

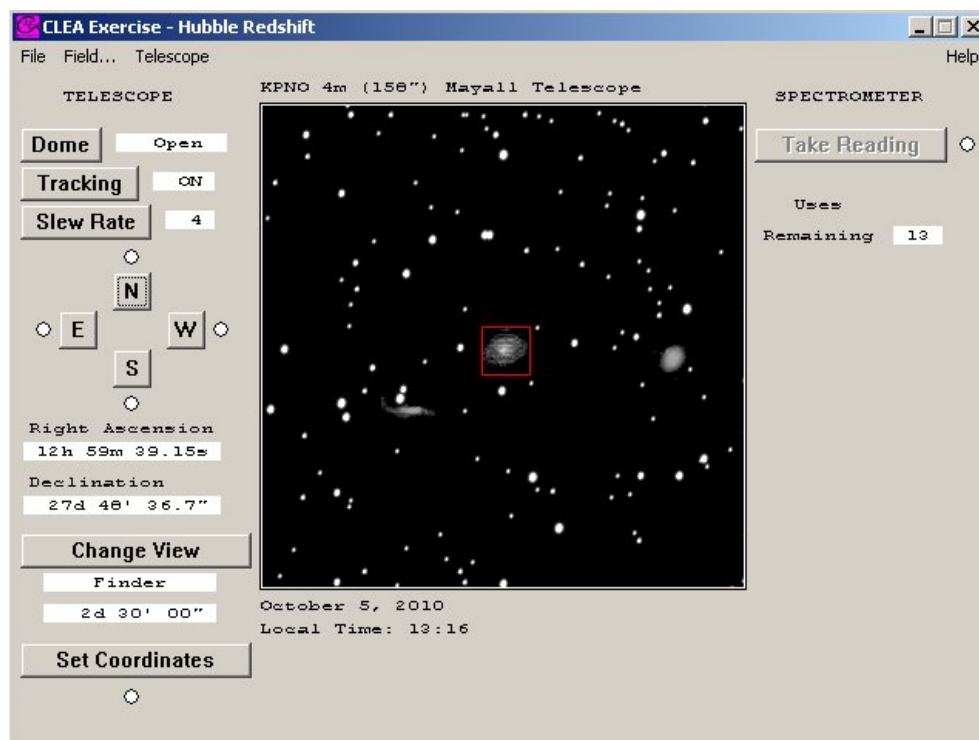
## A Hubble-törvény

### Célkitűzés:

- A gyakorlat célja szimulált spektroszkópai mérésekkel megállapítani a galaxisok távolsága és vöröseltolódása közötti kapcsolatot (Hubble-törvény). A gyakorlathoz a Ca II K és H vonalát mérjük ki az adott égitesteken található galaxisok színekében. Távolságukat a látszó és abszolút fényességük ismeretében határozzuk meg, sebességüket pedig a Doppler-effektus segítségével számoljuk.

### 1. Mérés menete

A gyakorlat során használt szoftver a „**The Hubble Redshift–Distance Relation**”, amely a CLEA csillagászati laboratóriumi oktatócsomag része. A program elindítását követően a *Log in...* menüpontban bejelentkezünk, majd a *Run...* lehetőséget választva elindítjuk a mérést. Alapértelmezett műszerünk a KPNO 0.9 m-es (36") távcsöve, melynek használatához korlátlan távcsövidő áll rendelkezésünkre. Kezdeként ki kell nyitnunk a kupolát a *Dome* gombra kattintva, melyet követően a keresőtávcső látómezejének képe fogad minket (1. ábra).

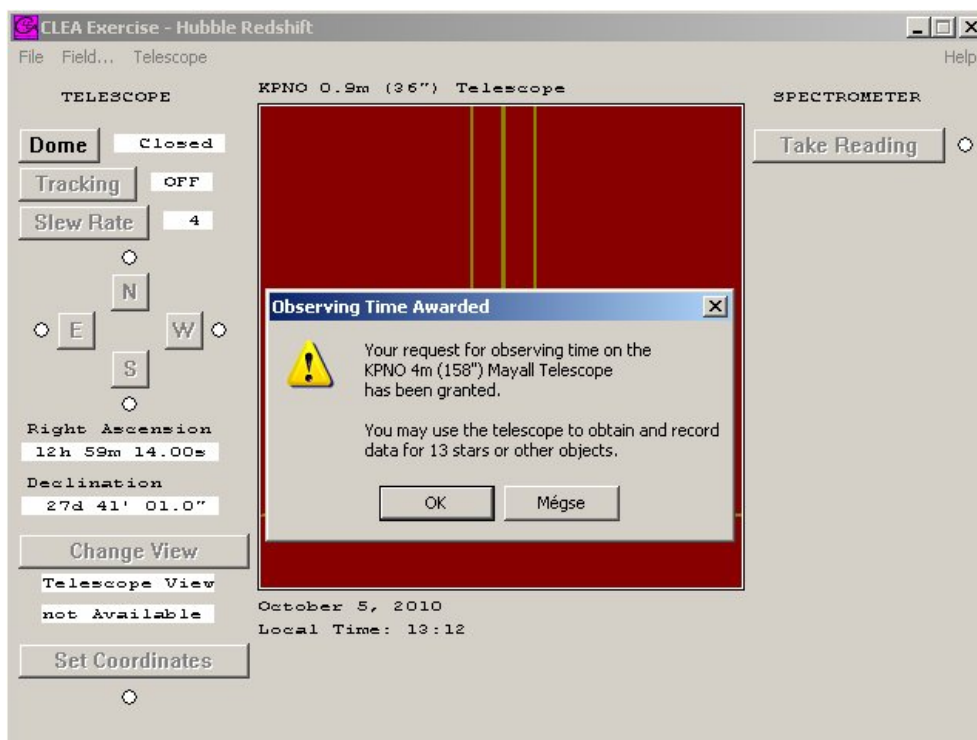


1. ábra. A program munkaképernyője.

A Föld tengely körüli forgása miatt az égbolt elfordulni látszik, ezt a mozgást kompenzálnunk kell a távcső mozgatásával, így a célobjektum hosszú időn keresztül a távcső látómezejében tartható. Ehhez a *Tracking* gomb megnyomásával bekapcsoljuk az óragépet. A *Slew Rate* használatával beállíthatjuk a távcső mozgatásának sebességét a kívánt objektumra való ráállás során. Ennek értékét a látómezőben messze található objektumra való ráálláskor állítsuk nagyra, majd az objektum közelében kicsire, mellyel megvalósítható a távcső helyzetének finomhangolása. A távcső mozgatása a kezelőpanel *N*, *E*,

*S*, *W* gombjaival lehetséges, ill. a *Set Coordinates* menüpont használatával a távcső képes automatikusan egy megadott égi koordinátára ugrani. A távcső aktuális pozíciója, ill. a látómező nagysága a kezelőpanelről leolvasható.

A mérés során távoli galaxisok színeképét rögzítjük spektrográf segítségével. Állítsuk középre a mérni kívánt galaxist, majd kapcsoljunk át a keresőtávcső képéről a spektrográfra, melyet a *Change View* gomb megnyomásával tehetünk meg. A spektrográf által mért terület a két párhuzamos piros vonal közötti rész. A mérés időigényes, a színekép felvételéhez kellő mennyiségű fotont kell összegyűjtenünk, ezért a műszert a galaxis legfényesebb területére célszerű állítani, ahonnan időegység alatt több beérkező fotont detektálhatunk, ráadásul a jel/zaj viszony is hamarabb vesz fel elfogadható értéket. A mérés időtartamát erősen befolyásolja maga a távcső is, nagyobb átmérő nagyobb fénygyűjtő képességet jelent, ezért igényeltem távcsőidőt a KPNO 4.0 m-es (158") Mayall távcsövére, amely igénylésem elfogadásra került, 13 db mérést végezhettem ezzel a műszerrel (2. ábra).



2. ábra. Sikeres távcsőidő igénylés.

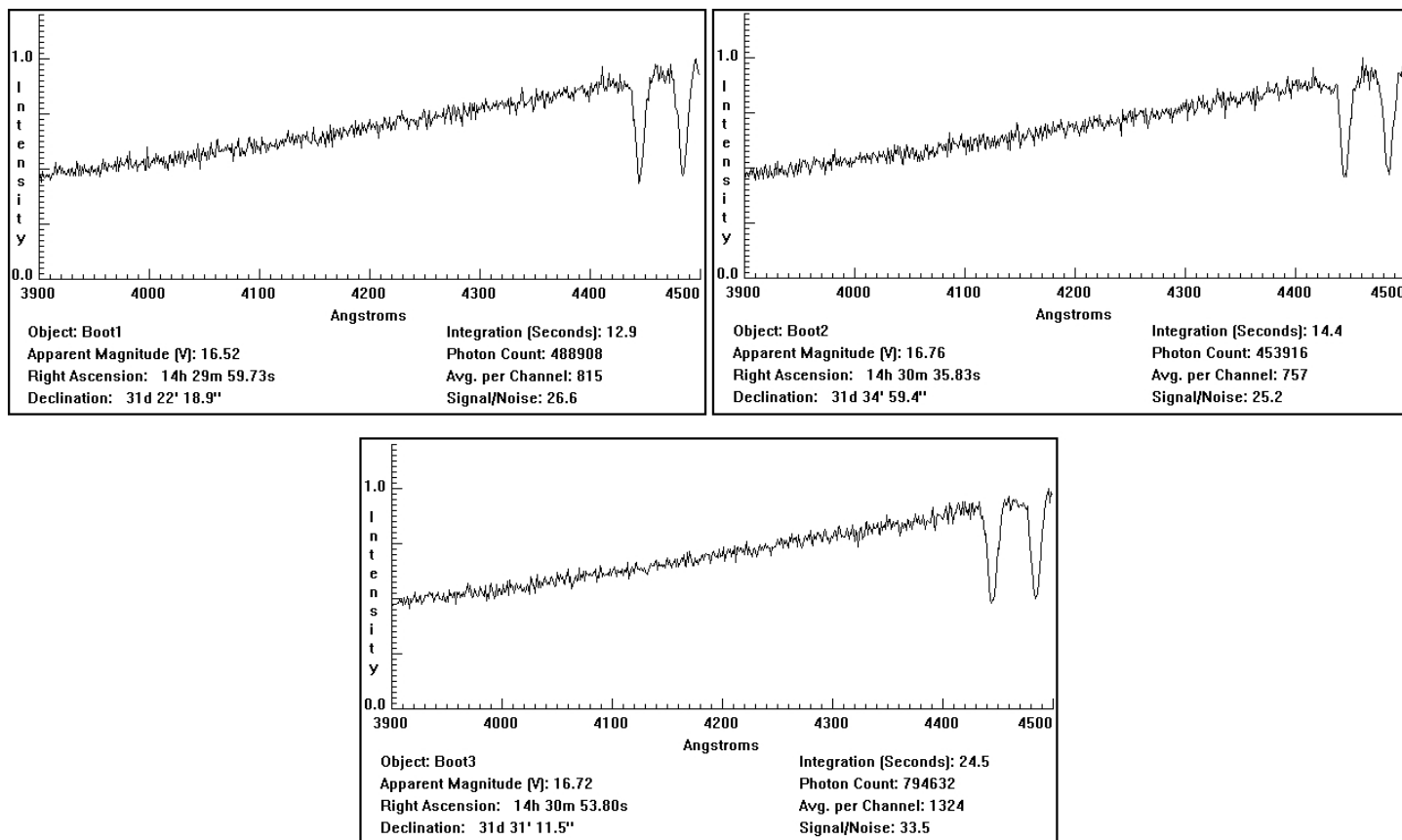
A mérést a *Take Reading* gombra kattintva végezhetjük el. A felugró ablakban a *Start/Resume Count* menüpontot választva elindul a spektrum felvétele, melyet a *Stop Count* menüpontra kattintva állíthatunk le. A mérést addig folytassuk, amíg alul a jel/zaj viszony (*Signal/Noise*) legalább a 20-as értéket el nem éri, de a célunk az, hogy a Ca II K és H vonala jól elkülönülten jelenjen meg a spektrumban, így a fénygyűjtést a szükségesnek ítélt mértékig folytathatjuk. A fénygyűjtést követően egér segítségével leolvashatjuk a K és H vonal hullámhosszát, mely értékeket a *Record Meas.* lehetőséget választva el is tárolhatjuk, majd később CSV formátumú fájlként lemezre is menthetjük. A célobjektum látszólagos fényessége ezekkel az adatokkal együtt automatikusan mentésre kerül.

A Ca II K vonalának laboratóriumi hullámhossza  $\lambda_{K,0} = 3933.67 \text{ \AA}$ , míg a H vonal esetében ez az érték  $\lambda_{H,0} = 3968.847 \text{ \AA}$ . A mérés során észlelhetjük, hogy a mért hullámhosszak ennél nagyobbak, melynek oka a Doppler-effektus: a tőlünk távolodó objektum színeképe a hosszabb (vörösebb) hullámhosszak felé tolódik el, ezt a jelenséget nevezzük vöröseltolódásnak, mértékéből kiszámolhatjuk a távolodás sebességét (lásd később). A mérés során előfordul, hogy a vöröseltolódás mértéke olyan nagy, hogy a mérni kívánt hullámhossz kiesik a spektrográf mérési tartományából, ez esetben ezt az értéket nyilván nem tudjuk rögzíteni. Fontos megjegyezni, hogy a spektrumban mindig a K vonal hullámhossza a kisebb.

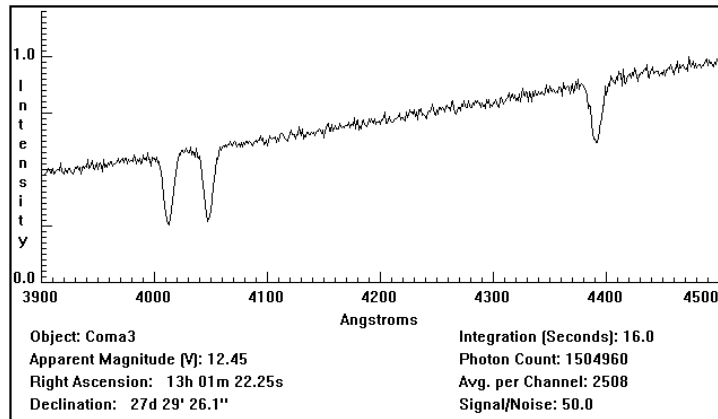
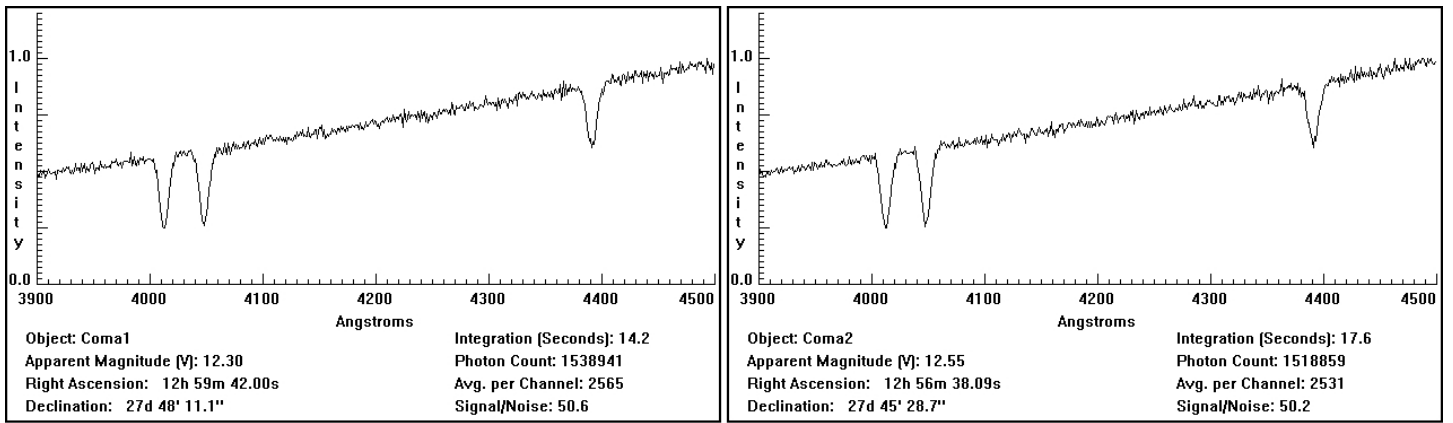
A mérést a 6 elérhető látómező minden galaxisára elvégeztem, ez összesen 22 db objektumot jelent. A látómezők a következők: Ursa Major I, ill. II, Coma Berenices, Bootes, Corona Borealis, Sagittarius. Mezőnként 3 db galaxist találtam, kivéve a Sagittarius mezőt, ahol 7 volt a mért objektumok száma. Egy látómezőn belül igyekeztem ugyanazon műszerrel elvégezni az észleléseket. A KPNO 4.0 m-es távcsövével olyan mezők esetében használtam, ahol feltételezhetően távolabbi és halványabb galaxisok helyezkednek el (első közelítésben ahol a galaxisok képe kisebbnek mutatkozott a keresőtávcső látómezőjében, pl. az Ursa Major II mező), ez sikeres stratégiának bizonyult, a mérésre fordított idő jelentősen lerövidült. Sajnos a Sagittarius mező „virtuális galaxisainak” esetében nem végezhettem ilyen becslést, így a nagy műszer megmaradt távcsőidejét főlegesen használtam fel ezen objektumok némelyikére, elegendő lett volna egy kisebb átmérőjű műszer is. Az mindenesetre már a mérés során megfigyelhető volt, hogy a távolabbinak gondolt objektumok esetében a vöröseltolódás mértéke nagyobb, ez pedig egybevág Edwin Hubble 1920-as években tett megfigyeléseivel. Ő állapította meg először, hogy minél távolabbi egy megfigyelt objektum, színképének vöröseltolódása annál nagyobb, következésképpen annál gyorsabban távolodik tőlünk, a legtávolabbi galaxisok a leggyorsabbak. Mindebből következik a nyilvánvaló tény: az Univerzum tágul, melynek kiváltó okaként ma az Ősrobbanást jelöljük meg.

A gyakorlat során mi is Hubble módszerét követjük. A lemért vöröseltolódások mértékéből a Doppler-effektust leíró képletek segítségével meghatározzuk a távolodás sebességét, a megfigyelt vizuális fényességéből, ill. az abszolút fényesség ismeretében pedig kiszámoljuk az egyes galaxisok távolságát. Ezt követően az adatokat diagramon ábrázoljuk, majd egyenest illesztünk rá, ezen egyenes meredeksége határozza meg az ún. Hubble-állandó ( $H_0$ ) értékét, amely megadja, hogy egy adott távolságban lévő objektum milyen sebességgel távolodik tőlünk, ill. az összes többi objektumtól, reciproka pedig jellemzi az Univerzum korát. Ez a módszer ma is használatos a tudományban, de nyilván az elérhető adatok pontossága a műszertechnika fejlődésével jelentősen megnőtt, így pontosabban ismerjük a Hubble-állandó értékét is.

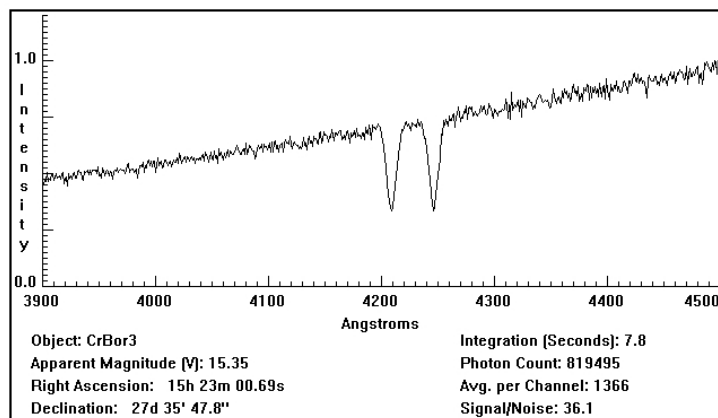
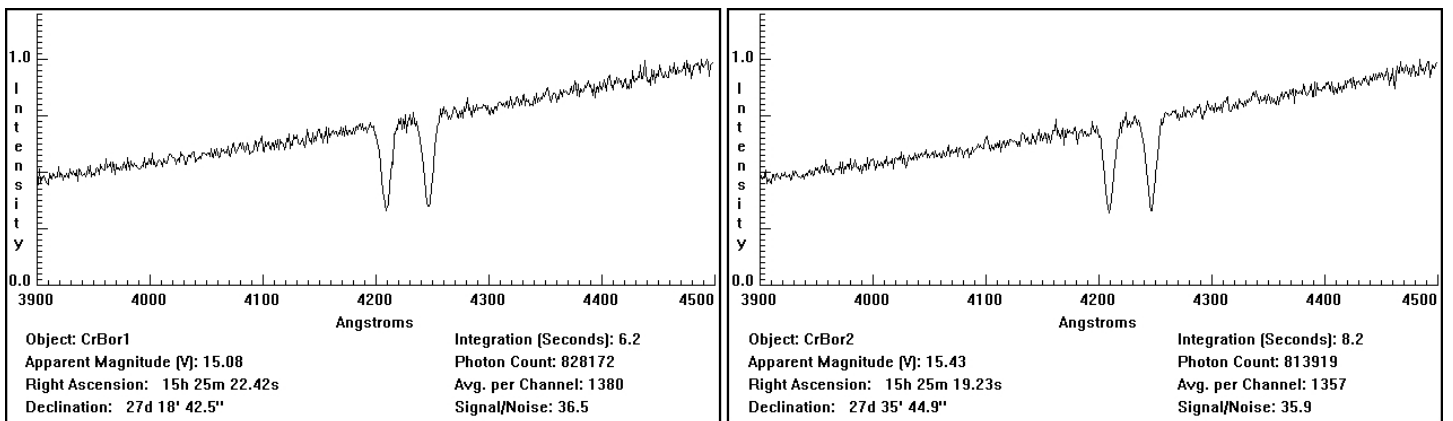
A gyakorlat további részében a felvett spektrumokkal dolgozunk. Az alábbi ábrák ezen felvett spektrumokat mutatják.



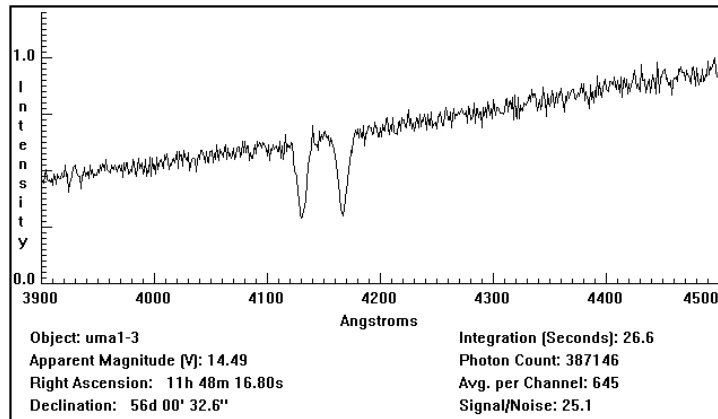
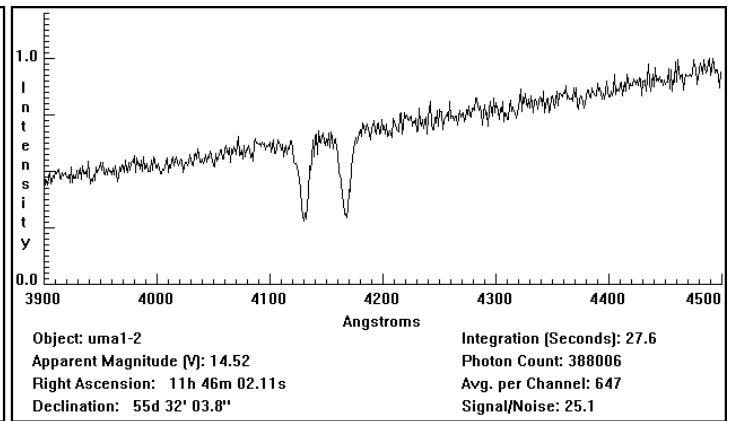
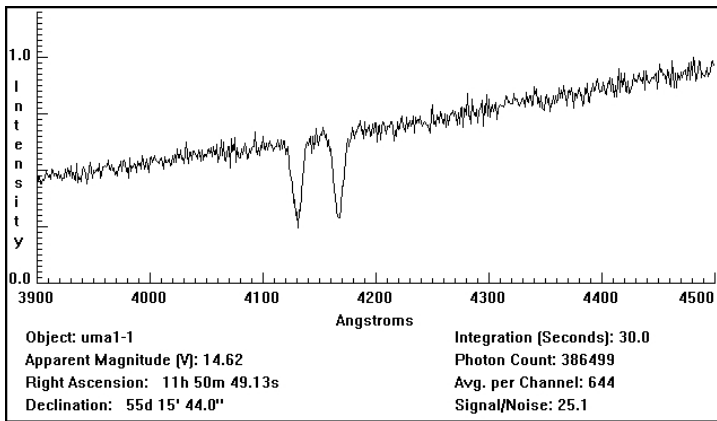
3. ábra. A Bootes mező spektrumai.



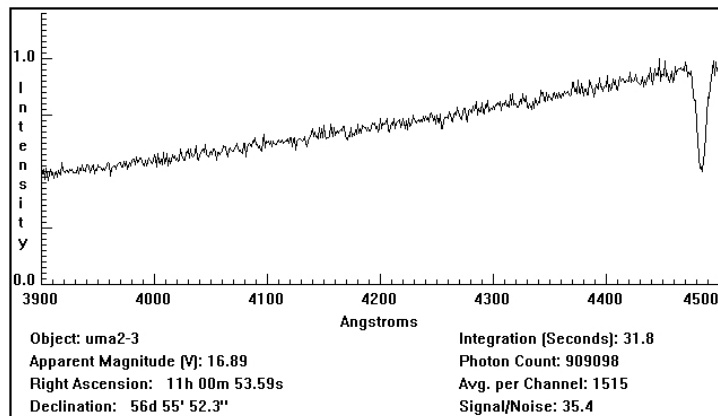
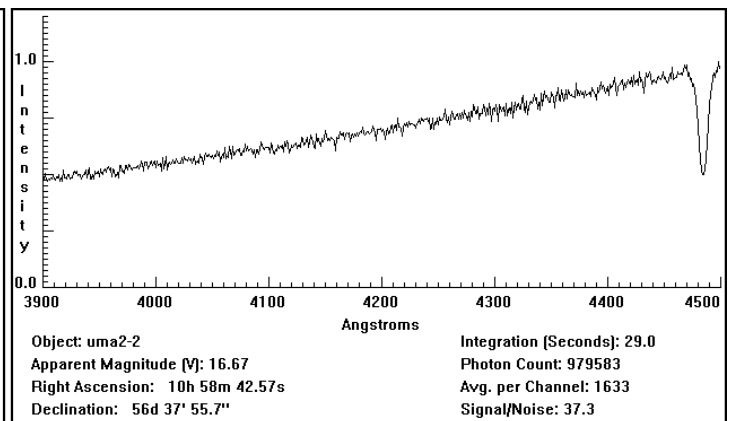
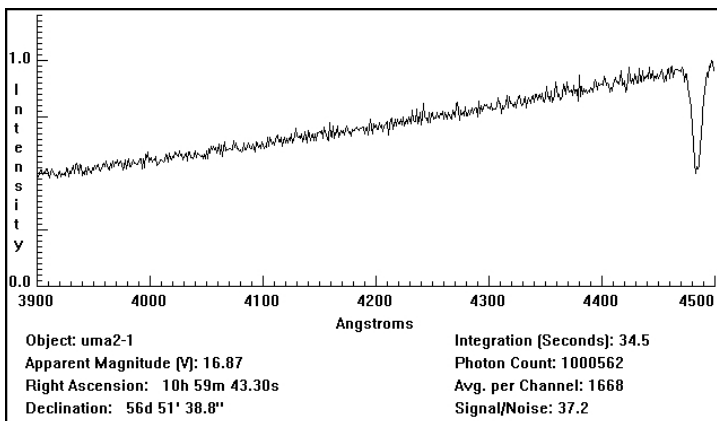
4. ábra. A Coma Berenices mező spektrumai.



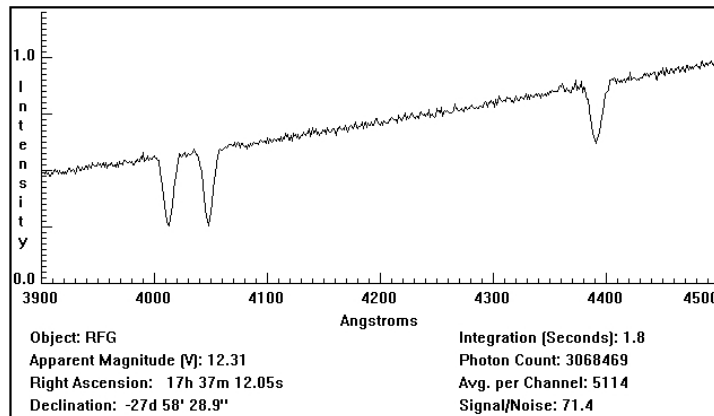
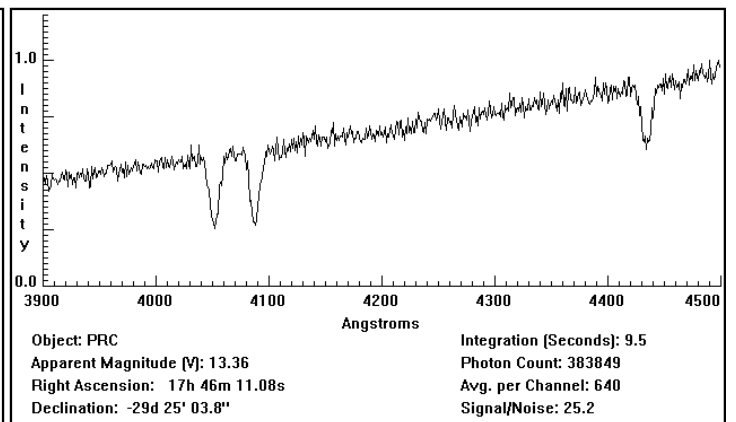
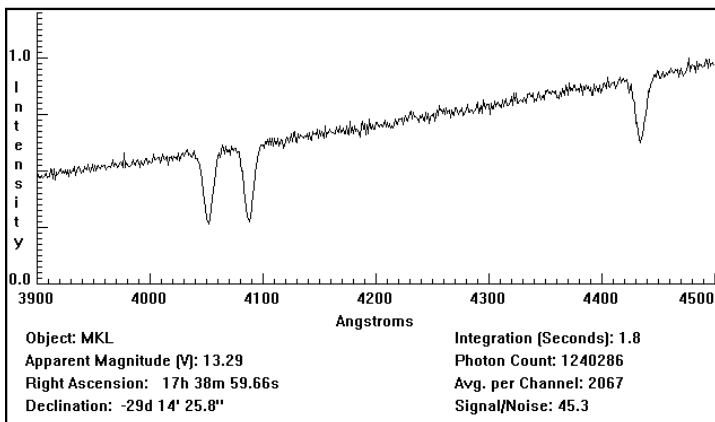
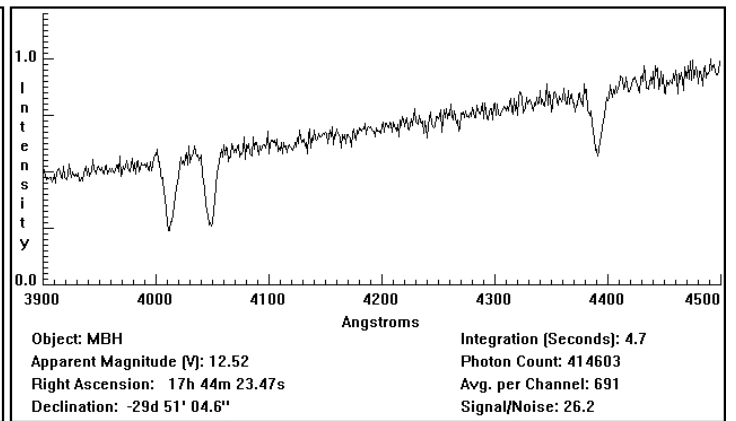
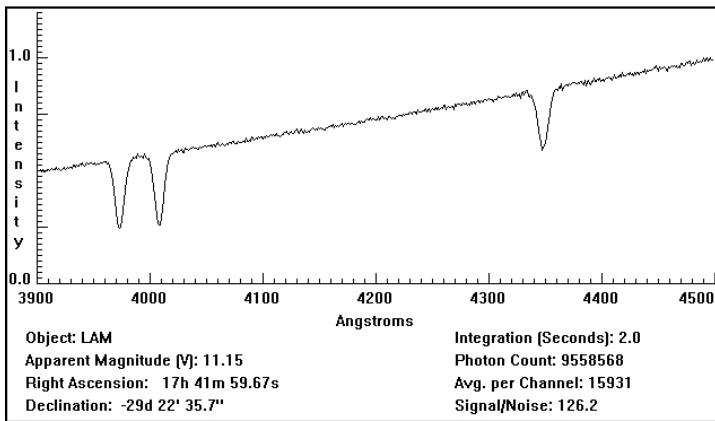
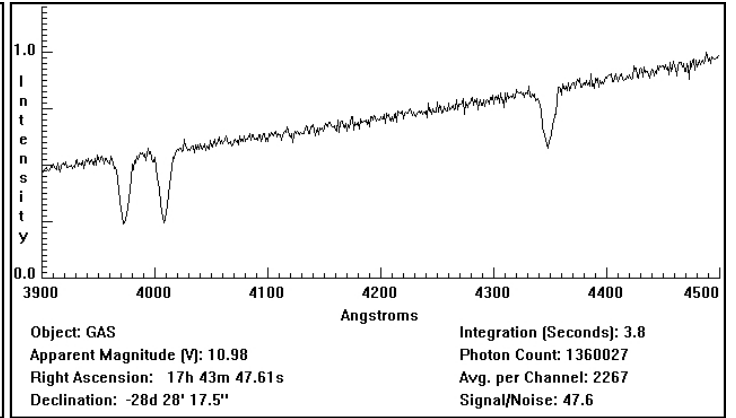
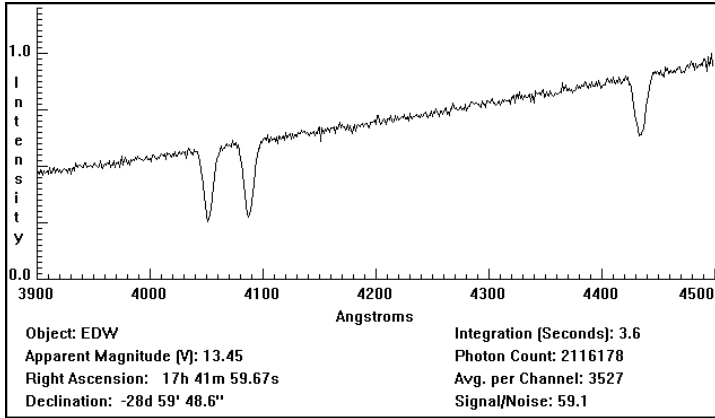
5. ábra. A Corona Borealis mező spektrumai.



6. ábra. Az Ursa Major I mező spektrumai.



7. ábra. Az Ursa Major II mező spektrumai.



8. ábra. A Sagittarius mező spektrumai.

A mért adatokból kiszámoljuk a vonalak eltolódásának mértékét:

$$\Delta\lambda_K = \lambda_K - \lambda_{K,0}, \text{ valamint } \Delta\lambda_H = \lambda_H - \lambda_{H,0}, \text{ ahol}$$

$\lambda_K$  és  $\lambda_H$  a spektrumból kimért K és H vonalakhoz tartozó hullámhosszak,  $\lambda_{K,0}$  és  $\lambda_{H,0}$  pedig a laboratóriumi hullámhosszak. Ebből a Doppler-effektust leíró képlet segítségével kapunk távolodási sebességet:

$$v_K = c \cdot \frac{\Delta\lambda_K}{\lambda_{K,0}}, \text{ valamint } v_H = c \cdot \frac{\Delta\lambda_H}{\lambda_{H,0}}, \text{ ahol}$$

$v_K$  és  $v_H$  a távolodási sebességek km/s-ban kifejezve,  $c = 299792.458 \text{ km/s}$  a fénysebesség, az adat forrása: *HyperPhysics*, link:

<http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbase/relativ/ltrans.html#c3>

A K és H vonalra kapott sebességeket átlagoljuk:

$$v_{\text{átlag}} = \frac{v_K + v_H}{2}, \text{ majd}$$

a távolságmodulus átrendezett képletének segítségével kiszámoljuk az egyes galaxisok távolságát:

$$\log D = \frac{m_v - M + 5}{5}, \text{ ahol}$$

$m_v$  az általunk mért látszólagos fényesség,  $M$  a galaxisokra vonatkozó abszolút fényesség, melynek értékét a gyakorlatban  $M = -22$  magnitúdónak vettük,  $D$  a távolság parszekben kifejezve,  $\log D$  értékéből  $D$  visszakereshető.

Látható, hogy a gyakorlat rengeteg számolást igényel, 22 objektumra ezeket az értékeket kiszámolni számológéppel nagyon nehézkes, könnyű hibázni, ezért a számítások elvégzésére programot írtam C nyelven, melynek forráskódja a következő:

```
#include <stdio.h>
#include <math.h>
#include <stdlib.h>
int main () {
    double vk, vh, c, delta_k, delta_h, lambda_k, lambda_h, lambda_k_null,
           lambda_h_null; /* Doppler */
    double M=-22.0, m, logD, D; /* Tavolsagmodulus */
    c=299792.458; /* Fenysebesseg, km/s, HyperPhysics */
    while (c!=0) { /* Lehetetlen feltetel... */
        lambda_k_null=3933.67; /* Laboratoriumi hullamhossz */
        lambda_h_null=3968.847;
        printf("\nCLEA gyakorlat - Hubble (program vege=0)\n\n");
        printf("Add meg a K-vonalat:  "); scanf("%lf",&lambda_k); /* Adatbekeres */
        if (lambda_k==0) {printf("\n\n"); exit (1);} else
            printf("Add meg a H-vonalat:  "); scanf("%lf",&lambda_h);
        printf("Latszologos fenyesség: "); scanf("%lf",&m);
        printf("\n\n");
        delta_k=lambda_k-lambda_k_null; /* Sebessegek szamolasa (km/s) */
        delta_h=lambda_h-lambda_h_null;
        vk=c*(delta_k/lambda_k_null);
        vh=c*(delta_h/lambda_h_null);
        printf("Delta_lambda_k : %.31f\n",delta_k);
        printf("Delta_lambda_h : %.31f\n",delta_h);
        printf("v(k) [km/s]      : %.31f\n",vk);
    }
}
```

```

printf("v(h) [km/s]      : %.31f\n",vh);
printf("v(atlag) [km/s]: %.31f\n", (vh+vk)/2);
logD=(m-M+5)/5; /* Tavolsag szamitasa (pc) */
D=pow(10,logD);
printf("Tavolsag [Mpc]   : %1f",D/1000000);
printf("\n\n");}
}

```

A program fordítása az alábbi utasítás segítségével történt Linux környezetben:

```
gcc prog.c -lm -o hubble
```

A program a szükséges számításokat sikeresen elvégezte. Nyilván meg lehetett volna oldani, hogy fájlból olvasson be adatokat, az eredményt pedig fájlba írja formázva, de idő hiányában ettől most eltekintettem, maradt a kézi adatbevitel.

Az adatfeldolgozás utolsó lépéseként ábrázoltam az objektumok Mpc-ben kifejezett távolságát a távolodás km/s-ban vett sebességének függvényében *gnuplot* segítségével. A kapott pontthalmazra a program segítségével origón átmenő egyenest illesztettem (függvény alakja:  $f(x) = ax + b$ ,  $b = 0$ ), melynek meredeksége adja a Hubble-állandó ( $H_0$ ) értékét. A meredekség leolvasható a grafiknról, de biztosabb, ha magából a programból nyerjük ki az információt. A Hubble-diagramot előállító utasítások:

```

gnuplot> set key spacing 1.5
gnuplot> set key box linestyle 1
gnuplot> set key right bottom
gnuplot> plot 'hubble.dat' using 10:9 with points lt 7 ti "Adatok"
gnuplot> set pointsize 2.0
gnuplot> f(x)=a*x+b
gnuplot> b=0.0
gnuplot> fit f(x) "hubble.dat" using 10:9 via a
gnuplot> rep f(x) title "f(x)=72.2842*x+0" lt 3
gnuplot> set title "Hubble-diagram"
gnuplot> set xlabel "Tavolsag [Mpc]"
gnuplot> set ylabel "Tavolodasi sebesseg [km/s]"
gnuplot> set xrange [0:650]
gnuplot> set yrange [0:50000]
gnuplot> set ytics 5000
gnuplot> rep
gnuplot> set terminal postscript enhanced color
gnuplot> set out "hubble_diagram.eps"
gnuplot> rep

```

A *hubble.dat* fájl az eredeti CSV formátumú fájl átdolgozása olyan formátumra, amivel a *gnuplot* könnyen tud dolgozni.

Megj.: A gyakorlat során felhasználtam a gyakorlathoz kapott angol nyelvű útmutatót (*Hubbl\_sm.pdf*).

A következő oldalon található *1. táblázat* összefoglalva tartalmazza a mért és számított adatokat.



Objektum	RA [h m s]	Dec [° ' "]	I	$m_v$	$\lambda_K$	$\lambda_H$	$\Delta\lambda_K$	$\Delta\lambda_H$	$v_K$	$v_H$	$v_{\text{átlag}}$	D [Mpc]
Coma1	12 59 42.00	+27 48 11.1	(1)	12.301	4012.000	4048.000	78.330	79.153	5969.678	5978.934	5974.306	72.476965
Coma2	12 56 38.09	+27 45 28.7	(1)	12.546	4012.000	4047.000	78.330	78.153	5969.678	5903.397	5936.538	81.133460
Coma3	13 01 22.25	+27 29 26.1	(1)	12.447	4012.000	4047.000	78.330	78.153	5969.678	5903.397	5936.538	77.517543
uma2-1	10 59 43.30	+56 51 38.8	(2)	16.873	4484.000	(*)	550.330	(*)	41941.694	(*)	41941.694	595.113770
uma2-2	10 58 42.57	+56 37 55.7	(2)	16.673	4484.000	(*)	550.330	(*)	41941.694	(*)	41941.694	542.750209
uma2-3	11 00 53.59	+56 55 52.3	(2)	16.894	4485.000	(*)	551.330	(*)	42017.906	(*)	42017.906	600.896950
uma1-3	11 48 16.80	+56 00 32.6	(1)	14.488	4130.000	4167.000	196.330	198.153	14962.682	14967.766	14965.224	198.426649
uma1-1	11 50 49.13	+55 15 44.0	(1)	14.622	4130.000	4167.000	196.330	198.153	14962.682	14967.766	14965.224	211.057116
uma1-2	11 46 02.11	+55 32 03.8	(1)	14.522	4131.000	4168.000	197.330	199.153	15038.894	15043.303	15041.098	201.557981
CrBor2	15 25 19.23	+27 35 44.9	(2)	15.426	4209.000	4246.000	275.330	277.153	20983.422	20935.143	20959.282	305.632828
CrBor1	15 25 22.42	+27 18 42.5	(2)	15.084	4208.000	4246.000	274.330	277.153	20907.210	20935.143	20921.176	261.095868
CrBor3	15 23 00.69	+27 35 47.8	(2)	15.351	4209.000	4247.000	275.330	278.153	20983.422	21010.679	20997.051	295.256862
Boot2	14 30 35.83	+31 34 59.4	(2)	16.759	4444.000	4484.000	510.330	515.153	38893.218	38912.809	38903.013	564.676871
Boot3	14 30 53.80	+31 31 11.5	(2)	16.720	4445.000	4484.000	511.330	515.153	38969.430	38912.809	38941.119	554.625712
Boot1	14 29 59.73	+31 22 18.9	(2)	16.522	4445.000	4485.000	511.330	516.153	38969.430	38988.345	38978.888	506.290758
RFG	17 37 12.05	-27 58 28.9	(2)	12.306	4012.000	4048.000	78.330	79.153	5969.678	5978.934	5974.306	72.644041
MKL	17 38 59.66	-29 14 25.8	(2)	13.289	4051.000	4088.000	117.330	119.153	8941.942	9000.390	8971.166	114.235214
LAM	17 41 59.67	-29 22 35.7	(2)	11.148	3973.000	4008.000	39.330	39.153	2997.414	2957.477	2977.446	42.618680
EDW	17 41 59.67	-28 59 48.6	(2)	13.445	4051.000	4087.000	117.330	118.153	8941.942	8924.854	8933.398	122.743923
GAS	17 43 47.61	-28 28 17.5	(1)	10.983	3972.000	4008.000	38.330	39.153	2921.202	2957.477	2939.340	39.500264
PRC	17 46 11.08	-29 25 03.8	(1)	13.358	4052.000	4087.000	118.330	118.153	9018.154	8924.854	8971.504	117.923402
MBH	17 44 23.47	-29 51 04.6	(1)	12.517	4011.000	4048.000	77.330	79.153	5893.466	5978.934	5936.200	80.057126

1. táblázat. A mért és számolt adatok.

Az objektumok mérési sorrendben követik egymást a táblázatban.

(\*) A nagymértékű vöröseltolódás miatt a mérni kívánt érték kívül esett a spektrográf mérési tartományán.

RA/Dec – Égi koordináták (rektaszenczió, deklináció).

I (Instrument) – A méréshez használt műszer: (1) – KPNO 0.9 m (36") Telescope, (2) – KPNO 4.0 m (158") Mayall Telescope.

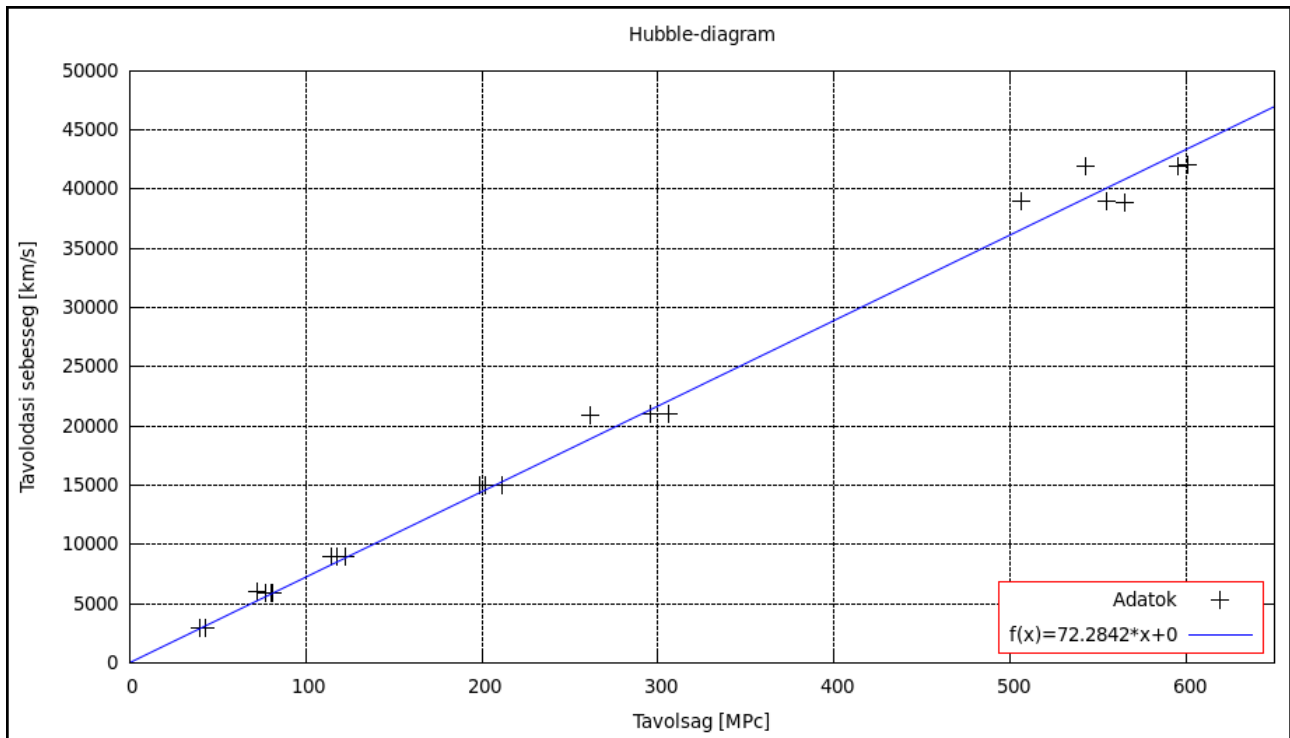
$m_v$  – Látszólagos fényesség (magnitúdó).

$\Delta\lambda_K$  és  $\Delta\lambda_H$  – A K és H vonalak vöröseltolódásának mértéke.

$v_K$  és  $v_H$  – A K és H vonalakból mért távolodási sebességek, ezek átlaga  $v_{\text{átlag}}$ .

D [Mpc] – A galaxis távolsága Mpc-ben kifejezve.

## 2. Az adatok kiértékelése



9. ábra. A Hubble-diagram.

```

resultant parameter values
a                = 72.2842
After 3 iterations the fit converged.
final sum of squares of residuals : 2.93926e+07
rel. change during last iteration : -1.57916e-07

degrees of freedom (FIT_NDF)           : 21
rms of residuals (FIT_STDFIT) = sqrt(WSSR/ndf) : 1183.07
variance of residuals (reduced chisquare) = WSSR/ndf : 1.39965e+06

Final set of parameters                Asymptotic Standard Error
=====                               =====
a                = 72.2842             +/- 0.7733      (1.07%)

correlation matrix of the fit parameters:

      a
a      1.000
gnuplot>

```

10. ábra. Az illesztett egyenes paramétereit.

A 9. és 10. ábra alapján az illesztett egyenes meredeksége, tehát a Hubble-állandó értéke:

$$H_0 = 72.2842 \frac{\text{km} \cdot \text{s}^{-1}}{\text{Mpc}},$$

ennek reciproka adja az ún. „Hubble-időt”, ami az Univerzum életkorára utal:

$$T \approx \frac{1}{H_0} \cdot 10^{12} \text{ év} \approx 1.38342819 \cdot 10^{10} \text{ év} \approx 13.83 \text{ milliárd év.}$$

A Hubble-állandóra kapott érték jó közelítéssel egyezik a *HyperPhysics* oldalain talált  $72 \frac{\text{km} \cdot \text{s}^{-1}}{\text{Mpc}} \pm 10\%$  értékkel. A jelenleg elfogadott legpontosabb érték:  $74,2 \pm 3,6 \frac{\text{km} \cdot \text{s}^{-1}}{\text{Mpc}}$  (Riess és munkatársai, 2009).