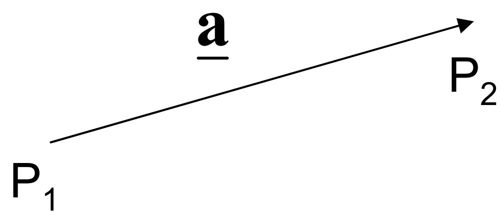
Természeti jelenségek fizikája gyakorlat

Pogány Andrea
andrea@titan.physx.u-szeged.hu

Vektorok

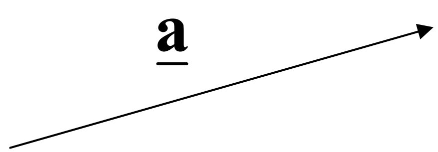
vektor: a tér egy rendezett pontpárja által kijelölt, az első pontból a másodikba mutató irányított szakasz → nagysággal és iránnyal jellemezhető



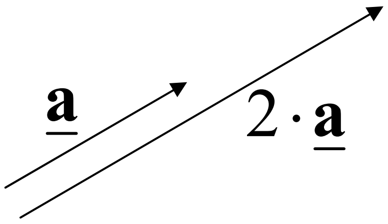
nullvektor: abszolutértéke 0, iránya tetszőleges
egységvektor: abszolutértéke 1

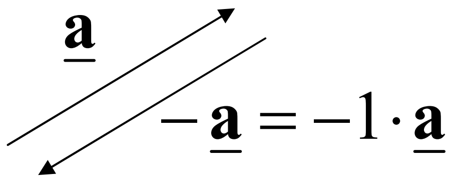
szabad vektor: önmagával párhuzamosan eltolható
helyvektor: rögzített kezdőpont

Műveletek vektorokkal



szorzás skalárral:

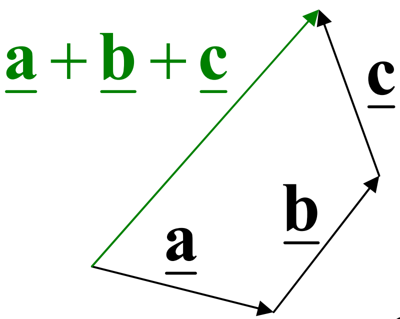




pl.: $\underline{\mathbf{p}} = m \cdot \underline{\mathbf{v}}$

$\underline{\mathbf{F}} = m \cdot \underline{\mathbf{a}}$

összeadás, kivonás:



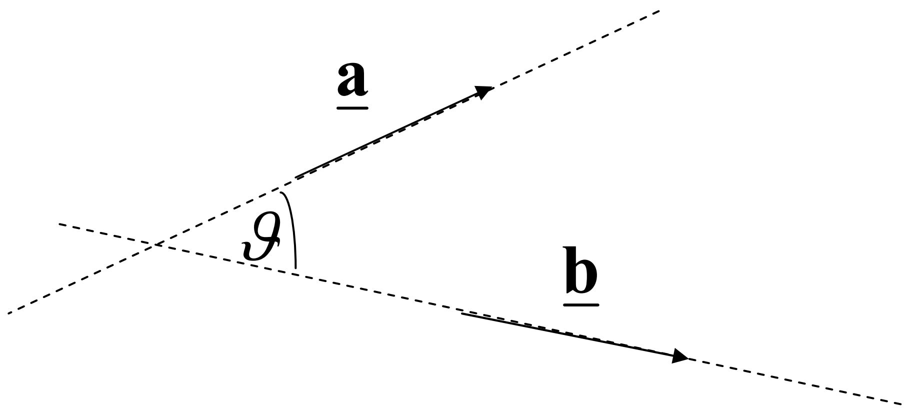
$$\underline{\mathbf{a}} + \underline{\mathbf{b}} = \underline{\mathbf{b}} + \underline{\mathbf{a}}$$

$$\underline{\mathbf{a}} - \underline{\mathbf{b}} = \underline{\mathbf{a}} + (-\underline{\mathbf{b}})$$

$$\alpha \cdot (\underline{\mathbf{a}} + \underline{\mathbf{b}}) = \alpha \cdot \underline{\mathbf{a}} + \alpha \cdot \underline{\mathbf{b}}$$

lineáris kombináció: $\alpha \cdot \underline{\mathbf{a}} + \beta \cdot \underline{\mathbf{b}}$

két vektor által bezárt szög:



Műveletek vektorokkal

Skalár szorzat:

$$\underline{\mathbf{a}}\underline{\mathbf{b}} = A$$

$$A = a \cdot b \cdot \cos\varphi$$

pl.: $W = \underline{\mathbf{F}}\underline{\mathbf{s}} = F \cdot s \cdot \cos\varphi$

$$\underline{\mathbf{a}}\underline{\mathbf{b}} = \underline{\mathbf{b}}\underline{\mathbf{a}}$$

$$\underline{\mathbf{a}}\underline{\mathbf{0}} = 0$$

$$\underline{\mathbf{a}}(\underline{\mathbf{b}}\underline{\mathbf{c}}) \neq (\underline{\mathbf{a}}\underline{\mathbf{b}})\underline{\mathbf{c}}$$

$$(\underline{\mathbf{a}} + \underline{\mathbf{b}})\underline{\mathbf{c}} = \underline{\mathbf{a}}\underline{\mathbf{c}} + \underline{\mathbf{b}}\underline{\mathbf{c}}$$

Vektori szorzat:

$$\underline{\mathbf{c}} = \underline{\mathbf{a}} \times \underline{\mathbf{b}} = \left[\underline{\mathbf{a}}\underline{\mathbf{b}}\right]$$

$$\left|\underline{\mathbf{c}}\right| = c = a \cdot b \cdot \sin\varphi$$

iránya – jobbkézszabály alapján

pl.: $F_{Cor} = 2m(\underline{\mathbf{v}} \times \underline{\boldsymbol{\omega}}) = 2m \cdot v \cdot \omega \cdot \sin\varphi$

$$\underline{\mathbf{a}} \times \underline{\mathbf{b}} = -\underline{\mathbf{b}} \times \underline{\mathbf{a}}$$

$$\underline{\mathbf{a}} \times \underline{\mathbf{0}} = \underline{\mathbf{0}}$$

$$\underline{\mathbf{a}} \times \underline{\mathbf{b}} = \underline{\mathbf{0}}$$

$$\underline{\mathbf{a}} \times \underline{(\mathbf{b} \times \mathbf{c})} \neq (\underline{\mathbf{a}} \times \underline{\mathbf{b}}) \times \underline{\mathbf{c}}$$

$$\underline{\mathbf{a}} \times (\underline{\mathbf{b}} + \underline{\mathbf{c}}) = \underline{\mathbf{a}} \times \underline{\mathbf{b}} + \underline{\mathbf{a}} \times \underline{\mathbf{c}}$$

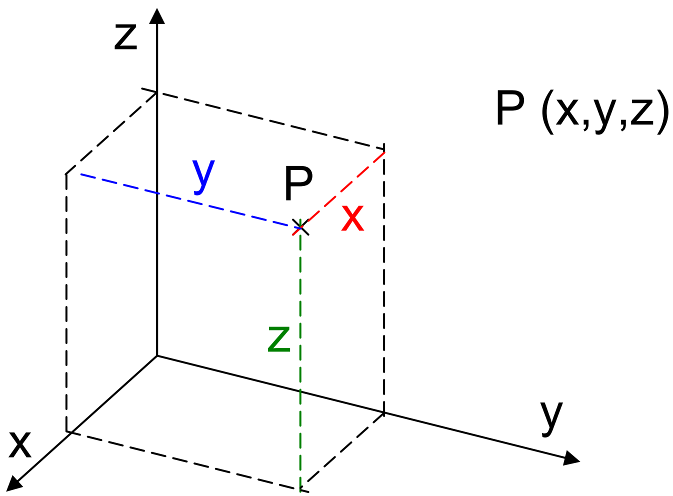
Vonatkoztatási rendszer

vonatkoztatási rendszer: rögzített viszonyítási pontok
koordináta rendszer: egy rögzített ponton átmenő annyi irányított egyenes, ahány dimenziós a tér

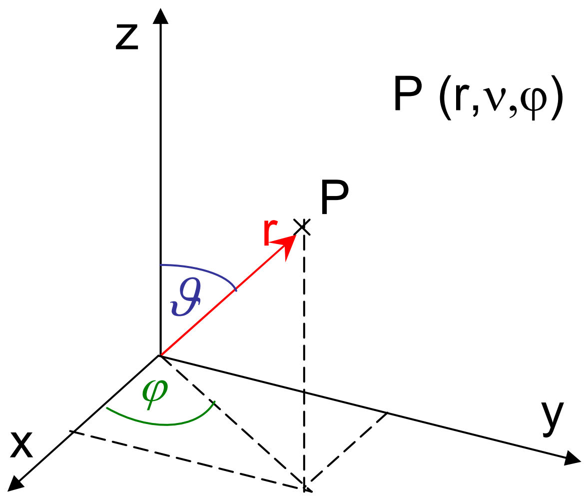
gyakorlatban: derékszögű koordináta rendszer
x – kelet, y – észak, z - fel

egy pont helyének megadása:

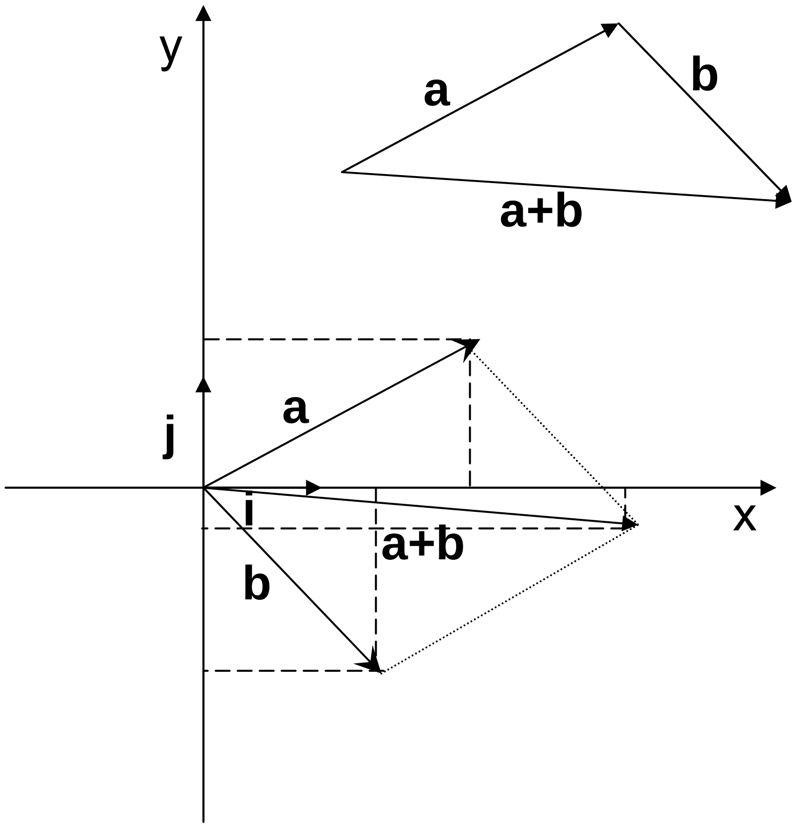
1. x,y,z koordinátákkal



2. polárkoordinátákkal



Vektorok derékszögű koordináta-rendszerben



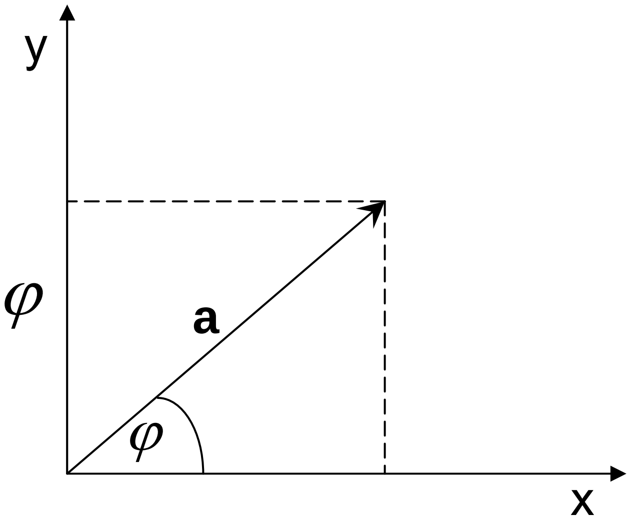
i, j: x, y irányú egységvektorok

$$\mathbf{a} = a_x\mathbf{i} + a_y\mathbf{j}$$

$$\mathbf{b} = b_x\mathbf{i} + b_y\mathbf{j}$$

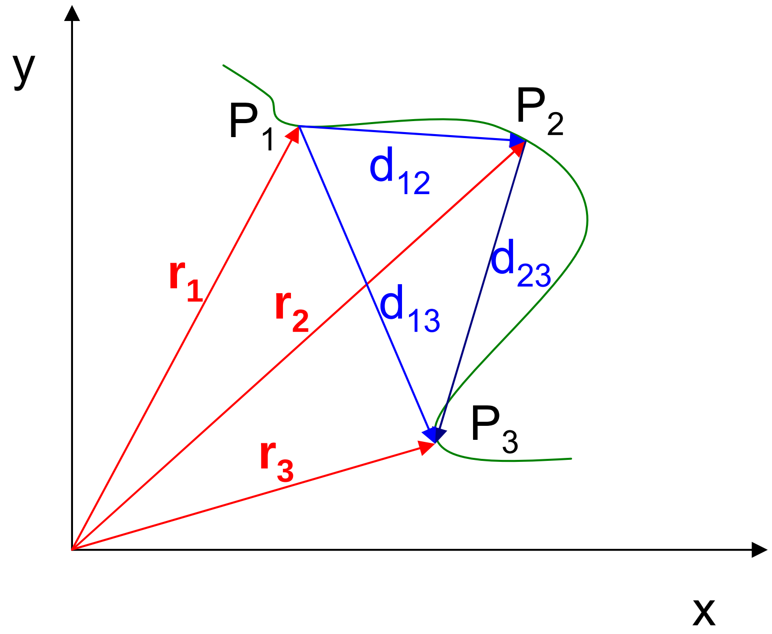
$$\mathbf{a} + \mathbf{b} = (a_x + b_x)\mathbf{i} + (a_y + b_y)\mathbf{j}$$

$$a_y = a \cdot \sin\varphi$$



$$a_x = a \cdot \cos\varphi$$

Példa: anyagi pont helyzete, elmozdulása

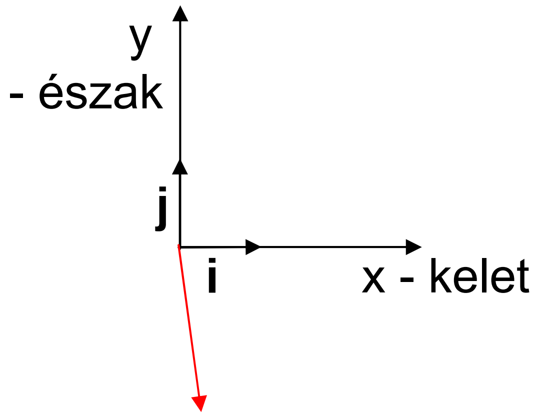


helyvektor

pálya → megtett út

elmozdulás

Feladat: Határozzuk meg annak az autónak az elmozdulását, amely 8km-t halad északkeleti irányban, majd dél felé 13km-t, végül pedig nyugatra 5km-t!



$$\mathbf{a} = 8 \cdot \cos 45^\circ \, \mathbf{i} + 8 \cdot \sin 45^\circ \, \mathbf{j}$$

$$\mathbf{b} = 0\mathbf{i} - 13\mathbf{j}$$

$$\mathbf{c} = -5\mathbf{i} + 0\mathbf{j}$$

$$\mathbf{d} = \mathbf{a} + \mathbf{b} + \mathbf{c} = (8 \sin 45^\circ - 5)\mathbf{i} + (8 \cos 45^\circ - 13)\mathbf{j} = 0,66\mathbf{i} - 7,34\mathbf{j}$$

$$|\mathbf{a} + \mathbf{b} + \mathbf{c}| = \sqrt{0,66^2 + 7,34^2} = 7,37$$

Házi feladat – szeptember 16.

1. Add meg a szinusz, koszinusz, tangens és kotangens függvény definícióját! Ábrázold a négy függvényt!

2. Adott két vektor: - az **a** vektor abszolút értéke 7 és a derékszögű koordináta rendszer x tengelyével 30°–os szöget zár be,
   - a **b** vektor abszolút értéke 4 és a derékszögű koordináta rendszer x tengelyével 150°–os szöget zár be.

Add meg a két vektor összegét, skalár szorzatát és vektori szorzatát!

Sebesség, szögsebesség, gyorsulás, szöggyorsulás

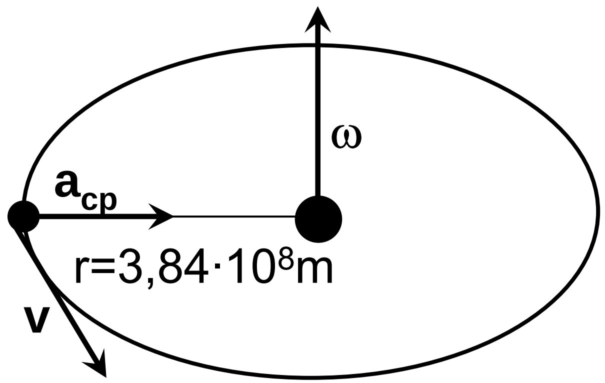
Feladat: Mekkora és milyen irányú a Hold Föld körüli keringésének sebessége, szögsebessége, gyorsulása és szöggyorsulása?

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{2r\pi}{T} = \frac{2 \cdot 3{,}84 \cdot 10^8 m \cdot 3{,}14}{27{,}3 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60 s} = 1020 \frac{m}{s}$$

$$\omega = \frac{\Delta \varphi}{\Delta t} = \frac{2\pi}{T} = \frac{2 \cdot 3{,}14}{27{,}3 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60 s} = 2{,}66 \cdot 10^{-6} \frac{1}{s}$$

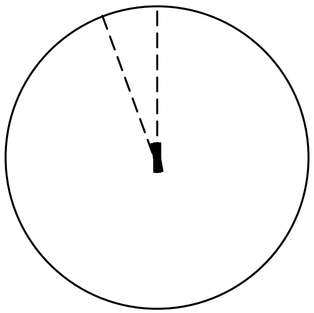
$$a_{cp} = r\omega^2 = \frac{v^2}{r} = 2{,}72 \cdot 10^{-3} \frac{m}{s^2}$$

$$\beta = 0$$



Gyorsuló vonatkoztatási rendszerek – Coriolis erő

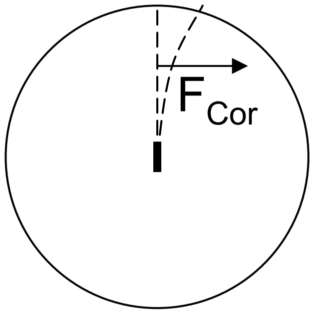
Feladat: Egy ágyú az Északi-sarkon áll és egy tőle 10 km-re lévő célpontra tüzel, de mellétalál. Mennyivel téveszti el a célt? (az ágyúgolyó 10 s múlva csapódik be, és a közegellenállás elhanyagolható)



1. Inerciarendszerben: a Föld elfordul a lövedék alatt → a célpont lövés közben elmozdul

$$s = 2\pi d \frac{t}{T} = 2\pi \cdot 10km \frac{10s}{86400s} = 0,00727km = 7,27m$$

2. A Földhöz rögzített (forgó) koordináta rendszerben: a lövedékre a sebességére merőleges, vízszintes irányú Coriolis-erő hat



$$v = \frac{s}{t} = \frac{10km}{10s} = 1000\frac{m}{s}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{86400s} = 7,27 \cdot 10^{-5}\frac{1}{s}$$

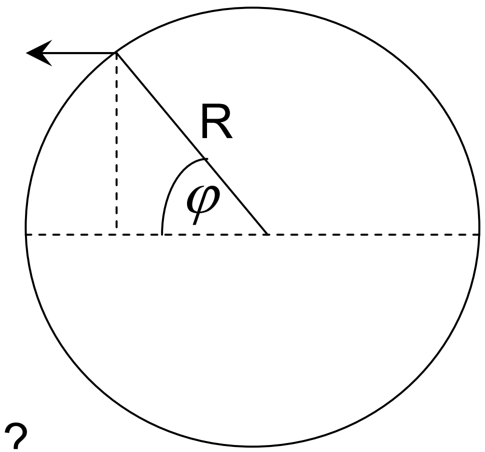
$$F_{Cor} = 2m(v \times \omega) = 2mv\omega \sin 90^\circ = 2mv\omega$$

$$F = ma \qquad a = \frac{F_{Cor}}{m} = 2v\omega = 14,54 \cdot 10^{-2}\frac{m}{s^2}$$

$$s = \frac{a}{2}t^2 = \frac{14,54m/s^2}{2} \cdot (10s)^2 = 7,27m$$

Gyorsuló vonatkoztatási rendszerek – centrifugális erő

Feladat: A Földön hol legnagyobb a centrifugális erő?



Az Egyenlítőn:

$$F_{cf} = m\omega^2 r = m\omega^2 R\cos\varphi$$

Feladat: Mekkora a centrifugális erő nagysága az Egyenlítőn?

$$\mathbf{F_{cf}} = m\omega^2\mathbf{r}$$

$$\frac{F_{cf}}{mg} = \frac{m\omega^2 r}{mg} = \frac{\omega^2 r}{g} = \frac{(7,27\cdot 10^{-5}s^{-1})^2\cdot 6378km}{9,81m/s^2} = 3,4\cdot 10^{-3}$$

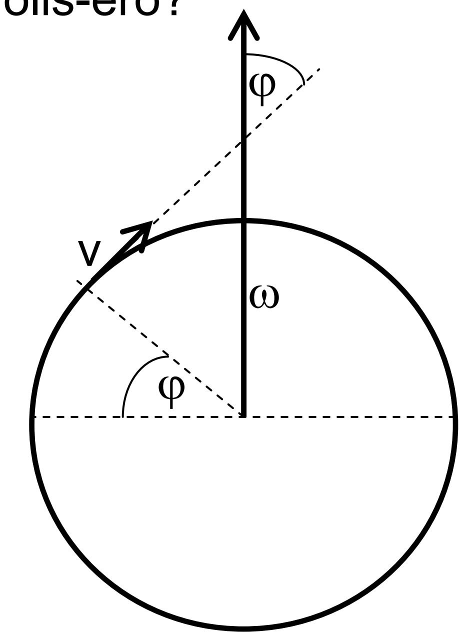
Házi feladat – szeptember 23.

1. Mekkora a legnagyobb centrifugális erő (a gravitációs erőhöz viszonyítva), ami egy ruhadarabra hat egy mosógépben centrifugálás közben, ha a dob átmérője 50 cm és percenként 1000 fordulatot tesz meg?

2. Mekkora és milyen irányú a Szegedről Budapestre tartó, 80 km/h sebességgel haladó, 400 t tömegű vonatra ható Coriolis-erő?

Coriolis-erő

Feladat: Mekkora és milyen irányú a Szegedről Budapestre tartó, 80km/h sebességgel haladó, 400t tömegű vonatra ható Coriolis-erő?



$$v = 80\frac{km}{h} = 22,2\frac{m}{s}$$

$$\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \frac{2\pi}{24óra} = 7,27\cdot 10^{-5}\frac{1}{s}$$

$$\varphi = 44^\circ$$

φ: az ábráról látszik, hogy ω és v által bezárt szög nem 90°, hanem a földrajzi szélességgel egyenlő (44°)

$$F_{Cor} = 2\cdot m\cdot v\times\omega = 2\cdot m\cdot v\cdot\omega\cdot\sin\varphi =$$

$$= 2\cdot 4\cdot 10^5 kg\cdot 22,2\frac{m}{s}\cdot 7,27\cdot 10^{-5}\frac{1}{s}\cdot\sin 44^\circ = 898N$$

A vonatnak jobbra, azaz kelet felé mutat.

Geosztrófikus szél

Feladat: Két pontban mért légnyomás különbsége 23hPa, a pontok távolsága pedig 2100km. Milyen erős geosztrófikus szél alakul ki?

$$\frac{\Delta p}{\Delta y}\cdot V = 2m(v\times\omega) = 2\cdot\rho\cdot V\cdot v\cdot\omega\cdot\sin\varphi$$

$$v = \frac{\Delta p}{\Delta y}\cdot\frac{1}{2\cdot\rho\cdot\omega\cdot\sin\varphi} = \frac{\Delta p}{\Delta y}\cdot\frac{1}{\rho\cdot f}$$

f: Coriolis-paraméter

$$v = \frac{1}{2\cdot\omega\cdot\sin\varphi\cdot\rho}\cdot\frac{\Delta p}{\Delta y} =$$

$$= \frac{1}{2\cdot 7{,}27\cdot 10^{-5}\frac{1}{s}\cdot\sin 44^\circ\cdot 1{,}3\frac{kg}{m^3}}\cdot\frac{2300Pa}{2{,}1\cdot 10^6 km} = 8{,}34\frac{m}{s}$$

Rugalmassági állandók

Feladat: A primer földrengéshullámok átlagos sebessége a földkéregben 5,5km/s, a szekunder hullámoké 3,1km/s. A földrengéshullámok terjedési sebessége alapján becsüld meg a földkérget alkotó kőzetek rugalmassági állandóit! (a kőzetek átlagos sűrűsége 2700kg/m^3)

$$v_P = \sqrt{\frac{\kappa + 2\mu}{\rho}}$$

ρ a kőzet sűrűsége

κ és μ a Lamè-féle rugalmassági állandók

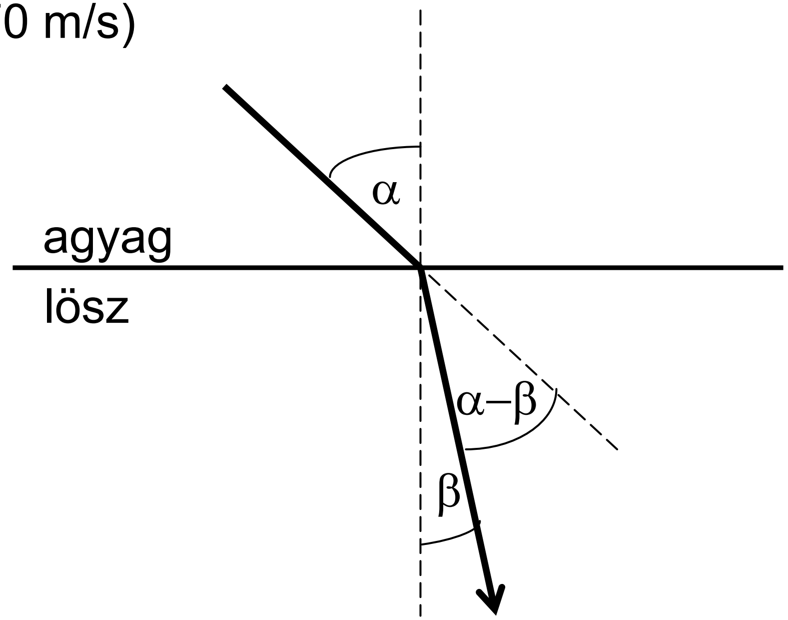
$$v_S = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}}$$

$$\mu = {v_S}^2 \cdot \rho = 2{,}59 \cdot 10^{10} \frac{kg}{m \cdot s^2} = 2{,}59 \cdot 10^{10}\, Pa$$

$$\kappa = {v_P}^2 \rho - 2\mu = 2{,}98 \cdot 10^{10} \frac{kg}{m \cdot s^2} = 2{,}98 \cdot 10^{10}\, Pa$$

Földrengéshullámok törése

Feladat: Földrengéshullám 40°-os beesési szöggel halad agyagrétegből löszrétegbe. Mekkora az irányváltozás? (c_a=1800 m/s, c_l=370 m/s)



$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{c_a}{c_l}$$

$$\sin\beta = \sin\alpha \cdot \frac{c_a}{c_l}$$

$$\beta = 7{,}59°$$

irányváltozás: $\alpha - \beta = 32{,}4°$

Házi feladat – szeptember 30.

1. Kilométerenként mekkora nyomáskülönbség szükséges 10 km/h erősségű geosztrófikus szél kialakulásához?

2. A második feladatban kapott Lamè-állandókból számold ki a földkérget alkotó kőzetekre jellemző Young-modulust, Poisson-féle számot és nyírási modulust!

Földrengés – rugalmassági állandók

$$\kappa = \frac{E}{1-2\nu} \cdot \frac{\nu}{1+\nu}$$

$$\mu = \frac{1}{2} \cdot \frac{E}{1+\nu} = G$$

E: Young-modulus

ν: Poisson-féle szám

G: nyírási modulus

A koncentráció mértékegységei

%	10^{-2}	mg/m^3
‰	10^{-3}	µg/m^3
ppm	10^{-6}	ng/m^3
ppb	10^{-9}	
ppt	10^{-12}	

Feladat: 20 µg/m^3 ammónia hány ppb?

$$1\,ppb = \frac{10^{-9}\,m^3}{1m^3}$$

$$20\frac{\mu g}{m^3} = x\frac{m^3}{m^3}$$

$$pV = nRT$$

szobahőmérséklet

atmoszférikus nyomás

$$V = \frac{nRT}{p} = \frac{\frac{m}{M}RT}{p} = \frac{\dfrac{20\cdot 10^{-6}\,g}{17\,\dfrac{g}{mol}}\cdot 8,314\,\dfrac{J}{mol\cdot K}\cdot 298K}{10^5\,Pa} = 2,9\cdot 10^{-8}\,m^3$$

$$20\frac{\mu g}{m^3} = 2,9\cdot 10^{-8}\,\frac{m^3}{m^3} = 29\,ppb = 0,029\,ppm = 29000\,ppt$$

Barometrikus nyomásformula

Feladat: Milyen magas a János-hegy, ha a hegy tetején a légnyomás 950hPa?

$$p = p_0 \cdot e^{-\frac{zMg}{RT}} = p_0 \cdot e^{-\frac{z}{H}}$$

$$p = 950 hPa$$

$p_0 = 10^5 Pa$ pontosabban: 1,013·10^{5}Pa

$$M = 29 \frac{g}{mol}$$

$$R = 8,314 \frac{J}{mol \cdot K}$$

$$T = 25^o C = 298 K$$

$$g = 9,81 \frac{m}{s^2}$$

$$H = 8 km$$

$$z = ?$$

$$p = p_0 \cdot e^{-\frac{zMg}{RT}}$$

$$\frac{p}{p_0} = e^{-\frac{zMg}{RT}}$$

$$\ln \frac{p}{p_0} = -\frac{zMg}{RT}$$

$$z = -\frac{RT}{Mg} \cdot \ln \frac{p}{p_0} =$$

$$= -\frac{8,314 \frac{J}{molK} \cdot 293 K}{29 \frac{g}{mol} \cdot 9,81 \frac{m}{s^2}} \cdot \ln \frac{950 hPa}{1013 hPa} = 541 m$$

Házi feladat – október 7.

(0. Múlt heti földrengéses feladat)

1. Mekkora a légnyomás a Mount Everest tetején?

2. Add meg a levegő főbb összetevőinek (nitrogén, oxigén, argon) koncentrációját g/m^3 mértékegységben!

Szónikus anemométer működése - szélsebesség

Feladat: Egy szónikus anemométer két ultrahang adó-vevője közötti távolság 20 cm. Az ultrahang impulzus terjedési ideje az egyik irányban $5,84 \cdot 10^{-4}$ s, a másik irányban $5,98 \cdot 10^{-4}$ s. Mekkora a szélsebességnek az adó-vevőket összekötő szakasz irányába eső komponense? Közelítőleg mennyi a levegő hőmérséklete, ha a hang terjedési sebessége 0°C-os levegőben 331 m/s?

d=20cm

$t_1=5,84 \cdot 10^{-4}$s

$t_2=5,98 \cdot 10^{-4}$s

c: hangsebesség szélcsendben

v: szélsebesség

$$\frac{d}{t_1} = c + v$$

$$\frac{d}{t_2} = c - v$$

$$\frac{d}{t_1} - \frac{d}{t_2} = c + v - c - v = 2v$$

$$v = \frac{d}{2}\left(\frac{1}{t_1} - \frac{1}{t_2}\right) = \frac{0,2m}{2}\left(\frac{1}{5,84 \cdot 10^{-4}s} - \frac{1}{5,98 \cdot 10^{-4}s}\right) = 4\frac{m}{s}$$

Szónikus anemométer működése - hőmérséklet

d=20cm

t_1=5,84·10^{-4}s

t_2=5,98·10^{-4}s

c: hangsebesség szélcsendben

v: szélsebesség

$$\frac{d}{t_1} = c + v$$

$$\frac{d}{t_2} = c - v$$

$$c = \frac{d}{t_1} - v = \frac{0,2m}{5,84 \cdot 10^{-4}s} - 4\frac{m}{s} = 338\frac{m}{s}$$

$$\frac{c}{c_0} = \sqrt{\frac{T}{T_0}}$$

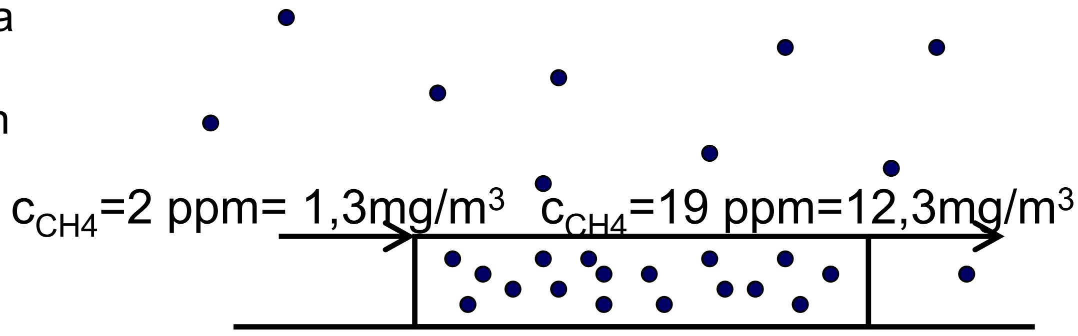
c_0=331m/s (0°C-on mért hangsebesség)

T_0=0°C=273K

$$T = \left(\frac{c}{c_0}\right)^2 \cdot T_0 = \left(\frac{331\frac{m}{s}}{338\frac{m}{s}}\right)^2 \cdot 273K = 284,5K = 11,5^0C$$

A talaj metánkibocsátása

Feladat: Talaj metánkibocsátását a talajra helyezett, henger alakú, 50 cm átmérőjű kamrával mérjük. A kamrán folyamatosan levegőt áramoltatunk át 200 cm^3/min sebességgel és mérjük a metán koncentrációját a kamrába belépő és a kamrából kilépő levegőben. A két koncentráció érték 2 ppm és 19 ppm. Add meg a talaj metán kibocsátását g/m^{2}s mértékegységben!



Q=200 cm^3/min

d=50 cm → A=r^{2}π=0,196m^2

A kamrából 1 perc alatt kilépő levegőben a metán mennyisége:

$$m_2 = c_2 \cdot V = 12,3\frac{mg}{m^3} \cdot 2 \cdot 10^{-4} m^3 = 2,46 \cdot 10^{-6} g$$

A kamrába 1 perc alatt belépő levegőben a metán mennyisége:

$$m_1 = c_1 \cdot V = 1,3\frac{mg}{m^3} \cdot 2 \cdot 10^{-4} m^3 = 2,6 \cdot 10^{-7} g$$

A talaj által kibocsátott metán mennyisége:

$$\Delta m = m_2 - m_1 = 2,46 \cdot 10^{-6} g - 2,6 \cdot 10^{-7} g = 2,2 \cdot 10^{-6} g$$

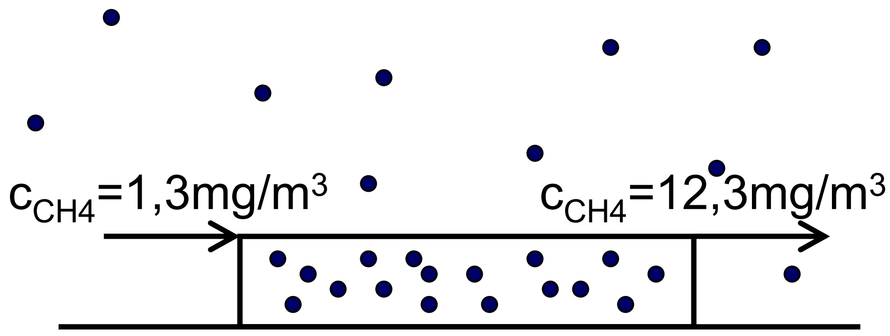
A talaj metánkibocsátása

A talaj által kibocsátott metán mennyisége:

$$\Delta m = m_2 - m_1 = 2,46 \cdot 10^{-6} g - 2,6 \cdot 10^{-7} g = 2,2 \cdot 10^{-6} g$$

egy perc alatt, 0,196m² területen

$$F = \frac{2,2 \cdot 10^{-6} g}{60 s \cdot 0,196 m^2} = 0,18 \cdot 10^{-6} \frac{g}{m^2 \cdot s} = 0,18 \frac{\mu g}{m^2 \cdot s}$$



Q=200 cm³/min

d=50 cm → A=r²π=0,196m²

Házi feladat – október 14.

1. Egy szónikus anemométer két adó-vevő párból áll. Az egyik adó-vevő pár északi-déli irányban áll, és azt tapasztaltuk, hogy a kibocsátott ultrahang impulzus északról dél felé $5{,}988 \cdot 10^{-4}$ s alatt, délről észak felé haladva pedig $5{,}6497 \cdot 10^{-4}$ s alatt éri el a vevőt. A másik adó-vevő párt kelet-nyugat irányban helyeztük el és közük az ultrahang impulzus keletről nyugat felé haladva $5{,}899 \cdot 10^{-4}$ s alatt, nyugatról kelet felé haladva pedig $5{,}731 \cdot 10^{-4}$ s alatt éri el a vevőt. Az adó-vevő párok távolsága mindkét esetben 20 cm. Milyen erős és milyen irányú szél fúj? Közelítőleg mennyi a levegő hőmérséklete, ha a hang terjedési sebessége levegőben 0°C-on 331 m/s?

Venturi-cső

Feladat: Mekkora sebességgel áramlik a Venturi-csőben egy 1,962kg/m³ sűrűségű gáz, ha a Venturi cső 0,3 és 0,2m átmérőjű szakaszai között 590Pa nyomáskülönbséget mérünk?

Bernoulli-egyenlet

$$p_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \cancel{\rho g h_1} = p_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \cancel{\rho g h_2} \qquad h_1 = h_2$$

$$p_1 - p_2 = \Delta p = \frac{1}{2}\rho\left(\frac{r_1^4}{r_2^4}v_1^2 - v_1^2\right)$$

$$v_1 = \sqrt{\frac{2\cdot\Delta p}{\rho\cdot\left(\frac{r_1^4}{r_2^4} - 1\right)}} = \sqrt{\frac{2\cdot 590Pa}{1,962\frac{kg}{m^3}\cdot\left(\frac{(0,15m)^4}{(0,1m)^4} - 1\right)}} = 12,15\frac{m}{s}$$

$$Q = A_1\cdot v_1 = r_1^2\pi\cdot v_1 = (0,15m)^2\cdot\pi\cdot 12,15\frac{m}{s} = 0,85\frac{m^3}{s}$$

kontinuitási egyenlet

$$A_1\cdot v_1 = A_2\cdot v_2$$

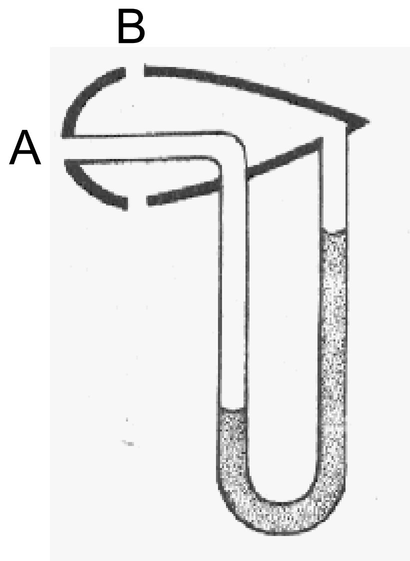
$$v_2 = \frac{A_1}{A_2}v_1 = \frac{r_1^2\pi}{r_2^2\pi}v_1 = \frac{r_1^2}{r_2^2}v_1$$

Pitot-cső

Feladat: Szélsebességet mérünk Pitot-csővel. Mekkora a szélsebesség, ha a vízszintek különbsége a csőben 8cm?

$$p_A + \cancel{\frac{1}{2}\rho v_A^2} + \cancel{\rho g h_A} = p_B + \frac{1}{2}\rho v_B^2 + \cancel{\rho g h_B}$$

$$h_A = h_B$$
$$v_A = 0$$



$$v = v_B = \sqrt{\frac{2(p_A - p_B)}{\rho_l}} = \sqrt{\frac{2(\rho_v h g)}{\rho_l}} =$$

$$= \sqrt{\frac{2 \cdot 1000 \frac{kg}{m^3} \cdot 0{,}08 m \cdot 9{,}81 \frac{m}{s^2}}{1{,}2 \frac{kg}{m^3}}} = 34{,}75 \frac{m}{s}$$

Házi feladat – október 21.

1. Mekkora nyomáskülönbséget mérünk egy vízszintes Venturi-cső 10 és 18 cm átmérőjű szakaszai között, ha a csőben levegő áramlik 1000 m^3/h sebességgel? És ha víz áramlik ugyanekkora sebességgel?

2. Egy folyó sebességét mérjük Pitot-csővel, a manométer 3 kPa nyomáskülönbséget mutat. Mekkora a folyó sebessége?

Reynolds-szám

Feladat: Egy 5 mm átmérőjű csőben levegő áramlik 5 l/perc sebességgel. Lamináris vagy turbulens az áramlás?

$$\eta = 1,88 \cdot 10^{-5}\, Pa \cdot s$$

$$Q = 5 \frac{l}{perc} = 8,3 \cdot 10^{-5} \frac{m^3}{s}$$

$$r = 2,5 \cdot 10^{-3}\, m$$

$$v = \frac{Q}{r^2 \pi} = \frac{8,3 \cdot 10^{-5} \frac{m^3}{s}}{(2,5 \cdot 10^{-3} m)^2 \cdot 3,14} = 4,24 \frac{m}{s}$$

$$\mathrm{Re} = \frac{\rho \cdot v \cdot L}{\eta} = \frac{\rho \cdot v \cdot r}{\eta} = \frac{1,3 \frac{kg}{m^3} \cdot 4,24 \frac{m}{s} \cdot 2,5 \cdot 10^{-3} m}{1,88 \cdot 10^{-5}\, Pa \cdot s} = 734$$

Az áramlás lamináris.

Reynolds-szám

Feladat: Egy 5 mm átmérőjű golyó halad 4,24 m/s sebességgel. Lamináris vagy turbulens az áramlás?

$$\eta = 1,88 \cdot 10^{-5}\, Pa \cdot s$$

$$v = 4,24 \frac{m}{s}$$

$$r = 2,5 \cdot 10^{-3}\, m$$

$$\mathrm{Re} = \frac{\rho \cdot v \cdot L}{\eta} = \frac{\rho \cdot v \cdot r}{\eta} = \frac{1,3 \frac{kg}{m^3} \cdot 4,24 \frac{m}{s} \cdot 2,5 \cdot 10^{-3}\, m}{1,88 \cdot 10^{-5}\, Pa \cdot s} = 734$$

Az áramlás lamináris.

Közegellenállás

Feladat: Mekkora közegellenállási erő hat az előző feladatban szereplő golyóra?

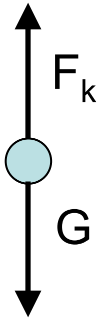
$$F_K = 6\pi \cdot \eta \cdot r \cdot v$$ Stokes törvény (Re<1000)

$$F_K = \frac{1}{2} c_e \cdot \rho_l \cdot A \cdot v^2$$ négyzetes közegellenállási törvény (Re>2000)

$$F_K = 6\pi\eta r v = 6 \cdot 3{,}14 \cdot 1{,}88 \cdot 10^{-5}\, Pa \cdot s \cdot 2{,}5 \cdot 10^{-3}\, m \cdot 4{,}24 \frac{m}{s} = 3{,}75 N$$

Közegellenállás

Feladat: Mekkora sebességre gyorsul fel esés közben egy 1cm sugarú jégdarab?



$$F_k = 6\pi\eta R v$$ Stokes-törvény

$$F_k = c_e \frac{1}{2}\rho_l A v^2$$ négyzetes ellenállási törvény

F$_k$ nő a sebességgel $\rightarrow$ addig gyorsul a jégdarab, amíg egyenlő nem lesz a közegellenállási erő a gravitációs erővel

$$G = F_k$$

$$m \cdot g = c_e \cdot \frac{1}{2} \cdot \rho_l \cdot A \cdot v^2$$

$$m \cdot g = c_e \cdot \frac{1}{2} \cdot \rho_l \cdot r^2\pi \cdot v^2$$

$$\frac{4r^3\pi}{3}\rho_j \cdot g = c_e \cdot \frac{1}{2} \cdot \rho_l \cdot r^2\pi \cdot v^2$$

$$v = \sqrt{\frac{4r}{3} \cdot \rho_j \cdot g \cdot \frac{2}{c_e \cdot \rho_l}} =$$

$$= \sqrt{\frac{4 \cdot 0{,}01m}{3} \cdot 900\frac{kg}{m^3} \cdot 9{,}81\frac{m}{s^2} \cdot \frac{2}{0{,}47 \cdot 1{,}2\frac{kg}{m^3}}} = 19{,}6\frac{m}{s}$$

Csak akkor használhatjuk a négyzetes ellenállási törvényt, ha turbulens az áramlás

$$\mathrm{Re} = \frac{\rho_l v r}{\eta} = \frac{1{,}2\frac{kg}{m^3} \cdot 19{,}6\frac{m}{s} \cdot 0{,}01m}{1{,}88 \cdot 10^{-5}\, Pa \cdot s} = 13553$$

$$\downarrow$$

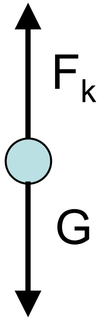
Re>2000 – turbulens áramlás, tehát jó a megoldásunk

Aeroszolok ülepedési sebessége

Feladat: Mekkora egy 10μm sugarú jégrészecske ülepedési sebessége?

$$F_k = 6\pi\eta R v$$ Stokes-törvény

$$F_k = c_e \frac{1}{2}\rho_l A v^2$$ négyzetes ellenállási törvény



F_k nő a sebességgel → addig gyorsul a jégdarab, amíg egyenlő nem lesz a közegellenállási erő a gravitációs erővel

$$G = F_k$$

$$m \cdot g = 6 \cdot \pi \cdot \eta \cdot r \cdot v$$

$$\frac{4r^3\pi}{3}\rho_j \cdot g = 6 \cdot \pi \cdot \eta \cdot r \cdot v$$

$$v = \frac{2 \cdot r^2 \cdot \rho_j \cdot g}{9 \cdot \eta} = 0{,}01\frac{m}{s}$$

Csak akkor használhatjuk a Stokes-törvényt, ha lamináris az áramlás

$$\mathrm{Re} = \frac{\rho_l v r}{\eta} = \frac{1{,}3\frac{kg}{m^3} \cdot 0{,}01\frac{m}{s} \cdot 10 \cdot 10^{-6} m}{1{,}88 \cdot 10^{-5} Pa \cdot s} = 0{,}0069$$

↓

Re<1000 – lamináris áramlás, tehát jó a megoldásunk

Házi feladat – november 4.

Mekkora sebességgel ülepszik egy 5 μm átmérőjű, 2 g/cm^3 sűrűségű porszemcse?
Lamináris vagy turbulens az áramlás a porszem körül?

Házi feladat – november 11.

Szabadon választott feladatok a gyakorló feladatsorból.
1 feladat = ½ házi feladat