

Fizika-biofizika laboratóriumi gyakorlatok

Laczkó Gábor, Szabó M. Gyula (szerk.), Bohus János, Makra Péter, Szakáts Róbert, Szalai Tamás,
Székely Péter, Bódi Attila

SZTE Kísérleti Fizikai Tanszék

2015



A hallgatói laboratórium

Tartalomjegyzék

1. Viskozimetria	9
1.1. Viskozitás mérése Höppler-féle viszkoziméterrel	10
1.2. Feladatok	11
2. Elektromos vezetés. Konduktometria	13
2.1. Árammérők használata	14
2.2. Ellenállásmérés helyettesítéssel	15
2.3. Elektrolitok vezetőképességének mérése	15
2.4. Feladatok	17
3. Refraktometria	19
3.1. Feladatok	22
4. Optikai képalkotás	23
4.1. Abbe-féle mérésnél	24
4.2. Bessel módszere	25
4.3. Szórólencse gyújtótávolságának meghatározása	25
4.4. Mikroszkóp modelljének elkészítése	25
4.5. Egyszerű távcső készítése	26
4.6. Feladatok	26
5. Optikai mikroszkóp	27
5.1. A nagyítás meghatározása	28
5.2. Kristályok megfigyelése mikroszkóppal	28
5.3. Távolság- és területmérés mikroszkóppal	29
5.4. Feladatok	30
6. Optikai emissziós spektroszkópia	31
6.1. Az emissziós szinképek	31
6.2. Abszorpció és fluoreszencia	32
6.3. A spektroszkóp felépítése	33
6.4. Feladatok	33
7. Optikai abszorpciós spektroszkópia	35
7.1. A műszer felépítése	36
7.2. A mérés menete	37
7.3. Feladatok	37
8. Kiralitás és optikai aktivitás. Polarimetria	39
8.1. A mérés menete	40
8.2. Feladatok	41
9. Radioaktív sugárzás abszorpciója	43
9.1. A β -sugárzás hatótávolságának meghatározása	44

9.2. β -sugárzás maximális energiájának meghatározása	46
9.3. Feladatok	46
10. Időfüggő elektromos jelek regisztrálása	49
10.1. Szerkezeti egységek	49
10.1.1. A katódsugárcső	50
10.1.2. A függőleges erősítő	51
10.1.3. A vízszintes eltérítőrendszer	51
10.1.4. Szinkronizáció	52
10.2. A mérés menete	53
10.2.1. A fűrészel-generátor	53
10.2.2. Az integráló áramkör	53
10.2.3. A fölfutási idő mérése	54
10.3. Feladatok	54
11. Elektronikus erősítők	59
11.1. A visszacsatolás	60
11.2. Az egyenes erősítő	60
11.3. A logaritmikus erősítő	61
11.4. Feladatok	62
12. A melegedés és a hűlés kinetikája	65
12.1. Feladatok	67
A Felületi feszültség mérése	71
A.1. Felületi feszültség mérése gyűrő leszakításával	71
A.2. Felületi feszültség mérése sztalagmométerrel	72
B Hosszúság mérése. A statisztika alapfogalmai	75
B.1. Tolómérő, mikrométercsavar	76
B.1.1. Tolómérő	76
B.1.2. Mikrométercsavar	77
B.2. Szisztematikus és véletlen hiba	77
B.3. Eloszlás, kumulatív eloszlás	78
B.4. Átlag, szórás, medián, kvantilisek; az átlag hibája	79
B.5. Hibaterjedés	80
B.6. Feladatok	80
C Sűrűség mérése	81
C.1. Eszközök leírása, mérési eljárás	81
C.1.1. A Mohr–Westphal-mérleg	81
C.1.2. Mérések piknométerrel	83
C.2. Feladatok	84

Bevezető

A gyakorlatok célja

A laboratóriumi gyakorlatok célja az, hogy bevezetést nyújtson a fizikai mérések világába, a hallgatóknak kifejlődjön a kísérletezéshez és a méréshez szükséges manuális készségük. A laboratóriumi mérések során megismerkednek az alapvető laboratóriumi eszközökkel, berendezésekkel és ezek rendeltetésszerű használatával. Meg kell tanulniuk a méréseket és az eredmények kiértékelését önállóan elvégezni.

A felkészülést segítve a gyakorlaton alkalmazott legfontosabb összefüggések a jegyzetben narancssárga színnel ki vannak emelve.

Az SI mértékegységrendszer

A **Mértékegységek Nemzetközi Rendszere**, röviden SI (*Système International d'Unités*) modern, nemzetközileg elfogadott mértékegységrendszer, amely néhány kiválasztott mértékegységen, illetve a 10 hatványain alapul. A jelenleg használt SI mértékegységrendszert a 11. Általános Súly- és Mértékügyi Konferencia (General Conference on Weights and Measures) fogadta el 1960-ban.

A mértékegységek rendszerét az alapegységek, a kiegészítő egységek és a velük leírható származtatott egységek alkotják.

A mértékegységek nagyságrendjét a prefixumok (előtagok) adják meg.

A nemzetközi rendszer mértékegységeket és prefixumokat tartalmaz. Az SI mértékegységeket két részre lehet osztani. Hét SI-alapegység van, ezek mindegyike dimenziófüggetlen a többitől. Ezzel a hét alapegységgel több származtatott egységet lehet létrehozni. Az SI mértékegységeken kívül több nem SI mértékegység is használatos az SI-vel összhangban.

mértékegység neve	jele	mennyiség neve	mennyiség jele
méter	m	hossz	l (kis L)
kilogramm	kg	tömeg	m
másodperc	s	idő	t
amper	A	elektromos áramerősség	I (nagy i)
kelvin	K	abszolút hőmérséklet	T
mól	mol	anyagmennyiség	n
kandela	cd	fényerősség	I_v

SI alapegységek

SI-prefixumokat lehet hozzátenni a mértékegységekhez, hogy így osztó, vagy szorzó (kisebb, vagy na-

gyobb) mértékegységhez jussunk. Mindegyik prefixum a 10 hatványa. Például a kilo- ezerszerest, a milli-ezredrésznit jelent, így ezer milliméter egy méter és ezer méter egy kilométer. A prefixumokat nem lehet többszörösen alkalmazni: a kilogramm milliomod része milligramm és nem mikrokilogramm.

Előtag	Jele	Szorzó	
		hatvánnyal	számnévvel
yotta-	Y	10^{24}	kvadrillió
zetta-	Z	10^{21}	trilliárd
exa-	E	10^{18}	trillió
peta-	P	10^{15}	billiárd
tera-	T	10^{12}	billió
giga-	G	10^9	milliárd
mega-	M	10^6	millió
kilo-	k	10^3	ezer
hekto-	h	10^2	száz
deka-	da (dk)	10^1	tíz
-	-	10^0	egy
deci-	d	10^{-1}	tized
centi-	c	10^{-2}	század
milli-	m	10^{-3}	ezred
mikro-	μ	10^{-6}	milliomod
nano-	n	10^{-9}	milliárdod
piko-	p	10^{-12}	billiomod
femto-	f	10^{-15}	billiárdod
atto-	a	10^{-18}	trilliomod
zepto-	z	10^{-21}	trilliárdod
yokto-	y	10^{-24}	kvadrilliomod

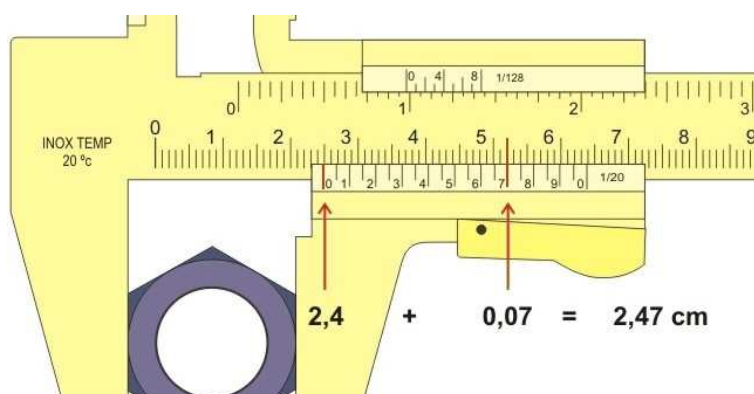
SI-prefixumok.

A nóniuszskála használata

A mérendő mennyiség (ábránkon távolság) értékét a (felső) főskálán az (alsó) **nóniusz** (segéd-) **skála** „0” vonala mutatja, amely általában két osztásvonal közé esik. A nóniuszskála a fő skála szomszédos osztásvonalai közötti tört rész (ábránkon 0,05 mm névleges pontosságú) leolvasására szolgál.

Elve:

A nóniuszskála alkalmazásának alapja az, hogy általában pontosabb eredményt kapunk, ha a mérendő érték tört részének becslése helyett azt kell eldöntenünk, vajon két osztásvonal egybeesik-e, vagy sem. Az ábránkon mutatott, 20 egyenlő részre osztott nóniuszskála osztásvonalainak távolsága 1,95 mm (lehetne 0,95 mm is), emiatt a nóniuszskála minden osztásvonalja 0,05 mm-rel közelebb van a főskála (valamelyik) osztásvonalához, mint a nóniusz eggyel kisebb sorszámú osztásvonal (a főskála az előzőnél kettővel magasabb sorszámú vonalához). Ha tehát a mérendő mennyiség tört része a feloldás (0,05 mm) **n**-szerese (vagyis a nóniusz „0” vonala $n \cdot 0,05$ mm-rel van jobbra a fő skála egész részt reprezentáló osztásvonalától), akkor a nóniusz **n**. vonala esik egybe a főskála (valamelyik) osztásvonalával.



A tolómérő.

A mérés módja tehát:

A mérendő mennyiség egész (milliméter) részét a főskáláról kell leolvasni, a nóniusz skála „0” vonalánál (ábránkon a baloldali piros vonal: 24 mm). A tört részt (példánkban 0,05 mm névleges pontossággal) a nóniusz skálának azon osztásvonalának sorszáma adja, amelyik egybeesik a fő skála valamelyik (mindegy, hogy melyik!) osztásvonalával (ábránkon a jobboldali piros jelnél: 0,7 mm; a mért érték a kettő összege: 24,7 mm).

Szisztematikus és véletlen hiba

A mérés a valós világ tárgyainak és eseményeinek fizikai összehasonlításából áll. A mértékegységek olyan tárgyak vagy események, amelyek segítségével a megfigyelt folyamat számszerűleg jellemezhető.

A mérés eredménye legalább **két** szám és egy mértékegység. Az első, a mérőszám megadja, hogy a mért dolog mekkora a megadott mértékegységhez viszonyítva, míg a második megmutatja, hogy milyen pontossággal sikerült a nagyságot megmérni. Ez az utóbbi szám a **mérés hibája**. A mérőszám és a hiba közé általában \pm jelet szoktak írni.

A hiba a mérésben ugyanolyan fontos adat, mint maga a mérőszám. Ebből tudjuk meg, hogy mennyire megbízható adatot kaptunk; ettől függően beszélhet pontos, tájékoztató jellegű, vagy „csak nagyságrendi pontosságú” mérésről.

Ha egy számításban hibával terhelt mennyiséget használunk fel, a hiba az eredménybe is áterjed. Ezért fontos, hogy a számítások alkalmával az eredményben jelentkező hibát is megbecsüljük.

A hibákat természetük szerint két csoportra oszthatjuk: szisztematikus és véletlen hibákra. A szisztematikus hiba oka az, hogy nincs tökéletes műszer, a valódi fizikai értékek a mutatottnál általában kicsit nagyobbak vagy kisebbek. A műszerek kalibrációja („beállítása”) arra irányul, hogy a mutatott érték nagyon közel essen a valóságoshoz. A szisztematikus hibák azonban optimálisan beállított műszer esetén is jelentkeznek, mert számos egyéb körülmény (pl. hőmérséklet, légnyomás, páratartalom, a műszer pozíciója a mérés alatt, a levegő összetétele a mérés alatt, a nehézségi gyorsulás értéke stb.) befolyásolhatja a műszer beállítását. Mivel a mérés körülményei nem azonosak a kalibráció körülményeivel, valamekkora szisztematikus hibával mindig számolnunk kell.

A **szisztematikus hibákat** kiszámíthatjuk pl. egy nagyon pontosan ismert tárgy méretének és mérésünk eredményének összehasonlításával. Ha a műszerünk szisztematikus hibáit megismertük, a mért eredményeket a pontos értékre korrigálhatjuk.

A **véletlen hibák** egyik oka a műszer vagy a leolvasás korlátozott pontossága. A másik oka az, hogy a mért tárgy csak jó közelítéssel illeszkedik a mérés módszeréhez. Például nincs tökéletes gömb: ezért ha egy golyó átmérőjét nagy pontossággal többször megmérjük, az értékek különbözni fognak, annak megfelelően, amennyire a golyó átmérője helyről-helyre kicsit változik.

A véletlen hibákat nem lehet korrigálni, de kellően sok méréssel „ki lehet átlagolni” őket.

Átlag és szórás

A mérések hibáját általában a szórással jellemzik: n mérés esetén a szórás az x_i egyedi mérések és az X pontos érték eltérésének négyzetes közepe. Definíciója:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_i (x_i - X)^2}{dof}},$$

ahol dof (degree of freedom) a szórás szabadsági fokát jelenti. Ha a pontos értéket előre ismerjük, és a méréssel csak a mérési módszer pontosságát teszteljük,

$$dof = n.$$

Abban a gyakoribb esetben, amikor a pontos értéket nem ismerjük, ezért azt a mérési eredményeinkből kiszámítható $X \approx \sum x_i/n$ mintaátlaggal becsüljük, a szabadsági fok eggyel csökken,

$$dof = n - 1.$$

Ha tehát a „pontos érték” is a mi mérésünkből származik:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_i (x_i - X)^2}{n - 1}}.$$

A szórást felhasználva **egyetlen** mérés eredményét az $X \pm \sigma$ számpárral adhatjuk meg. A szórás szemléletes jelentése nagyjából az, hogy a mérési adatok legalább 2/3-ad rész a $X \pm \sigma$ intervallumba esik.

Ha egy fizikai mennyiség meghatározása céljából **több** mérést végzünk (ez a helyes eljárás!), akkor az eredmény ezek átlagaként (X) kell megadni. Az átlag szórása azonban kisebb az egyes mérések szórásánál (jelentős részben ezért mérünk többször!): $\sigma_{\text{átlag}} = \sigma/\sqrt{n}$. Az eredményt ilyenkor az átlaggal és az átlag szórásával kell a fenti módon megadni.

1. fejezet

Viszkozimetria



A Höppler-féle viszkoziméter (jobbra) a gyakorlaton használt termosztáthoz csatlakoztatva (balra).

A folyadékok áramlását leírhatjuk úgy, hogy megadjuk az áramló folyadékreszecske helykoordinátáit az idő függvényében, azaz az ún. pályavonalat, vagy úgy, hogy a folyadékreszecskek sebességét adjuk meg a hely és az idő függvényében, azaz egy sebességteret definiálunk:

$$\vec{v} = \vec{v}(x, y, z, t).$$

Ezt a vektorteret az áramvonalakkal szemléltethetjük, azaz azokkal a görbékkel, melyek érintői az érintési pontban a sebesség irányát adják meg. Az áramlást stacionáriusnak nevezzük, ha az áramlási tér egy adott helyén a sebesség időben állandó. Az áramlás lamináris, ha az áramló folyadék egymással párhuzamos vékony rétegekre osztható, amelyek egymás mellett különböző sebességgel mozognak. Ha ezek a felületek síkok, és az áramlás stacionárius, a sebességtér csak az egyik térkoordináta függvénye:

$$\vec{v} = \vec{v}(z).$$

Ha az áramló folyadékokban belső sebességkülönbségek lépnek fel, a lassabb molekulákhoz kötődő gyorsabb molekulákat a hozzájuk kötődő lassabb molekulák folyamatosan fékezik. Ez a fékező erő a szilárd testek súrlódásához teljesen hasonlóan működik, és lassítani igyekszik a folyadék áramlását a szilárd

felületek között. Ez a „belső súrlódás” a viszkozitás. Két, egymástól z távolságban lévő, párhuzamos, v relatív sebességgel elmozduló, q felületű folyadékréteg között ható belső súrlódási erő nagysága arányos q -val, és a dv/dz sebességesséssel:

$$F = \eta q \frac{dv}{dz}.$$

A folyadék anyagi minőségétől és a T abszolút hőmérséklettől függő arányossági tényező, η a viszkozitási együttható, pontosabban a dinamikai viszkozitás. A dinamikai viszkozitás és a folyadék a sűrűségének hányadosa,

$$\nu = \frac{\eta}{\rho}$$

a kinematikai viszkozitás.

A dinamikai viszkozitás SI egysége a pascalmásodperc, jele: Pa·s. A kinematikai viszkozitás SI egysége m^2/s . A dinamikai viszkozitás hőmérsékletfüggése az

$$\eta(T) = A \cdot e^{E/RT}$$

összefüggéssel írható le, ahol A és E a folyadékra jellemző állandók (az E a Frenkel-f. lyukelméletben szereplő, a lyukképzéshez szükséges aktivációs energia), R az egyetemes gázállandó ($R = 8,714 \text{ J/mol/K}$), T pedig a folyadék abszolút hőmérséklete. A T az A együtthatóban is szerepel, de ez a függés $100 \text{ }^\circ\text{C}$ -ig gyakorlatilag elhanyagolható, tehát A állandónak tekinthető.

A belső súrlódási együttható függ a folyadék anyagi minőségétől. Pl. az éter viszkozitása a vízének kb. a negyede, a ricinusolajé a vízének kb. 10-szerese, az emberi véré 38°C -on ötszöröse a vízének. Sok szilárd testnek tekintett anyagnál is fellép a belső súrlódás. Pl. egy pecsétviaszrúd eltörésénél éles szélek keletkeznek. Ha viszont a rudat végeihez közel, vízszintes helyzetben két pontban alátámasztjuk, hónapok múltán a végek függőleges helyzetbe hajolnak le. A pecsétviasz belső súrlódási együtthatója kb. $1010 \text{ Pa}\cdot\text{s}$. A gázok viszkozitása sokkal kisebb, pl. a hidrogéné a vízénél ezerszer kisebb.

A viszkozitás mérésére több módszert alkalmazhatunk, ezek közül az egyik legpontosabb a Höppler-féle viszkoziméter használata. Lamináris áramlás esetén a folyadékban kis sebességgel mozgó testre a viszkozitással arányos fékező erő hat. A viszkoziméter ejtőcsövét a mérendő folyadékkal megtöltjük, és a cső átmérőjénél alig kisebb üveg- vagy vasgolyót helyezünk el benne. A golyó helyes megválasztásával az esés $20\text{-}30 \text{ mp}$ -ig tart, vagyis létrehozhatóak azok a feltételek, amelyek mellett a közegellenállás fékező ereje nagy pontossággal arányosnak tekinthető a viszkozitással.

1.1. Viszkozitás mérése Höppler-féle viszkoziméterrel

A Höppler-féle viszkoziméterben egy folyadékkal feltöltött csőben esik egy golyó, a viszkozitásra az esés idejéből következtetünk. Az η viszkozitású, nagy kiterjedésű folyadékban állandó v sebességgel mozgó r sugarú golyóra a folyadék

$$F = 6\pi\eta \cdot r \cdot v$$

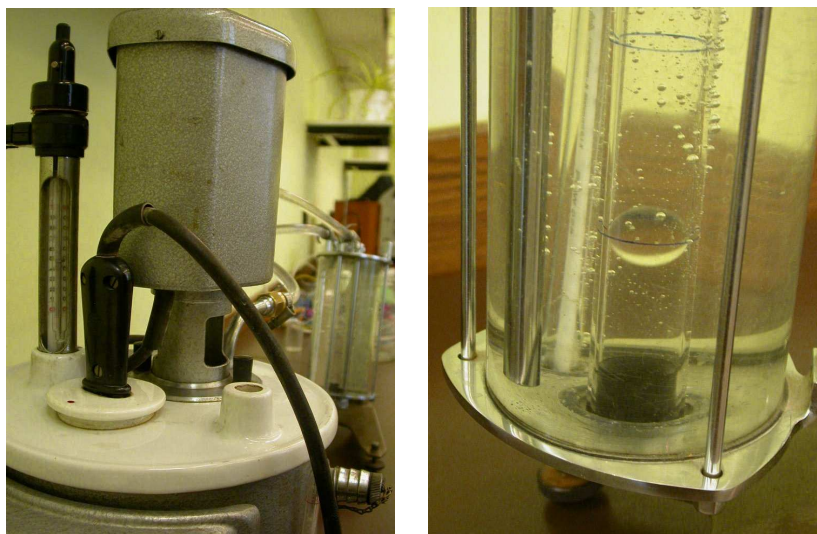
akadályozó erőt, közegellenállást fejt ki. Ez az ún. Stokes-féle súrlódási törvény.

A ρ_G sűrűségű és r sugarú golyó ebben a folyadékban egy bizonyos ideig gyorsulva (ez alatt a közegellenállás nő) esik, majd amikor az akadályozó erő és a gravitációs erő eredője zérussá válik, állandó sebességgel esik tovább. E sebesség értéke:

$$v = \frac{2g}{9\eta} (\rho_G - \rho) r^2.$$

Ha a golyó egy R sugarú henger belsejében mozog, és nem végtelen kiterjedésű közegben, mint eddig feltettük, akkor bizonyos korrekciókat is figyelembe kell vennünk, de ebben a rendszerben is fennáll, hogy

$$v \propto \frac{\rho_G - \rho}{\eta}.$$



Balra: a hőmérséklet szabályozó a termosztáton a motor mellett foglal helyet. Jobbra: a golyó mozgása az ejtőcsőben.

A Höppler-viszkóziméterben azt a t időt mérjük, amely alatt a golyó a vizsgálandó folyadékot tartalmazó, kissé ferdén álló csőben a két szélső jel közötti utat megteszi. Mivel a cső átmérője csak alig nagyobb a golyónál, a Stokes-törvény ebben az esetben nem alkalmazható, hanem ehelyett egy hasonló alakú összefüggésből számítható a viszkozitás:

$$\eta = K' (\rho_G - \rho) t,$$

ahol K' a készülékhez tartozó, mindegyik golyóra gyári hitelesítés alapján állandó golyókonstans; ρ_G a golyó, ρ pedig a folyadék sűrűsége. Az abszolút mérésekre alkalmas Höppler-féle viszkóziméter nagy előnye, hogy széles mérési intervallumon alkalmazható, a mérések jól reprodukálhatók, pontosságuk 0,1–0,5% között van. Ehhez természetesen a folyadék hőmérsékletét adott hőmérsékleten kell tartani.

A méréshez a készüléket vízszintezzük, az ejtőcsövet megtöltjük a mérendő folyadékkal, és behelyezzük a megfelelő golyót, amit úgy kell megválasztani, hogy az esési idő jól mérhető legyen; majd lezárjuk a csövet. Ezen folyamat során buborék ne kerüljön a csőbe! Ezután a készülék átbillentésével többször mérjük az esési időt.

A hőmérséklet ismerete és adott értéken tartása a méréskor alapvető. Ezt a viszkóziméterhez csatlakoztatott termosztáttal lehet szabályozni. A termosztát lényeges alkotóeleme egy víztartály, amely kb. 2 liter vizet tárol és keringet. A belemerülő fűtőszál és a hőmérő együttesen gondoskodik arról, hogy ez a vízmennyiség a kívánt hőmérsékletű legyen. A termosztát hőmérőjén előre beállítható a kívánt hőmérséklet, amelyet pár perc fűtés alatt elér a folyadék. A folyadék a viszkóziméter köpenyében áramolva hamarosan a mérendő közeget is beállítja a kívánt hőmérsékletre. A közeg hőmérsékletét egyszerűbb termisztoroknál nem mérhetjük közvetlenül, de lehetőség van a köpenybe nyúló hőmérőn meggyőződni a keringő folyadék hőmérsékletéről.

1.2. Feladatok

Eszközök: 1 db Höppler-féle viszkóziméter (a hozzá csatlakozó termosztáttal), 1 db stopperóra.

1. A viszkóziméterben glicerín 50 % (v/v) vizes oldata található. Kapcsolja be a termosztátot, és mérje meg az esési időket szobahőmérsékleten, továbbá kb. 30, 35, 40, 45, 50 °C -on (nem szükséges, hogy pontosan ezeket a hőmérsékleteket állítsa be, viszont a tényleges hőmérséklet-értékekkel számoljon!!) Mindegyik hőmérsékleten ötször mérjen, a golyót mindig abban az irányban ejtse, amelyben

a vízcsövek alul vannak (ugyanis a forgástengely nem pontosan merőleges az ejtőcsőre, emiatt az ellentétes irányú ejtéskor más az ejtőcső szöge, így az esési idő is)!

2. Átlagolja az egyes hőmérsékleteken mért esési időket, és a golyóállandó ismeretében számítsa ki a viszkozitást! Ábrázolja mérési eredményeit milliméterpapíron!
3. Számítsa ki, és ábrázolja a viszkozitás logaritmusát az abszolút hőmérséklet reciprokának ($1/T$) függvényében (linearizált ábrázolás)! A meredekségből határozza meg a glicerinoldat E aktivációs energiáját (amelyet az előadáson tárgyalt Frenkel-féle lyukelmélet definiál)!

2. fejezet

Elektromos vezetés. Konduktometria

Ha egy ellenállásra (pl. fémes vezetőre vagy elektrolitba merülő elektródák közé) feszültséget kapcsolunk, akkor az áramkörben elektromos áram indul meg. A tapasztalatok szerint ez az áram arányos a körre kapcsolt feszültséggel, vagyis

$$U = R \cdot I.$$

Ez Ohm törvénye. Az R arányossági tényező az áramköri elem ellenállása, SI egysége az 1 ohm. Az ellenállás reciprokát vezetőképességnek nevezzük, mértékegysége az 1 1/ohm=1 siemens.

Sorba kapcsolt R_1, R_2, \dots ellenállások eredője az egyes ellenállások algebrai összege, míg a párhuzamosan kapcsolt R_a és R_b ellenállások eredő ellenállásának reciproka az egyes ellenállások reciprok értékének összege lesz:

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_a} + \frac{1}{R_b}.$$

Soros kapcsolásnál tehát az ellenállások, párhuzamos kapcsolásnál pedig a vezetőképességek adódnak össze.

Az előző eredmény alapján, ha még Kirckhoff-törvényeit is felhasználjuk. . . az is látszik, hogy valamely l hosszúságú és mindenütt egyenlő A keresztmetszetű fémhuzal ellenállása az l hosszúsággal egyenesen, A -val fordítottan arányos,

$$R = \rho \frac{l}{A},$$

hiszen a huzalt elemi (nagyon vékony és nagyon rövid) huzaldarabkák összességének képzelhetjük el, amelyek egymással l hosszúságon keresztül sorba, míg A keresztmetszeten keresztül egymással párhuzamosan vannak kötve. Itt ρ az anyagi minőségtől függő fajlagos ellenállás; egysége = 1 Ωm . Ennek reciproka a fajlagos elektromos vezetőképesség, $\sigma = 1/\rho$; egysége $\Omega^{-1}\text{m}^{-1}$. A vezetők (pl. a legtöbb fém) fajlagos vezetőképessége nagy, míg a szigetelőké kicsi.

Ha az elektromos hálózat csomópontokat és hurkokat is tartalmaz, akkor viselkedését a Kirckhoff-törvényekkel írhatjuk le. Kirckhoff 1. törvénye szerint egyenáramú hálózat csomópontjába bemenő, és az onnan távozó áramok áramerősségeinek összege zérus, azaz

$$\sum_i I_i = 0.$$

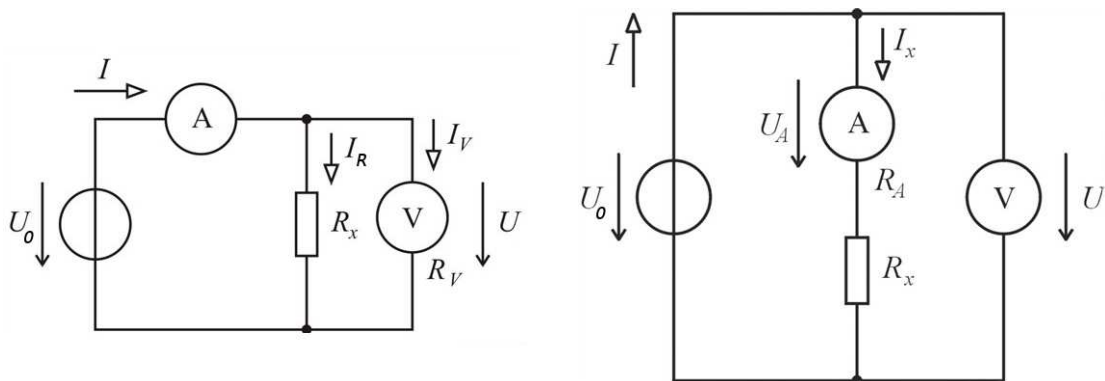
Kirckhoff II. törvénye szerint zárt áramhurokban az ohmos ellenállásokon eső feszültségek összege megegyezik az áramkörben lévő elektromotoros erők összegével (ha a csomópontba bemenő áramokat pozitív, az onnan kifelé irányulókat negatív előjellel látjuk el),

$$\sum (R \cdot I) - \sum U = 0.$$

2.1. Árammérők használata

A vezetők ellenállásának abszolút mérése Ohm-törvénye alapján történhet, ha lemérjük a vezető két pontja között a potenciál-különbséget és a rajta áthaladó áramot. A 2.1. ábra baloldala szerint U_0 feszültségű telepből, a kis R_A belső ellenállású A ampermérőből és a mérendő R_x ellenállásból áramkört alakítunk ki, a nagy R_V belső ellenállású V feszültségmérőt pedig az R_x ellenállás végpontjaira kötjük. A mért I és U segítségével az R_x ellenállást kiszámítjuk:

$$R_x = \frac{U}{I}$$



2.1. ábra. Ellenállás mérése az árammérő kétféle elhelyezésével

Ez akkor érvényes, ha a voltmérő ellenállása végtelen. Műszereink azonban véges belső ellenállással rendelkeznek, a mérendő R_x ellenállás pontos meghatározásakor ezeket az ellenállásokat is figyelembe kell vennünk. Az **ábra bal oldalán** vázolt kapcsolásban ugyanis az ampermérő nem csak az R_x ellenálláson át folyó I_R áramot méri, hanem (Kirckhoff csomóponti törvénye miatt) I_R és a voltmérőn át folyó áram összegét:

$$I = I_R + I_V$$

Mivel:

$$I_R = \frac{U}{R_x}$$

és

$$I_V = \frac{U}{R_V},$$

ezért:

$$I = U \left(\frac{1}{R_x} + \frac{1}{R_V} \right),$$

amelyből:

$$R_x = \frac{U}{I - \frac{U}{R_V}} \quad (2.1)$$

(a feszültségmérő egzaktul ezt az U feszültséget mutatja). Az előző hibát elkerülhetjük a **fenti ábra jobb oldalán** látható kapcsolással. Az árammérő ez esetben az R_x ellenálláson átmenő áramot mutatja, viszont most a feszültségmérőn leolvasható érték szorul korrekcióra, hiszen a voltmérő most az R_x ellenálláson és az árammérő R_A belső ellenállásán eső feszültségek összegét méri:

$$U = I \cdot R_x + I \cdot R_A.$$

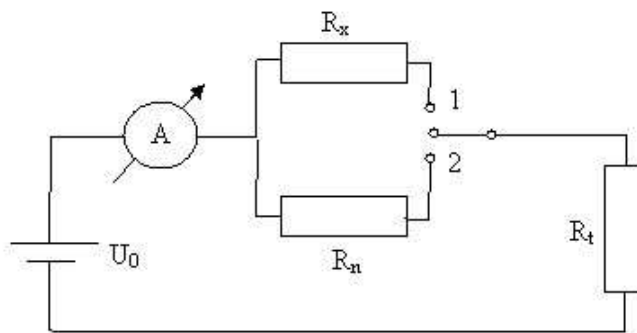
amelyből a mérendő ellenállás:

$$R_x = \frac{U}{I} - R_A. \quad (2.2)$$

Azt, hogy melyik kapcsolást használjuk, a használt műszerek döntik el. Ha a voltmérő ellenállása sokkal nagyobb, mint a mérendő ellenállás, akkor az első módszer, míg ha az árammérő ellenállása sokkal kisebb a mérendő ellenállásnál, a második módszer alkalmazása célszerűbb.

2.2. Ellenállásmérés helyettesítéssel

Az előbbinél valamivel egyszerűbb eljárás az ellenállásnak helyettesítő módszerrel történő meghatározása.



Ellenállásmérés helyettesítéssel – kapcsolási rajz

E célból készítsünk el egy kapcsolást, amelyben egy kétállású kapcsoló 1. állásában a mérendő R_x ellenállást, a 2. állásban egy ismert R_n ellenállást kapcsol az áramkörbe. Az áramkör zárása után az R_t ellenállással az A ampermérőn (melyet természetesen megfelelő méréshatárra kapcsoltunk, vagy megfelelő sönttel láttunk el) a skála kb. 2/3-3/4 részének megfelelő kitérést állítunk be.

Ezután a kapcsolót átkapcsolva a 2. helyzetbe, ismert ellenállásokkal (amelyeket általában egy dekadellenállásszekrényből veszünk) az előbbi műszer-kitérést állítjuk be. Mivel mindkét esetben ugyanaz az I erősségű áram folyik az áramkörben (U_0 állandó), nyilvánvaló, hogy

$$R_x = R_n.$$

(Megjegyzés: A K-nak 2. állásba váltása előtt az ampermérő kímélése érdekében R_n -en kb. akkora ellenállásértéket állítunk be, amekkora a mérendő ellenállás várható értéke.)

2.3. Elektrolitok vezetőképességének mérése

Az analitikai kémiában konduktometriás módszerrel elektrolitoldatok elektromos vezetőképességét mérjük, és ebből illetve ennek kémiai reakció hatására bekövetkező változásaiból származtatunk analitikai információkat. Az elektromos vezetéshez olyan töltéshordozók (pl. elektronok, ill. anionok és kationok) jelenléte szükséges, amelyek képesek arra, hogy az elektromos tér hatására elmozduljanak. Ennek alapján különböztetünk meg elektromos vezetőket és szigetelőket.

A tiszta víz, mivel benne a hidroxónium és hidroxil ion töltéshordozók csak igen kis, az autoprotolízisnek megfelelő 10^{-7} mol/L koncentrációban vannak jelen, csak nagyon kis mértékben vezeti az elektromos

áramot, szigetelőnek tekinthető. Elektrolitok vizes oldataiban, azonban a kationok és anionok koncentrációja jelentős lehet, emiatt azok az elektrolitikus disszociáció mértékétől függően többnyire vezetők.

A fajlagos vezetőképességet az oldatoknál a huzalokhoz hasonlóan definiáljuk. Így az elektrolitoknál mért R ellenállás felfogható az elektrolit anyagi minőségétől függő ρ fajlagos ellenállás és a mérőedény geometriai méreteitől függő $C = \frac{l}{A}$ ellenálláskapacitás, vagy más néven cellaállandó szorzataként,

$$R = \rho \cdot C.$$

Az oldatok vezetőképességét a fajlagos vezetőképességgel (κ) szokás definiálni. Ez jelenti az egymástól egységnyi távolságra levő egységnyi felületű elektródok között levő oldat vezetőképességét, azaz:

$$\kappa = \frac{1}{R} \cdot \frac{l}{A},$$

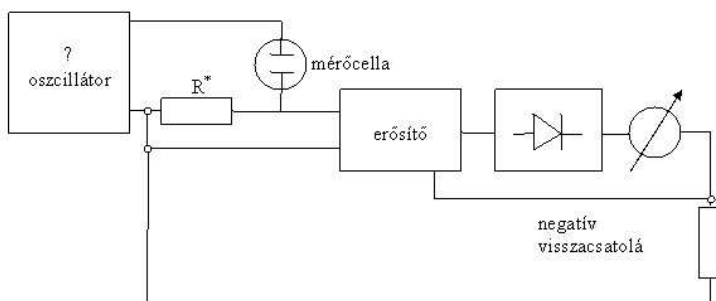
ahol $1/R$ a vezetőképesség, l az elektródák távolsága, A az elektródák felülete. A és l geometriai meghatározása nehézkes lenne, ezért relatív módszert használunk: első lépésként a mérőcellának ismert κ -jú oldattal meghatározzuk a cellaállandóját.

$$\frac{l}{A} = C.$$

Egy ismeretlen fajlagos vezetőképességű oldat fajlagos vezetőképességének meghatározása két lépésből, $1/R$ és C méréséből áll.

R ill. $1/R$ mérésére több lehetőség kínálkozik. A polarizációs jelenségek fellépte miatt nem alkalmazhatóak az egyenfeszültségű módszerek. E probléma kiküszöbölhető váltakozó feszültség alkalmazásával.

A gyakorlaton a vezetőképesség ($1/R$) mérésére egy gyári készüléket (típusa OK 102) alkalmazunk. Működési elve azon alapul, hogy az oldatba egy geometriailag jól definiált elektródapárt (mérőcella) merítünk és az ezen létrejövő feszültséget mérjük. A feszültség mérése az elvi kapcsolási rajz alapján történik. Az R^* ellenállás változtatása lehetővé teszi a méréshatár kiterjesztését is.



Vezetőképesség mérése. Balra: a műszer kijelzője, jobbra: az elvi kapcsolási rajz

Az elektronikus rész speciális kialakítása a vezetőképesség siemensben (S) történő közvetlen kompenzálás nélküli leolvasását biztosítja. Minél nagyobb az oldat vezetőképessége, annál nagyobb frekvenciájú váltakozó feszültségre van szükség a mérésekhez. A készülékbe külön oszcillátort építettek be, amely 80 Hz és 3 kHz közötti frekvenciaértékek előállítására alkalmas. A nagyobb frekvenciára történő átkapcsolás 500 μ S fölött a méréshatár kiterjesztésével automatikusan történik meg.

A mérendő oldatot egy edénybe helyezük, és a szabályszerűen csatlakoztatott mérőcellát vagy más néven harangelektrodát az oldatba merítjük. Ügyeljünk arra, hogy az oldat a harangelektrod mindhárom platinagyűrűjét tökéletesen ellepje. A méréshatár-kapcsolót a legnagyobb állásba állítjuk (500 mS) és fokozatosan kisebb méréshatárra kapcsolunk mindaddig, míg a műszer skáláján jól leolvasható értéket nem kapunk. Ezután ellenőrizzük a készülék beállítását, nyomjuk be a zéruspont-hangoló (piros) gombot, és a potenciométerrel állítsuk a mutatót a piros jelre. A gomb elengedése után olvassuk le a mutatott értéket. Először a harangelektroda C cellaállandóját határozzuk meg. Ehhez ismert fajlagos vezetőképességű

Hőmérséklet (°C)	0.01 n	0.1 n	1 n
20	0,001276	0,01167	0,1020
21		0,01191	
22		0,01215	
23		0,01239	
24		0,01263	
25	0,001411	0,01288	0,1177
26		0,01311	
27		0,01335	
28		0,01359	
29		0,01384	
30		0,01407	

A különböző koncentrációjú KCl oldatok fajlagos vezetőképessége különböző hőmérsékleten

oldat mérése révén juthatunk el. Ez esetünkben KCl oldat, amelynek fajlagos vezetőképességét 20-30 °C hőmérsékletek között a táblázat tartalmazza.

Megmérjük a kiadott koncentrációjú KCl oldat hőmérsékletét és a készülék segítségével a vezetőképességét. Ismerjük a táblázatból az adott hőmérsékletre tartozó fajlagos vezetőképességet, ebből a cellaállandó meghatározható:

$$C = \frac{\kappa}{1/R}$$

Az elektrolitok fajlagos vezetőképessége a hőmérséklet mellett függ az elektrolit koncentrációjától is. A fajlagos vezetőképesség a koncentráció növekedésével eleinte növekszik, mert egyre több ion kerül az oldatba, további koncentráció növekedéssel azonban rendszerint csökken, mert a disszociáció foka töményebb oldatoknál általában kisebb. A $\kappa = \kappa(c)$ függvény tehát általában maximumon megy át. Mindazonáltal vezetőképességi mérésekből oldatok koncentrációjára következtethetünk, mert az **eredeti koncentrációjú**, majd a **hígított oldat vezetőképességének összehasonlításával eldönthető, hogy a vezetőképesség nő vagy csökken a hígítás hatására**; vagyis meghatározható, hogy melyik „ágon” helyezkedik el az oldatunk. A koncentráció leolvasása ezután már egyértelmű.

Nagy pontossága mérésekhez az oldatokat un. vezetőképességi vízből ($\sigma = 10^{-6}$) kell készíteni, mert a méréseket az oldószer túl nagy fajlagos vezetőképessége megzavarhatja.

2.4. Feladatok

Eszközök:

- Egyenáramú alapmérések: ismeretlen ellenállások, ellenállás dekád, 2 db Mastech M-830B digitális multiméter, tápegység.
- Elektrolitok vezetőképességének mérése: OK102 típusú mérőkészülék, harangelektroda, oldatok.

1. Egyenáramú alapmérések

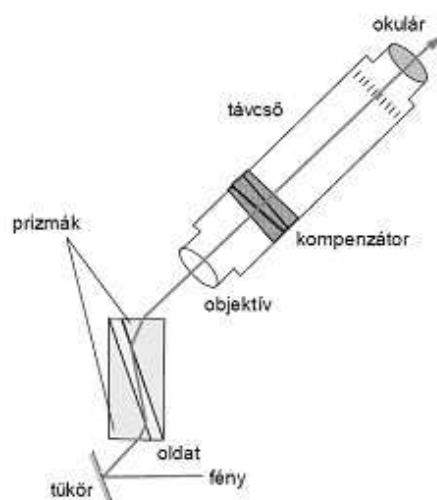
- Mérje meg a kiadott ellenállásokat Ohm törvénye alapján, a 2.1 és a 2.2 egyenletek felhasználásával!
- Mérje meg a kiadott ellenállásokat helyettesítő módszerrel!

2. Elektrolitok vezetőképességének mérése

- a) A kiadott koncentrációjú KCl oldatok felhasználásával – többszöri mérés alapján – határozza meg a harangelektroda cellaállandóját!
- b) Határozza meg a kiadott oldatok fajlagos vezetőképességét! A kapott eredményeket ábrázolja milliméterpapíron!
- c) A grafikon segítségével határozza meg az ismeretlen oldat koncentrációját!

3. fejezet

Refraktometria



3.1. ábra. Balra: az Abbe-féle refraktométer; jobbra: a műszer felépítése

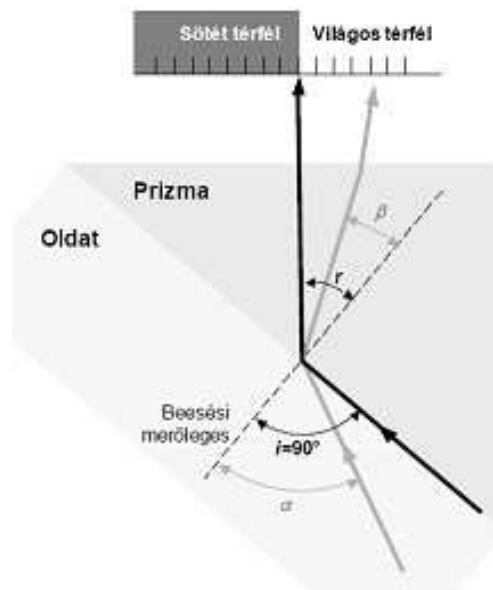
Ha egy fénysugár különböző törésmutatójú közegek határfelületre (nem merőlegesen) esik, akkor megváltoztatja irányát, ez a jelenség a fénytörés. A fénytörés törvényei:

- (i) A megtört fénysugár a beesési síkban van,
- (ii) A beesési szögek és az ezekhez tartozó törési szögek szinuszaik hányadosa állandó:

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = n_{2,1}.$$

Ez a fénytörést leíró Snellius-Descartes-féle törvény. $n_{2,1}$ állandó a második közegnek az első közegre vonatkoztatott **relatív törésmutatója**.

A vákuumra vonatkozó relatív törésmutatót **abszolút törésmutatónak** nevezzük. A törés oka az, hogy a fény sebessége a két közegben eltérő.



3.2. ábra. A törési törvény és a mérés elve

Ha c a fény terjedési sebessége vákuumban, akkor az előzőek alapján az első ill. a második közeg abszolút törésmutatójára érvényes:

$$n_1 = \frac{c}{c_1},$$

ill.

$$n_2 = \frac{c}{c_2}.$$

A relatív törésmutató definíciója alapján:

$$n_{2,1} = \frac{c_1}{c_2} = \frac{c/c_2}{c/c_1} = \frac{n_2}{n_1},$$

azaz a relatív törésmutató megegyezik a két közeg abszolút törésmutatójainak hányadosával.

Azt a közeget, amelynek abszolút törésmutatója nagyobb valamely másikénál, optikailag sűrűbbnek nevezzük.

Haladjon fény optikailag sűrűbb közegből a ritkább felé ($n_1 > n_2$, azaz $n_2/n_1 < 1$)! Ekkor

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{n_2}{n_1} < 1,$$

vagyis $\alpha < \beta$. β értéke határesetben derékszög lehet, az ehhez tartozó beesési szöget α_0 -al jelöljük. α_0 -nál nagyobb beesési szögeknél a fény nem lép a második közegbe, hanem a ritkább közeg határfelületén visszaverődést szenved. A teljes visszaverődés határszögénél nagyobb szög alatt beeső fénysugarak tehát a sűrűbb közegben maradnak és ugyanakkora szöggel verődnek vissza, mint amekkorával beestek.

Az α_0 szöget a teljes visszaverődés határszögének nevezzük. Értéke:

$$n_{2,1} = \frac{\sin \alpha_0}{\sin 90^\circ} = \sin \alpha_0.$$

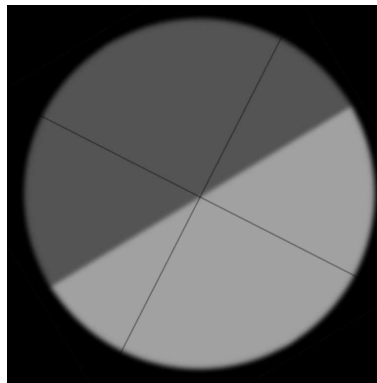
Ez alapján egy közeg törésmutatója kiszámítható, ha megmérjük a teljes visszaverődés határszögét. A törésmutató több tényezőtől függ, így pl. a hőmérséklettől, a nyomástól, a fény hullámhosszától, oldatoknál a koncentrációtól is. A törésmutató hullámhossz szerinti függését **diszperzió**nak nevezzük. A

diszperzió mértékéül két Fraunhofer-féle vonalra vonatkozó törésmutató különbségét veszik. Az $n_F - n_C$ (azaz 486,1 és 656,3 nm-re vonatkoztatva) értékét **közepes diszperzió**nak nevezzük. A törésmutatót rendszerint a Nátrium D-vonalán (589,3 nm) adjuk meg.

A törésmutató meghatározását Abbe-féle refraktométerrel végezzük. A mérés a teljes visszaverődés határszögének mérésén alapszik, és 1,3-1,7 törésmutatójú anyagok vizsgálatára alkalmas. Mérési pontossága $\approx 10^{-4}$ törésmutató egység. Az eszköz lényeges alkotórésze az ún. Abbe-féle kettősprizma, egy végtelenre beállított távcső és az ún. kompenzátor (l. 3.1. ábra).

A prizmarendszerre egy K kar van erősítve, amelynek forgatásával elérhetjük, hogy a határvonal az okulárban lévő fonalkereszt metszéspontjára essék. A leolvasó mikroszkóp látómezejében ekkor közvetlenül leolvashatjuk a törésmutató értékét. Használatba vétel előtt az eszközt ismert törésmutatójú folyadékkal (pl. desztillált víz) hitelesíteni kell. Ha a refraktométert összetett fényvel világítjuk meg, a törésmutató hullámhossztól való függése miatt éles határvonal helyett vékony spektrum-sávot látunk. Ennek megszüntetésére a készülékhez a C kompenzátor kerül beépítésre. Ez két, ún. Amici-prizma, amely a NaD-vonalat nem téríti ki, a két prizma eredő színszórása viszont szabályozható azáltal, hogy a prizmák relatív helyzetét megváltoztatjuk. Észleléskor a készüléket úgy kell beállítani, hogy az Amici-prizmák színszórása a mérőprizmából és a köztük levő folyadékból álló rendszer színszórásával ellentétesen egyenlő legyen.

A műszer működési elvét a 3.2. ábra szemlélteti. A prizmákon és az oldaton áthaladó fény két határfelületen törik meg, ezek közül számunkra az oldat és a második prizma közti határfelület az érdekes.



A teljes visszaverődés határszöge leolvasható a refraktométerben– helyesen beállított látómezőben

Mivel a prizma törésmutatója nagyobb, mint az oldaté, a beeső fény a beesési merőlegeshez törik. A határfelületet súroló, 90° -os beesési szög alatt érkező fénynyaláb határszög (r) alatt törik meg. A 90° -nál kisebb szögben beeső fénysugarak r -nél kisebb szögben megtörve a jobb oldali térfelet világítják meg, a bal térfél viszont sötét marad, mivel a határszögnél nagyobb szög alatt nem törik meg fény. A látóteret sötét és világos részre osztó határvonal helyzete a határszög (r), az pedig az oldat törésmutatójának, tehát koncentrációjának függvénye. A törésmutató arányos a határszög szinuszával ($n = k \cdot \sin r$), a koncentráció pedig közelítőleg arányos a törésmutatóval. A refraktométer egyik skáláján közvetlenül a mért anyag törésmutatója olvasható le (20°C -on) 4 tizedes pontossággal, másik skáláján a tiszta nádcukor oldat százalékos szárazanyag-tartalmát adja meg a 0-85% intervallumban. Használatba vétel előtt az eszközt ismert törésmutatójú folyadékkal (pl. desztillált víz) hitelesíteni kell. Más oldat esetén a skálán leolvasott értéket korrigálni kell. A méréshez elegendő néhány csepp oldat. A mérőprizma átáramló vízzel termosztálható. Az Abbe-féle refraktométer zsírok, gyanták, szilárd, sötét, átlátszatlan anyagok vizsgálatára is alkalmas ráeső fényben. Lényeges része a flintüvegből ($n_D = 1,75$) készült kettős prizma. A mérendő 1-2 csepp folyadékot a prizmák közötti kb. 0,15 mm-es résbe helyezzük el. A törésmutató az anyagi minőségen kívül a hőmérsékletnek és az alkalmazott fény hullámhosszának is függvénye, ezért pontos méréseknél $0,2^\circ\text{C}$ pontosságú hőmérsékletszabályozás és monokromatikus megvilágítás (pl. a nátriumgőz által kibocsátott sárga színű, 589 nm-es fény (Na .D. vonala)) szükséges. A refraktométert úgy kell megválasztani, hogy prizmájának törésmutatója nagyobb legyen a mérendő oldat törésmutatójánál. A refraktométereknek számos típusa ismeretes az egyszerű kis kézi eszközöktől a digitális kijelzésű automata hőszabályzós

és nyomatóval is ellátott nagy pontosságú műszerekig.

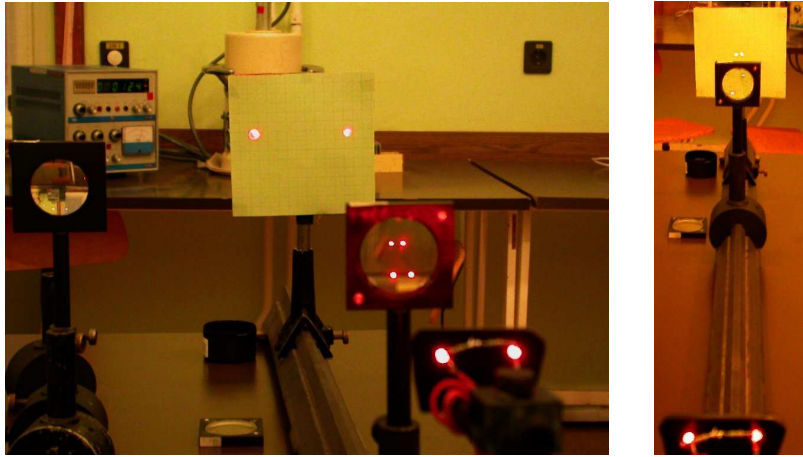
3.1. Feladatok

Eszközök: 1 db Abbe-féle refraktrométer, 1 üveg desztillált víz, 5 üveg ismert koncentrációjú oldat, 1 üveg ismeretlen koncentrációjú oldat.

1. Hitelesítse a műszer skáláját ismert törésmutatójú folyadék (desztillált víz, $n_{\text{víz}, 23^{\circ}\text{C}} = 1,333$) segítségével!
2. Határozza meg a kiadott oldatok törésmutatóit!
3. Készítse el a koncentráció-törésmutató grafikon!
4. A grafikon alapján határozza meg az ismeretlen oldat koncentrációját!

4. fejezet

Optikai képalkotás



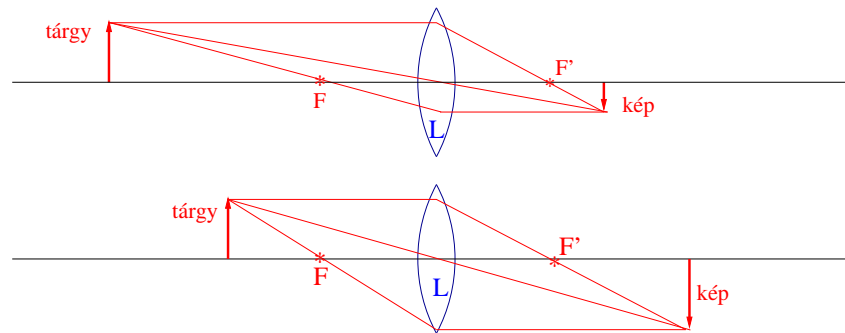
Nagyított (balra) és kicsinyített (jobbra) kép előállítása gyűjtőlencsével

A lencséken áthaladó fény a lencse belépő és kilépő oldalán is fénytörést szenved. A két törés a geometriai egyenes vonalhoz képest azonos irányú, vagyis a lencse peremén haladó fénysugarak a lencse után összetartanak (gyűjtőlencse) vagy széttartanak (szórólencse). A gyűjtőlencsék felületeit úgy alakítják ki, hogy a lencsék áthaladó, az optikai tengellyel párhuzamos sugarak mind egyetlen pontban, a fókuszpontban egyesüljenek. Szórólencsék esetében az optikai tengellyel párhuzamosan belépő sugarak úgy haladnak tovább, mintha egy, még a lencse előtt lévő pontból indultak volna ki. Bár az utóbbi pont eltérő tulajdonságú, mint a gyűjtőlencsék fókuszpontja, az egyszerűség kedvéért a szórólencsék esetében is fókuszpontról szoktunk beszélni. A lencse és a fókuszpont távolságát a lencse fókusz távolságának nevezzük; a szórólencsék fókusz távolságát negatívnak tekintjük. A méterben mért fókusz távolság reciproka a törőerősség, más néven dioptria.

A fénytörés tulajdonságaiból következik, hogy ha a fénysugarak nem a végtelen messzi fényforrásból, párhuzamosan érkeznek, hanem egy közelebbi, a lencsétől t tárgytávolságra lévő forrásból, azok a lencsén áthaladva továbbra is egy k pontban egyesülnek, amit képnek hívunk, és ebben az esetben nem esik egybe a fókuszponttal, hanem messzebb van a lencsétől. A fénysugarak haladására a következő törvények érvényesek (vékony lencsék esetében):

- A lencse középpontján áthaladó fénysugár nem változtatja meg az irányát,
- Az F fókuszpontban áthaladó fénysugár a lencsét az optikai tengellyel párhuzamosan hagyja el,
- Az optikai tengellyel párhuzamosan érkező fénysugár a lencsét úgy hagyja el, hogy áthalad a túloldali F' fókuszponton.

- Egy pontszerű tárgy képe ott keletkezik, ahol ez a három fénysugár metszi egymást.



Lencse képalkotásának szerkesztése. Balra: a T tárgy messzebb van az F fókuszponttól, mint a LF fókusz-távolság: kicsinyített, fordított állású kép keletkezik; a tárgytávolság nagyobb, mint a fókusz-távolság, de kisebb, mint annak kétszerese. Lent: a T tárgy közelebb van a fókuszponthoz, mint a LF fókusz-távolság: nagyított, fordított állású kép keletkezik; a képtávolság a tárgytávolság több, mint kétszerese.

Az f fókusz-távolság, a t tárgytávolság és a k képtávolság között a jól ismert

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{t} + \frac{1}{k}$$

alakú összefüggés áll fenn. Vastag lencsék esetén a képlet hasonló, csak a tárgy- és képtávolságot nem a lencse középvonalától, hanem két, a lencséhez rögzítettnek tekinthető, képzeletbeli törősíktől mérjük. Ennek helyzete általában ismeretlen (bár méréssel meghatározható), ezért t és k a vastag lencsénél közvetlenül nem mérhető meg. Mivel a gyakorlatban használt lencsék általában vastag lencsék, a lencsék törési törvényét közvetlenül nem lehet pontos mérésre használni.

Az Abbe-féle módszer ezt a nehézséget küszöböli ki, mert t és k mérését nem teszi szükségessé. Így vastag lencsék és lencserendszerek fókusz-távolságának meghatározására is alkalmas.

4.1. Abbe-féle mérésnél

a lencsét rögzítjük, és két tárgyhelyzetnél megmérjük a keletkező kép nagyságát. Ha T a tárgy nagysága és K a kép nagysága, az N nagyítás

$$N := \frac{K}{T} = \frac{k}{t}.$$

Ezt a távolságtörvénybe helyettesítve, és abból t -t kifejezve kapjuk, hogy

$$t = f \left(1 + \frac{1}{N} \right).$$

Ez utóbbi összefüggést írjuk fel mindkét tárgyhelyzet esetén, majd képezzük a tárgytávolságok különbségét. Azt kapjuk, hogy:

$$\delta = t_1 - t_2 = f \left(\frac{1}{N_1} - \frac{1}{N_2} \right),$$

ahonnan

$$f = \delta \cdot \frac{N_1 N_2}{N_2 - N_1},$$

δ -val a két tárgyhelyzet távolságát jelöltük.

4.2. Bessel módszere

Rögzítsük le a tárgyat és az ernyőt, a közöttük lévő távolságot jelöljük e -vel és legyen $e > 4f$. Ekkor a lencse mozgatásakor két éles képet kapunk: egy nagyítottat és egy kicsinyítettet. A lencse két helyzete közti távolságot jelöljük d -vel. Szerkesztéssel belátható, hogy a lencse két helyzete az e felezőpontjára nézve szimmetrikus:

$$k = \frac{e}{2} + \frac{d}{2},$$

$$t = \frac{e}{2} - \frac{d}{2};$$

t és k kifejezését a leképezési törvénybe helyettesítve, és az

$$\frac{1}{a+b} + \frac{1}{a-b} = \frac{a-b}{a^2-b^2} + \frac{a+b}{a^2-b^2} = \frac{2a}{a^2-b^2}$$

azonosság mintájára átalakítva kapjuk, hogy

$$f = \frac{1}{4} \left(e - \frac{d^2}{e} \right).$$

4.3. Szórólencse gyújtótávolságának meghatározása

A szórólencse valódi képet nem ad, így közvetlenül nem tudjuk meghatározni a gyújtótávolságát. Ezért összekapcsoljuk egy olyan (erősebb) gyújtólencsével, amellyel együtt gyújtólencsét alkot. A lencserendszer f fókusz-távolságát az előző módszerekkel megmérjük. A gyújtólencse f_1 fókusz-távolsága, a szórólencse f_2 fókusz-távolsága és f között - ha a két lencse közel van egymáshoz - fennáll

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2},$$

vagyis egymással érintkező vékony lencsék esetén a törőerőségek összeadódnak. Így f_2 az f és az f_1 mérésével meghatározható.

Helyezzük az optikai pad sínjére a pontszerű fényforrást és a lámpaházhoz tartozó kondenzorlencse segítségével állítsunk elő párhuzamos fénynyalábot. Ezután a többi eszközt is elhelyezzük a sínen, ún. lovasokba befogva.

4.4. Mikroszkóp modelljének elkészítése

A mikroszkóp a látószög nagyítására alkalmas eszköz. Működési elve rendkívül egyszerű: a tubus tárgy felőli oldalán lévő rövid fókusz-távolságú tárgylencse(rendszer) nagyított, valódi képet vetít a tubus belsejébe, amelyet egy második nagyító-lencse, az okulár segítségével tovább nagyítva figyelünk meg. A mikroszkóp modelljét optikai padon egyszerűen megépíthetjük: a 100 mm fókusz-távolságú lencsét használjuk objektívnek, a 28 mm fókusz-távolságú lesz az okulár. A 28 mm-es lencse egyik oldala erősen domború, ez nézzen az objektív felé, és a sík felületen tekintsünk bele. A két lencsét helyezzük el egymástól kb. 30 cm-re. A fókuszpontok távolsága adja az optikai tubushosszt. A szórt fényeket kizárandó, a tubust érdemes három oldalról letakarni. A tárgyat az objektívtől kb. 15 cm-re helyezzük el. Az okulárban a tárgy életlen képét látjuk; a tárgy távolságának változtatásával éles képet tudunk előállítani. Ha a tubushosszt növeljük vagy csökkentjük, ezzel arányban változik a nagyítás is. (Mi ennek az oka?)

Az így készített mikroszkóp képe értékelhető, bár a kép minősége hagy némi kívánnivalót. Ennek oka, hogy két egyszerű lencsét használtunk, amelyeknek mindenféle leképezési hibája megjelenik. Ezeket valódi mikroszkópok készítésekor úgy korrigálják, hogy több (2-16) tagból álló lencserendszereket használunk mind az objektív, mind az okulár helyén.

4.5. Egyszerű távcső készítése

A Kepler-távcső is két gyűjtőlencséből áll, amelyeknek egyik fókuszpontja egybeesik. A hosszabb gyűjtőtávolságú objektív a távoli tárgyról kicsinyített, fordított állású képet alkot, amelyet egy rövidebb gyűjtőtávolságú objektívvel szemlélünk. A távcső nagyítása az objektív és az okulár fókusz távolságának hányadosa, $N = f_{obj}/f_{ok}$. 3,5-szörös nagyítású távcsövet készíthetünk az előbb használt lencsék felhasználásával: a 100 mm fókuszú lencsétől kb. 128 mm-re helyezzük és a tubust lezárjuk. Az okulárba tekintve a **távoli tárgyak** életlen képe tűnik fel, a képet az okulár mozgatásával állíthatjuk élesre. A kapott kép fordított állású.

4.6. Feladatok

Eszközök: 1 db optikai sín, 1 db gyűjtőlencse állványon, 1 db ehhez erősíthető szórólencse, 1 db további gyűjtőlencse, 1 db tárgyobjektum (két fényemittáló diódát (LED) tartalmazó doboz, állványon), 1 db milliméterpapírral beborított ernyő

1. Mérje meg a (szórólencsével összeerősíthető) gyűjtőlencse fókusz távolságát Abbe módszerével! A nagyítást a LED fényforrások ernyőn alkotott képei távolságából számítsa ki (a LED -ek távolsága 30 mm)!
2. Ismételje meg a mérést Bessel módszerével is!
3. Illessze a szórólencsét a gyűjtőlencséhez, és mérje meg az így kapott lencserendszer fókusz távolságát mindkét fenti módszerrel!
4. Számítsa ki a szórólencse fókusz távolságát!
5. Készítse el a mikroszkóp és a távcső modelljét az optikai padon, és mutassa be a gyakorlatvezetőnek! Mind a mikroszkóp, mind a távcső fordított állású képet alkot az elé helyezett tárgyról. Miért?

5. fejezet

Optikai mikroszkóp



A gyakorlathoz használt mikroszkóp

A mikroszkóp nagyítása azt adja meg, hogy a tisztánlátás távolságába (az a távolság, körülbelül 250 mm, amelyre az emberi szem hosszabb ideig kifáradás nélkül akkomodálni tud) helyezett tárgy két kiszemelt pontjából a szemünkbe érkező sugarak által bezárt szög (a látószög) hányszorosára növekszik, ha a tárgyat egészen közel helyezik az objektív gyújtópontjához, így az objektív fordított állású, valódi nagyított képet ad róla. Ezt a közbenső képet az okulár tárgyoldali fókuszán kicsit belülré helyezzük, így arról az okulár látszólagos képet ad – beállítás szerint – a ∞ -ben vagy a tisztánlátás távolságában. A nagyítás az objektív és az okulár nagyításának szorzata:

$$N_{mikro} = N_{ok} \cdot N_{obj}$$

Belátható, hogy az objektív nagyítása:

$$N_{obj} = \frac{d}{f_1}$$

ahol f_1 az objektív fókusza, d az optikai tubushossz (az objektív és az okulár egymás felé eső fókuszpontjainak távolsága), illetve az okulár nagyítása:

$$N_{ok} = \frac{a}{f_2},$$

ahol f_2 az okulár fókusz távolsága, a a tisztánlátás távolsága. Tehát

$$N_{mikro} = \frac{d}{f_1} \cdot \frac{a}{f_2}.$$

A mikroszkóp felbontóképességén annak a két pontnak a távolságát értjük, amelyek a mikroszkópban még külön láthatók. A felbontóképességet a fényelhajlás korlátozza,

$$\delta = 0,61 \frac{\lambda}{n \sin \omega}$$

ahol a λ a fény hullámhossza, n a tárgy és az objektív közötti közeg törésmutatója, ω az objektívbe jutó fénynyaláb félnyílásszöge. A nevezőben szereplő $n \sin \omega$ mennyiséget numerikus apertúrának hívjuk. Az összefüggésből kitűnik, hogy a mikroszkóp annál „jobb”, annál kisebb méretek megfigyelésére alkalmas, minél nagyobb a numerikus apertúrája, azaz minél nagyobb szög alatt gyűjti a mikroszkóp a tárgylemezről érkező fényt. A numerikus apertúra meghatározza a mikroszkóp legnagyobb „értelmes” nagyítását bár kis numerikus apertúrájú mikroszkóp mögé is helyezhetünk nagy nagyítást adó okulárt, ennek nem lenne értelme, hiszen a megfigyelt képben úgysem válnak szét a nagyon közeli pontok: a kép „üres”, „szétesik”. A nagyítás növeléséhez szükséges a numerikus apertúrát is növelni: ez részben jobb optika beszerzését jelenti, vagy esetleg immerziós folyadék alkalmazását. A definícióból látható, hogy javul a numerikus apertúra, ha a mikroszkóp és a tárgy között nem levegő, hanem nagy törésmutatójú immerziós folyadék helyezkedik el.

A gyakorlaton használt mikroszkóphoz CCD kamerát illesztettünk. A hallgatók vizsgálataikat általában az ehhez tartozó monitoron megjelenített képen végzik.

5.1. A nagyítás meghatározása

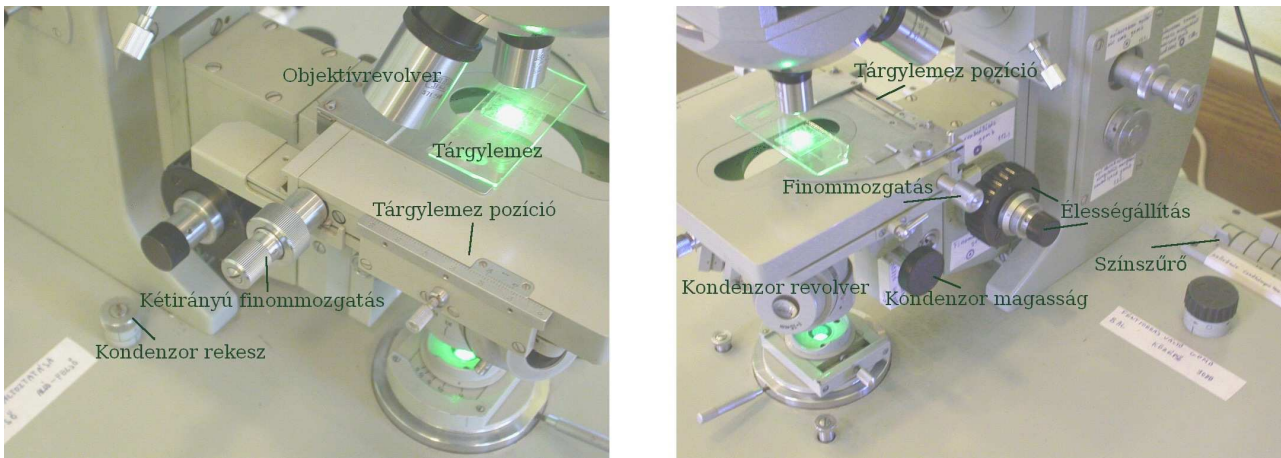
A kiadott hitelesítő lemezen a szomszédos vonások távolsága $10 \mu\text{m}$. Ha megmérjük, milyen hosszúnak látszik a képernyőn e skála néhány vonásköznyi (a pontos mérés érdekében a lehető leghosszabb) darabja, és elosztjuk ezt a skáladarab valódi hosszával, akkor megkapjuk a rendszer nagyítását.

5.2. Kristályok megfigyelése mikroszkóppal

A különböző kristályos anyagok rájuk jellemző, a molekuláris szerkezet által meghatározott formákban kristályosodnak. Makroszkópikus méretekben is jellegzetes formák: a konyhasó kristálya kocka, a réz-szulfáté rombos, a cukroké általában hexagonális formájú. Az oldószer elpárologásával az anyagok híg oldatának kis (egy csepp vagy kevesebb) anyagmennyiségéből is kikristályosodik az oldott anyag, és ezek a mikrokristályok is ugyanolyan szimmetrikus formákat követnek, mint a makroszkópikus kristályok. A kristályok formáinak vizsgálata a molekuláris szerkezeti vizsgálatoknak fontos része.

Mikroszkópban is megfigyelhetjük a különböző anyagok kristályosodását. Ennek különösen akkor van jelentősége, ha az anyag makroszkópikusan nem kristályosodik, ilyen pl. a koffein. Koffein kristályokat pl. láng fölött pörkölődő kávéból állíthatunk elő. A fölötte elhúzott hideg tárgylemezre ködös folt rakódik, amely kis nagyítású mikroszkópban is hosszú, de csak néhány molekuláris vastagságú, apró tő alakú kristályok sokaságának bizonyul.

5.3. Távolság- és területmérés mikroszkóppal



A mikroszkóp kezelőszervei

A mikroszkóp szőgnagyítását kis távolságok és kis területek mérésére is használhatjuk. Bürker-kamra alkalmazásakor a vizsgálandó anyagot egy üreges, az alján nagyon finom, hitelesített beosztásokkal karcolt tárgylemezbe helyezük, a betekintéskor a méreteket a cella karcolatai mutatják. Mivel a cella két, egymásra merőleges osztásrendet is tartalmaz, ez a módszer területmérésre is alkalmas. A cella folyadékban lebegő részecskék számlálására is alkalmas: ha folyadékban lebegő részecskéket teszünk a Bürker-cellára, és ezeket egy kis ΔA területen összeszámoljuk, a cella T alapterületének ismeretében kiszámolhatjuk a tárgylemezre juttatott összes részecske N darabszámát,

$$N = \frac{nT}{\Delta A}.$$

Az elektronikus számlálók előtt ezt a módszert alkalmazták vérsejtek számlálására. A Bürker-kamrát szilárd preparátumok esetében is alkalmazhatjuk, az előbbihez hasonló módon távolság- és területmérés céljára.

Az okulármikrométer egy olyan skála, amelyet az okulárban helyeznek el, ezért léptéke különböző objektívek (azaz különböző nagyítások) alkalmával változik. Egy távolság-standarddal (sűrűn karcolt rács vagy Bürker-kamra) segítségével ezért a mikrométert minden egyes objektív esetén külön kalibrálni kell. Ha a mikrométerskála n osztása a valóságban d távolságnak felel meg, a mikrométerskála léptéke d/n [mm/skálárész]. Ha ezután a mért tárgyat m skálárész kiterjedésűnek találjuk, ennek l nagysága kiszámolható:

$$l = d \frac{m}{n}.$$

Digitális képkalkotás esetén a távolságok és területek mérése igen egyszerű. A mikroszkóp objektívje nagyított képet vetít az érzékelő kamerafejre; ha geometriai képtorzítások nem lépnek fel, a keletkező kép minden egyes pixele egyenlő, pontosan meghatározható hosszúságegységnek felel meg. Ez a lépték könnyen meghatározható: ha a kép N darab pixelből álló oldalán a távolság-standard d [mm] hosszúságú szakasza fér, a kép léptéke d/N [mm/pixel, $\mu\text{m}/\text{pixel}$]. A kép két, tetszőleges (x_1, y_1) és x_2, y_2 pontjának l távolsága ezek után kiszámítható:

$$l = d \frac{\sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}}{N}.$$

Az előző adatokból az egy pixelen megörökített ΔA területem is kiszámolható: $\Delta A = (d/N)^2$ [mm²/pixel, $\mu\text{m}^2/\text{pixel}$]. Ha egy kiterjedt objektum M darab pixelre terjed ki, annak valódi területe

$$A = M \left(\frac{d}{N} \right)^2.$$

5.4. Feladatok

Eszközök: 1 db mikroszkóp a hozzá csatlakozó panelkamerával, monitorral, lámpával és ezek tápegységeivel, 3 db tárgylemez, 1 db hitelesítő lemez (kör alakú), 1 db vonalzó

Tárgylemezek: „1” minta: huzal, „2”. minta: hajszál, „3”. minta: élesztógomba

1. Határozza meg a teljes (az objektívtől a monitorig terjedő) képalkotó rendszer nagyítását a következő beállításoknál és módon:
 - a) A „6,3” nagyítású objektívvel, a „Zoom” gomb legkisebb nagyítású állásában (a gomb „8” helyzetében: az óramutató járásának irányában ütközésig elforgatva):
A hitelesítő lemezen (amelyet úgy helyezzen a tárgyasztalra, hogy a rajta lévő írás a megfigyelő felől nézve olvasható legyen!) a szomszédos vonások távolsága $10\ \mu\text{m}$. Mérje meg a kiadott vonalzóval, milyen méretű a képernyőn e skála néhány vonásköznyi (a pontos mérés érdekében a lehető leghosszabb) darabja, és ebből számolja ki a rendszer nagyítását!
 - b) Az „50x” nagyítású objektívvel, a „Zoom” gomb legkisebb nagyítású állásában is határozza meg a rendszer nagyítását a fenti a) pontban leírt módon!
2. Mérje meg a kiadott huzal („1” minta) és hajszál („2”. minta) látszólagos átmérőjét a képernyőn a „6,3x” nagyítású objektívvel, a „Zoom” gomb legkisebb nagyítású állásában! Adja meg az átmérők abszolút értékét a fenti 1. a) pontban meghatározott nagyítás felhasználásával!
3. A kiadott „3”. minta gömb alakú élesztógombákat tartalmaz. Határozza meg a gömbök átlagos átmérőjét (az „50x” nagyítású objektívvel, a „Zoom” gomb legkisebb nagyítású állásában - a rendszer véges feloldóképessége miatt a nagyítást ennél tovább fokozni már nem érdemes (üres nagyítás)), és az átmérő szórását (**1. bevezető**)! Számolja ki az élesztógombák átlagos térfogatát, és a térfogat szórását! Hány darab gomba férne el egy $1\ \text{cm}^3$ -es élesztő-tömbben, ha az élesztőgömböket összepréselnénk, hogy a köztük lévő holtter eltűnjön?

6. fejezet

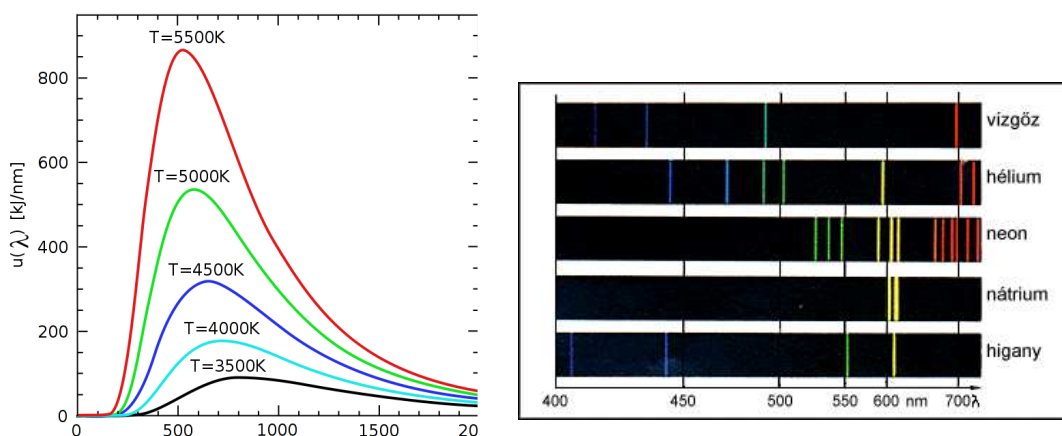
Optikai emissziós spektroszkópia

Minden olyan test, amelynek hőmérséklete az abszolút zérus (0 K) felett van, elektromágneses hullámokat bocsajt ki. A testek ilyen sugárzását általában hősugárzásnak nevezik, de magasabb hőmérsékleten ez a hőmérsékleti sugárzás a látható, sőt az ultraibolya tartományba is átnyúlik (pl. izzólámpák, Nap). A klasszikus fizika nem tudta magyarázni a hőmérsékleti sugárzás spektrális eloszlását. A megoldásra a kvantumfizika kifejlődéséig kellett várni. Max Planck vezette le az abszolút fekete testek sugárzásának spektrumára vonatkozó analitikus egyenletet, amelyet azóta napjainkig használunk. Az egyenlet a következő formában adja meg a spektrális energiaeloszlást:

$$u(\lambda, T) = \frac{8\pi ch}{\lambda^5} \cdot \frac{1}{e^{\frac{hc}{\lambda kT}} - 1},$$

ahol λ a sugárzás hullámhossza, T a test abszolút hőmérséklete, k a Boltzmann-állandó, h pedig a Planck-állandó. Ezen egyenlet segítségével meg tudjuk határozni adott hullámhossz és hőmérséklet esetén a kisugárzott energiát. Abszolút fekete testek a valóságban nem fordulnak elő, de sok esetben jó közelítéssel használhatóak valós testek sugárzásának leírására. Az 1. ábrán $u(\lambda)$ látható, a különböző vonalak a különböző hőmérsékletű fekete testeket jelölik.

6.1. Az emissziós színeképek



Balra: Planck-görbék különböző hőmérsékleten. Jobbra: Néhány anyag vonalas színeképe.

Az emissziós színekép egy sugárzási forrás egységnyi hullámhossz-intervallumban kibocsátott intenzitásának hullámhossz szerinti eloszlása. Emissziós színeképe gerjesztett atomoknak vagy molekuláknak

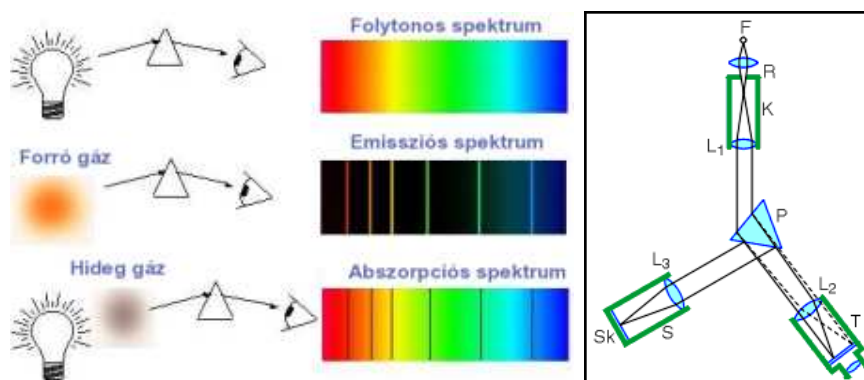
van. Az atomon belül az elektronok a különböző elektronhéjak között mozoghatnak, ha energiát kapnak, vagy adnak le. Az energia elnyelés vagy leadás általában egy foton formájában történik. Ha egy elektron egy magasabb energiaszintről egy alacsonyabbra kerül, fotont sugároz ki. Ennek a fotonnak az energiája megegyezik a két energiaszint közötti energiakülönbséggel. Einstein óta tudjuk, hogy egy foton energiája és hullámhossza(frekvenciája) között összefüggés van. Ez a következő formában írható fel: $E = h \cdot \nu$, ahol E a foton energiája, ν a foton frekvenciája, h pedig a Planck-állandó. Könnyen látható így, hogy az elektronhéjban adott energia különbség adott frekvenciájú (és hullámhosszú) fotont fog eredményezni. Mivel minden atomban más és más az az elektronhéjak energiaszintje, ezért minden atom más hullámhosszú fotont képes kibocsájtani, így a gerjesztett anyagok spektroszkópiai vizsgálata elárulhatja az adott anyag összetételét. Gerjesztett molekulák esetén kicsit másabb a helyzet, mivel a kötések miatt az elektronhéjak megváltoznak az eredeti atomos héjhoz képest. Ilyenkor a színekben nem emissziós vonalakat, hanem emissziós sávokat láthatunk. A sávok kialakulásába beleszólhat még a molekulák rotációja és vibrációja. Ezek változása illetve jelenléte befolyásolja a végső spektrumot.

Vonalas színeképet lehet még létrehozni LED-ek, azaz fénykibocsátó diódák segítségével is. A dióda n és p típusú félvezető anyagból, azaz elektronhiánnyal és elektrontöbblettel rendelkező félvezető anyagból áll. A legegyszerűbb diódákat egyenirányításra használják. A fénykibocsátó diódák esetén ha nyitó irányú áramot kötünk a diódára, akkor az elektronok a p rétegbe érve betöltik a lyukakat, rekombináció lép fel és így a dióda az anyagi minőségére jellemző hullámhosszúságú fényt bocsát ki.

6.2. Abszorpció és fluoreszcencia

Ha egy feketetest spektrumot úgy vizsgálunk, hogy a test fénye áthalad egy ritka gáz közege, vagy híg folyadékban, azt tapasztaljuk, hogy az egyébként folyamatos spektrumban fekete vonalak keletkeznek. Ezek a vonalak abszorpciós, vagy elnyelési vonalak. Az atomban egy foton elnyelődése függ az atom elektronhéjaitól, ugyan úgy, mint a kibocsátás. Adott energiájú fotont akkor tud elnyelni egy atom, ha van az elektronjai között olyan, amelyik képes két megfelelő elektronhéj között mozogni, amelyek energiakülönbsége megegyezik az elnyelt foton energiájával. Látható, hogy egy gáz emissziós és abszorpciós színeképe komplementerek, vagyis ahol az emissziós színekben világos vonalak vannak, ott az abszorpciós színekben sötét vonalak. Ezt illusztrálja a 6.1. ábra.

Az abszorpció és az emisszió egyik igen érdekes "keveréke" a fluoreszcencia. Ekkor a beérkező fotonok gerjesztik az atomokat és a molekulákat, ezek elektronjai magasabb energiaszintre kerülnek, majd szinte azonnal vissza is ugranak egy alacsonyabb energiaszintre, de nem arra, amelyről elindultak (kicsit magasabbra). Így a beérkező, elnyelt fényenél nagyobb hullámhosszúságú fényt bocsátanak ki. Az effektus általában addig figyelhető meg, ameddig van megvilágítás.



6.1. ábra. Balra: az emisszió és abszorpció összehasonlítása. Jobbra: a spektroszkóp felépítése.



Balra: a gyakorlat eszközei; közepén: a fényforrásokat és küvetta tartalmazó kombinált fényforrás a kondenzor felől; jobbra: ennek belső felépítése

6.3. A spektroszkóp felépítése

Ahhoz, hogy a színképvonalakat vizsgálni tudjuk, fel kell bontani a fényt hullámhossz szerint. Ezt megtehetjük optikai ráccsal, vagy prizmával. Jelen gyakorlat során prizmás spektroszkóp áll a rendelkezésünkre. A prizma a diszperzió jelensége miatt képes felbontani a fényt. Mivel az üveg törésmutatója függ a fény hullámhosszától, a prizma a különböző hullámhosszú fénysugarakat más és más irányba továbbítja. A prizmás felbontás nagyobb fényerőt biztosít, de a felbontás nem lineáris. Ezt a típusú spektroszkópot Kirchoff és Bunsen fejlesztette ki 1859-ben. A műszer tökéletesen megfelel spektrumok vizuális tanulmányozására.

A 6.1. ábrán látható a spektroszkóp sematikus rajza. Főbb részei: P a prizma, K a kollimátorcső, R a rés, L_1 az akromatikus gyűjtőlencse, az L_2 objektív és az okulár alkotja a T távcsövet, S a skálacső, S_k pedig az átlátszó skála.

A vizsgálandó fény az F fényforrásból érkezik a Résre, az L_1 lencse kollimálja (párhuzamosítja) a P prizma spektrálisan felbontja, majd onnan a T távcsőbe jut, aminek a végén elhelyezett okulár segítségével szabad szemmel is megvizsgálható a spektrum. Az $S - k$ skálát külső fényforrással megvilágítjuk, és az L_3 lencse segítségével a prizma hátsó lapja a távcsőbe reflektálja, így a spektrum(vonalak) mellett a hitelesítendő skála is megjelenik a látómezőben.

A spektroszkóp egyenlő beosztású skáláját a mérés megkezdése előtt hitelesíteni kell. Ehhez ismert hullámhosszú spektrumvonalakat kell keresni. A laborban ezt legkönnyebben spektrálművek segítségével tehetjük meg. A hitelesítéshez 3 féle spektrálművek áll rendelkezésre, Hg-Cd, He és Na lámpa. Mindegyik lámpa ismert hullámhosszú emissziós vonalakat bocsát ki. A spektroszkóp R rése elé helyezve valamelyik spektrálművet, emissziós vonalakat látunk. Egy mellékelt táblázat segítségével minden egyes lámpa esetén be lehet azonosítani a fényesebb vonalakat. Ezután minden vonalhoz leolvassuk a hozzá tartozó skálaértéket, majd milliméter papíron ábrázoljuk a skálarész függvényében a hullámhosszt. Ezzel kész a hitelesítési görbe, így a későbbiekben egy ismeretlen vonal hullámhosszát meghatározhatjuk ha leolvassuk a hozzá tartozó skálarészt, majd a skálarész értéke alapján a hullámhosszt a hitelesítési görbén.

6.4. Feladatok

Eszközök: spektroszkóp, 3 db spektrálművek tápegységgel, 1 db kombinált fényforrás (izzólámpa és két LED) és az ehhez tartozó tápegység, 1 db küvetta, fluoreszcein-oldat.

1. A He-Ne-, Hg-Cd- és Na-spektrálművek segítségével vegye fel a spektroszkóp hitelesítési görbét, és ábrázolja azt milliméterpapíron!
2. Helyezze a spektroszkóp rése elé a LED-eket tartalmazó dobozt (távolítsa el a küvetta!), kapcsolja be a vörös LED-et, és állapítsa meg emissziós sávjának hozzávetőleges hullámhossz-határait (-tól, -ig)!

3. Vizsgálja meg az izzólámpa spektrumát! Milyen hullámhossznál helyezkednek el a látható fény különböző színű komponensei (vörös, sárga, zöld, kék)? Tapasztalatait írja jegyzőkönyvébe!
4. Helyezze a fluoreszcéint tartalmazó vizes oldatot a küvettatartóba, kapcsolja be az izzót, és írja jegyzőkönyvébe tapasztalatait! Állapítsa meg a fluoreszcéin abszorpciós sávjának hozzávetőleges hullámhossz-határait (-tól, -ig)!
5. Kapcsolja ki az izzót, oldalról világítsa meg az oldatot a kék LED -del! Írja le, mit lát! Hasonlítsa össze a fluoreszcencia színeképek helyzetét a fluoreszcenciát gerjesztő kék LED emissziójának hullámhosszával! Magyarozza meg a látottakat!

7. fejezet

Optikai abszorpciós spektroszkópia



Balra: A spektrofotométer kezelőszervei; jobbra: a küvettház belülről: a fényforrás kilépő rekesze és a küvettatartó a küvettakocsin

A molekulák szerkezetének tanulmányozása szempontjából fontos a molekulák által elnyelt elektromágneses sugárzás vizsgálata, amelyből a molekulák lehetséges (rezgési-forgási) energiaállapotaira lehet következtetni. Hasonlóan az előző gyakorlatban megismert emissziós színekhez, a kisnyomású gázok színe diszkrét vonalakkal áll, amelyet áthaladó fény esetén abszorpcióban figyelhetünk meg. A színek vonalai háromféleképpen jöhetnek létre. A gázmolekula valamely elektronja egy foton felhasználásával magasabb gerjesztettségű állapotba kerülhet. Mivel a molekulában egy elektronnak csak véges számú energiaállapota lehetséges, csak bizonyos, jól meghatározott hullámhosszú fotonok tudnak a kölcsönhatásban részt venni. Ekkor az áthaladó fényből ezek a meghatározott hullámhosszú fotonok hiányoznak, a színekben néhány jellegzetes abszorpciós vonal jön létre. A fotonok azonban nemcsak az elektronokat tudják gerjeszteni: a molekula a kötések rezgési és forgási állapotaival is rendelkezik. Ezekre az energiaszintekre is vonatkoznak bizonyos kiválasztási szabályok, így ezeket a rotációs-vibrációs átmeneteket is csak bizonyos hullámhosszú fotonok gerjeszthetik. Végeredményben ritka gázokban jellegzetes, vonalas színeképet figyelhetünk meg, az elektronállapotokhoz, valamint a rotációs-vibrációs átmenetekhez tartozó vonalsorozattal.

Nagy nyomású gázoknál a szomszédos molekulák kölcsönhatása egyre erősebbé válik, a szomszédos molekulák hatása miatt pedig az egyedi molekulák energiaszintjei bizonyos irányban módosulhatnak. Mivel a különböző molekulák lokális környezete különböző, az abszorpciós vonalak közelébe eső fotonok

is egyre inkább részt vesznek a gerjesztésben: az abszorpciós vonal kiszélesedik, abszorpciós sávva alakul. A rotációs sávszerkezet mindig, a rezgési sáv szerkezet a legtöbb esetben eltűnik, és az abszorpciós színek lényegében egy diffúz sávva válik, amelyben azonban az intenzitás-viszonyok a hullámhossztól függenek, és az oldat összetételére jellemzők.

Az abszorpciós színek meghatározó szerepet töltenek be az analitikai kémiában anyagok azonosítása és koncentráció meghatározása céljából. Ám az alkalmazás egészen széleskörű: hasonló módon, abszorpciós színekkel lehet pl. a csillagok anyagi összetételére, sőt, hőmérsékletére és felszíni gravitációs gyorsulására is következtetni.

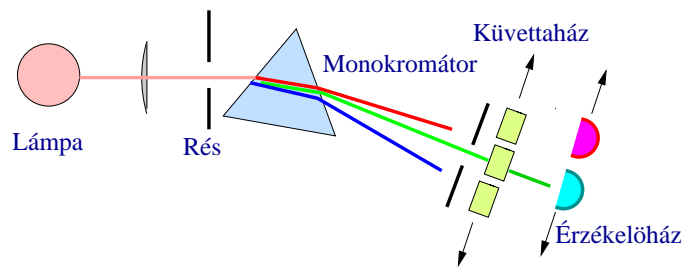
Az oldatok abszorpciós színekének kvantitatív leírására a κ_λ abszorpciós együtthatónak vagy ϵ_λ extinkciós koefficiensnek a hullámhossz szerinti függése (spektruma) szolgál. Ha d vastagságú párhuzamos monokromatikus fénynyaláb esik, a d rétegből kilépő fény intenzitása I . Ha az elnyelő anyag koncentrációja (pl. mol/l-ben) c , akkor

$$I = I_0 e^{-\kappa_\lambda \cdot d} = I_0 10^{-\epsilon_\lambda \cdot c \cdot d}$$

Ebből az extinkció értéke $E_{10} = \lg I_0/I = \log 1/T$, ahol $\epsilon_\lambda = E_{10}/cd$ az egy mólnyi oldott anyagra eső abszorpciós együttható, amelyet moláris dekadikus extinkciós koefficiensnek nevezünk, T a transzmisszió. Néhány esetben (ha az oldott anyag molekuláris állapota a koncentráció változásával megváltozik) ϵ_λ a koncentrációtól függ, egyéb esetben azonban független attól. Ha ϵ_λ c -től függ, akkor koncentráció-változás okozta kémiai változásra (pl. disszociációra, asszociációra, stb.) lehet következtetni. Ha az ϵ_λ c -től független, akkor abszorpció mérésből az oldat koncentrációját lehet meghatározni.

A gyakorlaton használt Spektromom 195 D spektrofotométer cseppfolyós és szilárd anyagok átbocsátási együtthatóinak mérésére alkalmas, a színek 185-1300 nm-ig terjedő tartományban. A mérés null-módszerrel történik, kompenzációs elven, mérő potenciométer biztosítja a mérés megfelelő pontosságát. Az adott hullámhosszú fényt monokromátorral állítjuk elő, amely a prizmán felbomló fény egy keskeny szeletének kiválasztásán alapul.

7.1. A műszer felépítése



A spektrofotométer Működési elve

A műszer 5 fő egységből áll.

Lámpaház: a fényforrás 6 V, 35 W-os wolframlámpa. Ennek fénye kerül a mérőrendszerbe, a résen keresztül.

Rés: A lámpa fényét optikai rendszer képezi le a belépő résre; ennek méretét állítva szabályozhatjuk a mérendő anyagra eső fény mennyiségét. A rés vezérlő berendezése nagy áttétel segítségével igen finom beállítást tesz lehetővé.

Monokromátor: A résen belépő nyalábot a kollimátortükör egy prizma felé vetíti, amely azt felbontja. A tükörobjektív a felbontott fénynyalábot a kilépő résre vetíti, amely csak egy keskeny hullámhossztartományt enged át, előállítva azt a hullámhosszú fényt, amelyen az abszorpciót meg akarjuk határozni.

Küvettaház: A fénysugár ezután a küvettaházba jut, és a küvettákban lévő anyagokon halad keresztül. A váltókerékkel működtethető küvettakocsi négy minta mérését és összehasonlítását teszi lehetővé.

A küvettaház oldallapjába egy zárszerkezet van beépítve. Ha a fedelet felnyitjuk, akkor egy lemez kerül a sugárútba, és lezárja az érzékelőház ablakát.

Érzékelőház: Csukott fedél esetén a fénysugár az érzékelőházba jut, ahol egy fotocella megméri a fény intenzitását. A fotocellák hullámhosszonként változó érzékenysége miatt két fotocella választható a méréshez: ha a fotocellaváltó gombot a kék jelzésre állítjuk, akkor a kékérzékeny fotocella, ha a vörös jelzésre, akkor a vöröserzékeny fotocella van bekapcsolva.

7.2. A mérés menete

A műszert bekapcsoljuk, és pár percig várunk, hogy bemelegedjen. Ezek után a sötétáramot kell beállítani. A küvettaház felhajtott fedele mellett a sötétáram-állító (dark current) gombot addig forgassuk, amíg a kijelző pontosan 0 értéket mutat. Ezután kezdődhet a mérés. (A mérés alatt a sötétáram stabilitását célszerű időnként ellenőrizni, szükség esetén ismételten beállítani.)

A küvettaház fedelét lecsukjuk, és a váltókerékkel kiválasztjuk a desztillált vizet (mint tiszta oldószert) tartalmazó küvettát – ehhez fogjuk hasonlítani az oldat abszorpcióját. A hullámhossz-állító kerékkel (wavelength) beállítjuk a kívánatos hullámhosszat (az aktuális hullámhossz a leolvasóablakban látható nm-ben), majd az üzemmód kapcsolót transzmisszió (T%) módra állítjuk. Ezek után a rést addig állítjuk a durva- és finomállító gombokkal (slit és 100% fine), amíg a desztillált víz transzmissziójára 100% érték jelenik meg a kijelzőn.

A különböző oldatokat ezek után lehet megmérni: a váltókerékkel egymás után beállítjuk a küvettákat, és egyszerűen leolvassuk a rájuk vonatkozó transzmissziót százalékban. Ha végeztünk, új hullámhosszra való áttéréskor ismét állítsuk be a desztillált vizet tartalmazó küvettát a fényútba, majd a hullámhossz-állítót és a rés szélességét kell beállítani a megfelelő módon, és leolvashatjuk a transzmissziót az új hullámhosszon.

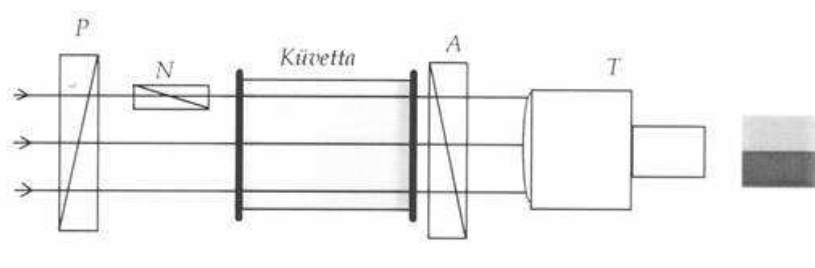
7.3. Feladatok

Eszközök: MOM 195 D spektrofotométer, Küvettakocsi, Küvetták, Desztillált víz, Tionin $2,5 \cdot 10^{-2} \text{ mol/m}^3$ koncentrációjú vizes oldata.

1. Kapcsolja be a spektrofotométert (ld. a mellékelt használati utasítást!), és kb. 10 perc bemelegedés után kompenzálja a sötétáramot!
2. Mérje meg a kiadott tionin-oldat transzmisszióját a 450–650 nm spektrumtartományban (10 nm lépésközzel)!
3. Rajzolja fel a tionin transzmissziós spektrumát!
4. A transzmisszió mért értékeiből számítsa ki a tionin moláris dekadikus extinkciós koefficiensét a vizsgált hullámhosszakon, és ábrázolja milliméterpapíron a tionin abszorpciós spektrumát!

8. fejezet

Kiralitás és optikai aktivitás. Polarimetria



8.1. ábra. A gyakorlathoz használt polariméter. Balra a műszer, jobbra a belső szerkezete látható.

Egyes anyagok a rajtuk átbocsátott lineárisan poláros fény síkját elforgatják, ezt a tulajdonságot optikai aktivitásnak hívjuk. A rezgési sík elforgatása a következőképpen értelmezhető: a lineárisan poláros fény a közegbe való belépéskor két, cirkulárisan - jobbra és balra - poláros sugárra bomlik. Ezek sebessége az optikailag aktív anyagban különböző, úgyhogy az anyagból való kilépésnél fényvektoraik viszonylagos helyzete más, mint a belépésnél, és ezért ismét összetevődve más síkban poláros eredő rezgést adnak. A jelenség kristályoknál a kristályszerkezettel, más anyagoknál pedig az egyes molekulák felépítésével magyarázható. Így pl. optikailag aktívak mindazok a szerves anyagok, amelyeknek molekulái egy aszimmetrikus szénatomot tartalmaznak, olyan C-atomot, amelynek négy vegyértéke négy különböző atomcsoporttal kapcsolódik. Legyen a C-atomhoz kapcsolódó 4 különböző atomcsoport: A, E, D, E. Ekkor a vegyértékszögeknek megfelelően kétféle elrendezés lehetséges, amelyek egymásnak tükörképei. E kétféle molekula forgatóképessége egyenlő nagyságú, de ellentétes irányú, optikai izomereknek nevezzük őket. Megállapodás szerint, ha az óramutató járásával egyező irányban forog az anyag, akkor jobbraforgató, ellenkező esetben balraforgató. Ha a kétfajta molekula egyenlő arányban alkot egy keveréket, akkor - a két ellentétesen előidézett forgatás miatt - az anyag optikailag inaktív lesz, az ilyen anyagot racemátnak nevezzük.

Az elforgatás szöge függ a fény hullámhosszától, a réteg vastagságától, koncentrációjától és hőmérsékletétől. Ha 1 dm hosszúságú csőben olyan oldatot helyezünk el, amelynek 100 cm³-ében c gramm oldott anyag van, az elforgatás szöge:

$$\alpha = \alpha_{NaD}^{20^\circ} \frac{c \cdot l}{100\%},$$

ahol $\alpha_{NaD}^{20^\circ}$ a specifikus vagy fajlagos forgatóképesség, amelyet a nátrium-színkép D-vonalának hullámhosszán ($\lambda=589,3$ nm) 20 °C-on mérünk, amely az 1 dm hosszú, 1%-os koncentrációjú oldat által létrehozott szögelfordulással (α) számértéke egyenlő (pl. nádcukor esetén ez 66,5 fok). Egyes esetekben az elforgatás szögének mérését 20 °C-tól eltérő hőmérsékleten és más hullámhosszon is előírhatják.

A fenti összefüggés alapján tehát az elforgatás szögének méréséből az oldatok cukortartalma meghatározható:

$$c = \frac{100\% \cdot \alpha}{\alpha_{NaD}^{20^\circ} \cdot l}$$

Az elforgatás mérésére való készüléket polariméternek, speciálisan a cukortartalom mérésére szolgálót, szacchariméternek hívják. Ennek működési elve a következő (8.1. ábra).

A fényforrás párhuzamosított fényét a P polarizátor lineárisan polárossá alakítja. A P polarizátor után elhelyezkedő N polarizátor polarizációs síkja a P-ével néhány fokos (d) szöget zár be. A P-nél kisebb méretű N polarizátor csak a fényút egyik felében van elhelyezve, így a megfigyelő távcsőben a látótér két része általában különböző megvilágítású. Ha az A analizátort a fénynyaláb, mint tengely körül forgatjuk akkor a P-hez képest a $d/2$ és a $180^\circ+d/2$, valamint a $90^\circ+d/2$ és a $270^\circ+d/2$ szöghelyeken a látómező két fele egyező megvilágítású lesz. Az utóbbi két pozícióban a látótér sötétebb.

Vizuális megfigyelésnél a keresztezett polarizátor állás (teljesen sötét látómező) tökéletesen nem állítható be, mivel a keresztezett állás kis környezetében történő változásokat a szem nem tudja felfogni. Ezt a pontatlanságot kerülhetjük el a fentiekben ismertetett félárnyék észleléssel, amikor is a látómező két, egymással határos felét azonos megvilágításúra állítjuk be. Ezzel a technikával könnyen elérhető a 0,1%-os pontosságú beállítás is.



8.2. ábra. Bal panel: a polariméter látómezejének két lehetséges állása: balra a félhold alakú látómezőben átmenő fény mutatja, hogy a műszer átengedi a poláros fény egy részét – jobbra mindkét félkör félárnyékos, helyesen állapítottuk meg a poláros fény síkját. Ilyenkor a forgatás szögét a nóniusz segítségével lehet leolvasni (jobb panel; ebben a beállításban 6,74°).

8.1. A mérés menete

Kapcsoljuk be a műszer fényforrását. Keressük meg az egyenlően sötét látótérhez tartozó szöget (nullhelyzet, 8.2. ábra). A mérendő oldatot öntsük buborékmentesen a tartócsőbe, zárjuk a fedőlemezt és töröljük szárazra külső felületüket. Helyezzük a megtöltött tartócsövet a szacchariméterbe és ismételten keressük

meg az egyenlően sötét látótérhez tartozó szöveget. A megadott összefüggés alapján számítsuk ki az α_{NaD}^{20} fajlagos forgatóképességet.

- csak a baloldali ablakot nézze (balszemmel)!
- a 0° (és ne a 180°) körüli „átcsapást” figyelje!

8.2. Feladatok

Eszközök: 1 db polariméter, 2 db küvetta (1 ill. 2 dm hosszúak; mindkét végükön lecsavarozható fejjel és tömítéssel), 1 db tálca, 1 db törülköző, 1 üveg desztillált víz, ismert koncentrációjú cukoroldatok, ismeretlen koncentrációjú cukoroldat.

1. Határozza meg a polariméter zéruspontját desztillált víz segítségével (a továbbiakban ezzel az értékkel korrigálnia kell mérési eredményeit)!
2. Mérje meg az ismert koncentrációjú oldatok elforgatási szögét mindkét küvettával!
3. Ábrázolja az elforgatás szögét a koncentráció függvényében (a két küvettával kapott eredményeit ugyanarra a grafikonra rajzolja!), majd az illesztett egyenesek meredekségéből határozza meg az oldat fajlagos optikai forgatóképességét¹! Állapítsa meg (a hátoldali táblázat alapján), milyen cukorból készült az oldat!
4. Mérje meg az ismeretlen koncentrációjú oldat elforgatási szögét, majd abból határozza meg a koncentrációját!

¹ az $[\alpha]_{\lambda}^t$ fajlagos optikai forgatóképesség SI egysége az $1 \text{ rad} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-1}$ (a gyakorlatban ennek ezredrészét, az $1 \text{ mrad} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-1}$ egységet alkalmazzák)

A Gyógyszerkönyv azonban megmarad az alábbi, hagyományos definíció mellett (noha, azon túlmenően, hogy ez eltér az SI nemzetközi szabványtól, még dimenzionálisan is rossz, így alkalmazása fizikai műhiba...), ezért kényszerűségből a gyakorlaton mi is ezt használjuk:

“Oldott anyagok $[\alpha]_{NaD}^{20}$ fajlagos optikai forgatóképessége a polarizáció síkjának fokokban ($^\circ$) megadott elforgatási szöge (eszerint $[\alpha]_{NaD}^{20}$ egysége: 1°), amely az Na D-vonala hullámhosszán, 20°C -on mérendő, és 1 dm rétegvastagságú, 1 g/ml koncentrációjú oldatra számolandó”

9. fejezet

Radioaktív sugárzás abszorpciója



9.1. ábra. Az ólomtorony és a szcintillációs számláló

A természetes radioaktív anyagok esetében háromféle sugárzást lehet megkülönböztetni. Erre egyszerű kísérlet, hogy ólomtömbbe fűrt üregbe zárt radioaktív preparátumnak a doboz kis nyílásán kilépő sugárzását erős elektromos vagy mágneses tér hatásának vetjük alá. Kimutatható, hogy a sugárnyaláb mágneses térben három részre oszlik: az α -sugarak viszonylag kevéssé és olyan irányban térülnek el, mint a pozitív ionokból álló csősugarak, a β -sugarak eltérése jóval nagyobb, és olyan értelmű, mint az elektronsugaraké, végül a γ -sugarak irányváltozás nélkül haladnak, miként a röntgensugarak.

Az α -részecskék két pozitív elemi töltésű héliumionok (He^{++} -ionok). Az eltérítési mérések alapján az α -részecskék kezdeti sebessége a kibocsátó radioaktív anyagtól függően $1,4 \cdot 10^9$ cm/s - $2,1 \cdot 10^9$ cm/s, azaz a fénysebességnek kerekén 5–7%-a. A sebesség helyett rendszerint a kinetikai energiát ($m_\alpha v^2/2$) adják meg, millió elektronvolt (MeV) egységben. Az α -részecskék kinetikai energiája 4 és 9 MeV között van.

A β -sugárzás az eltérítési kísérletek értelmében elektronokból áll, más szóval a β -részecskék elektronok. Egy meghatározott radioaktív anyag kibocsátotta β -részecskék sebessége tág határok között bármely értéket felvehet (a „sebességspektrum” folytonos), a maximális sebesség egyes anyagok esetében a fénysebesség 99%-át is meghaladja. A β -részecskék maximális kinetikai energiája a kibocsátó anyagtól függően néhány keV és több MeV közötti érték.

A γ -sugárzás a kristályokon fellépő elhajlás és más jelenségek tanúsága szerint igen kis hullámhosszúságú, azaz nagy frekvenciájú elektromágneses sugárzás, más szóval nagy energiájú fotonokból, γ -fotonokból (γ -kvantumokból) álló sugárzás. A γ -fotonok energiája rendszerint 0,01-4 MeV között van.

Az α -, β -részecskék és γ -sugarak intenzitása az anyagon való áthaladásuk során – az anyaggal történő kölcsönhatás következtében – csökken. Erősebb ionizáló hatásnak nagyobb abszorpció, azaz kisebb áthatolóképesség felel meg. Nagy, >9 MeV energiájú α -részecskéket kb. 10 cm vastag levegő-, vagy 0,05 mm vastag alumínium réteg, közepes, >1 MeV energiájú β -részecskéket kb. 4 m-es levegő, vagy 2 mm-es alumínium réteg teljesen elnyeli. A γ -sugárzás viszont több száz méteres levegő, vagy több deciméteres alumínium rétegen is áthatol.

Az α -sugárzás I intenzitása a sugárforrástól mért x távolság függvényében eleinte állandó, majd hirtelen csökken. Azt a távolságot, amelyet az α -részecske az abszorbensben megtesz, hatótávolságnak nevezük. A közepes hatótávolságot ($d_{1/2}$) azzal a távolsággal definiálják, amelynél a részecskék száma eredeti értékük felére csökken. A β -sugárzás I intenzitása az abszorbens x vastagságának függvényében eleinte exponenciálisan csökken, majd nagyobb távolságban (vagyis a legmesszebb hatoló legnagyobb energiájú β -részecskékre nézve) eléri a zérust. A maximális hatótávolság az a rétegvastagság, amelyen túlra a β -sugarak nem jutnak el. A γ -sugárzásnál az intenzitás exponenciális csökkenése mindvégig fennáll, ezért az előző értelemben vett hatótávolságról nem is lehet beszélni.

9.1. A β -sugárzás hatótávolságának meghatározása



9.2. ábra. Az alumíniumfóliák behelyezése és kivétele csipesszel történik! **A preparátumot TILOS elmozdítani a gyakorlat folyamán!**

A radioaktív magok β -sugárzása nagy sebességű elektronokból áll. A β -bomlás során az atommagban egy neutron átalakul protonná és közben egy elektron és egy antineutrínó keletkezik. Az antineutrínó keletkezése miatt a β -részecskék energiája nem lesz jól meghatározott, hanem folytonos energiaeloszlást mutat. A β -spektrum felső határa (E_{max}) azon esetnek felel meg, amikor a teljes energiát az elektron viszi el. Meg kell jegyezni, hogy a β -bomlás során a leányelem (a végmag) gyakran gerjesztett állapotú, ekkor az elektron kibocsátását egy γ -kvantum emissziója követi.

Ha a β -részek anyagon haladnak keresztül, energiájuk lecsökken. A gyengülés három alapvető kölcsönhatás eredménye: a β -részek ionizálják vagy gerjesztik a közeg atomjait (ionizációs veszteség), rugalmas szóródást szenvednek a közeg atommagjain, illetve atomi elektronjain (*Coulomb* veszteség), nagyobb energiáknál fékezési sugárzás révén kisugározzák energiájukat (radiációs veszteség).

A hatótávolság az az anyagvastagság, amely ahhoz szükséges, hogy az anyagréteg felületére merőlegesen beeső részecskék teljesen lefékeződjenek.¹

Ha az abszorbens vastagságának függvényében ábrázoljuk az abszorbensen áthaladt β -részecskék számának a beesők számához viszonyított arányát, az ún. transzmissziós görbét kapjuk. A β -sugárzás intenzitásváltozására közelítőleg az

$$I = I_0 e^{-\mu x} \quad (9.1)$$

összefüggés írható fel, ahol I_0 , illetve I a sugárzás intenzitása az anyagon való áthaladás előtt és után, x az abszorbens rétegvastagsága [hosszúság], μ a lineáris abszorpciós együttható [cm^{-1}].

Tapasztalat szerint kis rendszámú ($Z \leq 13$) elemeknél a μ lineáris abszorpciós együttható arányosnak tekinthető az abszorbeáló közeg ρ sűrűségével. Ebből adódóan célszerű a kettő hányadosával számolni:

$$\mu' = \frac{\mu}{\rho}, \quad (9.2)$$

amelynek neve **tömegabszorpciós együttható**, mértékegysége m^2/kg . A tömegabszorpciós együttható közelítőleg független az abszorbens anyagi minőségétől. Ez szigorúan nem érvényes, de sok esetben a számításoknál megengedhető feltételezés, mivel a $Z \leq 13$ rendszámú elemeknél a tapasztalat szerint

$$\mu' \approx \frac{35Z}{M_A E_{max}^{1,14}}, \quad (9.3)$$

ahol M_A az abszorbens relatív atomtömege. Minthogy a rendszám közelítőleg a tömegszám fele:

$$Z/M_A \approx 0,5, \quad (9.4)$$

A $Z \leq 14$ esetben

$$\mu' \approx \frac{7,7Z^{0,31}}{E_{max}^{1,14}} \quad (9.5)$$

azaz nagyobb rendszámú elemeknél már nem tekinthetünk el a rendszámfüggéstől (az anyagi minőségtől). A tömegabszorpciós együttható segítségével definiálhatjuk az elnyelő közeg ún. **felületi sűrűségét**:

$$x' \equiv \rho x, \quad (9.6)$$

ekkor

$$\mu x = \mu' x', \quad (9.7)$$

vagyis az elnyelési egyenlet

$$I = I_0 \cdot e^{-\mu' x'} \quad (9.8)$$

alakba írható. A sugárzás intenzitása exponenciálisan csökken. Az $\ln(I/I_0) - x$ (vagy $-x'$) egyenes meredekségéből a μ (vagy μ') abszorpciós koefficiens meghatározható. A 9.2. absz. koefficiens ismeretében a felezési rétegvastagság egyszerűen számítható:

$$d_{1/2} = \frac{\ln 2}{\mu} \approx \frac{0,693}{\mu}, \quad (9.9)$$

$$d'_{1/2} = \frac{0,693}{\mu'}. \quad (9.10)$$

A valóságban a fenti egyenlet nem pontos, az $\ln(I/I_0) - x$ ($-x'$) függvény nem egyenes, hanem a legtöbb esetben lefelé görbül. Ennek az a magyarázata, hogy az energia csökkenésével a fajlagos ionizáció nő, tehát a gyengülés rohamosabb. Sok esetben a görbe a hatótávolságnak megfelelő rétegvastagság közelében csaknem függőlegesbe megy át. Ilyen esetben a hatótávolság viszonylag pontosan meghatározható. Gyakran előfordul az az eset is, hogy a görbe vége a vízszintes felé hajlik. Ez a β -sugárzást kísérő, nagy áthatolóképeségű γ -sugárzás jelenlétére utal.

¹ Ez a mennyiség azon nehéz töltött részecskék esetén tekinthető meghatározottnak, amelyek pályája az anyagban egyenes. Ugyanakkor a mag Coulomb terében való többszörös szóródás következtében az elektron útja az anyagban zezugos. Az intenzív szóródás következménye, hogy az egyenlő kezdeti energiájú β -részek különböző mélységet érnek el. A fentiekből érthető, hogy az elektronok hatótávolsága a részecskék energiájának nem olyan egyértelmű függvénye, mint a nehéz töltött részecskéké.

9.2. β -sugárzás maximális energiájának meghatározása

A β -részecskék maximális energiájának meghatározására a legpontosabb módszer a β -részecskék energiaspektrumának felvétele. Erre a célra különböző spektrométereket alkalmaznak. Ez a módszer azonban nagy pontosságú berendezéseket igényel, ezért azokban az esetekben, amikor E_{max} igen pontos meghatározása nem követelmény, az abszorpciós módszert alkalmazzuk. Az abszorpciós együttható, mint fentebb láttuk ((9.3),(9.4)), a sugárzás maximális energiájától függ. Alumínium abszorbens esetén a 9.3 és a 9.4 egyenlet a következő egyszerűbb alakba írható:

$$\mu' (cm^2/g) \equiv \mu/\rho \approx 17 \cdot E_{max}^{-1,14} (MeV) . \quad (9.11)$$

A D' hatótávolság és a maximális energia között az alább felsorolt empirikus összefüggések állnak fenn:

$$\begin{array}{ll} D' = \frac{2}{3} E_{max}^{5/3}, & \text{ha } E_{max} < 0,2 \\ D' = 0,407 E_{max}^{1,38}, & \text{ha } 0,15 < E_{max} < 0,82 \\ D' = 0,542 E_{max} - 0,133, & \text{ha } 0,8 < E_{max} < 1,0 \\ D' = 0,571 E_{max} - 0,161, & \text{ha } E_{max} > 1,0 \end{array}$$

Az összefüggésekben az E_{max} energia MeV-ban, a D' hatótávolság g/cm^2 , a μ' tömegabszorpciós együttható cm^2/g egységben értendő. Az E_{max} és D' a radioaktív anyagra jellemző és nem függ az abszorbeáló anyag anyagi minőségétől ($Z \leq 13$). A $D = D'/\rho$ a ρ sűrűségű (egysége g/cm^3) abszorbens cm-ben mért hatótávolságát adja.

Az alábbi táblázatban néhány fontosabb β -sugárzó izotóp fontosabb paramétereit tüntettük fel.

Izotóp	Felezési idő (nap)	Maximális energia (MeV)
^{45}Ca	165	0,255
^{35}S	88	0,167
^{185}W	75	0,430
^{131}I	8,1	0,606
^{204}Tl	3,8 (év)	0,766

Az abszorpciós görbe felvételénél a β -részek számlálása szcintillációs számlálóval történik (9.1. ábra). A számláló egy mérőközegeből (szcintillátor) és egy fotodetektorból áll: a beérkező elektronok fényvillanásokat keltenek a szcintillátorban, amelyeket a fotodetektor elektromos jellé alakít. Ezt elektronikusan feldolgozva visszaalakíthatjuk beütésszámokká, amely megmutatja, hogy hány elektron keltett a közegben jól megfigyelhető felvillanásokat.

A mérésnél az alumínium abszorbenseket a preparátum főlé kell helyezni (9.2. ábra). A detektor kímélése érdekében a gyakorlat végén tegyük a legvastagabb a preparátum fölé! **A preparátumot a gyakorlat folyamán nem szabad elmozdítani, az ólomtoronyból kivenni, különösen pedig megérinteni szigorúan tilos!**

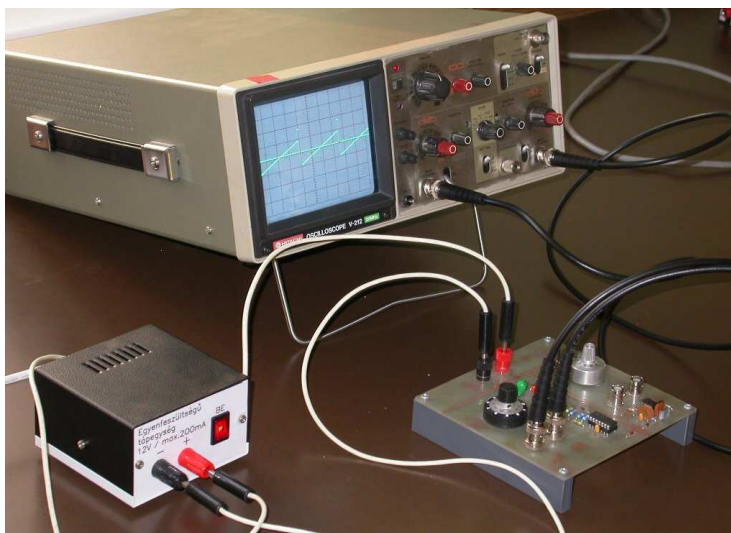
9.3. Feladatok

Eszközök: 1 db ólomtorony, 1 db szcintillációs számláló, Al fólia-sorozat, 1db csipesz.

1. Mérje meg a kiadott β -sugárzó preparátum intenzitását az alumínium abszorbens rétegvastagságának függvényében!
Méréseihez válasszon 100s integrációs időt (ellenőrizze: a bal felső panelen 100,00 másodperc, Time base = sec, Preset = time)! (PMT H.V. = 1,25 kV)
2. Linearizálva ábrázolja az intenzitást az abszorbens rétegvastagságának függvényében! Az egyenes meredekségéből határozza meg az alumínium abszorbens abszorpciós koefficiensét, és a felezési rétegvastagságot!
3. Határozza meg a kiadott preparátum β -sugárzásának tömegabszorpciós koefficiensét, maximális energiáját és D' hatótávolságát!
4. D' ismeretében számítsa ki a β részecskék D hatótávolságát alumíniumban és levegőben!

10. fejezet

Időfüggő elektromos jelek regisztrálása



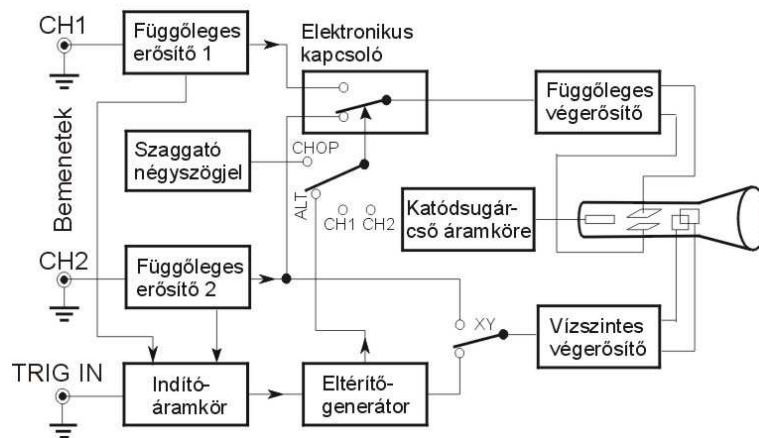
Fűrészelés és impulzusjel megjelenítése oszcilloszkóppal

Az oszcilloszkópok feszültség vagy bármilyen feszültséggé átalakítható mennyiség időbeli változásának vizsgálatára alkalmas mérőműszerek. Képernyőjükön a vizsgált feszültség értékének a függőleges irányú kitérés felel meg, míg az időtengely menti változást a vízszintes kitérés képviseli. A jelek kirajzolásával az oszcilloszkópok a feszültségmérőknél részletesebb információt képesek nyújtani a vizsgált periodikus jelről, hiszen annak nemcsak az amplitúdóját tudják megjeleníteni, hanem a teljes időfüggését.

10.1. Szerkezeti egységek

Az oszcilloszkóp főbb egységei (10.1. ábra):

- a katódsugárcső és az azt kiszolgáló áramkörök;
- függőleges erősítők, feladatuk a vizsgált jelek megfelelő erősítése;
- eltérítő generátor, amely a vízszintes eltérítésről gondoskodik;
- indító áramkör, mely a megfelelő szinkronizációt végzi.

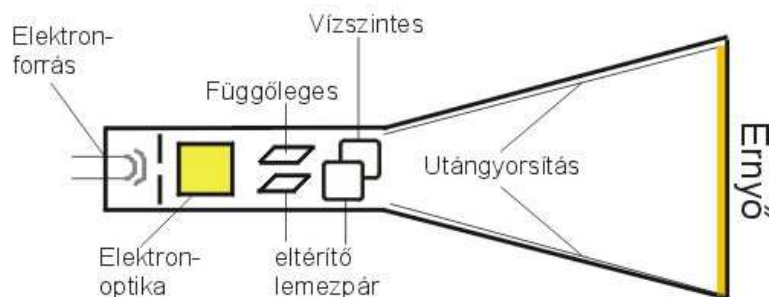


10.1. ábra. Az oszcilloszkóp blokkvázlata

10.1.1. A katódsugárcső

Az oszcilloszkóp megjelenítő egysége – a televízióhoz hasonlóan – az elektronsugárcső (katódsugárcső), míg ugyanezt a televízió esetében képcsőnek nevezzük. Lényeges különbség a két kijelző egység között, hogy az oszcilloszkóp eltérítése szinte kivétel nélkül elektromos, míg a tv-képcső mágneses eltérítésű.

A katódsugárcső fölépítésének vázlatát a 10.2. ábrán láthatjuk. A katódsugárcső izzókatódja elektronnalábott hoz létre, és azt egy olyan ernyőre fókuszálja, melynek bevonata a becsapódó elektronok hatására fényt bocsát ki. Az elektronnaláb két eltérítő lemezpár között halad át; ha a lemezpárokra feszültséget adunk, az elektromos tér eltéríti az elektronokat, így a képernyőn máshol jelenik meg képpont. A vízszintesen eltérítő (függőleges helyzetű) lemezpárra adott feszültség a képpont vízszintes helyzetét, a függőlegesen eltérítő lemezpárra adott feszültség pedig a függőleges helyzetet szabja meg.



10.2. ábra. A katódsugárcső

A képképzés alapelvét a következőképpen érthetjük meg: ha egyik lemezpárra sem adunk feszültséget, akkor megfelelő fókuszálás esetén egy pontot látunk az ernyőn. Ha a vízszintes eltérítő lemezekre most az idővel egyenesen arányosan növekvő feszültséget adunk, akkor a foszforeszkáló pont vízszintes irányban egyenletes sebességgel mozog, pontosabban, mivel az ernyő még egy ideig világít azután is, hogy az elektronsugár továbbment, pont helyett egy vízszintes vonalat látunk. Ha eközben a függőleges lemezpárra ráadjuk az általunk vizsgálni kívánt jelet, akkor összességében a vizsgálandó jel időfüggése jelenik meg az ernyőn, hiszen a képpont vízszintes koordinátája az idővel, a függőleges koordináta pedig a vizsgált jel adott időpontban fölvevett értékével arányos.

10.1.2. A függőleges erősítő

A függőleges erősítőrendszer szabja meg, hogy a bemenetre adott feszültség mekkora kitérésnek felel meg az oszcilloszkóp képernyőjén. Ezt rendszerint egy **Volts/div** fölíratú kapcsolóval állíthatjuk. Ha ez például az **5** jelzésű állásban van, az azt jelenti, hogy a bemenetre adott 5V amplitúdójú feszültségnek egy osztás felel meg a képernyőn.

A kapcsoló mellett, vagy a kapcsoló tengelyében általában egy szabályozó potenciométer is található, amellyel az érzékenység folyamatosan állítható (**VARIABLE**). A potenciométer egyik szélső helyzetét **CAL** jelzéssel különböztetik meg; *csak ebben az állásban tekinthető hitelesnek a Volts/div kapcsolóval beállított érzékenység.*

Az oszcilloszkóp bemenetének közelében találunk egy háromállású kapcsolót (**DC | GND | AC**), amellyel azt szabhatjuk meg, hogy a bemeneti jel hogyan jut az erősítőrendszerbe:

- **DC** állásban bemeneti csatlakozóra vezetett jelek változás nélkül kerülnek a függőleges erősítő bemenetére. *Figyelem: ez nem azt jelenti, hogy ez az állás egyenfeszültségű jelek vizsgálatára használatos! A DC jelölés arra utal, hogy ha van a jelnek egyenfeszültségű (DC) összetevője, az is változtatás nélkül bekerül az erősítőbe.*
- **GND** állásban a függőleges erősítő bemenete földpotenciálra kerül, azaz az elektronsugarat nem térítjük el függőlegesen. Ezt az állást a referenciaszint beállítására használjuk.
- **DC** állásban a mérendő jel egyenfeszültségű összetevőjét leválasztjuk, így csak a váltakozó feszültségű összetevő kerül az erősítőre. Olyan jelek vizsgálatakor hasznos, amelyeknél kis változás adódik hozzá egy nagy egyenszinthez. Az erősítés növelése nem megoldás ilyenkor, hiszen az az egyenszinthez tartozó eltérést is megnöveli, így „kilóghat” a kép a képernyőről. Ha viszont az egyenszintet levágjuk, az erősítő már csak a változást fogja kierősíteni. *Figyelem: ez nem azt jelenti, hogy ez az állás váltakozó feszültségű jelek vizsgálatára használatos! Az AC jelölés arra utal, hogy a jelnek csak a váltakozó feszültségű (AC) összetevője kerül az erősítőbe. Mivel az egyenfeszültség leválasztását végző áramkör óhatatlanul módosítja a jelek alakját is, ezért ezt az állást csak akkor használjuk, ha tényleg szükség van rá!*

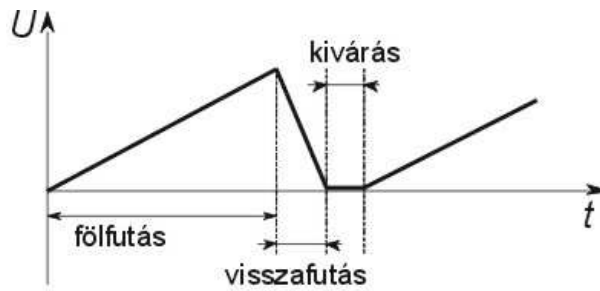
Nemcsak az erősítés és a csatolás módja szabályozható, hanem az is, hogy hol legyen az a referenciaszint a képernyőn, ami a bemenetre adott 0V feszültségnek felel meg. Az ezt beállító potenciométer fölírata rendszerint **Position**. Ezzel a gombbal függőleges irányban tudjuk mozgatni a képernyőn megjelenő jelalakot.

A gyakorlaton használt oszcilloszkóp úgynevezett *kétcsatornás oszcilloszkóp*, azaz két jel egyidejű vizsgálatára alkalmas. Ennek megfelelően két bemenete van (jelölésük rendszerint **CH1** és **CH2**), mindkettőhöz külön **Volts/div** és **DC | GND | AC** kapcsolókkal.

10.1.3. A vízszintes eltérítőrendszer

A vízszintes eltérítőrendszer feladata, hogy a görbét rajzoló képpontot vízszintesen az idővel arányosan mozgassa. Az oszcilloszkóp leggyakrabban használt üzemmódjában a vizsgált jelek időbeli lefutását vizsgáljuk. Ebben az esetben az elektronsugár vízszintes (*X*) irányú eltérítésére időben lineárisan változó feszültséget, ún. fűrészfeszültséget használunk (10.3. ábra). A fűrészjelet, amelynek fölfutási szakaszának időtartama határozza meg az oszcilloszkópernyőn látható jelrészlet időtartamát, a vízszintes eltérítőrendszerhez tartozó fűrészjel-generátor állítja elő.

A fűrészjelen három tartományt különböztetünk meg, az ún. fölfutást, a visszafutást és a kivárást. A fölfutási szakasz az idővel arányos kitérítést, a kivárási idő az áramköri elemek nyugalmi helyzetbe történő visszaállítását, a visszafutás pedig a fűrészjel alaphelyzetből történő indulását biztosítja. Mivel állóképet szeretnénk kapni a képernyőn, ezért a fűrészjel ezen szakaszai periodikusan ismétlődnek: a fölfutási szakasz alatt a jel balról jobbra kirajzolódik a képernyőn, a visszafutási szakasz visszaviszi a sugarat a képernyő bal szélére, és a kivárási letelte után az egész előlről kezdődik. A fűrészjel-generátor vezérli a kivilágító jelkeltőt is, amely az elektronsugarat a visszafutás és a kivárási ideje alatt kioltja, így a visszafutás nem zavarja meg a képalkotást.



10.3. ábra. A fűrészelalakja

Az eltérítési idő, amely az eltérítő fűrészelalak lineárisan fölfutó élének idejével azonos, az oszcilloszkóp előlapján lévő forgókapcsolóval változtatható. Ezzel az idő/osztás (**Time/div**) értékben kalibrált kapcsolóval választhatjuk ki a vizsgálandó jelnek legjobban megfelelő eltérítési sebességet. Ha a kapcsoló például az **1 ms** állásban van, a képernyőn **1 vízszintes osztás 1 ms** időtartamnak felel meg. Az idő/osztás kapcsoló mellett ez az egység is rendelkezik az eltérítési sebességet folyamatosan szabályozó (**VARIABLE**), valamint az elektronsugár vízszintes pozicionálását biztosító potenciométerekkel, amelyek funkciója hasonló a 10.1.2. pontban leírtakéhoz.

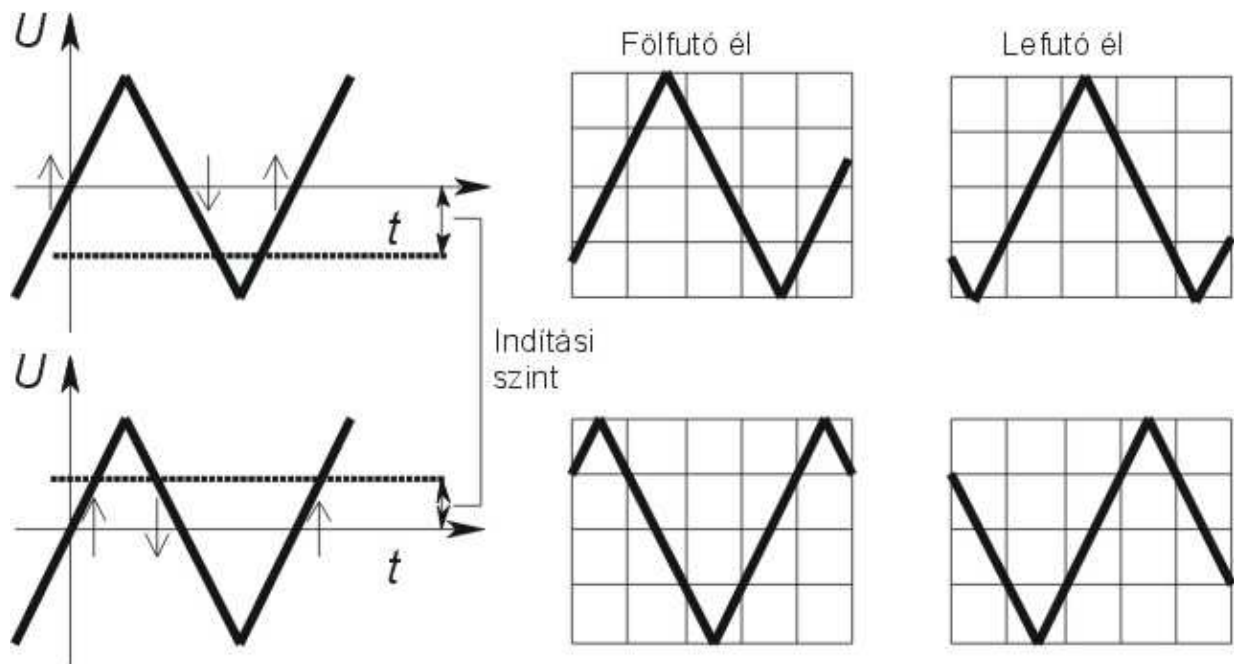
A kétcsatornás oszcilloszkópok képesek a két bemeneti jelet egyidejűleg fölrajzolni a képernyőjükre. Ezt vagy úgy érik el, hogy két külön elektronsugarat használnak (*kétsugaras oszcilloszkópok*), vagy úgy, hogy egyetlen elektronsugarat térítenek el fölváltva az egyik, majd a másik bemeneti jelnek megfelelően. A gyakorlaton használt típusok ez utóbbi csoportba tartoznak. A két jel egyidejű megjelenítésére ezeknél két üzemmód közül választhatunk: vagy nagyfrekvenciával váltakozva hol az egyik, hol a másik jeltől rajzolunk ki egy-egy rövid jelerészt (*chopped* üzemmód – **Chop**), vagy pedig végig kirajzolunk egy teljes periódust az egyik jeltől, aztán egy teljes periódust a másiktól (*alternate* üzemmód – **Alt**). A **Chop** üzemmód főként kis eltérítési sebességnél célszerű, míg az **Alt** gyorsabb eltérítésnél használatos.

10.1.4. Szinkronizáció

Tekintettel arra, hogy az elektronsugár által keltett fény csak rövid ideig áll fenn, és a vizsgálandó jelek (feszültségek) igen gyorsan változnak, hogy jól láthassuk őket, szükséges a periodikus jeleket újból és újból fölrajzoltatni. Ha ezek az egymás után fölrajzolt jelek nem „fedik egymást”, a képernyőn jobbra vagy balra futó képet láthatunk, ami az ábrát kiértékelhetetlenné teszi. *Tehát arra van szükség, hogy az időeltérítő fűrészelalak a vizsgálandó jelnek mindig ugyanabban a pillanatában induljon.* Ez a szinkronizálás az *indító*-, vagy más néven a *triggeráramkör* feladata.

Az indítóáramkör szolgáltatja azokat az impulzusokat, amelyek hatására vége szakad a kiválásnak, és elindul a vízszintes eltérítő rendszer fűrészelalak fölfutási szakasza. Az impulzusok akkor keletkeznek, amikor a vizsgált jel meghalad egy adott feszültségszintet (*indítási- vagy triggerszint*). Ilyen módon biztosítható, hogy a vízszintes eltérítés mindig a vizsgált jel ugyanazon részéről induljon. Hogy melyik részéről, azt a fölhasználó az indítási szint beállítására szolgáló potenciométerrel szabályozhatja. A szinkronizációs áramkör azt is képes megkülönböztetni, hogy a vizsgált jel növekedés vagy csökkenés közben lépte-e át az indítási szintet, így azt is megadhatjuk, hogy az indítás a vizsgált jel fölfutó, avagy lefutó éléről történjen-e. E két lehetőség közti különbséget a 10.4. ábra szemlélteti.

Az indítójel különböző forrásokból származhat. Belső indításnál (**INT TRIG**) az indítójel magából a vizsgálandó jeltől származik. Külső indítást (**EXT TRIG**) akkor használunk, ha van olyan külső indítójel, amely kijelöli a vizsgálni kívánt szakasz kezdetét. Hálózati indításnál (**LINE TRIG**) az indítójel a hálózati 50 Hz-es váltakozófeszültségből keletkezik.



10.4. ábra. Indítási módok

10.2. A mérés menete

A gyakorlathoz két áramkört használunk: egy fűrészjel-generátort és egy integráló áramkört. E kettő ugyanazon az áramkörü panelen kapott helyet, amelyet a 10.5. ábrán láthatunk. A panel bal oldali, az ábrán **A** jelzésű részén a fűrészjel-generátort, a jobb oldali, az ábrán **B** jelzést viselő részen az integráló áramkört találjuk. A két áramkör ugyanabból a forrásból veszi a tápfeszültséget, ezt a **T** jelzésű hüvely-párra kell kötni, ügyelve a föltüntetett polarításra.

10.2.1. A fűrészjel-generátor

A fűrészjel-generátor két műveleti erősítő segítségével van megvalósítva. Az első műveleti erősítő kimenetén (az ábrán az **1** jelzésű csatlakozó) fűrészjelet, a másodikén négyszögjelet figyelhetünk meg. A jelek frekvenciája a **P1** potenciométerrel folytonosan szabályozható.

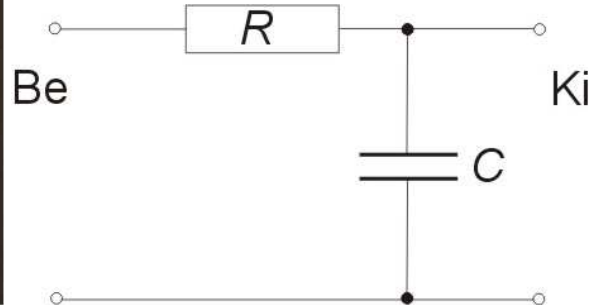
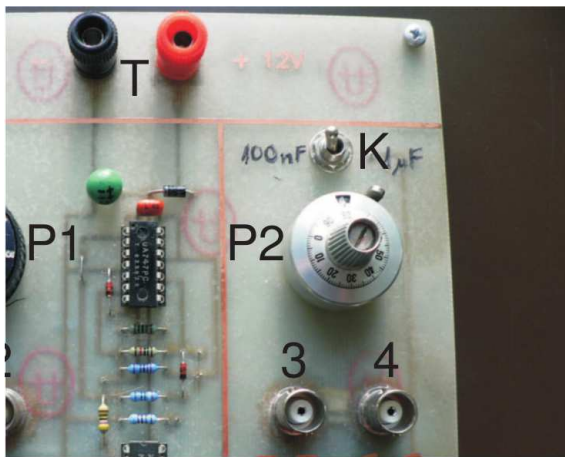
10.2.2. Az integráló áramkör

Az integráló áramkör egy ellenállásból és egy kondenzátorból áll; kimeneti jelének a kondenzátoron mérhető feszültséget tekintjük. Az áramkör elvi rajza a 10.5. ábrán látható.

A kondenzátor föltöltődéséhez, illetve kisüléséhez bizonyos idő szükséges, ezért az integráló áramkör nem képes tetszőlegesen gyors változásokat követni. Ennek következtében a kimeneten más alakú és amplitúdójú jelet kapunk, mint amit a bemenetre kötöttünk. Az amplitúdó és a jelalak megváltozása a jel frekvenciájától és az integráló kört alkotó ellenállás és kapacitás nagyságától függ.

A gyakorlaton a 10.5. ábra jobb oldalán megvalósított integráló áramkört használjuk. A bemenet magán a panelen van bekötve az integráló körbe, de a **3** jelzésű csatlakozón hozzáférhető és oszcilloszkóppal megfigyelhető. A kimenet a **4**-es csatlakozón érhető el. A **P2** jelzésű potenciométer az integráló áramkör ellenállásának értékét szabályozza folyamatosan, míg a **K** kapcsolóval két kondenzátor, egy 100 nF-os és egy 1 F-os közül választhatunk.

Az integráló áramkör a rugalmas falú csövekben végbemenő lüktető áramlás elektromos modelljének is tekinthető. Ugyanúgy, mint ahogyan a véredények rugalmas fala rugalmas energia formájában tárolja



10.5. ábra. A méréshez használt panel (jelgenerátor és integráló áramkör). Balra: az integráló áramkör elvi rajza.

a szív összehúzóadásakor a vérnek átadott energia egy részét, majd az összehúzóadások közötti nyomás-minimumok idején az áramlás fenntartására fordítja azt, az integráló áramkör kondenzátora is tárolja a feszültségimpulzusok alatt általa felvett töltést, és fenntartja azzal a kimenő feszültség szintet, ill. a fogyasztó áramát a feszültségminimumok alatt is.

10.2.3. A fölfutási idő mérése

Fölfutási időnek azt az időtartamot nevezzük, amely alatt a jel teljes amplitúdójának 10%-áról 90%-ára fölfut. A definíció azért ilyen, mert ezt egyszerű mérni: a legtöbb oszcilloszkóp képernyőjén föltüntetik a 10, 90 és 100%-hoz tartozó vonalakat.

A mérés a következőképpen zajlik: a függőleges erősítést kalibrálatlan, folyamatos szabályzási módba kapcsoljuk (lásd 10.1.2. rész), és úgy nyújtjuk, illetve pozicionáljuk, hogy legalsó pontja a 0% jelzésű, míg a legfelső pontja a 100% jelzésű vonalon legyen. Ezután vízszintesen úgy toljuk el a jelet, hogy a megvastagított függőleges vonalat abban a pontban metsse, ahol a 10% jelzésű vonal. Ekkor a felső, 90% jelzésű vonalon közvetlenül leolvasható a fölfutási idő mint a megvastagított függőleges vonaltól vett távolság.

Belátható, hogy ha az integráló áramkör bemenetére négyzetjelet adunk, a kimenő jel t_f fölfutási ideje a következő összefüggéssel adható meg:

$$t_f \approx 2,2RC, \quad (10.1)$$

ahol R az ellenállás, C pedig a kondenzátor kapacitása.

10.3. Feladatok

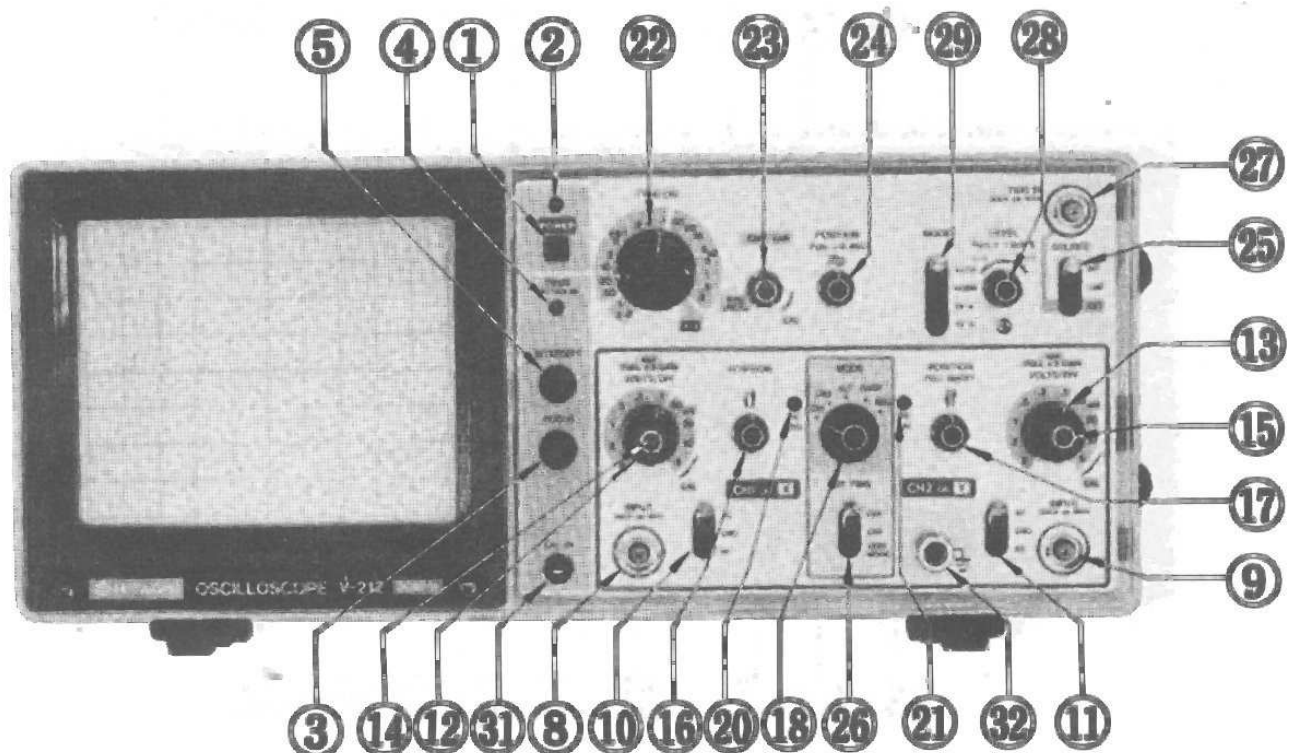
Eszközök: 1 db oszcilloszkóp (Hitachi V-212), 1 db egyenfeszültségű tápegység (12 V/200 mA), 2 db koaxiális kábel (BNC/BNC), 1 db vizsgálandó áramköri panel.

1. Vizsgálja meg oszcilloszkópon a fűrészel-generátor (a panel baloldali áramköre) két műveleti erősítőjének kimenetén megjelenő jelek időfüggését (egyidejűleg, az oszcilloszkóp kétsugaras üzemmódjában)! Rajzolja fel e jelalakokat úgy, hogy az idő és a feszültség hitelesen szerepeljen a tengelyeken!
2. Határozza meg a fűrészel frekvenciáját a P1 potenciométer állásának függvényében! (A P1 potenciométer értékállítójának 100, 200, ..., 1000 skálárész állásában mérje meg ehhez először 1, majd 2

periódus hosszát a jel legmeredekebb változásához tartozó – itt a legkisebb az időmérés bizonytalansága! – pontjai között, és abból számolja ki a frekvenciát! A legpontosabb mérés annál az időalapnál végezhető el, amelyik a jel vizsgált 1-2 periódusát a képernyő majdnem teljes szélességére széthúzza. Az oszcilloszkópot e méréshez célszerű a fűrészelés lefutó éléről triggerelni, mert az a mérés során nem változik.) A kapott függvényt rajzolja fel, és fejezze ki képlettel is!

3. Az integráló körbe (a panel jobboldali áramköre) a névlegesen $0,1 \mu\text{F}$ -os kondenzátort kösse be (a K kapcsolóval)! Mérje meg, hogyan függ az integráló kör kimenő jelének felfutási ideje a P2 potenciométer állásától (növelje az integráló körbe kötött ellenállást a potenciométer értékállítójának forgatásával 30-tól 300 skálárészes értékéig, 30 skálárészenként), és ábrázolja a felfutási időt az ellenállás függvényében (a potenciométer $10 \text{ k}\Omega$ -os, 1000 skálárészre osztott skálája lineáris, ezért 1 skálárésznek 10Ω felel meg)! A görbe alapján (a 10.1 képlet felhasználásával) határozza meg a kondenzátor pontos kapacitását!
4. Az integráló körbe most az $1 \mu\text{F}$ -os kondenzátort kösse be! Mérje meg, hogyan változik az integráló kör kimenő jelében a váltóáramú komponens csúcstól csúcsig mért amplitúdója a potenciométer állásának függvényében! (Ehhez az integráló körbe kötött ellenállást növelje a potenciométer értékállítójának 100-tól 1000 skálárészes értékéig 100 skálárészenként; az oszcilloszkópot e mérés alatt célszerű a négyszögjel-generátor kimenetéről, kívülről triggerelni, mert az egyre kisebb amplitúdójú jel nem jó triggerforrás.) Ábrázolja az amplitúdót az R-C időállandó függvényében! Milyen következtetéseket tud levonni tapasztalataiból a rugalmas falú csövekben végbemenő lüktető áramlásra vonatkozóan?

Függelék: a Hitachi V-212 típusú katódsugár-oszcilloszkóp



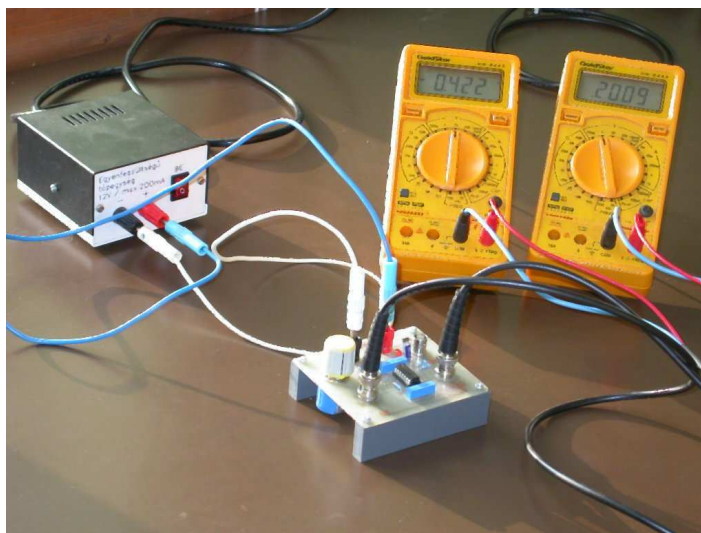
Az oszcilloszkóp főbb kezelőszerveit az alábbiakban ismertetjük.

- Power (1): hálózati kapcsoló.
- Focus (3): miután az Intensity (5) potenciométerrel beállítottuk a megfelelő fényerőt, a Focus (3) gombbal a képernyőn megjelenő rajzolat élessége állítható.
- Input (8) és Input (9): a függőleges erősítők BNC-csatlakozóval ellátott bemenetei; a Input (8) bemenet egyúttal az elektronsugár külső jellel történő x irányú eltérítését is szolgálja, ha a Time/div (22) kapcsolót az X-Y jelzésű üzemmódba kapcsoljuk.
- Volts/div (12, 13): ezekkel a fokozatkapcsolókkal az egyes bemenetekre vitt jel feszültségének hiteles mérési tartományát állíthatjuk be a kapcsolók tengelyében elhelyezkedő szabályozó gombok (14, 15) jobb szélső CAL állásában.
- (14, 15): ezek a szabályozó gombok az előző pontban (12, 13) említett mérési tartomány folyamatos (de nem hiteles) beállítására szolgálnak. Ha ezek a gombok kihúzott állapotban vannak, akkor a megfelelő csatornán a függőleges eltérítés a Volts/div (12, 13) kapcsolóval beállított érték ötszörösére növekszik – ezzel érhető el a maximális 1 mV/osztás érzékenység.
- Position (16, 17): az oszcilloszkóp ernyőjén látható kép függőleges pozicionálására szolgáló gombok.
- Position (17): ha ez a gomb kihúzott állapotban van, akkor az Input (9) bemenetre adott jel polaritása a képernyőn ellenkezőjére változik.
- Ac-gnd-dc (10, 11): a bemeneti csatolás módjának választókapcsolói; AC állásban a jel egyenáramú komponense nem jut az eltérítő erősítőbe; GND állásban a függőleges eltérítő erősítő bemenete földelt állapotba kerül; DC állásban a jel közvetlenül jut az eltérítő erősítőbe.

- Mode (18): üzemmód-kiválasztó kapcsoló:
 - CH1: csak az első csatorna jele jut az ernyőre;
 - CH2: csak a második csatorna jele jut az ernyőre;
 - ALT: a két csatorna jele felváltva jut az ernyőre (általában rövid eltérítési idők esetén használatos);
 - CHOP: a két csatorna jele kb. 250 kHz szaggatási frekvenciával jut az ernyőre (általában hosszabb eltérítési idők alkalmazása esetén használatos);
 - ADD: az első és második csatorna jelének algebrai összege jelenik meg az ernyőn.
- Time/div (22): ezzel fokozatkapcsolóval a vízszintes eltérítő rendszer hiteles időalapját állíthatjuk be az Swp var(23) szabályozó gomb jobb szélső, CAL állásában; ha a készülék vízszintes eltérítését az Input (9) csatornára vitt külső jellel kívánjuk vezérelni, akkor a fokozatkapcsolót X-Y állásba helyezzük.
- Swp var(23): ezzel a gombbal az előző pontban említett időalap folyamatos (de nem hiteles) beállítását végezhetjük el.
- Position (24): ez a szabályozó gomb az oszcilloszkóp ernyőjén látható kép vízszintes pozicionálására szolgál; a gomb kihúzott állapotában az eltérítési idő tizedrésze a Time/div (22) fokozatkapcsolóval kiválasztott értéknek.
- Level (28): az indítási (triggerelési) szint szabályozógombja; kihúzott állapotában a triggerelés a jel negatív meredekségű szakaszához igazodik.
- Mode (29): a triggerelési mód beállítókapcsolója:
 - AUTO: ha a triggerelés forrásjele nem éri el az indítási szintet, az indítás bizonyos idő elteltével automatikusan megtörténik;
 - NORM: az indítás csak a beállított (belső vagy külső) triggerelési forrásból történik, ha ez nem éri el az indítási szintet, nincs indítás;
 - TV-V: televíziókészülék vertikális,
 - TV-H: televíziókészülék horizontális jelének vizsgálata esetén használatos.
- Source (25): triggerelési forrás választókapcsolója:
 - INT: az indítójel az Int trig (26) kapcsolóval kiválasztott jeltől keletkezik;
 - LINE: az indítójel a hálózati 50 Hz-es váltófeszültségből keletkezik;
 - EXT: az indítójel külső forrásból, az EXT TRIG IN (22) bemenetre vitt jeltől keletkezik.
- Int trig (26): a belső triggerelési mód választókapcsolója:
 - CH1: az indítójel forrása az első csatorna jele;
 - CH2: az indítójel forrása a második csatorna jele;
 - VERT MODE: az indítójel forrása felváltva a két bemenő csatorna jele (ezt akkor használjuk, ha a két bemenetet egyszerre, egymástól függetlenül vizsgáljuk).
- TRIG IN (27): a külső forrásból származó triggerjel BNC-csatlakozóval ellátott bemenete.

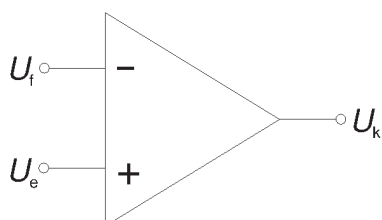
11. fejezet

Elektronikus erősítők



Logaritmikus erősítő tanulmányozása

A műveleti erősítő olyan elektronikus áramkör, amely a két bemenete közötti potenciálkülönbséget igen nagy mértékben fölerősíti. A műveleti erősítő az analóg elektronika legfontosabb, univerzális alapeleme, amely szinte minden elektronikai feladat – összeadás, integrálás, differenciálás, szűrés, oszcillátor, áramgenerátor – megvalósításában fontos szerepet játszik.



11.1. ábra. A műveleti erősítő rajzjele

A műveleti erősítő rajzjele a 11.1. ábrán látható. A „+”-szal jelölt bemenet neve *egyenes* (más néven *neminvertáló*) *bemenet*, míg a „-” jelzésű bemenetet *fordító* (más néven *invertáló*) *bemenetnek* nevezzük.

A műveleti erősítők tranzisztorokból, diódákból, ellenállásokból és kondenzátorokból épülnek föl, azon-

ban fölépítésüket a velük dolgozó tervezőnek általában nem szükséges ismernie. A műveleti erősítők kapcsolások tervezése gyakorlatilag az alábbi alapszabályokból megérthető:

1. Az ideális műveleti erősítő U_{ki} kimeneti feszültsége a következő képlettel adható meg:

$$U_{ki} = A_u \cdot (U_e - U_f), \quad (11.1)$$

ahol U_e az egyenes, U_f a fordító bemeneten mérhető feszültség, A_u pedig az erősítő úgynevezett *nyílthurkú erősítését* jelöli. Ideális műveleti erősítőre a nyílthurkú erősítés értéke végtelen, ám a valóságos műveleti erősítőknél is igen nagy érték (10^4 – 10^6).

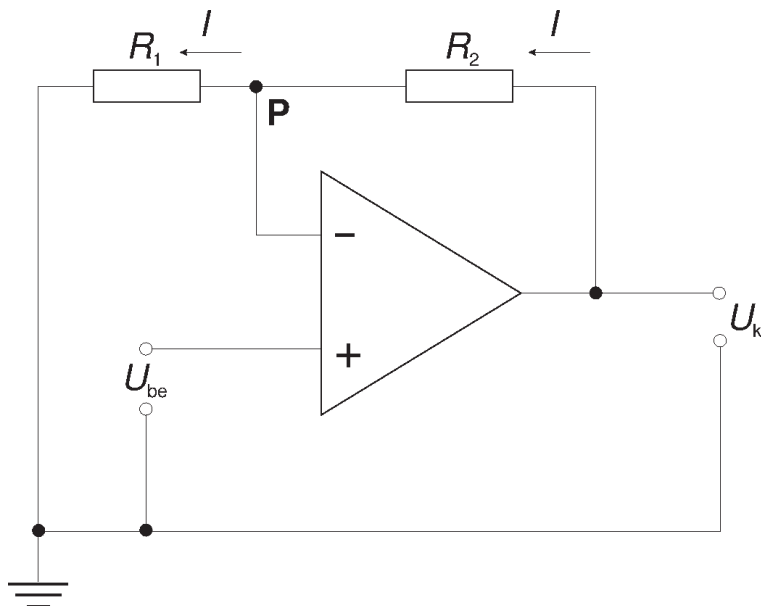
2. Az ideális műveleti erősítő bemenetein nem folyik áram. A valóságos műveleti erősítőknél a bemeneten folyó áramok értéke tipikusan nA nagyságrendű, a kis bemenő áramú erősítők esetében néhány pA.

11.1. A visszacsatolás

A *visszacsatolás* általános esetben az, amikor egy a szabályozó egység kimenő jelével arányos jelet visszavezetünk a szabályozó egység bemenetére. Ha a rendszer olyan, hogy a kimeneti jel növekedése tovább növeli a kimeneti jelet, akkor *pozitív*, ha pedig olyan, hogy a kimeneti jel növekedése csökkenti a kimenő jelet, akkor *negatív visszacsatolásról* beszélünk. A pozitív visszacsatolás öngerjesztő folyamatokat indukál, míg a negatív visszacsatolás rendszerek stabilizálására használatos.

A műveleti erősítő esetében visszacsatolás akkor valósul meg, amikor az erősítő kimenetét közvetlenül vagy valamilyen áramkörü elemen keresztül visszakötjük valamelyik bemenetre. Ha ez a bemenet az egyenes bemenet, akkor a visszacsatolás pozitív, ha pedig a fordító, a visszacsatolás negatív. Ezt a (11.1) egyenletből könnyen láthatjuk, ha az egyenes, illetve a fordító bemenet feszültségének a helyére egy a kimenő feszültséggel arányos mennyiséget helyettesítünk.

11.2. Az egyenes erősítő



11.2. ábra. Az egyenes erősítő

A 11.2. ábrán látható kapcsolást *egyenes* vagy más néven *lineáris neminvertáló erősítőnek* nevezzük. A működése a bevezetőben ismertetett szabályokból könnyen megérthető: mivel az ideális műveleti erősítő bemenő áramai nullák, azaz a **P** jelzésű csomópontnál nem folyik el áram a fordító bemenet irányába, az R_1 és R_2 ellenálláson ugyanaz az I áram folyik. Az R_1 és R_2 ellenállásokból alkotott lánc egyik kivezetése földpotenciálón, azaz 0V-on van, a másik kivezetés pedig a kimenetre van kötve, így az áramot a következőképpen számolhatjuk:

$$I = \frac{U_{ki}}{R_1 + R_2}. \quad (11.2)$$

Ennek fölhasználásával a fordító bemenet feszültsége:

$$U_f = I \cdot R_1 = U_{ki} \frac{R_1}{R_1 + R_2}. \quad (11.3)$$

Mivel ennél a kapcsolásnál az egyenes bemenet feszültségét tekintjük bemenő feszültségnek ($U_{be} = U_e$), a (11.1) egyenlet az előző eredményeket behelyettesítve a következő alakot ölti:

$$U_{ki} = A_u \cdot \left(U_{be} - U_{ki} \frac{R_1}{R_1 + R_2} \right). \quad (11.4)$$

Ezt átrendezve:

$$U_{be} = U_{ki} \cdot \left(\frac{1}{A_u} + \frac{R_1}{R_1 + R_2} \right). \quad (11.5)$$

Az egyenes erősítő visszacsatolt erősítését a következőképp definiáljuk: $A := U_{ki}/U_{be}$. U_{be} fenti kifejezését behelyettesítve a következőt kapjuk:

$$A = \left(\frac{1}{A_u} + \frac{R_1}{R_1 + R_2} \right)^{-1}. \quad (11.6)$$

Ha tekintetbe vesszük, hogy az ideális műveleti erősítő nyílthurkú erősítése végtelen, $1/A_u \approx 0$ adódik. Ezt kihasználva az egyenes erősítő visszacsatolt erősítése:

$$A = \left(\frac{R_1}{R_1 + R_2} \right)^{-1} = \frac{R_1 + R_2}{R_1}. \quad (11.7)$$

Vegyük észre, hogy az erősítést kizárólag a visszacsatoló ellenállások határozzák meg.

11.3. A logaritmikusan erősítő

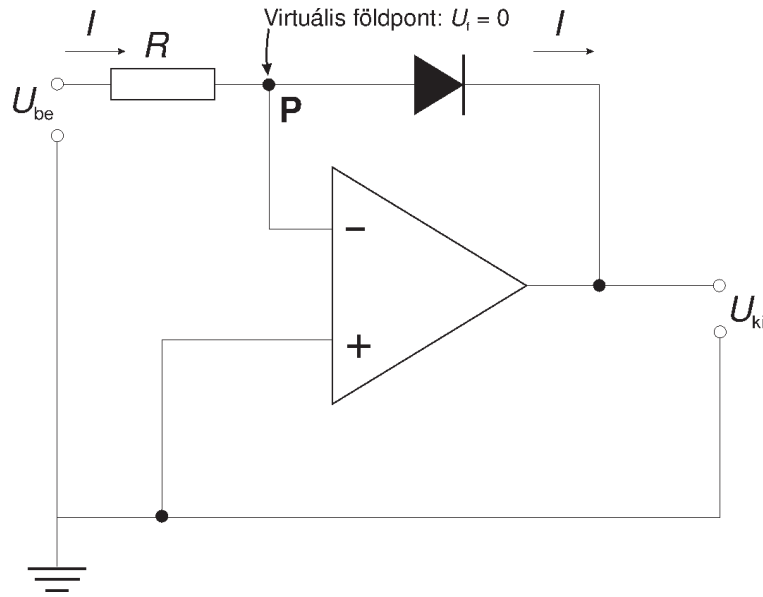
A 11.3. ábrán az úgynevezett *logaritmikusan erősítő* rajza látható. Ahhoz, hogy a logaritmikusan erősítő működését megérthessük, először be kell látnunk, hogy olyan kapcsolások esetén, ahol az egyenes bemenet feszültsége 0, és negatív visszacsatolást valósítunk meg, a fordító bemenet feszültsége is 0. A (11.1) egyenletet átrendezve, és tekintetbe véve, hogy az ideális műveleti erősítő nyílthurkú erősítése végtelen, a következőt kapjuk:

$$U_e - U_f = \frac{U_{ki}}{A_u} \approx 0, \quad (11.8)$$

azaz negatív visszacsatolásnál a két bemenet feszültsége közti különbség eltűnik, a fordító bemenet az egyenes bemenetre kötött feszültséget követi. Ha az egyenes bemenetet a földre kötjük, a (11.8) egyenlet szerint a fordító bemenet feszültsége is 0 lesz. Ezt úgy szokás megfogalmazni, hogy ilyenkor a fordító bemenet *virtuális földpont*.

Mivel a műveleti erősítő bemenő árama igen kicsiny, ezért a **P** jelzésű csomópontnál nem folyik el áram a fordító bemenet irányába, azaz az R ellenálláson és a diódán ugyanaz az I áram halad keresztül. Ismeretes, hogy egy diódán átfolyó I áram és a diódán eső U feszültség között a következő összefüggés áll fenn:

$$I = I_0 \left(e^{\frac{U}{U_T}} - 1 \right), \quad (11.9)$$



11.3. ábra. A logaritmikus erősítő

ahol I_0 és U_T állandók. Szobahőmérsékleten U_T értéke kb. 26 mV, ami a legtöbb esetben jóval kisebb U értékénél, így az exponenciális kifejezés értéke nagy lesz, ami mellett az 1 elhanyagolható:

$$I \approx I_0 e^{\frac{U}{U_T}}. \quad (11.10)$$

Ebből a diódán eső feszültséget kifejezve:

$$U \approx U_T \ln \left(\frac{I}{I_0} \right). \quad (11.11)$$

Ha tekintetbe vesszük, hogy a fordító bemenet virtuális földpont:

$$I = \frac{U_{be}}{R}, \quad (11.12)$$

másrészt

$$U_{ki} = -U, \quad (11.13)$$

ahol U a diódán eső feszültséget jelöli. Ezt behelyettesítve a (11.11) egyenletbe, a következőt kapjuk:

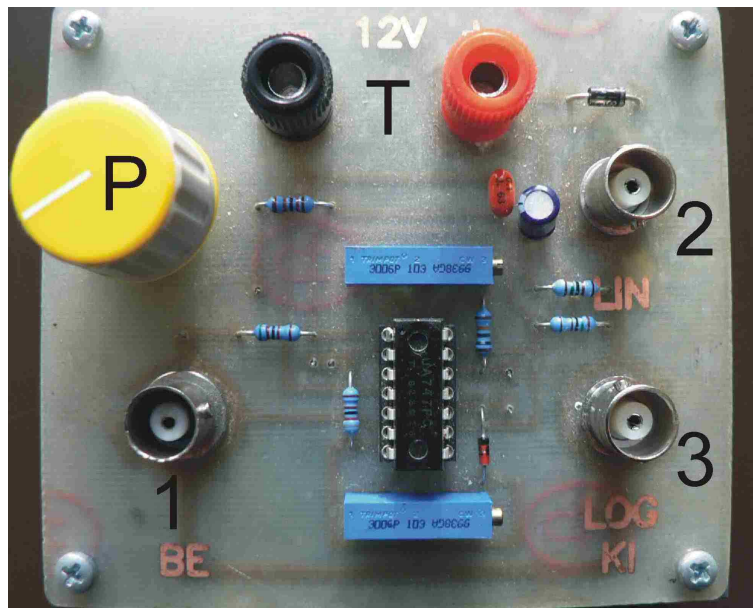
$$U_{ki} = -U_T \ln \left(\frac{U_{be}}{I_0 R} \right), \quad (11.14)$$

ha $U_{be} > 0$. Ez azt jelenti, hogy a kimenő feszültség a bemeneti feszültség logaritmusával lesz arányos.

11.4. Feladatok

A gyakorlaton az egyenes erősítő és a logaritmikus erősítő ugyanazon a panelen található (lásd 11.4. ábra). A két műveleti erősítő ugyanazt a tápfeszültséget használja (ezt az ábrán **T**-vel jelölt hüvelypárra kell kötni, polaritáshelyesen) és ugyanazt a bemenő feszültségjelet erősíti. Ez a jel az ábrán **P**-vel jelölt potenciométerrel 0-tól kb. 200 mV-ig változtatható. A bemenő jel értékét egy digitális voltmérővel mérjük az **1** jelzésű csatlakozón. Ugyancsak digitális voltmérővel mérjük az erősítők kimeneti feszültségét: a **2** jelzésű csatlakozón az egyenes erősítőét, a **3** jelzésű csatlakozón a logaritmikus erősítőét.

Eszközök: 1 db vizsgálandó áramkörü panel, 2 db digitális multiméter (Gold Star DM-8243), 1 db egyenfeszültségű tápegység (12 V/200 mA), 2 db kábel (banándugós), 2 db koaxiális kábel (BNC/banándugó).

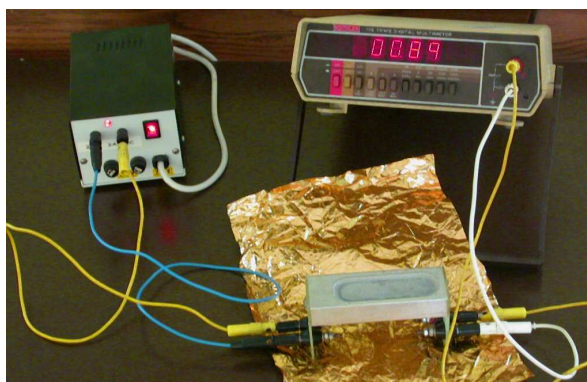


11.4. ábra. A műveleti erősítőket tartalmazó panel

1. Mérje meg az egyenes lineáris erősítő kimenő feszültségét a bemenő feszültség függvényében! (A bemenő jelet növelje 0-tól 200 mV-ig, 10 mV-onként!) Ábrázolja az $U_{ki} = f(U_{be})$ függvényt, és a kapott egyenes meredekségéből határozza meg az **A** visszacsatolt erősítés értékét!
2. Mérje meg a logaritmikus erősítő kimeneti feszültségét a bemeneti feszültség következő értékeinél: $U_{be} = 3, 5, 7, 10, 14, 20, 28, 40, 56, 80, 112, 160$ mV (ezek közelítőleg exponenciálisan növekvő értékek, azért, hogy a logaritmikus skálán a kísérleti pontok kb. azonos távolságban legyenek egymástól). Ábrázolja a kimenőjelet a bemeneti jel tízes alapú logaritmusának függvényében! Mire következtet a függvénygörbe alakjából? Határozza meg az erősítő karakterisztikájának meredekségét (amely megadja, mennyivel növekszik a logaritmikus erősítő kimeneti jele a bemenőjelet egy nagyságrenddel (dekáddal) történő növelésére)!

12. fejezet

A melegedés és a hűlés kinetikája



A mérés eszközei és összeállítása

Tekintsünk egy testet, amely termikus (és csakis olyan) kölcsönhatásban áll (a sajátjánál jóval nagyobb hőkapacitású) környezetével, azaz hő formájában állandó energiatanszport zajlik le közöttük! Ha nincsenek termikus egyensúlyban (vagyis a test T_t hőmérséklete eltér környezetének T_k hőmérsékletétől), akkor a test melegszik vagy hűl. (Ha $T_t < T_k$, és emiatt a test nagyobb (hő)teljesítményt vesz fel környezetéből, mint amekkorát annak lead, tehát nettó hőfelvétele pozitív; ha $T_t > T_k$ a test környezetének leadott (hő)teljesítménye meghaladja az abból felvettét, vagyis nettó hőfelvétele negatív). A hőmérséklet mindaddig változik, míg a hőmérsékletek kiegyenlítődése meg nem teremti a termodinamikai egyensúlyt. Minél nagyobb az adott időpillanatban a test (előjeles!) nettó hőleadásának teljesítménye, hűlése ill. melegedése annál gyorsabb.

Minthogy a kinetikát a rendszer (hőtani) jellemzői határozzák meg, a kinetika analíziséből e jellemzőkre következtetni lehet.

A hőtranszport három jól ismert formájában (hővezetés, hőáramlás és hőszugárzás) történő hőátadás teljesítményére jellemző, hogy a teljesítmény az első kettő esetében széles hőmérséklet tartományban lineárisan függ a $T_t - T_k$ hőmérsékletkülönbségtől (és a test f felületétől)

$$\frac{\partial Q}{\partial t} = -konst \cdot (T_t - T_k),$$

míg a sugárzás esetében a hőmérsékletfüggés sokkal erősebb:

$$\frac{\partial Q}{\partial t} = -konst \cdot (T_t^4 - T_k^4).$$

(Megjegyzés: noha e feladatlapon a hőmérsékletet T -vel jelöljük (hogy a t időtől megkülönböztessük), az

utolsó formula kivételével nem szükséges abszolút hőmérsékletet használni, a hőmérséklet megadható °C egységben (a hőérzékelők gyári adatlapjain is leggyakrabban így szerepel).

Ha $(T_t - T_k)/T$ elég kicsi, akkor még a sugárzásos hőátadás is közelíthető a $T_t - T_k$ lineáris függvényével, így ilyen körülmények között közelítőleg a teljes hőtranszport teljesítménye is a $T_t - T_k$ lineáris függvénye,

$$\frac{\partial Q}{\partial t} = -\kappa' \cdot (T_t - T_k).$$

Itt a konstans κ' -vel jelöltük, ez a háromfajta hőcserére vonatkozó egyesített hővezetőképesség.

Ha a testet (külső forrásból származó energiával, pl. elektromos főtőtest segítségével) még fűtjük is, akkor a hűlés/melegedés sebességét meghatározó energiamérlegbe természetesen a fűtés (pillanatnyi) teljesítményét is bele kell számítani. Ha a Q belső energia helyett rögtön a $T_t = Q/c$ hőmérsékletet vezetjük be az egyenletekbe,

$$\frac{\partial T_t}{\partial t} = \frac{P}{c} - \kappa \cdot (T_t - T_k),$$

ahol P a fűtés teljesítménye (J/s), c a test hőkapacitása (J/K) és $\kappa = \kappa'/c$. Az egyenlet első tagja a fűtést írja le, ezért pozitív, a második a hűlést, ezért negatív. Ezt a differenciálegyenletet ebben a formában is könnyű megoldani, de a test melegedése/hűlése szempontjából tanulságosabb, ha az alábbi három, tovább egyszerűsített egyenletet vizsgáljuk.

Amikor a test hőmérséklete a környezetéhez hasonló, és csak éppen elkezdjük melegíteni, $(T_t - T_k)$ közel 0-nak vehető, így ettől a tagtól eltekinthetünk. Ebben az esetben

$$\frac{\partial T_t}{\partial t} = \frac{P}{c},$$

vagyis a hőmérséklet változása kizárólag azért következik be, mert a főtőteljesítmény növeli a belső energiát. **A melegedés első szakaszának képe tehát egy P/c meredekségű egyenes.**

Ha a fűtést most kikapcsoljuk, a test melegebb, mint a környezete, viszont a főtőteljesítmény 0. Ekkor a már ismert

$$\frac{\partial T_t}{\partial t} = \frac{\partial(T_t - T_k)}{\partial t} = -\kappa \cdot (T_t - T_k)$$

egyenlethez jutunk. Ennek megoldása egy exponens (hiszen ez az a függvény, amelynek deriváltja saját magának egy konstansszorosa), a megoldás alakja

$$T_t = T_k + e^{-\kappa \cdot t},$$

ezt logaritmizálva

$$\ln(T_t - T_k) = \text{konst.} - \kappa \cdot t.$$

Összefoglalva, **a hűlési szakaszon a hőmérsékletkülönbség logaritmusának képe egy $-\kappa$ meredekségű egyenes** (itt κ a hűlési sebességállandó).

Abban az esetben, ha a melegítést „végtelen” ideig folytatjuk, a hófelvétel és a hóleadás egyensúlyba jut. Ebben az esetben a hőmérséklet elér egy konstans T_{max} egyensúlyi értéket. Vagyis, ha $T_t = T_{max}$, $\frac{\partial T_t}{\partial t} = 0$, ezért

$$\kappa \cdot (T_{max} - T_k) = \frac{P}{c}.$$

Ebből az összefüggésből T_{max} könnyen kiszámítható,

$$(T_{max} - T_k) = \frac{P}{\kappa c}.$$

Az előző három eredmény birtokában megállapíthatjuk, hogy nem kell végtelen ideig melegíteni a testet ahhoz, hogy az egyensúlyi hőmérsékletét meghatározzuk, hiszen elegendő az előbb meghatározott két meredekséget elosztani egymással,

$$(T_{max} - T_k) = \frac{P}{\kappa c} = - \left(\frac{\partial(T_t - T_k)}{\partial t} \right) \Big|_{T_t \approx T_k, P > 0} \Big/ \left(\frac{\partial \log(T_t - T_k)}{\partial t} \right) \Big|_{T_t \gg T_k, P = 0}.$$

Az emberi test hőegyensúlyának fenntartásában a párologtatásnak (verítékezés) fontos szerepe van. Baleseti sérültek sugárzásos hőleadását gyakran a beteg mentőfóliába burkolásával csökkentik (pl. a hegyi mentők). A mentőfólia (alumíniumréteggel bevont műanyag hártya) az infravörös sugárzás nagy részét (kb. 80%) visszaveri, emellett az áramlásos hővesztéséget is mérsékli. Az emberi test hőszabályozásának e két lehetőségét vizsgáljuk most.

Méréseinkhez egy műanyag lábakon álló alumíniumtömböt készítettünk (a továbbiakban: a "test"). A test az alulról rácsavazozott teljesítményellenálláson (ellenállása 15Ω , amelynek hőmérsékletfüggése a vizsgált hőmérséklettartományban elhanyagolható) átvezetett árammal fűthető ("FUTES" feliratú banánhüvelyek, a polaritás tetszőleges); hőmérsékletét a bele fűrt lyukban elhelyezett termoellenállással mérhetjük. Az alkalmazott termoellenállás hőmérsékleti együtthatója pozitív (ún. PTK termoellenállás), vagyis ellenállása hőmérsékletének emelkedésekor nő; polaritásérzékeny, csatlakozói a "TERM+" ill. "TERM-" feliratú (piros ill. fekete) banánhüvelyek. A viszonylag rossz hővezetőképességű műanyag lábak megakadályozzák, hogy a hővezetés túlsúlyba kerüljön a hőcsere többi fajtájához képest.

Készülékünk a fűtés/hűlés kinetikájának tanulmányozására készült, ennek valóságos körülményeit jól modellelzi. Éppen emiatt azonban nem várható el tőle, hogy a kinetikát befolyásoló paraméterek (pl. hőkapacitás, párologáshő) értékeit olyan pontosan meg tudjuk határozni, mint az ezek mérésére kifejlesztett speciális kalorimetriás módszerek.

Megjegyzések: A termoellenállás $175\text{ }^\circ\text{C}$ felett tönkremegy, ezért a biztonság kedvéért soha ne melegítse fel annyira, hogy $R(T)$ ellenállása jelentősen meghaladja a $2\text{ k}\Omega$ értéket! A felmelegített testet mindig a lábainál fogjuk meg, különben égési sérülést okozhat! A test elektromos alkatrészei (pl. a termoellenállás) nem vízálló szigetelésűek, ezért azokra nem kerülhet víz, a testet (pl. hűtés céljából) ne tegye vízbe! A felmelegített test viszonylag lassan hűl le, ami sok idejét elrabolhatja, ezért a fűtés bekapcsolása előtt jól gondolja meg, nem maradt-e még valami szobahőmérsékleten elvégzendő teendője!

12.1. Feladatok

Eszközök: 1 db alumíniumtömb (fűtőszállal és termoelemmel), 1 db AC tápegység (24V/2A), 1 db digitális multiméter (Keithley 179 TRMS), 4 db kábel (banándugós), 1 db tálca, 1 db 8 ml-es mérőhenger, 1 db desztillált vizet tartalmazó spriccflaska, 1 db mentőfólia.

1. Csatlakoztassa a kísérleti testet a transzformátorhoz és a ($<10\text{ mV}$ termofeszültségnek megfelelő méréshatárra állított) digitális voltmérőhöz, mérje meg a termofeszültséget szobahőmérsékleten, indítsa el a stopperórát, majd percenként olvassa le a fűtéshez tartozó termofeszültség-értékeket 15 percig! Kapcsolja ki a fűtést, és megszakítás nélkül újabb 15 percig folytassa a hűléshez tartozó termofeszültségek leolvasását!
2. Hűtse vissza a testet szobahőmérsékletre (vagy amennyire lehetséges, de NE merítse vízbe!), majd ismétlje meg a fenti mérést úgy, hogy a fűtés megkezdése előtt pipettázzon 5 cm^3 vizet az alumíniumtömb mélyedésébe, a fűtés kikapcsolásakor pedig gyorsan csomagolja be a testet az előkészített mentőfóliába!
3. Termoelemünk termofeszültség-hőmérséklet(különbség) karakterisztikája az általunk vizsgált hőmérséklet-tartományban lineárisnak tekinthető; e karakterisztika meredeksége a termoelem hitelesítési jellemzője (a továbbiakban ezt a hitelesítési jellemzőt az aktuális termofeszültséggel megszorozva kapja majd az aktuális $(T_t - T_k)$ értéket). Számítsa ki e jellemzőt úgy, hogy elosztja a víz forráspontja ($100\text{ }^\circ\text{C}$) és a szobahőmérséklet ($T_k \approx 23\text{ }^\circ\text{C}$) különbségét az ezekhez a hőmérsékletekhez tartozó termofeszültségek különbségével! (Az ehhez szükséges termofeszültségeket már meghatározta a fenti 1. mérés kezdetén, ill. a 2. mérés platójánál, ahol az alumíniumtömb hőmérsékletének növekedése a víz elforrásának idejére megáll (a plató a víz párologáshője miatt jelenik meg)!)
4. Számolja ki a $(T_t - T_k)$ és (csak a hűlési szakaszra!) az $\ln(T_t - T_k)$ értékeket (az 1. mérés (és a 3. hitelesítés) eredményeinek felhasználásával)! A kapott adatokat foglalja táblázatba, majd ábrázolja azokat egy-egy grafikonon az idő függvényében!

5. Számolja ki az alumíniumtömb C hőkapacitását (a fűtési kinetika kezdeti meredekségéből), és a κ hűlési sebességállandót (az $\ln(T_t - T_k)$ hűlési kinetikájának meredekségéből)! (A fűtőteljesítmény értéke esetünkben $P = 29 \text{ W}$.)
6. Számolja ki a $(T_t - T_k)$ ill. (csak a hűlési fázisban!) az $\ln(T_t - T_k)$ értékeket (a 2. mérés (és a 3. hitelesítés) eredményeinek felhasználásával)! A kapott adatokat foglalja táblázatba, és ábrázolja azokat a 4. pontban elkészített grafikonokon!
7. Számolja ki a κ hűlési sebességállandó értékét (ld. az 5. pontban!) a mentőfóliával védett testre is! Hasonlítsa össze a mentőfóliával védett test és a „védtelen” test hűlési sebességállandóit! Mire következtet az eltérésükből? Hasonlítsa össze a víz nélkül és a vízzel melegített test melegedési kinetikáját! Miben tér el a két görbe, és mire következtet eltéréseikből?

Tartalék feladatok!

A függelék

Felületi feszültség mérése

A folyadékok felszínén lévő molekuláknak kevesebb szomszédja van, mint a folyadék belsejében. Ezért a felszínen lévő molekulák kevésbé kötöttek, azaz magasabb energiaszinten vannak a folyadék belsejéhez képest. Ezért a folyadék felszínén a felszínre merőleges irányú erő hat. Ez az erő alakítja ki például a cseppek gömb alakját (súlytalanságban, vagy kis méret esetén), illetve ez az erő olvasztja egybe az egymásnak ütköző folyadékcseppeket.

Felületi feszültségen a folyadék felszínén az egységnyi dl vonaldarabra eső dF erőt értjük. Ez az erő a folyadékfelszín érintősíkjában, az érintőre merőlegesen hat. A felületi feszültség definíciója tehát a következő:

$$\alpha = \frac{dF}{dl}.$$

A fentivel ekvivalens megfogalmazás: a felületi feszültség megmutatja, hogy a folyadékfelszín dA területességgel való megnöveléséhez mekkora dE energia szükséges.

$$\alpha = \frac{dE}{dA}.$$

A felületi feszültség független a felület nagyságától, amíg a hártya vastagsága nem túl kicsiny (kb. 0,00005 mm), erősen függ attól, hogy a szabad felszín milyen anyaggal érintkezik (ún. határfelületi feszültségek), valamint értékét jelentősen befolyásolja a hőmérséklet is.

A.1. Felületi feszültség mérése gyűrő leszakításával

A legegyszerűbb módszer esetén a folyadékba ismert kerületű gyűrűt helyezünk, és a folyadéktól való elszakításkor fellépő erőt közvetlenül mérjük meg – a felületi feszültség egyszerű osztással adódik. Az eljárás nedvesítő folyadékok esetén, abszolút és relatív mérésre egyaránt alkalmazható.

A folyadékfelszín alá egy gondosan megtisztított, zsírtalanított nikkelezett rézkarikát merítünk. A gyűrűt felfelé húzva a külső és belső peremhez folyadékhártya tapad. Alkalmas erőmérő eszközzel megállapíthatjuk azt az erőt, amely a gyűrűnek a folyadékhártyáról történő leszakításához szükséges. A leszakadás pillanatában a folyadékhártya függőlegesen tapad fel a gyűrő külső és belső peremére egyaránt. Így a gyűrűt

$$F = 2(r_1 + r_2)\pi\alpha$$

erővel húzza, amelyben r_1 és r_2 a gyűrő belső és külső sugara. Innen:

$$\alpha = \frac{F}{2(r_1 + r_2)\pi}.$$

Erőmérőként egy rugó szolgál. A fémgyűrűt egy tükörskála elé függesztett, leolvasó távcsővel ellátott érzékeny rugóra akasztjuk, s egyensúlyi helyzetét leolvassuk, ez az x_0 helyzet. Ismert m tömeget helyezve a serpenyőbe ismét leolvassuk a helyzetét (x) Hooke törvénye értelmében:

$$D(x - x_0) = m \cdot g,$$

ahol g a gravitációs gyorsulás, D a rugóra jellemző rugóállandó.

Innen:

$$D = \frac{mg}{x - x_0}.$$

Most már rugóink „hiteles”, erőmérésre alkalmassá vált. Ezt az eljárást célszerű három különböző tömeggel elvégezni és a kapott értékeket átlagoljuk. A fémgyűrűt száraz, puha ronggyal megtöröljük, zsírtalanítjuk. Merítsük a gyűrűt a folyadékfelszín alá, majd a folyadékot tartalmazó tálkát húzzuk lassan lefelé. A rugó megnyúlásának állandó figyelése mellett 3-5 leszakítást végzünk, azaz azon x megnyúlásokat olvassuk le, amikor a folyadékfelszín éppen elszakad a gyűrűtől. A leolvasott megnyúlásokat átlagoljuk (x) és kiszámítjuk az F erőt:

$$F = DX.$$

Így:

$$\alpha = K \cdot X, \quad K = \frac{D}{2\pi(r_1 + r_2)}$$

összefüggést kapjuk. K nem túl nagy megnyúlások esetén az adott eszközre nézve állandó. Relatív mérésnél K értékének ismeretére nincs szükség.

A gyűrű leszakításán alapszik egy másik mérő eszköz: a Du Noüy-féle készülék is, csak az erőmérés lényegében egy torziós mérleg segítségével valósul meg. A torziós szál egyik végét rögzítették. A torziós szálra merőlegesen rudat rögzítettek, ennek végén található a platinagyűrű, és a központi jelet létrehozó lencse. A lencsét átvilágítva a központi jel megjelenik a tejüveg ernyőn. (A pontos méréshez a lencsének lényeges szerepe van.) A mérendő folyadékot a gyűrű alá egy kis üvegtálkába helyezzük. Alaphelyzetben a gyűrű a folyadékban van, majd mozgatjuk óvatosan lefelé a folyadékot tartó edényt.

A gyűrű mindaddig nyugalomban marad, míg bele nem ér a folyadék felületi rétegébe. Ezután együtt mozognak a felületi réteggel, de ezt kiküszöböljük a köralakú skála elforgatásával, amin a szögelforduláshoz tartozó felületi feszültség din/cm egységekben leolvasható. A folyadékszintet és a skálát mindig úgy változtatjuk, hogy a központi jel helye változatlan maradjon az alapállapothoz képest. Abban a pillanatban kell leolvasni a skálát, amikor a két csavar mozgatásának eredményeképpen a központi jel kissé felfelé mozdul, majd a gyűrű elválk a folyadék felszínétől. A pontos mérés feltétele a gondos tisztítás, ugyanis kis mennyiségű idegen anyag nagyon káros irányban befolyásolja a mérést adatokat. A legkisebb koncentrációjú oldat mérésével célszerű a mérést kezdeni és úgy haladjunk a nagyobb koncentrációk felé.

A.2. Felületi feszültség mérése sztalagmométerrel

A felületi feszültség mérésére számos módszer alkalmas, ezek közül a gyakorlatban a sztalagmométeres módszer is eléggé elterjedt. Ennek lényege, hogy a folyadék lassú lecsepegtetésével, a keletkező cseppek száma alapján számítjuk ki a felületi feszültséget. A sztalagmométeres eljárás csak mint relatív módszer alkalmazható.

A mérésekre a végén vastag falú kapillárisal ellátott pipettát, a sztalagmométert használjuk. A kapillárison lassan átáramló folyadék a kapilláris alsó nyílásán cseppeket képez, melyek mindaddig feltapadva maradnak, míg a csepp súlya egyensúlyt tart a felületi feszültségből származó erővel. A csepp maximális súlya:

$$G = 2r\pi\alpha,$$

ahol r a kapilláriscső külső sugara, C a csepp súlya.

Csepegtessünk le két, ρ_1 és ρ_2 ismert sűrűségű, valamint α_1 és α_2 felületi feszültségű folyadékból azonos V térfogatnyi mennyiségeket. Jelöljük a cseppek számát z_1 és z_2 -vel, ekkor:

$$\rho_1 V g = z_1 G_1 = z_1 \cdot 2\pi r \alpha_1,$$

$$\rho_2 V g = z_2 G_2 = z_2 \cdot 2\pi r \alpha_2.$$

Relatív méréssel meghatározhatjuk a két folyadék felületi feszültségének arányát:

$$\alpha_2 = \alpha_1 \frac{z_1 \rho_2}{z_2 \rho_1}.$$

Ha az egyik folyadék felületi feszültségét pontosan ismerjük (pl. ez lehet desztillált víz), a relatív méréssel tetszőleges folyadék felületi feszültségét meg lehet határozni. A víz felületi feszültségét adott hőmérsékleten megadja az alábbi empirikus formula,

$$\alpha_1(T) = (72,9 - 0,155(T - 18^\circ C)) 10^{-3} N/m.$$

A méréskor nagyon fontos, hogy a mért térfogatok azonosak legyenek! A sztalagmométer alsó nyílását minden esetben alkohollal zsirtalanítani kell. Minden mérés előtt a mérendő folyadékkal is át kell öblíteni a sztalagmométert. A kifolyási sebességet úgy állítsuk be, hogy kb. 70 csepp/min legyen.

B függelék

Hosszúság mérése. A statisztika alapfogalmai

Talán a legegyszerűbb mérési feladat a hosszúságok mérése; ezért ez a gyakorlat különösen alkalmas arra, hogy az adatok kiértékelésének folyamatával is mélyebben megismerkedjünk.

A hosszúság mértékegysége a méter: 1 méter – 1986-ban megadott új definíciója szerint – annak az útnak a hosszúsága, amelyet a fény vákuumban a másodperc 299 792 458-ad része alatt megtesz.¹

Az egyetlen, méternél nagyobb, használatos SI mértékegység a kilométer. A csillagászat nagy távolságaihoz további egységeket használnak, pl. a fényévet ($9,45 \cdot 10^{15}$ méter). A Galaxisunk mérete kb. 150 ezer fényév; a hozzánk legközelebbi nagy galaxis távolsága 2 millió fényév, a Világegyetem legtávolabbi látható égitestjei mintegy 13 milliárd fényév távolságban vannak.

Méternél kisebb egységek: a milliméter, ill. ennek ezred része, a mikrométer (μm). Egy mikrométer körüli a baktériumok mérete, a látható fény hullámhossza kb. 0,4–0,7 μm közötti. A mikrométer ezredrésze a nanométer (nm); az atomi méretek a 0,1 nm mérettartományba esnek.



B.1. ábra. A gyakorlat eszközei

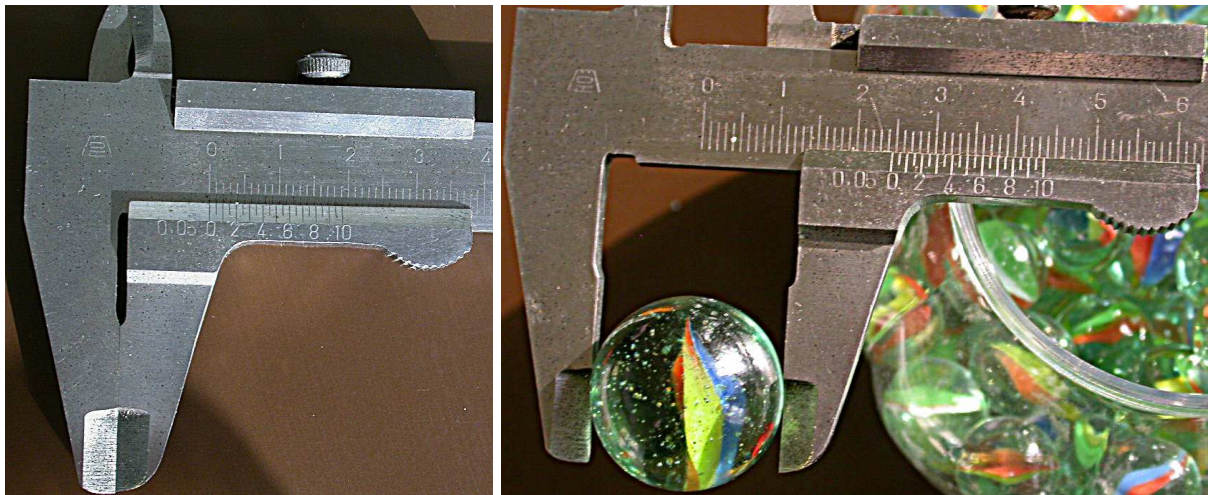
¹ A definíció érdekessége, hogy a fénysebességet adja meg számszerűen, és ehhez rögzíti a métert. Vagyis a fénysebesség többé nem mérés eredménye, hanem definíció! E definíciót 1965-ben Bay Zoltán (1900–1992) javasolta, aki korábban, 1930–1936 között Szegeden, az Elméleti Fizikai Tanszéken dolgozott.

B.1. Tolómérő, mikrométercsavar

A fentebb bemutatott mérettartományból legkönnyebben az emberi test hozzávetőleges nagyságrendjébe eső, kb. a milliméter–kilométer tartományban tudunk egészen egyszerű módszerekkel is elfogadható pontossággal távolságot mérni. A mérés legegyszerűbb eszközei a mérőszalag, méterrúd, vonalzó, melyek használata magától értetődő: leolvassuk, hogy a mérendő hosszúság két végpontja közé hány távolságegység esik a mérőműszeren. A pontosabb mérésekhez precízebb eszközökre van szükség. A gyakorlat keretein belül ezek közül kettővel, a tolómérővel és a mikrométercsavarral ismerkedünk meg.

B.1.1. Tolómérő

A tolómérő két részből áll: egy "fejesvonalzóhoz" hasonlítható álló részből, és egy ezen hosszirányban elcsúsztatható mozgó részből. Ha egy tárgy méretét meg kívánjuk mérni, a tárgyat az álló és mozgó rész érintkező pofái közé kell fogni. A tolómérő álló részén egy mm beosztású skála található, a mozgó részen szintén van skála (ezt nevezzük mellékbeosztásnak (nóniusznak)). A képen bemutatott nónius-skála teljes hossza 139 mm, amely 10×20 egyenlő részre van beosztva. Ha a tolómérő mozgó részének érintkező-pofáját nekitoljuk az állórész érintkezőjének, akkor a két skála 0 pontja esik egybe, az összes többi osztásvonal azonban eltér. Az eltérés az első vonal esetén a legkisebb, majd egyre nagyobb. A nó-



B.2. ábra. Balra: a tolómérő 0 állásban. Jobbra: a gömb átmérője 24,55 mm

níusz szomszédos osztásvonalainak távolsága emiatt $1/20 = 0,05$ mm-rel kisebb az 1 mm-nél. Ha a két pofa közé egy 0,05 mm vastag lapot csúsztatunk, akkor a nóniusz-skála éppen 0,05 mm-rel eltolódik el a kiinduló helyzetéhez képest. Ekkor a nóniusz skála első vonala éppen szembe kerül a főskála egy osztásvonalával. Ha $2 \times 0,05$ mm-es lapot fogunk a tolómérő pofái közé, akkora a nóniusz-skála eltolódása pont akkora, hogy a második vonala (1-es jelzés) esik egy vonalba a főskála egyik osztásvonalával. Általában, ahányszor 0,05 mm a lap vastagsága, a nóniusznak is "ugyanannyiadik" osztásvonala esik egybe a főbeosztás valamelyik osztásvonalával.

A bal oldali ábra a mérésre kész tolómérő mérőpofáit és skáláját mutatja. A mérőpofák érintkeznek egymással, a tolómérő álló részén látható milliméter-skála 0 pontja és a csúszó pofán lévő "nóniusz" 0 osztásvonala egybe esik. A nóniusz-skála 10 nagyobb és 10 rövidebb osztásvonallal 20 egyenlő részre van felosztva. A nóniusz utolsó osztásvonala az álló skála 19 mm-t jelző vonalával esik egybe. A jobb oldali ábrán látható, hogyan mérhető meg tolómérővel egy acélgolyó átmérője. A golyót a mérőpofák közé fogjuk. A pofák enyhén szorítják a golyót. A tolómérő két skálája, amelynek kezdőpontja a műszer alapállásánál egybeesett, most annyival csúszott el egymáshoz képest, mint a golyó átmérője. Ennek értéke milliméteres pontossággal az álló skálán olvasható le. Az ábrán ez majdnem 19 mm, azaz 18 mm + 1mm-nél kevesebb. A nóniusz segítségével ezt a távolságot 0,05 mm-es pontossággal határozhatjuk meg.

Ehhez le kell olvasnunk, hogy a nóniusz osztásvonalai közül melyik esik egybe a tolómérő szárán látható álló mm-skála valamelyik osztásával. Esetünkben ez a nóniusz 9. számú, azaz 18. osztásvonala. Az a távolság tehát, amellyel a golyó mérete nagyobb, mint 18 mm éppen $18 \times 0,05 = 0,9$ mm. A golyó átmérője tehát 18,9 mm.

Megjegyzés:

Tolómérőt gyakran készítenek úgy is, hogy a nóniusz-skála teljes hossza 9 mm, ami 10 egyenlő részre van felosztva. Az ilyen tolómérővel nem lehet 0,05 mm pontossággal mérni, mint a fent bemutatott esetben. A tolómérő leolvasási pontossága ilyenkor 0,1 mm.

B.1.2. Mikrométercsavar



B.3. ábra. A mikrométercsavar – a gömb átmérője 15,41 mm.

Kis hosszúságok, távolságok pontos mérésére igen alkalmas a mikrométercsavar vagy csavarmikrométer. Ha a csavar vége egy teljes fordulatnál 1 mm-rel tolódik el, és a dob pereme 100 egyenlő részre van osztva, akkor egy ilyen dobosztással való elforgatásnak 0,01 mm eltolódás felel meg. Mivel egy dobosztás tizedrésze még becsülhető, vagy nóniusz alkalmazásával leolvasható, a fenti csavarral kb. 0,001 mm pontossággal mérhetünk. A mérésnél a tárgyat a mérőfelületek közé tesszük, és a csavart **a racsnis** állítóval addig forgatjuk, amíg a tárgyat a mérőpofák enyhén megfogják, és a racsni megcsúszik. Ekkor az egész milliméterek számát a tok meghosszabbítására vésett skálán, a milliméter törtrészeit pedig a dobosztáson olvassuk le. Ha a tárgy kivétele és a mérőcsavar teljes becsavarása után, vagyis a mérőpofák közvetlen érintkezésekor az osztás nem pontosan 0-n áll, az eltérést (az ún. nullhibát) figyelembe kell venni. Ha a csavart nem a racsni áttéten keresztül, hanem közvetlenül kézzel forgatjuk, a megcsavarás különböző erősségéből adódó különböző mértékű megszorítások 0,01–0,05 mm mértékben deformálják a tárgyat, és a mérésünk nem fog pontos eredményhez vezetni!

A mikrométercsavarnál és általában a mérési célokra használt mérőcsavaroknál, a csavar és a csavaranya laza érintkezéséből származó holtmenet hibákat okozhat. Ezeket úgy kerülhetjük el, hogy a végleges beállításokat a csavarnak mindig ugyanolyan irányú forgatásával közelítjük meg.

B.2. Szisztematikus és véletlen hiba

A mérés a valós világ tárgyainak és eseményeinek fizikai összehasonlításából áll. A mértékegységek olyan tárgyak vagy események, amelyek segítségével a megfigyelt folyamat számszerűleg jellemezhető.

A mérés eredménye legalább **két** szám és egy mértékegység. Az első, a mérőszám megadja, hogy a mért dolog mekkora a megadott mértékegységhez viszonyítva, míg a második megmutatja, hogy milyen pontossággal sikerült a nagyságot megmérni. Ez az utóbbi szám a **mérés hibája**. A mérőszám és a hiba közé általában \pm jelet szoktak írni.

A hiba a mérésben ugyanolyan fontos adat, mint maga a mérőszám. Ebből tudjuk meg, hogy mennyire megbízható adatot kaptunk; ettől függően beszélhet pontos, tájékoztató jellegű, vagy „csak nagyságrendi pontosságú” mérésről.

Ha egy számításban hibával terhelt mennyiséget használunk fel, a hiba az eredménybe is áterjed. Ezért fontos, hogy a számítások alkalmával az eredményben jelentkező hibát is megbecsüljük.

A hibákat természetük szerint két csoportra oszthatjuk: szisztematikus és véletlen hibákra. A szisztematikus hiba oka az, hogy nincs tökéletes műszer, a valódi fizikai értékek a mutatottnál általában kicsit nagyobbak vagy kisebbek. A műszerek kalibrációja („beállítása”) arra irányul, hogy a mutatott érték nagyon közel essen a valóságoshoz. A szisztematikus hibák azonban optimálisan beállított műszer esetén is jelentkeznek, mert számos egyéb körülmény (pl. hőmérséklet, légnyomás, páratartalom, a műszer pozíciója a mérés alatt, a levegő összetétele a mérés alatt, a nehézségi gyorsulás értéke stb.) befolyásolhatja a műszer beállítását. Mivel a mérés körülményei nem azonosak a kalibráció körülményeivel, valamekkora szisztematikus hibával mindig számolnunk kell.

A **szisztematikus hibákat** kiszámíthatjuk pl. egy nagyon pontosan ismert tárgy méretének és mérésünk eredményének összehasonlításával. Ha a műszerünk szisztematikus hibáit megismertük, a mért eredményeket a pontos értékre korrigálhatjuk.

A **véletlen hibák** egyik oka a műszer vagy a leolvasás korlátozott pontossága. A másik oka az, hogy a mért tárgy csak jó közelítéssel illeszkedik a mérés módszeréhez. Például nincs tökéletes gömb: ezért ha egy golyó átmérőjét nagy pontossággal többször megmérjük, az értékek különbözni fognak, annak megfelelően, amennyire a golyó átmérője helyről-helyre kicsit változik.

A véletlen hibákat nem lehet korrigálni, de kellően sok méréssel „ki lehet átlagolni” őket.

B.3. Eloszlás, kumulatív eloszlás

A mérési folyamat során ezért általában sok mérést végzünk. Ezek együttes jellemzésére grafikusán az oszlopdiagramot és a kumulatív eloszlást használjuk - mindkettő arra utal, hogy adott mérőszámhoz tartozó mérésből hány darabot készítettünk.

Ha oszlopdiagramot készítünk, a vízszintes tengelyt szakaszokra osztjuk, és ezek fölé olyan magas oszlopokat rajzolunk, ahány darab mérés esett az oszlop alapja által jelzett intervallumba. (Szokás az egyedi darabszámokat leosztani az összes mérés darabszámával (normálás), így az oszlopdiagram összes oszlopának összege pontosan 1 lesz. Ez utóbbi módszer előnye, hogy ha több mérést végzünk, az oszlopok kb. ugyanakkorák maradnak.)

Az oszlopdiagram általában harang alakú, egy néhány oszlop által kirajzolt magas csúcs és ennek „szárnyai” jellemzik az alakot.

Az oszlopdiagram alakja függ az oszlopok alapjának beosztásától: ezt sem túl durvára, sem túl finomra nem szabad választani. A jó kompromisszum kb. az, ha a mérések 90%-a annyi darab oszlopba esik, mint az összes mérés darabszámának a köbgyöke. Vagyis, pl. 80 mérés esetén 3 oszlopban, 1000 mérés esetén 10 oszlopban kell ábrázolni a mérések zömét.

A kumulatív eloszlás azt mutatja meg, hogy hány mérési eredményt kaptunk, amely **kisebb** volt, mint a vízszintes tengelyen ábrázolt érték. A kumulatív eloszlás tehát monoton növekvő görbe (alakja nagyjából az oszlopdiagram integrálgörbéje). A kumulatív eloszlást is normálni szokták. Az oszlopdiagram inkább illusztratív szerepű, a kumulatív eloszlás viszont alapvető fontosságú bizonyos statisztikai mérőszámok (pl. medián) meghatározásánál.

Ha ezeken a diagramokon a mérési sorozat egyedi eredményeit ábrázoljuk, a mérések hibáját meg tudjuk határozni. Minél pontosabb a mérés, az oszlopdiagram annál keskenyebb, a kumulatív eloszlás annál meredekebb lesz. A pontos definíciókat az alábbiak adják meg.

B.4. Átlag, szórás, medián, kvantilisok; az átlag hibája

A mérések hibáját általában a szórással jellemzik: n mérés esetén a szórás az x_i egyedi mérések és az X pontos érték eltérésének négyzetes közepe. Definíciója:

$$\sigma = \sqrt{\sum \frac{(x_i - X)^2}{\text{dof}}},$$

ahol dof (degree of freedom) a szórás szabadsági fokát jelenti. Ha a pontos értéket előre ismerjük, és a méréssel csak a mérési módszer pontosságát teszteljük,

$$\text{dof} = n.$$

Abban a gyakoribb esetben, amikor a pontos értéket az $X \approx \sum x_i/n$ mintaátlaggal helyettesítjük, a szabadsági fok eggyel csökken,

$$\text{dof} = n - 1.$$

Ha tehát a „pontos érték” is a mi mérésünkből származik:

$$\sigma = \sqrt{\sum \frac{(x_i - X)^2}{n - 1}}.$$

A szórást felhasználva a mérési sorozatot jellemezhetjük az $X \pm \sigma$ számpárral; ennek szemléletes jelentése nagyjából az, hogy a mérési adatok legalább 2/3-ad rész a $X \pm \sigma$ intervallumba esik.

Ettől a mennyiségtől eltérő jellegű az átlag hibája: adott szórás esetén is, minél többet mérünk, annál pontosabban megismerjük a mintaátlagot. Ha a hiba csak véletlen jellegű, az átlag pontossága a mérések számának növelésével **négyzetgyökével** csökken, bár σ értéke változatlan marad, hiszen a mérési eljárás nem lett jobb. Ezt úgy fejezzük ki, hogy az átlag Err konfidencia-intervalluma,

$$Err \approx \frac{\sigma}{\sqrt{n/10}}.$$

Itt a nevezőben lévő szám értéke függ a mérési adatok eloszlásának jellegétől is, a 10-es érték gyakorlati célokra általában megfelelő kompromisszum. (Tehát kb. tíz mérés esetén az adatok szórása és a minta-átlag hibája nagyjából megegyezik.) Az Err jelentése az, hogy ha még nagyon sokszor megismételnénk a mérési sorozatot, az egyedi X átlagok az esetek legalább 95%-ban az általunk megadott $X \pm Err$ érték közé esnének.² Ha a mérési sorozat végén $X \pm$ valami érték áll, meg kell mondani, hogy a \pm után a mérési sorozat szórását (σ) vagy az átlag konfidencia-intervallumát (Err) tüntettük fel; az utóbbi esetben a konfidencia szintjét is meg kell jelölni.

A medián az az érték, amelynél a mérések legföljebb a fele kisebb, és legföljebb a fele nagyobb értékű. Ha nagyság szerint rendezzük a méréseket, a medián (páratlan számú mérés esetén) a középre eső érték, vagy (páros számú mérés esetén) a középen szimmetrikusan elhelyezkedő két érték átlaga.

A mediánt egyszerűen leolvashatjuk a kumulatív eloszlásról: a medián a kumulatív eloszlás 50%-os értékének megfelelő hely.

Ugyanilyen értelemben definiáljuk a kvantilisokat. Az 5, 10, 25, 75, 90, 95%-os kvantilis a kumulatív eloszlás 5, 10, 25, 75, 90, 95%-os értékének megfelelő hely. Természetesen tetszőleges (pl. 99,5%-os) kvantilisokat is definiálhatunk ennek analógiájára.

Ha a középértéket az M mediánban adjuk meg, az ehhez tartozó hibát a Q interkvantilissal, vagyis a 25%-os és a 75%-os kvantilis különbségének felével jellemezzük ($M \pm Q$).

²Ha ezt a konfidencia-szintet más, pl. 99% értéknek állítjuk be, a mérések darabszámát 10 helyett más számmal, az adott esetben kb. 4-gyel kell osztani, annak megfelelően, hogy szélesebb „hiba-tartományt” kell kijelölnünk. A különböző típusú eloszlások különböző konfidencia-szintjeihez tartozó faktorokat statisztikai könyvek táblázatai (ún. t-táblázatok) tartalmazzák.

B.5. Hibaterjedés

Ha a számított f érték a mért p_i paraméterek függvénye, és a paramétereket csak adott mérési hiba erejéig ismerjük meg, az f értékére is csak adott hibával következtethetünk. Ekkor $f = f(p_1, p_2, \dots, p_n)$, f hibájára a következő felső becslést adhatjuk:

$$\sigma_f \leq \left| \frac{\partial f}{\partial p_1} \right| \sigma_{p_1} + \dots + \left| \frac{\partial f}{\partial p_n} \right| \sigma_{p_n}.$$

Ha a különböző paraméterek hibái egymást nem befolyásolják (függetlenek), az eredmény szórása az alábbi (kevésbé pesszimista) formulával becsülhető:

$$\sigma_f = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial p_1} \sigma_{p_1} \right)^2 + \dots + \left(\frac{\partial f}{\partial p_n} \sigma_{p_n} \right)^2}.$$

Összeg esetén például, $f = a + b$, $\frac{\partial f}{\partial a} = \frac{\partial f}{\partial b} = 1$, vagyis

$$\sigma_f = \sigma_{a+b} = \sqrt{\sigma_a^2 + \sigma_b^2},$$

vagyis **összeg esetén a hibák négyzetei összegződnek**. Szorzat esetén, pl. $f = a \cdot b$, $\frac{\partial f}{\partial a} = b$, $\frac{\partial f}{\partial b} = a$, vagyis

$$\sigma_f = \sigma_{a \cdot b} = \sqrt{a^2 \sigma_b^2 + b^2 \sigma_a^2}.$$

Ezt az összefüggést $a \cdot b$ -vel leosztva a jobb oldalon $a \cdot b$ relatív hibáját, $\frac{\sigma_{ab}}{ab}$ értékét alakítjuk ki:

$$\frac{\sigma_{ab}}{ab} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_a}{a} \right)^2 + \left(\frac{\sigma_b}{b} \right)^2}.$$

Ez utóbbi eredmény szerint **szorzat esetén a relatív hibák négyzete összegződik** (nem szorzódik!).
Vagyis, ha pl. a értékét 6%, b értékét 8% hibával ismerjük, ab értékét $\sqrt{(6\%)^2 + (8\%)^2} = 10\%$ hibával fogjuk ismerni.

B.6. Feladatok

Eszközök: 1 db tolómérő, 1 db mikrométer, 1 db téglatest vasból, üveggolyók, mérőpohár, digitális mérleg

1. A tolómérővel mérje meg a kiadott téglatest oldalait, mindegyiket három-három különböző helyen! Számítsa ki a szórást, az átlagot és az átlag hibáját! Számítsa ki a téglatest térfogatát és annak hibáját!
2. Mérje meg mikrométercsavarral a kiadott 25 üveggolyó átmérőjét! Számítsa ki a szórást, az átlagot és az átlag hibáját!
3. Rajzolja föl a mérések eloszlását és kumulatív eloszlását! Az eloszlásdiagramon jelölje az átlag helyét és a szórás tartományát! A kumulatív eloszlásdiagramon jelölje a mediánt és a 25, valamint 75%-os kvantiliseket!
4. Tételezze fel, hogy mindegyik golyó tökéletesen gömb alakú. Az átlagos átmérő alapján számítsa ki az összes üveggolyó együttes térfogatát! Mennyi ennek a hibája?
5. Mérje meg digitális mérleggel az imént mért üveggolyók össztömegét. Mennyi a golyók sűrűsége? Mennyi a sűrűség hibája?
6. Helyezze a golyókat a mérőpohárba, jegyezze meg a golyóhalom magasságát. Űritse ki a mérőpoharat, öntsön bele kb. ugyanannyi vizet, mint ameddig a golyók értek az előbb. Mennyi víz van a mérőpohárban most? Helyezze vissza a golyókat is; a vízszint emelkedésével mérje meg közvetlenül a golyók össztérfogatát. Hogyan viszonyul ez az imént számított értékhez, és annak hibájához? Milyen okok miatt tapasztalható eltérés a számított össztérfogattól?

C függelék

Sűrűség mérése

Egy m tömegű, V térfogatú homogén test ρ sűrűségén a

$$\rho = \frac{m}{V} \quad (\text{C.1})$$

hányadosot értjük. A sűrűség SI-mértékegysége: $[\rho] = \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$. Inhomogén testek esetén az $\frac{m}{V}$ hányados a test átlagsűrűségének értékét adja meg, a lokális sűrűség: $\rho = \frac{dm}{dV}$.

A (ρ_2 sűrűségre vonatkoztatott) *relatív sűrűség* két anyag (test) abszolút sűrűségének hányadosa:

$$\rho_{rel} = \frac{\rho_1}{\rho_2}, \quad (\text{C.2})$$

ami dimenzió nélküli szám.

A sűrűség az anyagok egyik legfontosabb jellemzője, mérése pedig a kémiai analízis egyik legegyszerűbb módszere. A gyakorlatban igen elterjedt bizonyos anyagok azonosítása ill. minőségének megítélése céljából; ezen kívül alkalmas lehet pl. oldatok koncentrációjának gyors meghatározására is.

A szilárd, folyékony és gáz halmazállapotú anyagok sűrűsége egyaránt függ a hőmérséklettől és a nyomástól. A sűrűség hőmérséklettől való függése általánosan a következő formulával adható meg (mivel a térfogat hőmérsékletfüggése közelítőleg $V = V_0 \cdot (1 + \beta \cdot \Delta T)$, a tömeg pedig független a hőmérséklettől):

$$\rho = \frac{\rho_0}{1 + \beta \cdot \Delta T}, \quad (\text{C.3})$$

ahol ρ_0 a 273,16 K-en, ρ pedig az adott T hőmérsékletre tartozó sűrűség; β az ún. *térfogati hőtágulási tényező*.

C.1. Eszközök leírása, mérési eljárás

C.1.1. A Mohr–Westphal-mérleg

A Mohr–Westphal-mérleg működése Archimédész elvén alapszik: a ρ ill. ρ_0 sűrűségű folyadékba merülő testre ható felhajtóerők hányadosa megegyezik a sűrűségek hányadosával (hiszen ugyanakkora térfogatú testre hatnak):

$$\frac{F}{F_0} = \frac{\rho}{\rho_0} \quad (\text{C.4})$$

A módszer a folyadékok - ill. közvetve akár szilárd testek - relatív sűrűségének meghatározására szolgál. A mérleg egyik karján – egymástól egyenlő távolságra – mélyedések helyezkednek el, míg a végére egy üvegtest akasztható. A test által kifejtett súlyerőt a mérleg másik karján lévő nehezék – megfelelő beállítás esetén – levegőn kiegyensúlyozza.



C.1. ábra. A Mohr-Westphal mérleg. Egy-egy egységlovas (0.1 g/cm^3 van az 1 és 9 osztásokon, az összesen $10 \times 0.1 = 1.0$, a százados helyiértéket mérő lovas nincs fölrakva (a száron lóg a lovastartón), eddig 1.00, az ezredes helyiérték pedig a 4-es osztáson van, vagyis a sűrűség 1.004 g/cm^3 .

Az egyik mérlegkaron lévő mélyedésekbe a mérleghez tartozó, ún. *lovasokból* álló súlysorozat tagjait helyezhetjük el. Az ezekkel történő mérés a forgatónyomaték elvén alapszik. A karra elhelyezett testek forgástengelyre kifejtett összes forgatónyomatéka az egyes testek súlyának és a tengelytől mért távolságuk szorzataként adódó értékek összege lesz. Egyensúly esetén az egyik karon lévő nehezebb forgástengelyre vett forgatónyomatéka a másik karéval azonos nagyságú, de ellentétes irányú lesz, így **az eredő forgatónyomaték értéke nulla**. Ha az üvegtestet folyadékba merítjük, akkor a testre felhajtóerő hat, melynek iránya ellentétes a test súlyerejének irányával – ezért a tengelyre vett forgatónyomaték értéke megváltozik. Az egyensúly visszaállításához van szükség a lovasokra.

A legnagyobb (vagy egység-) lovas tömege úgy van megválasztva, hogy a tengelytől tíz egységnyi távolságba helyezve éppen kiegyensúlyozza azt a felhajtóerőt, amely a 15°C -os (azaz $\rho = 0.999 \cdot 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ sűrűségű) vízbe merülő üvegtestre hat (a gyakorlaton használt mérleg megfelelő karján csak kilenc beosztás található, ezért két egységlovassal lehet megoldani a feladatot). A súlysorozat kisebb tagjai az egységlovas tömegének tized ill. század részei. A Mohr–Westphal-mérleg előnye, hogy a ráhelyezett lovasok pozíciója alapján közvetlenül leolvasható a vizsgált folyadék sűrűsége. Ha pl. egy $1254 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ sűrűségű oldatba merítjük az üvegtestet, akkor a két egységlovassal összesen $1200 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ sűrűséget tudunk beállítani (pl. a

kilences és a hármas beosztáshoz helyezve őket), míg a tized-lovast az ötös, a század-lovast pedig a négyes beosztáshoz helyezve kapjuk meg a kívánt egyensúlyi helyzetet.

Ha a 15 °C-ostól eltérő hőmérsékletű (pl. szobahőmérsékletű) víz ill. oldatok állnak rendelkezésünkre, akkor a mérleg egyensúlyi helyzete nem pontosan állítható be pusztán az egységlovas használatával. Ekkor egy korrekciót kell alkalmaznunk, és a meghatározott korrekciós faktoral **minden további mérést korrigálnunk kell!** A korrekciós faktort (K) a következőképpen határozzuk meg. Táblázatból kikeressük a víznek az adott hőmérséklethez tartozó ρ_{val} valódi sűrűségét, és ezt elosztjuk az egyensúly beállításához szükséges lovasok értékével, azaz az adott hőmérsékleten mért ρ_{mert} sűrűséggel:

$$K = \frac{\rho_{val}}{\rho_{mert}} \quad (C.5)$$

Így – a korrekciós faktor felhasználásával – az anyagok abszolút sűrűsége adott hőmérsékleten:

$$\rho_{absz} = K \cdot \rho_{mert} \quad (C.6)$$

C.1.2. Mérések piknométerrel

Piknométerrel folyadékok ill. kis méretű szilárd testek sűrűségét határozhatjuk meg. A piknométer egy 10-100 cm³-es üvegedény, melynek egyik szárába csiszolattal ellátott hőmérő, a másikba üveg dugó illeszkedik. A dugó furata szűk csőben folytatódik, így az ebbe karcolt jel a térfogatot igen pontosan definiálja (állandónak tekinthető hőmérsékleten). A piknométerrel való sűrűségmérés alapja az, hogy azonos térfogatú anyagok sűrűsége aránya egyenlő az azonos térfogatban foglalt tömegek arányával:

$$\frac{\rho}{\rho_0} = \rho_{rel} = \frac{\frac{m}{V}}{\frac{m_0}{V}} = \frac{m}{m_0} \quad (C.7)$$

Folyadékok sűrűségének meghatározása

Az m_0 , azaz a piknométer térfogatával azonos térfogatú víz tömegének meghatározásához meg kell mérni a piknométert üresen (m) és vízzel telve (m_{+v}). A két mérési adatból:

$$m_0 = m_{+v} - m \quad (C.8)$$

Hasonló megfontolással, az ismeretlen sűrűségű folyadék (f) tömegére (m) felírhatjuk:

$$m = m_{+f} - m \quad (C.9)$$

Az ismeretlen folyadék vízre vonatkozó relatív sűrűsége:

$$\rho_{rel} = \frac{m}{m_0} = \frac{m_{+f} - m}{m_{+v} - m} \quad (C.10)$$

Ebből – a víz adott hőmérséklethez tartozó abszolút sűrűségének ismeretében – a folyadék abszolút sűrűsége meghatározható.

Szilárd testek sűrűségének meghatározása

Az előző pontban említettekhez hasonló módon eljárva kell megmérni a szilárd test és a vele azonos térfogatú desztillált víz tömegét. A mérést több lépésben kell elvégezni.

1. Meg kell mérni a szilárd test tömegét (m_{sz}).
2. Meg kell mérni a desztillált vízzel jelig töltött piknométer tömegét (m_{+v}).
3. A szilárd testet a piknométerbe helyezve, majd jelig töltve az üvegedényt desztillált vízzel, mérjük meg az együttes tömeget (m_{+v+sz}).

Határozzuk meg m_0 és ρ_{rel} értékét:

$$m_0 = (m_{+v} + m_{sz}) - m_{+v+sz} \quad (\text{C.11})$$

$$\rho_{rel} = \frac{m_{sz}}{m_0} = \frac{m_{sz}}{(m_{+v} + m_{sz}) - m_{+v+sz}} \quad (\text{C.12})$$

Ebből – az előző módon – meghatározható a szilárd test abszolút sűrűsége.

C.2. Feladatok

Eszközök: 1 db Mohr–Westphal mérleg (állvány, mérlegkar, súly, két egységlovas, egy-egy tizedegység- és századegység-lovas), mérőhenger, oldatsorozat, 1 db szilárd test (parafadugó rajzszőgekkel), konyhasó.

1. Határozza meg a Mohr–Westphal-mérlegnél használt oldatokra vonatkozó korrekciós faktor értékét!
2. Határozza meg a kiadott oldatsorozat(ok) sűrűségét egy méréssorozat alapján!
3. Ábrázolja a koncentráció függvényében a sűrűségek értékeit! Határozza meg az ismeretlen oldat koncentrációját!
4. Határozza meg a 2. feladatban szereplő oldatsorozat(ok) sűrűségét piknométer segítségével! Adja meg az egyes oldatokra vonatkozó relatív eltéréseket a 2. feladatban kapott értékekhez képest!
5. Határozza meg a kiadott szilárd test sűrűségét víz, konyhasó és a Mohr–Westphal-mérleg segítségével!