dimenziómentességet eredményezö hatványkitevőket.)
5. Ismételjük az előző pontot, amíg az összes fizikai mennyiség el nem fogy.

Példa: milyen erő hat az áramló folyadékba merülő testre?

1. Dolgozzunk M, L, T, θ rendszerben.

2. a. F = f (L, v, ρ, η)

2. b.	F	L	v	ρ	η
	MLT^{-2}	L	LT^{-1}	ML^{-3}	$M(LT)^{-1}$

3. L, v, ρ (csak ρ tartalmaz tömeget, v időt)

4. Válasszuk első mennyiségnek az erőt

$\Pi_1 = L^a v^b \rho^c F =$
$(L)^a(LT^{-1})^b(ML^{-3})^c(MLT^{-2}) = M^0L^0T^0$

L: a+b-3c+1=0
M: c+1=0
T: -b-2=0

----
a=-2, b=-2, c=-1

$$\Pi_1 = \frac{F}{\rho v^2 L^2}$$

5. Még egy mennyiságünk maradt, a viszkozitás

$\Pi_2 = L^a v^b \rho^c \eta^{-1} =$
$= (L)^a(LT^{-1})^b(ML^{-3})^c(ML^{-1}T^{-1})^{-1} = M^0L^0T^0$

L: a+b-3c+1=0
M: c-1=0
T: -b+1=0

----
a=1, b=1, c=1

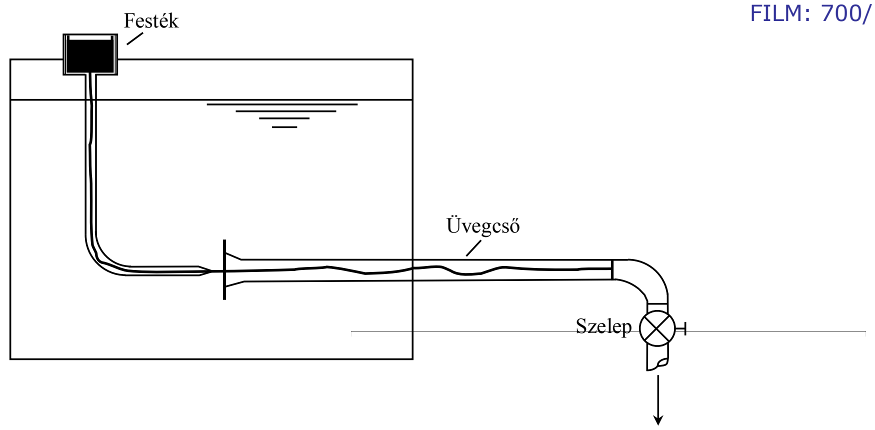
$$\Pi_2 = \frac{Lv\rho}{\eta} = \mathrm{Re}$$

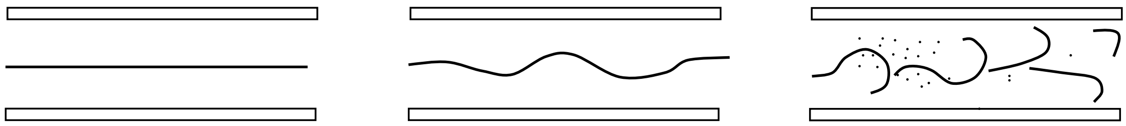
A végeredmény:

$$\frac{F}{\rho v^2 L^2} = f(\mathrm{Re})$$

Reynolds berendezése

(Film: áramlások,
FILM: 700/165*)*





Lamináris | Átmeneti | Turbulens

Re<1000 | 1000<Re<2000 | 2000<Re

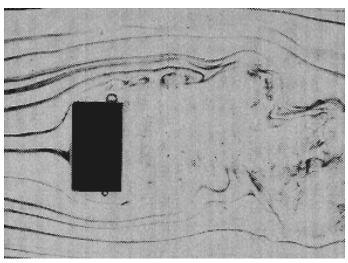
Lamináris, turbulens áramlás

Lamináris: stacionárius áramlás szabályos áramvonalakkal

$$\mathrm{Re} < \textit{néhányszor} \quad 10$$

Turbulens: időben rendszertelenül változó áramlás, felismer-hetetlen áramvonalak

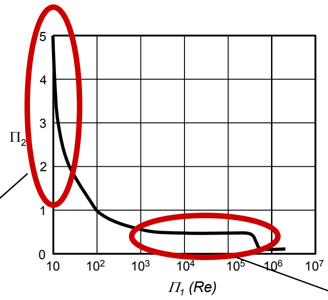
$$\mathrm{Re} > \textit{néhány} \quad 1000$$



(Film: áramlási kép különféle testek mögött,
FILM: 700/175*)*

Közegellenállás

gömb alakú testekre

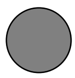
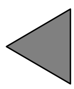
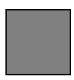
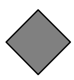
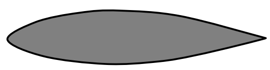


$$\Pi_1 \propto \frac{1}{\Pi_2}$$

$$\Pi_2 = áll.$$

lineáris (Stokes-féle) közegellenállás	négyzetes ellenállási törvény
$$F = 6\pi\eta R v$$	$$F = c_e \frac{1}{2}\rho A v^2$$
R: a golyó sugara *v*: a golyó közeghez viszonyított sebessége *η*: viszkozitási együttható	*ρ*: a közeg sűrűsége *A*: a test homlokfelületének nagysága *v*: a test közeghez viszonyított sebessége
kis sebességeknél lép fel (lamináris) a belső surlódásból származik	nagy sebességeknél lép fel (turbulens) az örvényektől származik

A c_e közegellenállási együttható

Gömb		**0,47**
Gömbhéj (domború)		**0,4**
Gömbhéj (homorú)		**1,4**
Kúp		**0,5**
Kocka		**1,05**
Kocka (elforgatva)		**0,81**
Áramvonalas test		**0,04**

(Kísérlet: aerodinamikai ellenállás szemléltetése korongal, gömbbel, cseppalakkal)

Dinamikai felhajtóerő, repülés

A közegellenállási erő függ az állásszögtől is. A testre ható erő felbontható áramlással párhuzamos és arra merőleges komponensekre. Míg az előző a közegellenállási erő, addig az utóbbi a ún. **dinamikai felhajtóerő**, mely egy olyan fajta felhajtóerő, mely csak akkor lép fel, ha a közeg (a benne lévő testhez képest) áramlik.

$$F_{\mathrm{ke}} = c_{\mathrm{e}} \frac{1}{2} \rho v^2 A \qquad F_{\mathrm{df}} = c_{\mathrm{f}} \frac{1}{2} \rho v^2 A$$

A dinamikai felhatóerő képezi a repülés alapját.

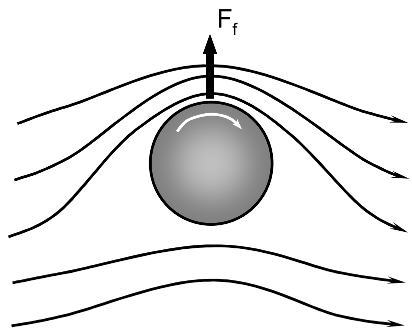
$$\frac{F_{df}}{F_{ke}} = sikl\acute{o}sz\acute{a}m$$

A felhajtóerő függ az állásszögtől. (átbukás!)

(Kísérletek: 1) fújjunk el egy görbe papírlap domború oldala felett
2) nyomáskülönbség szemléltetése szárnyprofil alja és teteje között)

Magnus-effektus

Áramlásba helyezett forgó hengerre a Bernoulli-egyenlet értelmében felhajtóerő hat:



(Kísérlet: forgó papírhenger ejtése)

Speciális relativitáselmélet

Ellentmondások a XIX. századi fizikában

Az általános relativitás elve **VAGY** a fénysebesség éter hipotézisen alapuló állandósága?

Galilei **VAGY** Lorentz transzformáció? (mechanika - Maxwell egy.)
Voigt, 1887 és Lorentz, 1899

$$x' = x - vt \qquad x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

$$y' = y \qquad y' = y$$

$$z' = z \qquad z' = z$$

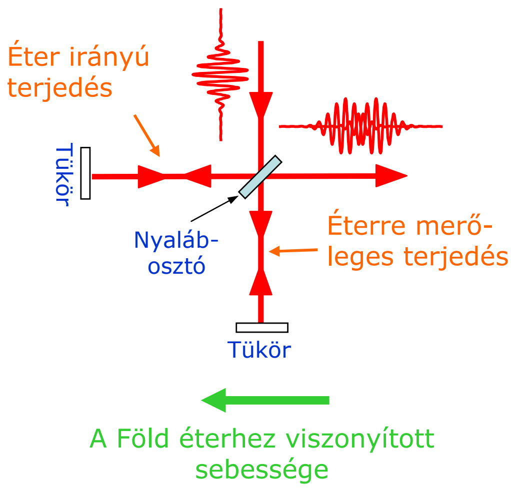
$$t' = t \qquad t' = \frac{t - \frac{xv}{c^2}}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

Michelson-Morley kísérlet, (1881) 1887

Michelson-Morley kísérlet

Michelson és Morley felismerték, hogy a Föld nem lehet mindig nyugvó az éterhez képest. Továbbá a fénynek eltérő úthossza és fáziseltolódása kell legyen attól függően, hogy az éter sebességével párhuzamosan, vagy arra merőlegesen terjed.

Albert MICHELSON
1852-1931



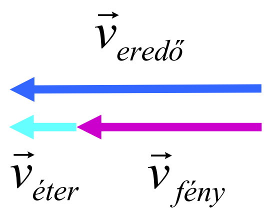
Edward MORLEY
1838-1923

Michelson-Morley kísérlet

Ha a fény terjedéséhez közegre van szükség, akkor a fénysebesség függ a közeg sebességétől. A sebességek vektoriálisan összegződnek.

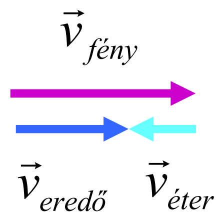
A *vízszintes* karban

A tükör felé



$$\vec{v}_{eredő} = \vec{v}_{fény} + \vec{v}_{éter}$$

A tükörről



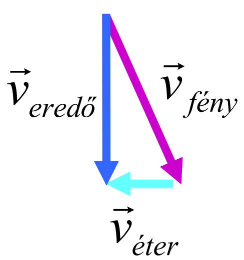
$$\vec{v}_{eredő} = \vec{v}_{fény} - \vec{v}_{éter}$$

Michelson-Morley kísérlet

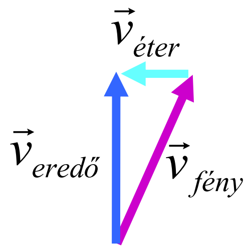
Az interferométer függőleges karjában az eredő sebesség merőleges kell legyen a tükörre, ami miatt a fénynek szög alatt kell terjednie.

A *függőleges* karban

A tükör felé



A tükörről



$$\vec{v}_{eredő} = \sqrt{\vec{v}_{fény}^{\,2} - \vec{v}_{éter}^{\,2}}$$

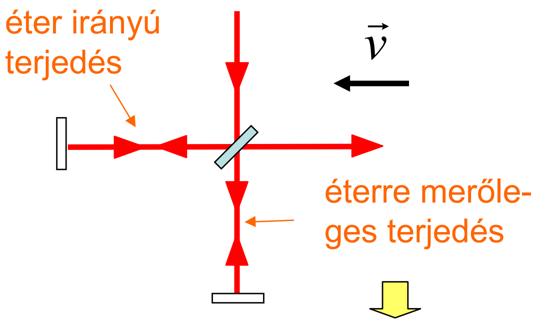
JÓ

Michelson-Morley kísérlet

Jelöljük a fénysebességet c-vel, az éter sebességét pedig v-vel!

Az interferométer egyenlő karhossza L.

$$\Delta t_{\parallel} = \frac{L}{c-v} + \frac{L}{c+v} = \frac{L(c+v)}{c^2-v^2} + \frac{L(c-v)}{c^2-v^2} = \frac{2Lc}{c^2-v^2} = \frac{2L}{c}\frac{1}{[1-v^2/c^2]}$$



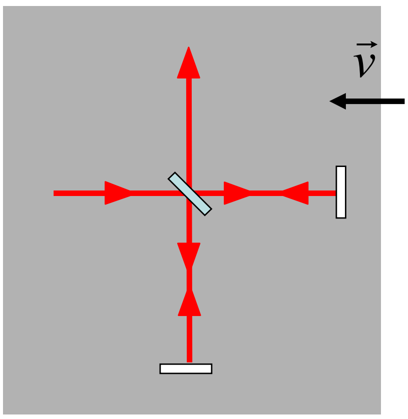
$$\Delta t_{\perp} = \frac{2L}{\sqrt{c^2-v^2}} = \frac{2L}{c}\frac{1}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$$

Az idők eltérő módon kellene függjenek az éter sebességétől.

Michelson-Morley kísérlet

Mivel nem ismerjük az éter sebességét Michelson és Morley kétszer végezték el a mérést, melyek között 90°-kal elforgatták az elrendezést.

$$\Delta t_{\parallel} = \frac{2L}{c}\frac{1}{[1-v^2/c^2]}$$

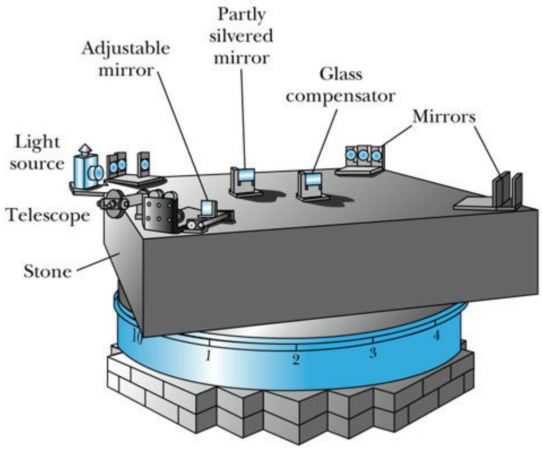


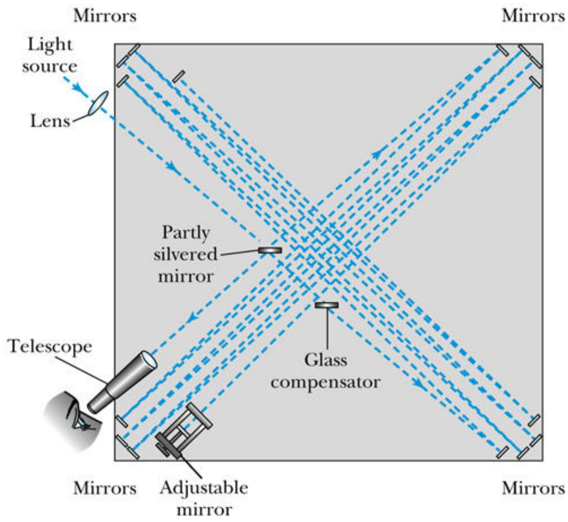
$$\Delta t_{\perp} = \frac{2L}{c}\frac{1}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$$

Ez esetben az idők megfordulnak, és az interferencia csíkok egymás komplementerei kell legyenek.

Még érzékenyebb észlelést tett lehetővé, amikor a berendezést 180º-kal forgatták el, s az eltolódás szinuszos változását próbálták kimérni.

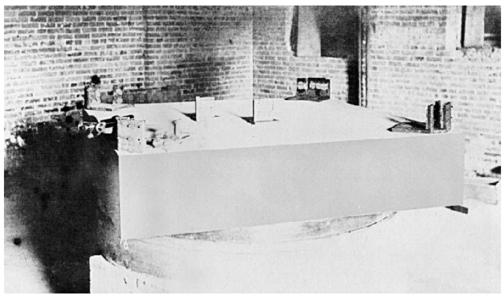
Kísérleti elrendezés





A nyalábot a fényút növelése céljából “összehajtogatták”.

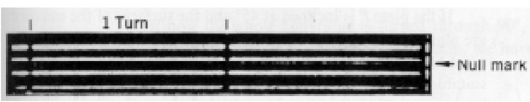
Eredmények

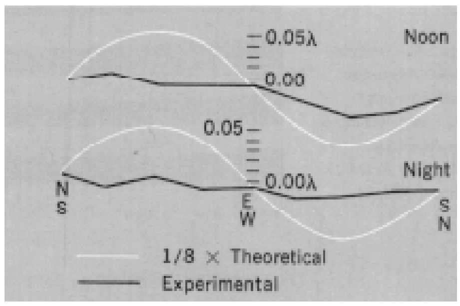


A berendezés

Az interferométer képes kellett volna legyen az elforgatás okozta fáziseltoló-dás érzékeny kimutatására. Kb. 0.4 periódusnyi eltolódást vártak, és 0.005 periódust már ki tudtak volna mutatni.

De eltolódást NEM láttak!

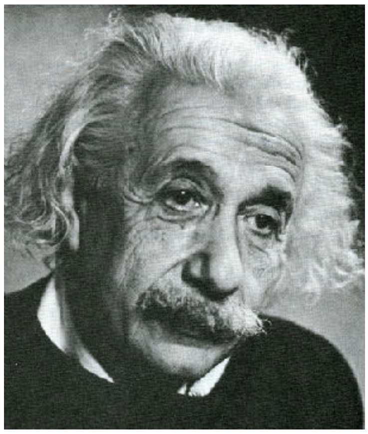




Eredmények A. A. Michelson, *Studies in Optics* alapján

A speciális relativitáselmélet posztulátumai

- A vákuumbeli fénysebesség állandó, függetlenül a fény frekvenciájától, a terjedés irányától, a detektor, illetve a forrás mozgási sebességétől.
- Az egymáshoz képest egyenes vonalú, egyenletes mozgást végző viszonyítási rendszerek *a fizika számára* egyenértékűek.



Albert EINSTEIN
1879-1955

A fenti posztulátumokból levezethető a Lorentz transzformáció!!!!!

Speciális relativitáselmélet következményei

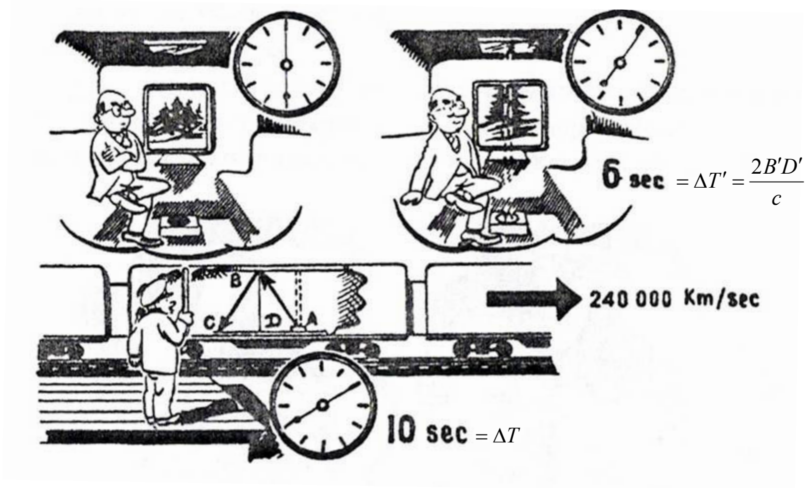
- Kinematikai
  - Idődilatáció (ikerparadoxon)
  - Az egyidejűség relativitása
  - Hosszúság vagy Lorentz kontrakció
  - A sebességek összeadása
- Dinamikai
  - Relativisztikus tömeg
  - Tömeg és energia

http://www.spacetimetravel.org/

Idődilatáció

Fényóra:

$\Delta t'$



$= \Delta T' = \frac{2B'D'}{c} = 6s$

$= \Delta T$

Δt

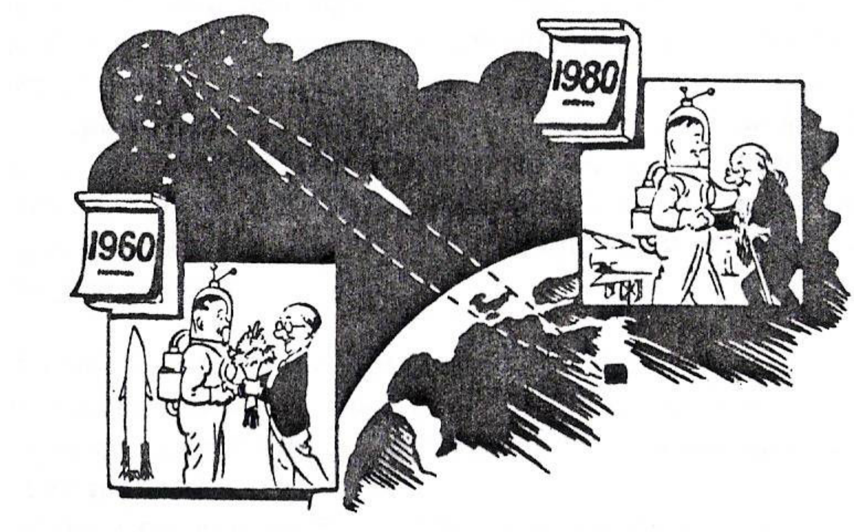
$B'D' = 900.000 km$

$AB = 1.500.000 km$
$AC = 2.400.000 km$
$BD = 900.000 km$

$$\Delta t' = \frac{\Delta t}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

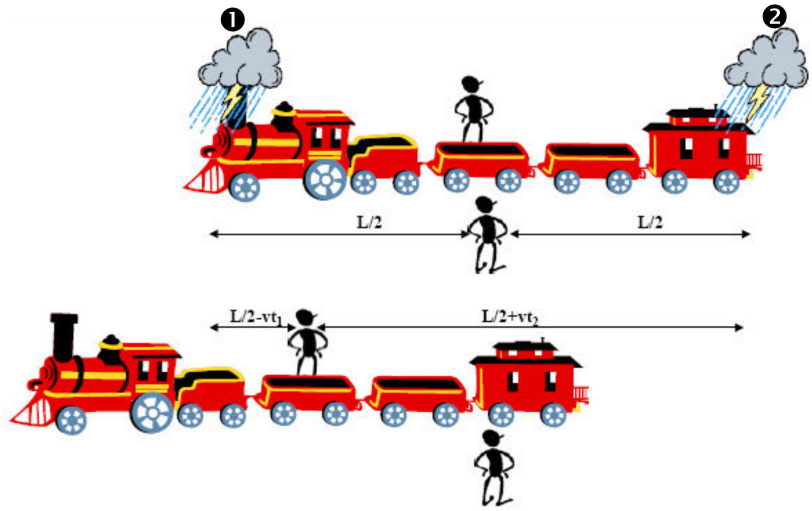
Az időegység hosszabb
a mozgó rendszerben.
(az óra „lassabban jár”)

Ikerparadoxon



Nincs ellentmondás: az a fiatalabb, aki gyorsult.

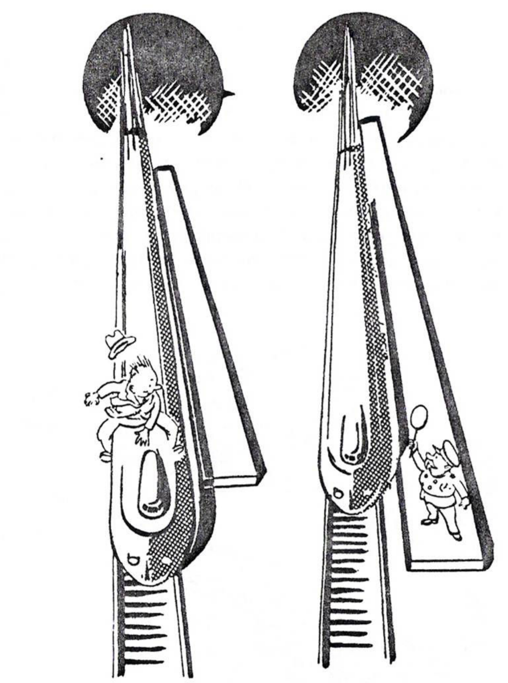
Az egyidejűség relativitása



$$\Delta t' = t_2' - t_1' = \frac{t_0 - \frac{x_2 v}{c^2}}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} - \frac{t_0 - \frac{x_1 v}{c^2}}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = \frac{-\frac{\Delta x v}{c^2}}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

A nyugvó rendszerben egyidejű jelenségek mozgó rendszerben nem egyidejűek.

Lorentz kontrakció



$$\Delta x = x_2 - x_1 = \frac{x_2' + v t_0'}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} -$$

$$- \frac{x_1' + v t_0'}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = \frac{\Delta x'}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

$$\Delta x' = \Delta x \sqrt{1 - v^2/c^2}$$

Mozgó vonatkoztatási rendszerben a moz-
gás irányába eső hosszméret megrövidül.

A sebességek összeadása

A *v* sebességgel mozgó K′ vonatkoztatási rendszerben x′(=x) irányú *u′* sebességgel mozog egy test. Mekkora *u* sebességűnek méri a mozgást egy K-beli megfigyelő?

$$u_x = \frac{dx}{dt} \qquad u_x' = \frac{dx'}{dt'} \qquad dx = \frac{dx' + v dt'}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \qquad dt = \frac{dt' + \frac{dx' v}{c^2}}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

$$u_x = \frac{dx' + v dt'}{dt' + \frac{dx' v}{c^2}} = \frac{dt'(u_x' + v)}{dt'\left(1 + \frac{u_x' v}{c^2}\right)} = \frac{u_x' + v}{1 + \frac{u_x' v}{c^2}}$$

$$hasonlóan \quad u_y = \frac{dy}{dt} = \frac{dy'}{\frac{dt' + \frac{dx' v}{c^2}}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}} = \frac{u_y' \sqrt{1 - v^2/c^2}}{1 + \frac{u_x' v}{c^2}}$$

Határesetek

- Kis sebességek összegzése: $u' << c$

$$u = \frac{u' + v}{1 + \frac{u' v}{c^2}} \approx u' + v$$

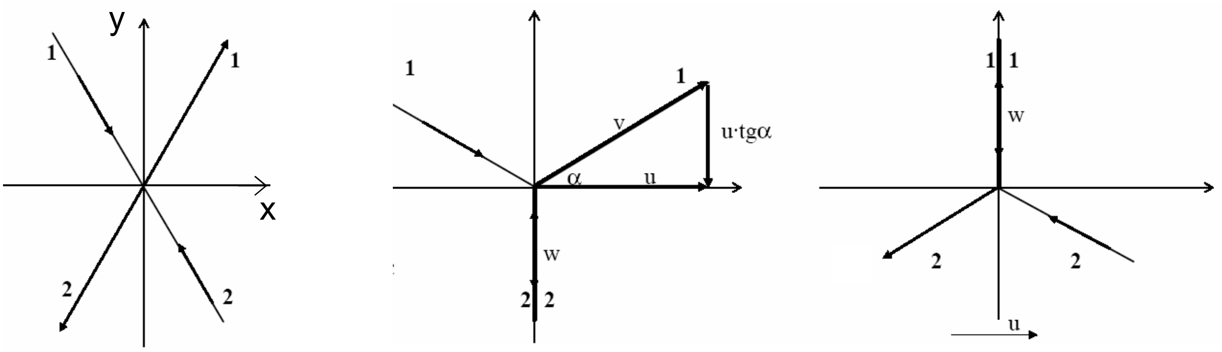
Galilei-transzformáció

- Ha u′=c

$$u = \frac{c + v}{1 + \frac{cv}{c^2}} = \frac{c + v}{\frac{c^2 + cv}{c^2}} = \frac{c + v}{\frac{c(c + v)}{c^2}} = c$$

Relativisztikus tömeg

Két részecske rugalmas ütközése:



az impulzus megmarad:

függőleges irányban

$$2m_w w = 2m_v u \cdot tg\alpha$$

Mi a kapcsolat *u* és *w* között?

A két részecske szerepet cserél.

Az y irányú sebességek transzformációja szerint:

$$u \cdot tg\alpha = w\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}} \longrightarrow m_w = m_v\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$$

ha most w tart 0-hoz

$$\boxed{m_v = \frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}}$$

Tömeg és energia

- Ha v<<c

ha α kicsi $\frac{1}{\sqrt{1-\alpha}} \approx 1+\frac{\alpha}{2}$

$$m_v = \frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \approx m_0\left(1+\frac{1}{2}\frac{v^2}{c^2}\right)$$

$$mc^2 = m_0c^2 + \frac{1}{2}m_0v^2$$

- Bebizonyítható, hogy ez tetszőleges sebességre is érvényes.

$$m_v = m_0 + \frac{\frac{1}{2}m_0v^2}{c^2}$$

A testnek adott kinetikai energia a test tömegét növeli.

A klasszikus mechanika tömeg és energiamegmaradási tételei a realitivitás elméletben egy megmaradási tétellé olvadnak össze.

Kísérleti bizonyítékok

Idődilatáció

- ”utaztatott” atomórák
- GPS műholdak (a műholdak atomórái a földi órákhoz képest „napi 2km”-t késnek)
- müonok detektálása a Föld felszínén (Lorentz kontrakció is!)

Lorentz kontrakció

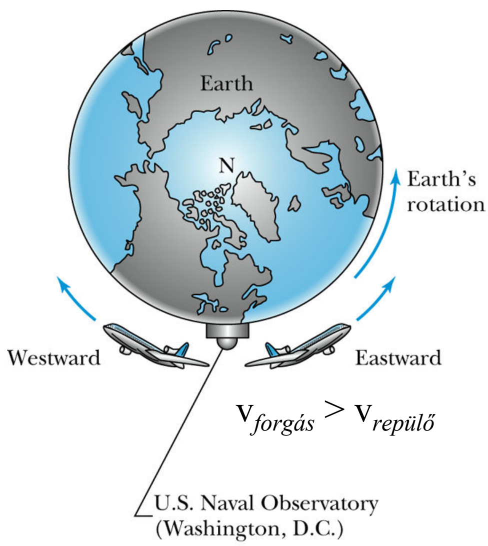
- a szabadelektron lézer hullámhossza akár a látható fény tartományába is eshet (jóllehet a mágnesek „periódusa” praktikus okokból nem lehet kisebb mint pár cm)

Relativisztikus tömeg

- nagy energiájú részecskék ütközését sokszor olyan részecskék keletkezése kíséri melyek tömege sokszorosan meghaladja az ütköző részecskék együttes tömegét
- maghasadás (az energia tömegveszteségből származik)

”Reptetett” atomórák

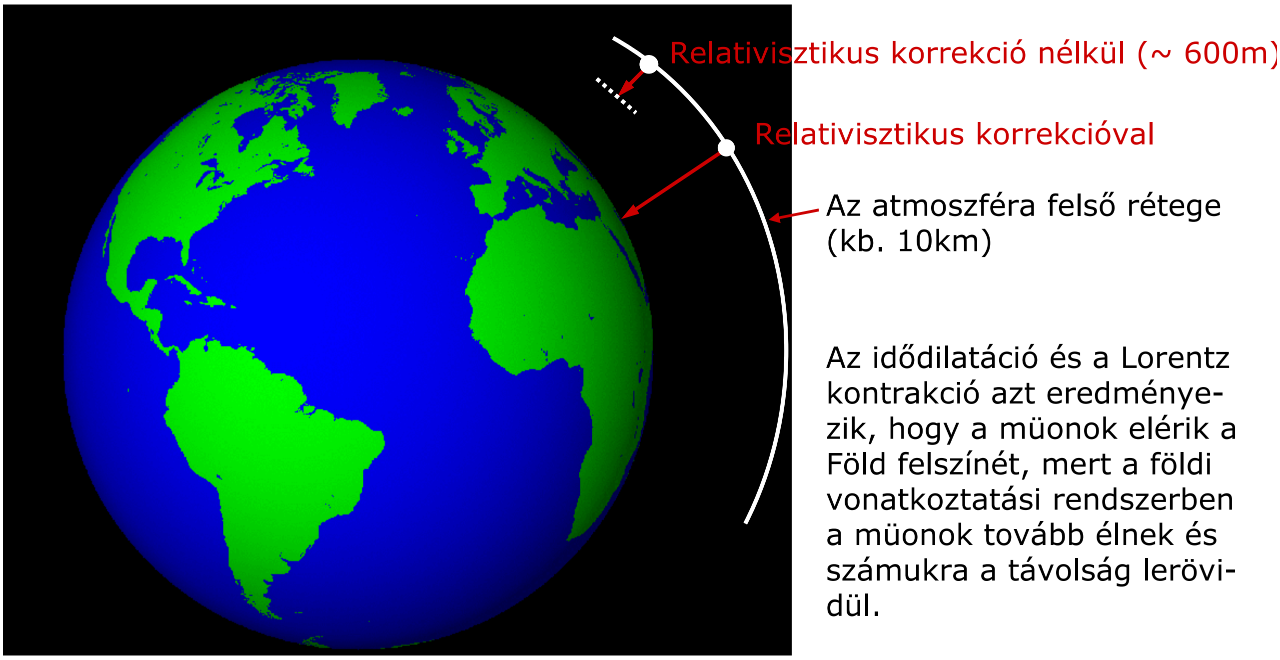
Két repülőgép atomórával a fedélzetén kelet illetve nyugat irányába kering a Föld körül. A repülőgépeken lévő órák által mutatott időt a Föld felszínén mérttel összehasonlítva igazolták, hogy a mozgó órák lassabban járnak.



Irány	Jósolt	Mért
Eastward	-40 ± 23 ns	-59 ± 10 ns
Westward	275 ± 21 ns	273 ± 7 ns

Müonok észlelése a Föld felszínén 1.

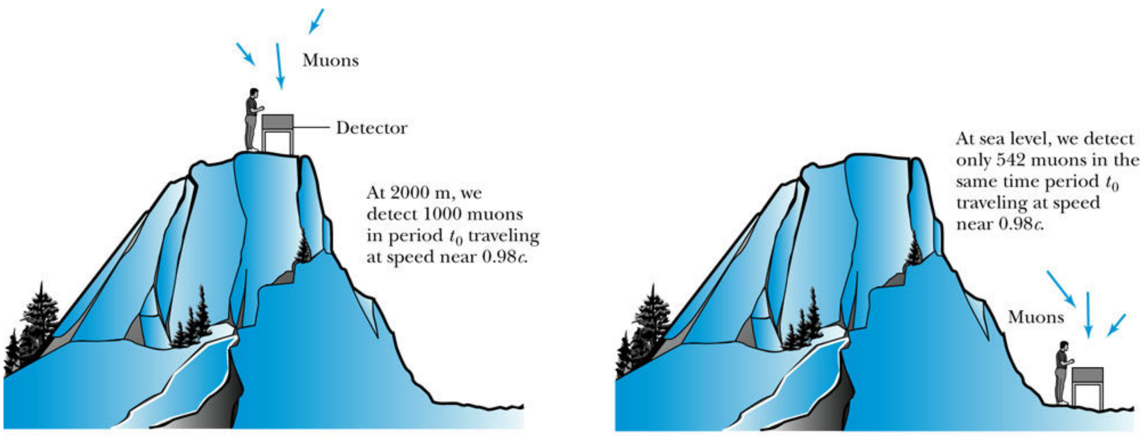
A müonok 1.52 μs-os felezési idővel bomlanak el, miközben 0.98c sebességgel haladnak a Föld felszíne felé.



Az idődilatáció és a Lorentz kontrakció azt eredményezik, hogy a müonok elérik a Föld felszínét, mert a földi vonatkoztatási rendszerben a müonok tovább élnek és számukra a távolság lerövidül.

Müonok észlelése a Föld felszínén 2.

2000 méter megtétele a fénysebesség 98%-ával 6.8 ms időbe telik, ami a müon felezési idejének kb. 4.5-szerese. Így idődilatáció nélkül minden 1000 müonból csak 1000 x $2^{-4.5}$ = 45 müon kellene érkezzen a tengerszintre.



A nagy sebességgel mozgó müon számára azonban a 2km-es távolság kb. 400m-re rövidül le, s így a relativitáselmélet becslésével összhangban 542 db (1000 x $2^{-0,87}$) müon érkezik a tengerszintre.

Jó készülést kívánok!