

**SZEGEDI TUDOMÁNYEGYETEM**

**Természettudományi Kar**

**Optikai és Kvantumelektronikai Tanszék**

**fizikus szak**

**DIPLOMAMUNKA**

**SPEKTRÁLISAN BONTOTT INTERFERENCIÁN  
ALAPULÓ ELJÁRÁS KIDOLGOZÁSA  
EXTRÉM KICSINY DISZPERZIÓ MÉRÉSÉHEZ**

**Börzsönyi Ádám**

**Témavezető:**

**Dr. Osvay Károly**  
**egyetemi docens**

**Szeged, 2006**

## TARTALMI ÖSSZEFOGLALÓ

***Kulcsszavak:*** femtoszekundumos impulzusok, spektrálisan és térben bontott interferencia, diszperzió, lineáris és nemlineáris törésmutató, levegő törésmutatója

Ultrarövid lézerimpulzusok terjedése során a törésmutató diszperziójának különösen fontos szerepe van, mivel az időbeli félértékszélesség csökkenésével egyre jelentősebb kiszélesedést okoz. A leggyakoribb közeg, amiben az impulzusok terjednek a laboratórium levegője vagy a nyalábterelő csövek alacsony nyomású (0.01 mbar – 1 mbar) légritkított tere. Ezen esetekben a diszperzió extrém alacsony, ezért nehéz mérni, de nagy távolságokon mégsem hanyagolható el hatásuk.

Diplomamunkámban bemutatom azt az eljárást, amellyel kis értékű diszperziók is sikeresen és pontosan mérhetők. A módszert spektrálisan és térben bontott interferenciának nevezik, ami egy kétsugaras interferométer és egy spektrográf kombinációján alapul. A kísérleti beállítások optimális beállítása mellett igen nagy hangsúlyt fektettem a kiértékelő-program fejlesztésére, amellyel a korábbiakhoz képest nagyságrendekkel jobb eredményeket sikerült elérnem. Az interferogram felvételéből a szórásra is becslést adok.

Az impulzusok intenzitásának növelésével a nemlineáris törésmutató tölt be egyre nagyobb szerepet; az önfókuszálódás és önfázismoduláció jelensége figyelhető meg. Programomat a megfelelő átalakításokkal alkalmassá tettem a nemlineáris törésmutató mérésének kiértékeléséhez is.

## TARTALOMJEGYZÉK

<b>1. Bevezetés</b> .....	1
<b>2. Előzmények</b> .....	2
2.1 Rövid elméleti bevezetés .....	2
2.2 A diszperziós együtthatók mérése .....	6
2.3 Mérési összeállítás.....	10
2.4 Kiértékelés .....	12
<b>3. Célküszölések</b> .....	15
<b>4. Eredmények</b> .....	16
4.1 Az új kiértékelőprogram.....	16
4.2 Hibaanalízis .....	21
4.2.a Numerikus hiba.....	21
4.2.b Hullámhossz-kalibrációból adódó hibák .....	21
4.2.c A CCD kamera zaja .....	23
4.2.d Az intenzitás-eloszlás egyenetlensége.....	24
4.2.e A csíkok sűrűsége .....	26
4.2.f Eltérő nyalábsugár.....	28
4.2.g A csíkok dőlése.....	29
4.3 Nemlineáris törésmutató.....	31
4.3.a Nemlineáris közegben előforduló jelenségek.....	31
4.3.b Nemlineáris törésmutató mérési elve .....	33
4.3.c Kiértékelés .....	33
<b>5. Összefoglalás</b> .....	35
<b>6. Mellékletek</b> .....	36
6.1 Nemlineáris függvény illesztése legkisebb négyzetek módszerével .....	36
6.2 Polinom illesztése .....	38
6.3 A kiértékelőprogram fontosabb részei.....	39
Köszönetnyilvánítás .....	44
Irodalomjegyzék.....	45
Nyilatkozat .....	47

## 1. BEVEZETÉS

Amikor diszperzióról esik szó, legtöbb esetben a jól ismert kísérletet idézzük fel magunkban, melyben egy prizmán áthaladó fehér fénysugár színes spektrummá bomlik. Azonban ez a fogalom ennél kiterjedtebb jelentéssel rendelkezik. Általában diszperzió alatt értjük valamely fizikai mennyiség, anyagi jellemző spektrális függését, arról nem is beszélve, hogy a kémiában teljesen különálló jelentéssel bír. Sőt, fizikai értelemben is léteznek olyan diszperzióknak nevezett mennyiségek, amelyek nem hullámhossz-függőek. A hullámvezetők tanulmányozásakor találkozhatunk például a módusdiszperzió fogalmával, amely a terjedő jel sebességének a jel – itt nem részletezhető – módusától függő differenciálódását írja le, mely a hullámhossztól teljesen független [1].

Elektromos és elektromágneses jelek terjedése közben fellépő jelalak-változásokat is diszperzióknak hívjuk. Nem véletlenül, hiszen a jelenség összefügg az anyagi diszperzióval: a jel egyes komponenseinek sebessége különböző mértékben változik, a gyorsabbak előresietnek, a lassabbak lemaradnak, a jelalak változik. Ultrarövid lézerimpulzusok esetén a törésmutató hullámhosszfüggése ezért alapvető probléma.

A levegő és általában a gázok törésmutatója köztudottan közel van az egyhez, ezért legtöbbször azonosnak tekintjük a vákuumbeli törésmutatóval. Ebből következően a spektrális változása sem túl nagy mértékű. Femtoszekundumos lézerimpulzusok terjedése során viszont ez a kicsiny diszperzió is jelentős időbeli kiszélesedést okoz. Szükséges tehát megvizsgálunk, hogy a levegőnek milyen diszperziós tulajdonságai vannak, hogy pontos információnk legyen az impulzus időbeli hosszának a terjedés során bekövetkező változásáról. A nagyobb laboratóriumokban a nyalábokat alacsony nyomású csövekben vezetik az akár több tíz méterre lévő céltárgyig, ahol már nincs lehetőség az esetleges kiszélesedés kompenzálására. A levegőre vonatkozó törésmutató-egyenletek érvényességi tartománya már nem éri el ezeket a nyomásértékeket [2,3]. Fontosnak láttuk tehát olyan mérési eljárás kifejlesztését, mellyel az extrém alacsony diszperziók is pontosan mérhetők.

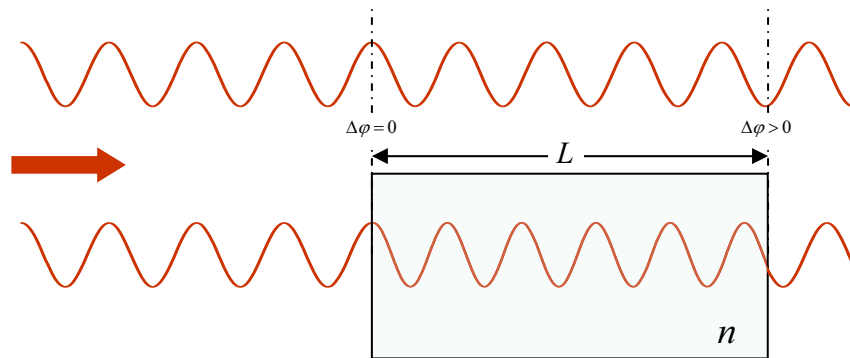
A mérésekhez a spektrálisan és térben bontott interferencia (*spectrally and spatially resolved interferometry, SSRI*) módszerét választottam, mely kiválóan alkalmasnak bizonyult kis mértékű diszperzió kimutatására és mérésére. Az eljárás előnyei közé tartozik még, hogy költséghatékonyan és egyszerűen kivitelezhető, valamint a közkedvelten alkalmazott széles sávú fényforrásokkal, például femtoszekundumos ( $10^{-15}$  s) impulzusokkal való folyamatok vizsgálatára [4,5] is alkalmas.

## 2. ELŐZMÉNYEK

### 2.1 Rövid elméleti bevezetés

Az anyagi diszperzió befolyásolja az elektromágneses hullámok terjedési tulajdonságait. Mint tudjuk, egy  $n$  törésmutatóval rendelkező anyagban a fény fázissebessége a vákuumbeli  $c$  értékhez képest  $c/n$  sebességgel halad. A törésmutató azonban nem állandó a spektrális tartományban, ami azt eredményezni, hogy a különböző frekvenciájú komponensek különböző sebességgel haladnak. Vizsgáljuk meg, mi a helyzet egy konkrét frekvencián.

Tekintsünk egy monokromatikus hullámot, mely első esetben vákuumban terjed, majd helyezzünk az útjába egy  $L$  hosszúságú,  $n$  törésmutatójú anyagot, és hasonlítsuk össze a fázisokat, miután a hullám kilépett az anyagból.



2.1. ábra Hullám terjedése vákuumban és diszperzív közegben

A közegbe való belépéskor a fázisok megegyeznek. A közeg vákuumtól eltérő optikai tulajdonsága miatt a hullám más sebességgel halad. Értelmezhetjük úgy is, hogy  $L \cdot n$  optikai utat kell megtennie az anyagban, míg a vákuumban csak  $L$ -t. Vagy gondolhatunk arra is, hogy a csökkenő sebesség, de állandó frekvencia miatt  $\lambda' = \lambda / n$  lesz az anyagi hullámhossz, a lényeg ugyanaz: a hullám több periódust tesz meg az közegben mint vákuumban. A fázis az első, vákuumbeli terjedés esetén  $L$  út megtétele után  $\varphi_1 = 2\pi \cdot L / \lambda$ -val növekszik. Míg ugyanezt az utat az  $n$  törésmutatójú közegben  $\varphi_2 = 2\pi \cdot L \cdot n / \lambda$  fázisváltozással járja végig. Számunkra a konkrét fázisértékek nem fontosak, hanem annál inkább a különbség:

$$\Delta\varphi = 2\pi \cdot \frac{L \cdot (n-1)}{\lambda} = \frac{\omega}{c} \cdot L \cdot (n-1). \quad (2.1)$$

Mint látható, a hullámhossz-függés könnyen átalakítható frekvencia-függéssé, felhasználva a  $c = \lambda \cdot \nu = \lambda \cdot \omega / 2\pi$  összefüggést. Azért célszerűbb a frekvencia-függést alkalmazni, mert a hullámhosszal ellentétben az nem változik az anyagban. A továbbiakban tehát a körfrekvenciával számolok, de a jobb átláthatóság miatt néhol a hullámhossz-értékeket tüntetem fel.

A diszperzió leírásához figyelembe kell vennünk, hogy a törésmutató is függ a frekvenciától. Térjünk át a jelenség frekvencia-képbeli leírására [6]. Tekintsünk a közeg határán egy hullámcsomagot, mely  $a_{be}(\omega)$  amplitúdó- és  $\varphi_{be}(\omega)$  fáziseloszlással rendelkezik. A térerősség időbeli alakja a Fourier-transzformációból következik:

$$E_{be}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} a_{be}(\omega) e^{i(\omega t + \varphi_{be}(\omega))} d\omega. \quad (2.2)$$

A diszperzív közeg megváltoztatja az egyes komponensek amplitúdóját valamilyen  $A(\omega)$  amplitúdó-átvitellel, a fázisát pedig  $\varphi(\omega)$  fázisátvitellel módosítja, azaz a kilépő hullám:

$$E_{ki}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} A(\omega) \cdot a_{be}(\omega) e^{i(\omega t + \varphi_{be}(\omega) - \varphi(\omega))} d\omega. \quad (2.3)$$

Az egyszerűbb modellezés kedvéért az amplitúdó-átvitelt  $A(\omega) = 1$ -nek vehetjük, a fázisátvitelt pedig a korábban látott módon számoljuk:

$$\varphi(\omega) = \omega \cdot L \cdot n(\omega) / c. \quad (2.4)$$

A közegbeli és vákuumbeli fázisok között fellépő különbséget kifejező (2.1) egyenlet könnyen átírható  $\omega$ -tól függő alakba:

$$\Delta\varphi(\omega) = \frac{\omega}{c} \cdot L \cdot (n(\omega) - 1). \quad (2.5)$$

A diszperzió jellemzéséhez mérhető mennyiségek szükségesek, melyeket az anyagban létrejövő fáziseltolódást egy  $\omega_0$  központi frekvencia körül  $\omega$  szerint harmadrendig Taylor-sorba fejtvé kapunk:

$$\varphi(\omega) = \varphi(\omega_0) + \left. \frac{d\varphi(\omega)}{d\omega} \right|_{\omega=\omega_0} \cdot (\omega - \omega_0) + \left. \frac{1}{2} \frac{d^2\varphi(\omega)}{d\omega^2} \right|_{\omega=\omega_0} \cdot (\omega - \omega_0)^2 + \left. \frac{1}{6} \frac{d^3\varphi(\omega)}{d\omega^3} \right|_{\omega=\omega_0} \cdot (\omega - \omega_0)^3 \quad (2.6)$$

Vizsgáljuk meg, hogy az egyes koefficiensek fizikailag mit jelentenek és alkalmasak-e a diszperzió leírására. A sorfejtés konstans tagja csupán a fázisátvitel számszerű értékét mutatja meg az  $\omega_0$  központi frekvenciánál. Mivel fázis jellegű mennyiség, magában hordozza a  $2\pi$  mértékű periodicitást, ezért a – későbbiekben részletezett – polinom-illesztés során erre 0 és  $2\pi$  közé eső értéket kapunk a helyes eredmény helyett, amely az illesztésből kapott értékhez képest egész számú periódussal tér el. Ezt vivő-burkoló fázisnak (*carrier-*

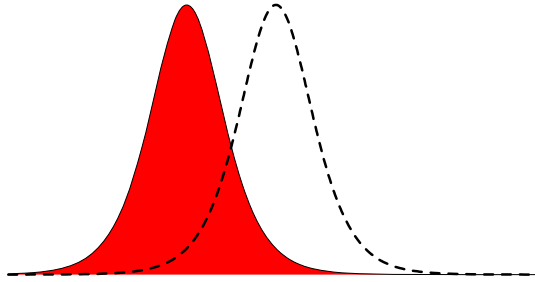
*envelope phase, CEP*) nevezzük [7]; jelentősége csak extrém rövid, néhány optikai ciklusú, attosekundumos ( $10^{-18}$  s) impulzusok terjedésénél van.

A deriváltak már nem fázis jellegűek, mértékegységük nem radián, hanem másodperc a deriválás rendjének megfelelő hatványon. Kezdjük az első deriválttal, melynek neve *csoporkésleltetés (group delay, GD)*. Ez tehát idő dimenziójú mennyiség, általában fs-ban mérjük. Megadja azt az időt, amennyit a hullámcsomag a diszperzív közegben tölt. Ennek belátására tegyük fel, hogy a fázisátvitel csak csoporkésleltetést tartalmaz, azaz  $\varphi(\omega) = GD \cdot (\omega - \omega_0)$  alakú. Ekkor a közegből kilépő térerősség:

$$E_{ki}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} a_{be}(\omega) e^{i(\omega t + \varphi_{be}(\omega) - GD(\omega - \omega_0))} d\omega = e^{iGD \cdot \omega_0} \int_{-\infty}^{\infty} a_{be}(\omega) e^{i(\omega(t - GD) + \varphi_{be}(\omega))} d\omega = (2.7)$$

$$= e^{iGD \cdot \omega_0} \cdot E_{be}(t - GD).$$

A belépő és kilépő impulzusok alakja megegyezik, a kilépő impulzus viszont  $GD$  idővel késik a belépőhöz képest. Vákuumban a  $GD$  megfelel az  $L$  hosszúságú vákuumbeli út megtételéhez szükséges  $L/c$  időnek. Ha nem a fázisátvitellel számolunk, hanem a (2.5)-ben meghatározott fáziskülönbség-függvényt fejtjük sorba, akkor a  $GD$  azt adja meg, hogy a vákuumbeli terjedéshez képest mennyivel maradt le a hullámcsomag. Fontos viszont hangsúlyoznom, hogy a csoporkésleltetés a jel alakját nem változtatja meg. A 2.2. ábrán látható a csoporkésleltetés miatt keletkező időbeli csúszás. Szaggatott vonallal az eredeti, míg pirossal az új impulzus időbeli helyzetét jelöltem.



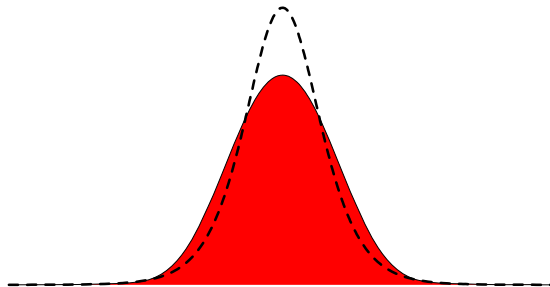
**2.2. ábra** Csoportkésleltetés hatása a jelre (szaggatottal az eredeti impulzus)

A második derivált a legjelentősebb a diszperzió vizsgálatának szempontjából, ugyanis ezzel jellemezhetőek leginkább az ultrarövid impulzusok terjedése közben fellépő alakváltozások. Ennek a mennyiségnek *csoporkésleltetés-diszperzió* nevet adták (*group delay dispersion, GDD*, mértékegysége:  $\text{fs}^2$ ). Ezzel írható le az impulzusok időbeli kiszélesedése. Ez a másodrendű diszperzió ugyanis már a különböző spektrális komponensek sebesség szerinti differenciálódását okozza. Világos, hogy a különböző sebességű kompo-

nensek a jelalak megváltozását, legáltalánosabb esetben kiszélesedését okozza. A kiszélesedés mértéke függ a jel időbeli hosszától:

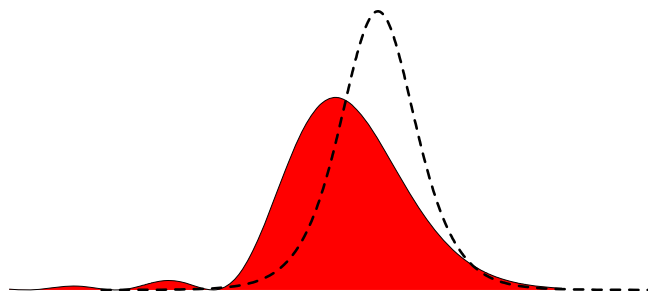
$$\tau' = \tau \sqrt{1 + \left( \frac{4 \ln 2}{\tau^2} \cdot GDD \right)^2}, \quad (2.8)$$

ahol  $\tau'$  a kiszélesedett,  $\tau$  az eredeti impulzus időbeli félérték-szélessége. A képletből kiderül, hogy a  $\tau$  csökkenésével a kiszélesedés egyre drasztikusabban jelentkezik. A következő ábrán láthatjuk a  $GDD$  eredményeképpen létrejött jeltorzulást. A 2.2. ábrához hasonlóan itt is szaggatottal jelöltem a kiindulási impulzust.



**2.3. ábra** Kiszélesedés csoportképletelés-diszperzió miatt

A harmadik deriváltat egyszerűen harmadrendű diszperzióknak nevezték el (*third order dispersion, TOD*, mértékegysége:  $\text{fs}^3$ ). Az ilyen jellegű diszperzió a jel időbeli alakját aszimmetrikussá teszi, sőt kisebb mellékimpulzusok is megjelenhetnek. A 2.4. ábrán látható a harmadrendű diszperzió eredménye.



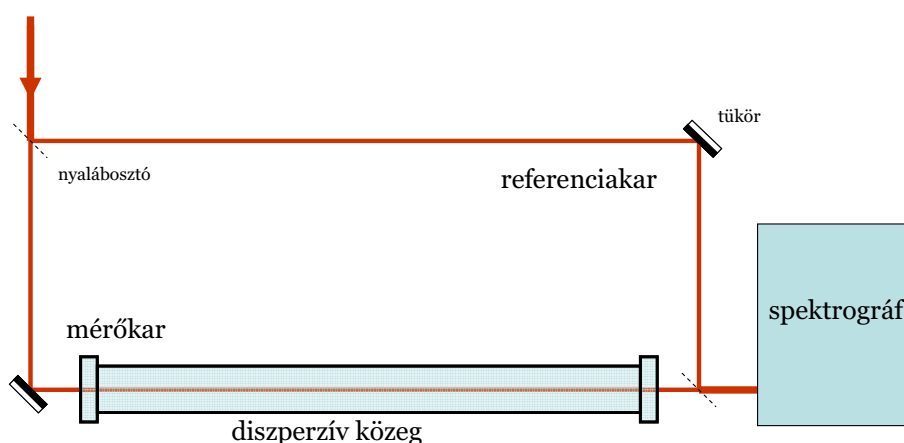
**2.4. ábra** Jeltorzulás harmadrendű diszperzió hatására



## 2.2. A diszperziós együtthatók mérése

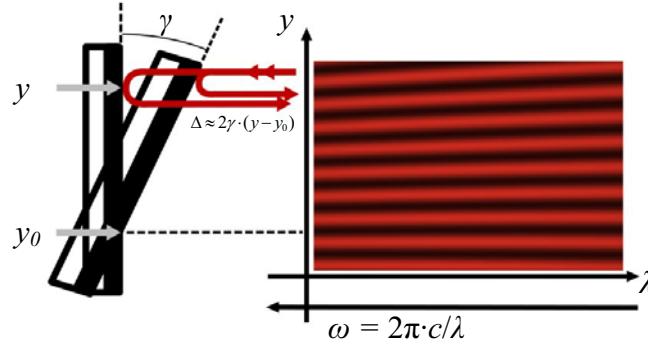
A diszperziós együtthatókat a fáziseltolódás-függvény polinom-illesztéséből határozzuk meg. Fázisjelenségek mérésére legkézenfekvőbbnek tűnik valamilyen interferencián alapuló mérést kidolgozni. Kísérletünkhöz a spektrálisan és térben bontott interferencia (SSRI) módszerét választottuk. A spektrális bontás egy egyszerű spektrográffal történik, így lehetőség nyílik viszonylag nagyobb hullámhossztartomány egyidejű vizsgálatára. Emiatt igen közkedvelten alkalmazzák szélessávú fényforrásokat, például fehér fényt vagy ultrarövid lézerimpulzusokat igénylő mérésekben [4,5].

A (2.1) fáziskülönbség létrehozására a nyalábot két részre kell osztani, amit egy Mach-Zehnder interferométerben valósítunk meg. A 2.5 ábrán látható az interferométer vázlatos felépítése. Fényforrásként Ti:S lézer oszcillátorából kilépő ultrarövid impulzussorozatot használunk. Egy nyalábosztó alkalmazásával az impulzusok két karban haladnak tovább, úgymint referencia- és mérőkar. A mérőkarban helyezzük el a diszperzív mintát, jelen esetben a levegővel töltött, változtatható nyomású csövet. Az itt lezajló fáziseltolódást akkor tudjuk észlelni, ha van mihez viszonyítanunk: ezt a viszonyítási pontot szolgáltatja a referenciakar. A mérések során azt feltételezzük, hogy a referenciakarban valamilyen *állandó értékű* a diszperzió, nem pedig azt, hogy elhanyagolhatóan kicsiny. Arra, hogy gyakorlatilag mennyire tekinthető változatlanak, a későbbiekben visszatérek. A kapott eredményeket tehát nem abszolút mennyiségeknek kell tekintenünk, hanem relatívoknak.



2.5. ábra Mach-Zehnder interferométer diszperzió mérésére

A nyalábokat újraegyesítés után egy spektrográfba tereljük, ahol a belépő rés és egy lencse után egy rácsra kerülnek, mely elvégzi a spektrális bontást. Az első rendű elhajlási képet újabb lencse segítségével egy CCD-kamera chip-jére képezzük, és a kapott képek kiértékeléséből juthatunk mérési eredményekhez. A spektrális bontás azonban önmagában nem elegendő a képek kiértékelhetőségéhez, ugyanis ha a nyalábok párhuzamosak (és természetesen fedik egymást), akkor csak erősítést vagy kioltást láthatunk.



**2.6. ábra** Interferenciacsíkok létrehozása

Térbeli bontás azt jelenti, hogy az egyik tükört a függőleges  $y$  tengely mentén kicsiny  $\gamma$  szöggel megdöntjük a többihez képest [8]. Ekkor a nyalábok is ugyanakkora szöveget zárnak be,  $y$ -tól paraxiális közelítésben lineárisan függő  $\Delta = 2\gamma \cdot (y - y_0)$  úthossz-különbség miatt fáziseltolódás jön létre az interferogramon:

$$\varphi_{dőlés}(y, \omega) = \frac{\omega}{c} \Delta = \frac{\omega}{c} 2\gamma \cdot (y - y_0). \quad (2.9)$$

Ennek köszönhetően interferenciacsíkok jelennek meg a képen, melyek a  $\gamma$  szög növelésével sűrűsödnek. Az interferogram így válik kiértékelhetővé. A tükör döntése miatt a  $GD$  változni fog az  $y$  tengely mentén:

$$GD_{dőlés}(y) = \frac{d\varphi_{dőlés}(y, \omega)}{d\omega} = 2\gamma \cdot (y - y_0) / c. \quad (2.10)$$

Szerencsére a számunkra fontos, magasabb rendű deriváltakra ez nincs hatással. A 2.6. ábra interferencia-képéről kiderül, hogy  $GD_{dőlés}(y = y_0) = 0$  értéknél a csík teljesen egyenes, míg  $y_0$ -tól távolodva a csíkok egyre inkább széttartanak. Ez nem meglepő, hiszen a frekvencia csökkenésével az interferenciacsíkok hullámhossza, s így a maximumok között lévő  $y$  távolság is egyre növekszik.

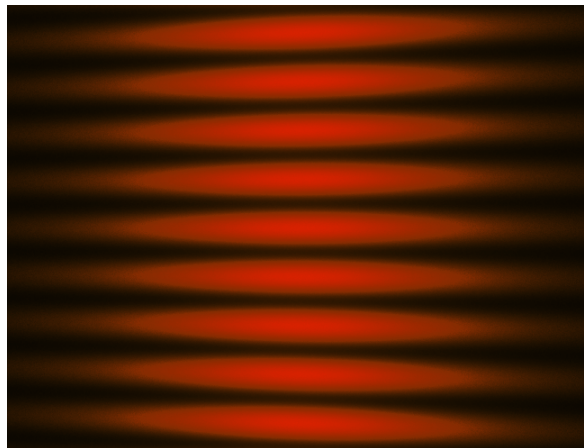
Ezek után lássuk az interferenciát leíró egyenletet, mely a kiértékelés kiindulópontja. Legyen  $I_m(y, \omega)$  a mérőkar intenzitás-eloszlását eloszlását leíró függvény, míg a referenciakaré hasonlóan  $I_r(y, \omega)$ . Az interferogram a következőképpen számolható:

$$I(y, \omega) = I_r(y, \omega) + I_m(y, \omega) + 2\sqrt{I_r(y, \omega) \cdot I_m(y, \omega)} \cdot \cos(\varphi(y, \omega)), \quad (2.11)$$

ahol  $\varphi(y, \omega)$  jellemzi az interferáló nyalábok fázisbeli különbségét; esetünkben ez két tagból tevődik össze. Egyrészt tartalmaz egy diszperzió miatt létrejött fáziskülönbséget a (2.5) kifejezés szerint, másrészt a tükrödés által okozott hatást, amit a (2.9) egyenlet ír le. A teljes fáziskülönbség tehát:

$$\varphi(y, \omega) = \frac{\omega}{c} \cdot L \cdot (n(\omega) - 1) + \frac{\omega}{c} \cdot 2\gamma(y - y_0). \quad (2.12)$$

Ennek a függvénynek kell vizsgálnunk a Taylor-sorát. Haladjunk sorban az együtthatókkal, és figyeljük meg, hogy külön-külön hogyan fedezhetőek fel az interferogramon. Lássunk először egy diszperzió nélküli esetet a 2.7. ábrán.



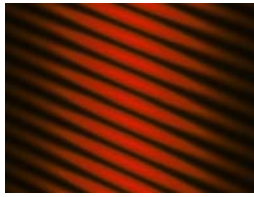
**2.7. ábra** Interferencia diszperzió nélkül

Az általam szimulációval készített ábrán jól megfigyelhető a csíkok széttartása, valamint az, hogy a láthatóság\* a központi frekvencia körül maximális, a szélek felé közeledve egyre gyengébb. Minél rövidebb impulzusokkal dolgozunk, a spektrális szélességük annál nagyobb lesz, és ezzel együtt növekszik a jól látható és kiértékelhető terület az interferogramon. Mindegyik szimuláció 18 fs-os impulzusidővel készült, mely körülbelül 50 nm-es sáv szélességet jelent. A központi körfrekvencia  $2,356 \text{ fs}^{-1}$ , ami a Ti:S lézer 800 nm-es hullámhosszának felel meg.

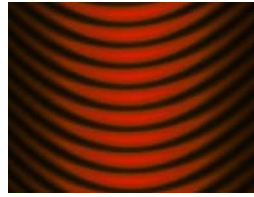
---

\* A láthatóság az intenzitás-maximumok és -minimumok különbségének és összegének hányadosa, és azt jellemzi, hogy az interferencia-vonalak mennyire különíthetők el egymástól: értéke 1, ha a kioltási helyeken nulla a megvilágítottság, és nullához közelít, ha a csíkok egyre gyengébben láthatóak.

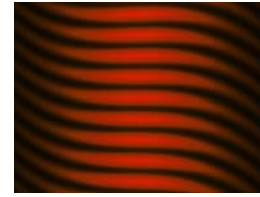
A csoportképletelés fizikai jelentésének tárgyalásakor rávilágítottam, hogy ilyenkor az impulzus lemarad az eredetihez képest. Két interferáló impulzus esetén ez azt jelenti, hogy időbeli és így térbeli távolság van közöttük, de már egymás koherencia-tartományán belül. Ez könnyen kiküszöbölhető a referenciakar hosszúságának finom hangolásával. A szimulált interferenciakép  $GD = 150$  fs érték mellett a 2.8.a ábrán látható. Világosan kitűnik, hogy a magas csoportképletelés-érték a csíkok erőteljes dőlését okozza [8]. A széttartás és az  $y$ -tengely menti lineáris függés ezen a képen is megtalálható, de hatása jóval elenyészőbb.



**2.8.a ábra**  $GD$  hatása



**2.8.b ábra**  $GDD$  hatása



**2.8.c ábra**  $TOD$  hatása

A 2.8.b ábrán a csoportképletelés-diszperzió eredménye látható: az interferenciacsíkok parabola alakot vesznek fel. A szimuláció  $GDD = 3000$  fs<sup>2</sup> mértékű diszperzió mellett készült. A levegővel történő mérések során ennél legalább két nagyságrenddel alacsonyabb értékeket kellett visszafejtenünk, ami komoly kihívást jelent. Az ilyen interferogramok sokkal inkább a 2.7. ábrára hasonlítottak. A 2.8.c ábrán harmadrendű görbét láthatunk, melyek a harmadrendű diszperzió eredményei. Ennél a képnél  $TOD = 50000$  fs<sup>3</sup>. A levegő esetében a  $TOD$  mérésre reménytelennek bizonyult, legjobb esetben is csupán nagyságrendi becslést tudunk adni rá.

## 2.3 Mérési összeállítás

Az elméleti összefoglalóban már esett szó arról, hogy a diszperziós együtthatók mérését egy Mach-Zehnder interferométerrel valósítjuk meg. A mérőkarban elhelyezett, szabályozható nyomású vákuumcsőben lévő levegő diszperzióját mértem [9-11]. A kísérleti elrendezés a 2.5. ábrán alapul.

Fényforrásként a Ti:S lézer oszcillátorából kilépő 800 nm központi hullámhosszúsággal rendelkező, 18 femtoszekundumos, 52 nm sáv szélességű lézerimpulzusokat használtam. Az oszcillátor 71 MHz ismétlési frekvenciával szolgáltatja az impulzusokat. Az impulzusok energiája a későbbiekben részletezett nemlineáris effektusok miatt nem léphet túl egy határt, néhány nJ-nyi értékek optimálisak a méréshez. A nyaláb először egy polarizátoron halad keresztül, mely azért volt szükséges, hogy a spektrográf rácsának az eredeti polarizációs állapotban tapasztalt, egyes hullámhossztartományokon gyengébb mértékű visszaverő-képességén javítsunk a polarizációs sík s-polarizációba történő elforgatásával. Ez nagyon fontos a kiértékelés szempontjából, ugyanis p-polarizációs állapotban a felvett képeken igen nagy sötét tartomány volt, ami radikálisan csökkentette a kiértékelhető oszlopok számát.

A referenciakarban négy, *fused silica* anyagú ablakon halad keresztül a nyaláb, hogy a vákuumcső ablakainak diszperzióját minél jobban kompenzáljuk, ugyanis azok jelentős effektust okoznának. Vastagságuk 6.35 mm, átmérőjük 25.4 mm; a felesleges és zavaró mellék-interferenciák elkerülésére az ablakok kissé el vannak forgatva. A interferencia létrejöttéhez az impulzusoknak át kell fednie. Ezt úgy érhetjük el, hogy miután néhány centiméter pontossággal beállítottuk a karok hosszát, egy gyors fotodiódával ellenőrizzük a két impulzus közti távolságot és ennek megfelelően még állítunk a karokon, hogy azok a lehető legjobban átfedjenek. Ekkor még nem tapasztalunk interferenciát, ezért van szükség a karok hosszának finomhangolására a *D1* és *D2* mikrométercsavarral ellátott mozgatható asztalok segítségével. A néhány mikronos átfedési tartományt megtalálni az 5-10 cm-es tartományon igencsak időigényes feladat.

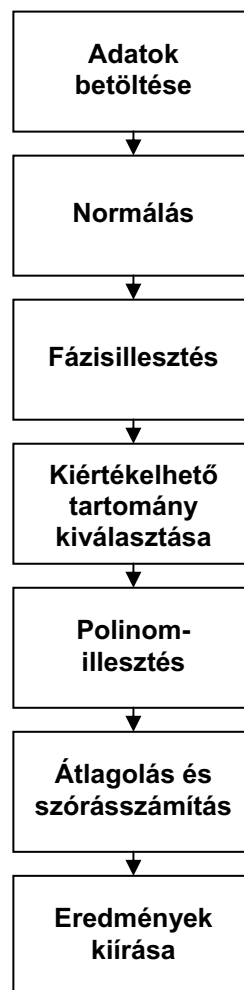
A nyalábosztóról visszaverődő nyaláb a mérőkarban folytatja útját, ahol kétszer áthalad az 1.8 méter hosszúságú vákuumcsövön. A cső kiürítését egy olajcsapdával ellátott rotációs szivattyúval végeztük, a nyomás ellenőrzésére két kapacitív vákuummérőt használtam, 1000 mbar – 1 mbar, illetve 1 mbar – 0.001 mbar méréshatárokkal, de a rendszer 0.01 mbar mélységű nyomást ért csak el.

A nyalábok az újraegyesítést követően a spektrográfba kerülnek. A belépő rést elhagyva a nyalábot egy lencse segítségével a spektrális bontást végző rácstra fókuszáljuk, majd az elsőrendű elhajlási képet egy CCD-kamerára vetítjük. A chip mérete  $3.67 \times 4.84$  mm,  $494 \times 652$  pixelt tartalmaz, melyek 10 bites színmélységben, azaz 0 és 1023 közötti értéket mérnek. Expozíciós ideje 1 ms-ig csökkenthető, 10 Hz-es frissítéssel szolgáltat képeket. A mérést kiprobáltuk jobb pixel- és színmélység-paraméterekkel rendelkező kamerákkal is, de az eredmények szórása nem csökkent, csupán a kiértékelés ideje nőtt meg.

A méréskor figyelembe kell vennünk, hogy a levegő törésmutatója a laboratóriumi körülmények között mennyire változik és ez milyen hatással a *GDD* és a *TOD* értékekre. A törésmutató [2] és annak korrekciója nyomásra, hőmérsékletre és páratartalomra ismert [3]. Ezekből kiszámoltam, hogy átlagosnak tekinthető változások mekkora hibát jelentenek: a nyomás- és hőmérsékletingadozás *GDD* esetén  $0.2 \text{ fs}^2$ , a *TOD*-ban  $0.1 \text{ fs}^3$  bizonytalanságot okoz. A páratartalom hatása ezek mellett elhanyagolható, egy nagyságrenddel kisebb [11].

## 2.4. Kiértékelés

A mérések során felvett képek a kiértékelő-program segítségével kerülnek feldolgozásra. A kiértékelés alapvető feladata, hogy az interferogram alapján megállapítsa a vizsgált anyag diszperziós együtthatóit. Erre viszonylag sok megoldást találhatunk, de az eljárás alapvető lépései többnyire azonosak. A program legfontosabb lépéseit az alábbi blokk-séma mutatja:



2.9. ábra A kiértékelés fontosabb részei

A következőkben bemutatom és összehasonlítom a kiértékelés régebbi verzióit, ami alapján képet kaphatunk arról, hogy milyen fejlesztéseket hajtottam végre.

A legkorábbi verziók a MathCad nevű programmal készültek, aminek több előnye és hátránya is volt. Előnyei a viszonylag könnyű kezelhetőség, áttekinthetőség, ábrák és grafikonok gyors készítése. Hátránya, hogy a MathCad programok csak olyan gépeken működnek, amelyre a szoftver megfelelő verziója telepítve van, lassan fut és gyakran feleslegesen használja a számítógép memóriáját. Emellett egyes esetekben nem automatizálható és állandó felügyeletet igényel.

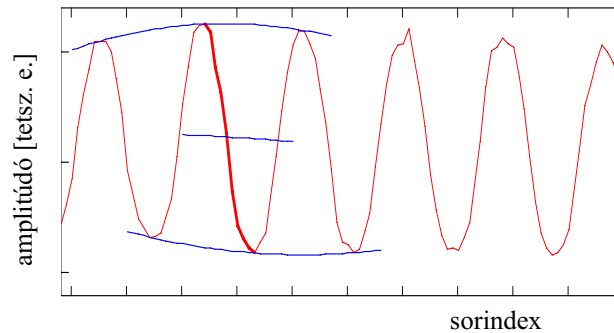
Az általam használt első verzió, amit most kiindulási alapnak tekinthetünk, a TeWaTi csoportban használt program volt. Ez ugyan alkalmas volt jelentősebb diszperziók mérésére, de például levegő esetén már az ugyanazon körülmények mellett az eredmények már túlságosan nagy szórást mutattak. A program rövid és egyszerű: a képek betöltését és a hullámhossz-kalibrációt követően néhány grafikon segítségével ki kell választanunk a kiértékelhető tartományt, amely az interferenciaképek intenzitás-eloszlásának egyenetlenségei miatt igencsak szűk. Általában a képnek csupán körülbelül  $100 \times 100$  pixeles tartományát tudja kielégítően kiértékelni, ugyanis itt tekinthető többé-kevésbé állandónak a normált interferenciahullámok amplitúdója. Ez viszont azt eredményezi, hogy a rendelkezésre álló információnak csupán 3%-át használjuk fel. Ha nagyobb tartományt adunk meg, az ronthat az illesztés pontosságán. Az ezt követő illesztésben  $A \cdot \cos(k \cdot x + \varphi_0) + C$  alakú függvényalakban keressük a paramétereket. Igencsak kritikus pont a megfelelő kiindulási értékek megadása. Az interferenciahullámok frekvenciájára komplex gyors Fourier-transzformáció segítségével ad becslést, a többit pedig kézzel kell beállítanunk, majd grafikonon ellenőriznünk az illesztés helyességét. Az illesztés végigfut a kiértékelhető tartományon, és összegyűjti az egyes oszlopokhoz tartozó kezdőfázist. Erre kell harmadfokú polinomot illeszteni, melynek változója a (2.6) Taylor-sorfejtés alapján a központi körfrekvenciától mért eltérés. Miután ez utóbbit is kiszámoltuk az előzetesen megadott kalibráció alapján, a harmadfokú polinom illesztését elvégezzük és a kapott együtthatókból egyszerűen kiszámoljuk a *GDD* és *TOD* értékét.

A néhány első kiértékelés eredményeinek pontatlansága után célszerűnek láttam egy új kiértékelő-program írását, melyet még szintén MathCad-ben vittem véghez. Ebben a képeket úgy dolgoztam fel, hogy a kiértékelési tartomány nagyobb lehessen, anélkül hogy végeredményt ez negatívan befolyásolná. A tesztelést ismert diszperzióval rendelkező szimulált képeken végeztem, így az eredményt össze tudtam hasonlítani a kiindulással.

Első lépésként az interferogram „simítását” hajtottam végre, azaz egy egyszerű futóátlagolási eljárással eltüntettem a véletlenszerűen kiugró pontokat, melyek a későbbi feldolgozás során hibákat okoznának. Az átlagolás miatt ugyan csökkentek interferencia-



csíkok amplitúdói, de egyúttal könnyebben illeszthetőkké is váltak. Az átlagolás után következett a normálás, amely során a referencia- és mérőkar intenzitás-eloszlásának segítségével az interferogramot átrendezzük a (2.11) egyenletet  $\cos(\varphi(y,\omega))$ -ra, így elvileg minden érték  $-1$  és  $1$  között van. A mérések során az intenzitás ingadozása és egyéb körülmények miatt az amplitúdók nem voltak állandóak, kb.  $0.5$  és  $1.2$  között váltakoztak. Mivel erre nem lehetett helyes, állandó amplitúdóval rendelkező koszinusz függvényt illeszteni, szük-



**2.10. ábra** Az amplitúdók normálása

ségesnek láttam, hogy az egyenetlen amplitúdókat valamilyen módon konstanssá tegyem. Ehhez egy oszlopmetszetet minimum- és maximumhelyek megkeresésével félperiódusokra osztottam, és egyszerre egy ilyen tartománnyal dolgoztam. A 2.10. ábrán ez az intervallum vastagítással van kiemelve. Mint a kék görbék a szomszédos maximumokra és minimumokra illesztett polinomok, valamint a kettő között a két polinom átlaga mutatja a nullaszintet. A félperiódus elemeit ezen segédvonalak segítségével szorzom fel  $-1$  és  $1$  közé a megfelelő értékre. Az összes félperióduson végighaladva az oszlopmetszetre már illeszthetünk  $\cos$ -függvényt konstans amplitúdóval. Ha a program végzett egy oszloppal tovább lép a következőre, amíg végig nem halad az összesen.

Ezzel minden oszlophoz kaptunk egy kiindulási fázisértéket. Az előre megadott kalibrációs egyenletből számolt  $(\omega - \omega_0)$  különbségek és a fázisok felhasználásával a harmadfokú polinom illesztése a már megismert módon történik. Ezzel megkaptuk a *GDD* és *TOD* értékeket. Utolsó lépésként a szórások számítása történik. Erre a következő – mint később kiderült, hibás – módszert alkalmaztam. A harmadfokú polinomot először az összes, 652 adatpontra illeszttem. Ezt követően mindig egy-egy pontot levágok az adathalmaz végeiről és újra illeszték. Ezt összesen 30-szor megteszem, így még mindig megmarad az adatok több, mint 90%-a. A szórásérték mindig jelentősen alatta maradt az azonos körülmények között készült képekből számolt adatok szórásának.

### 3. CÉLKITŰZÉSEK

Az előző fejezetben megismert diszperziós együtthatók mérésére alkalmas spektrálisan és térben bontott interferenciás módszer megvalósítása mellett szükség volt a megfelelő kiértékelési eljárás kidolgozására, ugyanis az addig alkalmazott programokkal csak nagyobb *GDD* és *TOD* értékeket lehetett kielégítő pontossággal meghatározni. Diplomamunkám célja olyan kiértékelési algoritmus megtalálása és egyúttal a kiértékelő program írása, mellyel az adott közvetlen mérési eredmény maximális kiértékelési pontossága érhető el. Ehhez szimulációkat és teszteléseket hajtottam végre, melyek során az algoritmus és a program fejlesztésén túl szándékom volt a mérési berendezés optimális beállításának megtalálása is.

A hibaanalízis során foglalkoztam nagy intenzitások esetén fellépő, nemlineáris törésmutató által okozott hatásokkal. Az effektus egyrészt hibaforrást jelent a diszperzió meghatározásában, másrészt viszont lehetőséget ad a nemlineáris törésmutató méréséhez. Így a fentiek mellett további célom volt a nemlineáris törésmutató mérésére vonatkozó kiértékelés megalkotása is.

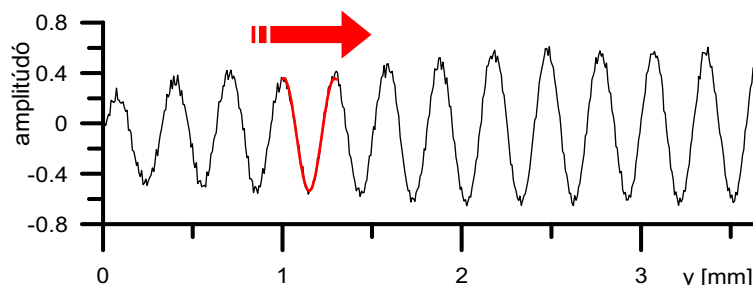
## 4. EREDMÉNYEK

### 4.1. Az új kiértékelőprogram

Az általam újraírt MathCad program hatékonyságát még mindig nem tartottam megfelelőnek, mivel nem volt automatizálható és nagyon lassan számolt. Úgy döntöttem, hogy néhány lényeges változtatás mellett átírom C++ nyelvre, ami által a program hordozhatóvá is válik. A program szintén a 2.9. ábrán látható blokkséma alapján működik.

Első lépésben a mérés során felvett interferogram és az egyes karok intenzitás-eloszlását töltöttem be ascii-fájlokból. Ez sajnos a C++-ban némiképp problémás lehet, figyelni kell a megfelelő memórialhasználatra és a helyes sztring-szám konverziókra. Az adatok betöltését most nem követi „simítási” eljárás, ugyanis az itt alkalmazott és ismertetendő módszereknél nincs szükség a minimum- és maximum-helyek megtalálására, amelyeket a CCD-kamera zaja módosítana. Az ezt követő normálás hasonlóképpen zajlik, mint az előző verziókban. Az eredmény most is váltakozó amplitúdójú csíkrendszer.

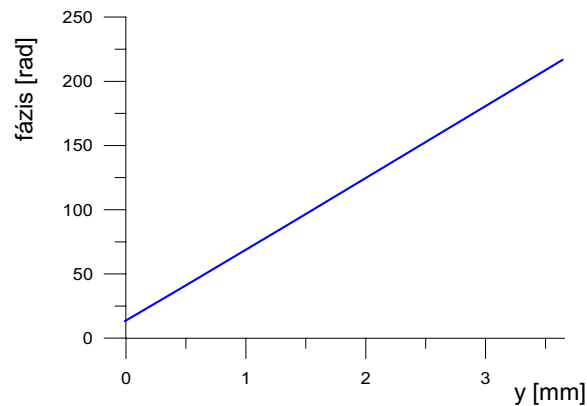
A kiértékelés legfontosabb lépése a fázisillesztés. Az előző verziókhoz képest itt alkalmaztam a legtöbb újítást. Az eddigiekkel ellentétben nem csak az összes oszlophoz számolok egy kezdeti fázisértéket, hanem az interferogram minden pixeléhez. Egy oszlopmetszetet kiválasztva egyszerre egy a csík-számból becsült, körülbelül egy periódusnyi pixeltartományra  $A \cdot \cos(k \cdot x + \varphi_0) + C$  alakú függvényt illesztnek a 6.1. mellékletben részletezett módszer segítségével. A kiszámított paramétereket a tartomány középső pixeléhez társítom. A következő lépésben az illesztési intervallum csak egyetlen adatponttal lép tovább, tehát csak az első és utolsó adat változik. Emiatt az előbb kiszámolt paraméterek alkalmasak a következő illesztés kiindulásához. A folyamatot a 4.1. ábrán láthatjuk.



4.1. ábra Cos-illesztés

Az ábrán pirossal jelöltem az aktuális illesztési tartományt, feketével pedig a normált interferogram metszetét. Az adatpontokon itt is jól látszik, hogy nem lenne célszerű egyszerre az egész tartományra illeszteni, ugyanis ekkor fázis esetleg jelentősen eltérne a való-

ságostól. Ezzel a módszerrel, az oszlopmetszetet teljes hosszában végigillesztve, minden pixelhez kapunk egy fázisértéket. Az amplitúdó egyenetlenségéhez képest a fázisra kapott adatok meglepően egyenesek, ami a 4.2. ábrán látható is.

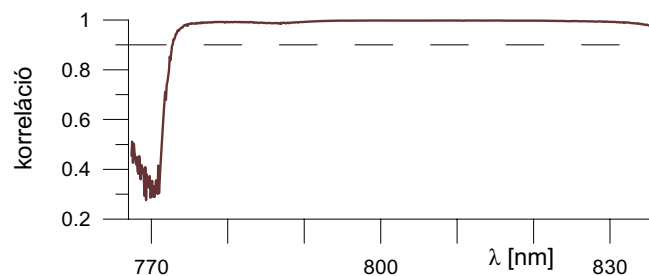


**4.2. ábra** Az illesztésből kapott fázisok egy oszlopon belül

Elvégezve az összes oszlopra az illesztési eljárást, a fázisról kapott adatokat egy mátrixba írom. Előfordulhatnak olyan oszlopok, ahol a interferenciacsíkok láthatóságát erősen elnyomja a kamera elektronikus zaja. Ezek a hibás oszlopok leginkább a kép szélein találhatóak, ugyanis itt a legalacsonyabb az intenzitás. A következő, 4.3.a ábrán pontosan ezt láthatjuk a bal oldalon az ábrázolt fázis-mátrixon.



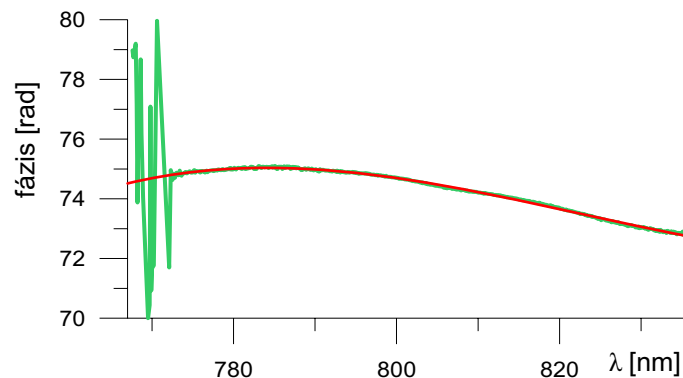
**4.3.a ábra** Fázis-mátrix



**4.3.b ábra** Az oszlopok korrelációja

A szemléltetéshez olyan képet választottam, melyen a bal oldalon az alacsony intenzitás miatt hibásan illesztett oszlopok vannak. Ezek feldolgozása a kiértékelést teljesen elrontaná. Emiatt minden oszlopbeli illesztéshez kiszámolom a korrelációt, mely azt jellemzi, hogy az illesztés mennyire van összhangban az adatokkal. A 4.3.b ábrán látható ez a görbe, melyről kiderül, hogy az oszlopok túlnyomó részén a korreláció 1-hez közel van, így ezek kiértékelhetőek, a bal oldalon néhol 0.3-0.5 között, ezek rontanák le az eredményeket. A küszöbértéket 0.9-nek választottam, ezen érték felett kerülnek további feldolgozásra az oszlopok adatai. Ilyen módon a program automatikusan kiválasztja a maximálisan kiértékelhető oszloptartományt.

Ezt követően elkezdődhet a *GDD* és *TOD* értékek számolása. Az eddigi kiértékelő programokban nem használták ki azt, hogy az egyes sorokban ez a két diszperziós érték elvileg változatlan. A megalkotott új algoritmusban azonban ezt kihasználhatjuk szórás számítására. Minden soron végighaladva a kiértékelhető tartományra harmadfokú polinomot illeszttek, amint ez a 4.4. ábrán látható. A polinom-illesztési eljárást a 6.2. mellékletben részletezem.

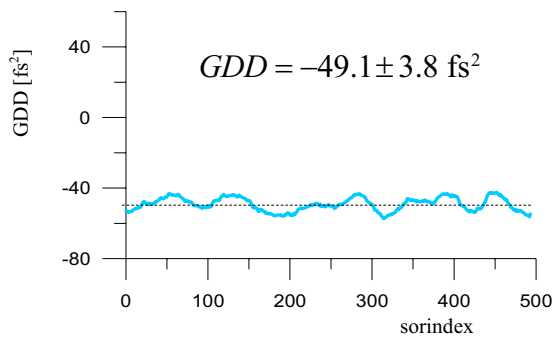


**4.4. ábra** Harmadfokú polinom illesztése

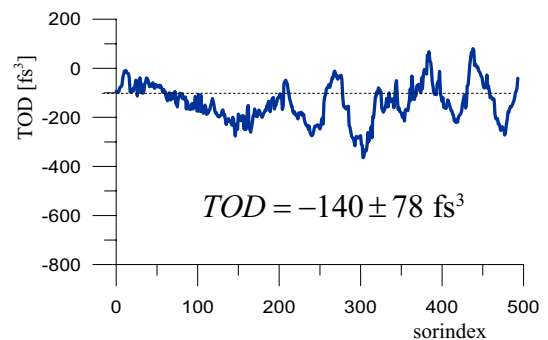
Az illesztés független változója azonban nem az ábrán – a jobb áttekinthetőség miatt – feltüntetett hullámhossz, hanem központi körfrekvenciától mért eltérés. Ezt eddig a kalibrációs egyenletből számoltam, de az interferogram is lehetőséget ad ennek megállapítására. A 4.2. ábrán látható oszlopmetszet meredeksége ugyanis szoros összefüggésben van az oszlophoz tartozó spektrális komponens körfrekvenciájával: a (2.12) egyenlet alapján kiderül, hogy  $2\gamma/c \cdot \omega$ -nak felel meg. Elegendő tehát egyetlen oszlophoz tartozó hullámhossz-értéket megadni, az így kiszámolt  $2\gamma/c$  szorzótényező és az egyes oszlopokhoz tartozó meredekségek felhasználásával a  $\Delta\omega$  értékeket pontosabban, illetve nagyságrendekkel

több adatpontra történő illesztéssel adhatjuk meg, mintha néhány, esetleg gyenge láthatóságú színekpavonalból megállapított kalibrációs egyenletre hagyatkozunk.

A fázisok és  $\Delta\omega$  körfrekvencia-eltérések ismeretében elvégezzük a 4.4. ábrán látott polinom-illesztést a fáziseltolódás-mátrix minden sorára. A sorokban csak a fázisértékek változnak, a  $\Delta\omega$  állandó. Ezzel az eljárással egyetlen méréssel mintegy 500 értéket kapok a *GDD* és *TOD* diszperziós értékekre, amiből átlagot és szórást számolok. Az egy mérésből kapott szórásérték igen jól egyezik az egy méréssorozatból számolt szórással, ami az előző kiértékelő-programok esetében nem volt igaz, mint ezt már említettem. A 4.5.a és b ábrákon egy tipikus kiértékelés során kapott *GDD* és *TOD* értékek *y* tengely menti ingadozását láthatjuk. Érdekes, hogy az egymás utáni értékek nem véletlenszerűek, hanem valamiféle strukturáltság jelenik meg lokális maximumokkal és minimumokkal. Ezt az effektust, mely képről képre más mintázatot mutat, véleményem szerint a nyaláb intenzitás-eloszlásának egyenetlenségei okozhatják, erre még a későbbiekben visszatérek.



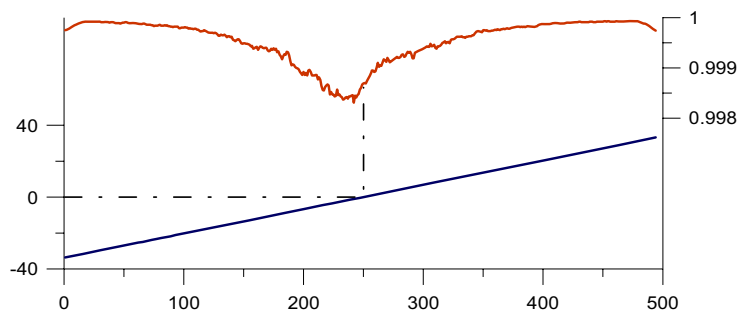
**4.5. a ábra** *GDD* értékek átlagolása



**4.5. b ábra** *TOD* értékek átlagolása

Az adatok kiírása mellett a program olyan mellékinformációkat is biztosít, melyekkel ellenőrizni lehet a kiértékelési folyamat helyességét, és így az egyes lépések nyomon követhetőek. A 4.3.a ábrán látható fázis-mátrix mutatja, hogy a fázisillesztés mennyire volt sikeres: ha a kép nagy része sima, akkor jó esély van a diszperziós együtthatók valós értékek meghatározására. A 4.3.b ábra korrelációs görbéje alapján pontos információt kapunk a kiértékelhető oszlopartomány hosszáról. A harmadfokú polinomok illesztésekor az együtthatókat és az illesztett polinom korrelációját is egy fájlba írom, ezek közül a *GDD* és a *TOD* láthatóak a 4.5.a és b ábrán. Hasonlóan grafikonon rajzolható a vivő-burkoló fázisról és a csoportkésleltetéséről, de ezek egyszerű egyenesek.

Érdekes képet mutat viszont a korreláció, mely mindig kielégítően magas értéket ad ( $>0.995$ ), azonban  $GD = 0$  környékén, tehát ahol a csíkok diszperzió nélkül pontosan vízszintesek lennének, kisebb minimumot mutat, ezt szemlélteti a 4.6. ábra. Ez a jelenség a kiértékelés szempontjából nem jelent gondot.



A program forráskódjának fontosabb részei a 6.3. mellékletben találhatóak.

## 4.2. Hibaanalízis

Ebben a fejezetben bemutatom, hogy mik lehetnek a kiértékelések legjellemzőbb hibaforrásai. A korai mérések és kiértékelések során egyre nagyobb tapasztalatot szereztem az interferogramok lehetséges hibáival kapcsolatban, és ezeket igyekeztem szimulálni a program tesztelése során. A (2.11) egyenlettel leírt interferogramok szimulációit MathCad-ben végeztem, mivel itt nem volt szükség a C++ nyelv előnyeire, viszont a MathCad egyszerű ábrázolási és képeportálási lehetőségei könnyebbé tették a munkát.

### 4.2.a Numerikus hiba

A program tervezésénél nem tekintettem fontosnak a futási idő minimalizálását, hanem az elérhető pontosságot tartottam szem előtt. Emiatt olyan típusú számábrázolást választottam, mely biztosan kisebb numerikus hibát okoz, mint azok a hibaforrások, melyek a mérések során a zavaró fizikai jelenségekből származnak.

A programmal egy teljesen zavarmentes, szimulált interferogramot lefuttatva a *GDD* kerekítésekéből származó numerikus hibája  $0.02 \text{ fs}^2$ , míg a *TOD*  $1.3 \text{ fs}^3$  pontossággal határozható meg.

### 4.2.b. Hullámhossz-kalibrációból adódó hibák

Az alábbiakban a hullámhossz-kalibráció lehetséges hibáit tárgyalom. A spektrográf rendelkezik egy hitelesített hullámhossz-kalibrációval, melyet egy Cd spektrállámpa segítségével végeztünk el. Mivel minden mérés rejt magában hibákat, ezt sem tekinthetjük abszolút pontosnak. Mint korábban már utaltam rá, elvileg az interferogramok alapján is meg lehet állapítani a kalibrációt egyetlen hullámhossz-érték ismeretében, ugyanis az interferenciacsíkok hullámhossza, vagy a fázis-mátrix oszlopainak meredeksége konstansszorososa az adott oszlophoz tartozó fény hullámhosszának. Programomban a 800 nm-hez tartozó oszlop sorszámát kell megadni. Tegyük fel, hogy ehhez az oszlophoz azonban a helyes, 800 nm-nek megfelelő  $\omega_0$  helyett  $\omega'_0 = \omega_0 + \delta\omega_0$  tartozik. Ez esetben az illesztett harmadfokú polinom együtthatói nem lesznek egyenlők a valóságos értékekkel. Írjuk fel a helyes és az „elcsúszott”, vesszős együtthatókkal jelölt polinomot:



$$\begin{aligned}
\varphi_0 + GD \cdot (\omega - \omega_0) + \frac{1}{2} GDD \cdot (\omega - \omega_0)^2 + \frac{1}{6} TOD \cdot (\omega - \omega_0)^3 = \\
= \varphi'_0 + GD' \cdot (\omega - \omega_0 - \delta\omega_0) + \frac{1}{2} GDD' \cdot (\omega - \omega_0 - \delta\omega_0)^2 + \frac{1}{6} TOD' \cdot (\omega - \omega_0 - \delta\omega_0)^3.
\end{aligned} \tag{4.1}$$

Az egyenletből könnyen kiszámolható a  $GDD$  hibája:

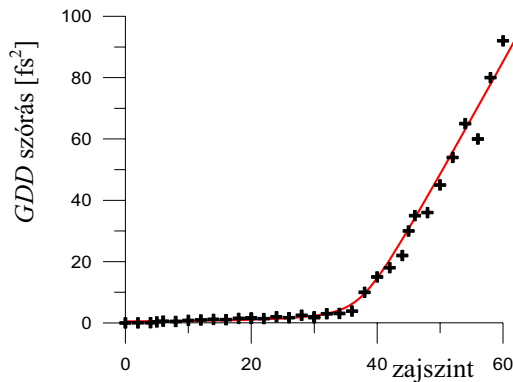
$$GDD = GDD' - TOD' \cdot \delta\omega_0, \tag{4.2}$$

ahol  $GDD$  a valós csoportképletelés-diszperzió érték,  $GDD'$  és  $TOD'$  a kiértékelésből kapott eredmények,  $\delta\omega_0$  pedig a kalibráció eltolódását jellemzi, melynek értéke egy nm-nyi eltérés esetén  $3 \cdot 10^{-3}$  fs. Mint látható, a kiértékelésből kapott  $GDD'$  függ a  $TOD'$  értékétől, de ez csak ezres nagyságrendű értékeknél válik számottevővé:  $1000 \text{ fs}^3$  harmadrendű diszperzió és 1 nm-nyi eltérés a kalibrációban együttesen okoz  $3 \text{ fs}^2$  pontatlanságot a  $GDD'$ -ben. Amennyiben harmadfokú polinomot illesztünk, a harmadrendű együtthatóban nem lesz eltérés.

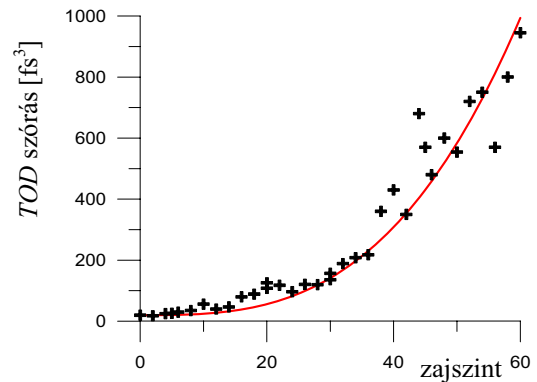
A kétféle kalibrációs módszerrel a kalibrációs egyenletek meredeksége nem mindig egyezik meg. Emiatt az  $(\omega - \omega_0)$  körfrekvencia-különbség  $\alpha$ -szorosával térhet el az igazi értéktől, ami a  $GDD$ -ben ez  $\alpha^2$ -nyi,  $TOD$ -ban  $\alpha^3$ -nyi hibát okoz. Ha a különböző meredekég miatt a kép spektrális tartományának szélein 1 nm eltérés van a valós kalibrációtól, akkor az  $\alpha = 1.03$  lesz, ami 6% hiba a  $GDD$ -ben, 9% a  $TOD$ -ban. Szerencsére ekkora eltérést nem tapasztaltam a kétféle hullámhossz-függvény során.

### 4.2.c. A CCD kamera zaja

Az egyik legdominánsabb hibaforrás a kiértékelés során a CCD kamera képpontjainak zaja, mely azt jelenti, hogy homogén megvilágítottság mellett az egyes pixelek nem ugyanazt az értéket adják, hanem az átlagnak megfelelő érték körül fluktuálnak. Ennek több oka is van, többek közt az elektronok diszkrét természetéből adódó fotonzaj, vagy az egyes pixelek különbözőségéből adódó, úgynevezett nemuniformitás vagy inhomogenitás. A zajok egy része mintazaj, ezeket több kép átlagolásával sem lehet csökkenteni. A TeWaTi laborban korábban végzett CCD-kamera bemérések [12, 13] eredményeire támaszkodva a zajt Gauss-eloszlással szimuláltam, ami igen jól közelített a valóságos esethez. A szimulációban az eloszlás félértékszélessége változtatható, melyet a tesztelések so-



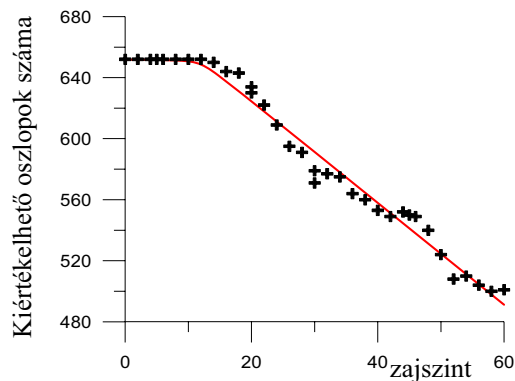
4.7.a ábra A *GDD* szórása



4.7.b ábra A *TOD* szórása

rán 0 és 60 között változtattam, 60-nál nagyobb értékekre a kiértékelés már nem futott le az illesztéseknél alkalmazott közelítések hibái miatt. A *GDD*-re és *TOD*-ra kapott eredmények az esetek túlnyomó részében a szóráson belül visszaadták a szimuláció során megadott kiindulási értékeket valamint a szórás független volt a szimulált értékektől, ezért a 4.7.a és b grafikonon a kapott szórásértékek láthatóak, melyek jobban jellemzik a kiértékelés hatékonyságát. A *GDD* esetén a pontosság lassan növekszik 0-ról 3 – 4 fs<sup>2</sup>-ig egészen 35-ös félértékszélességig, majd hirtelen megnő a meredeksége. Ezalatt a *TOD* 20 fs<sup>3</sup>-ről indulva egyenletesen növekszik.

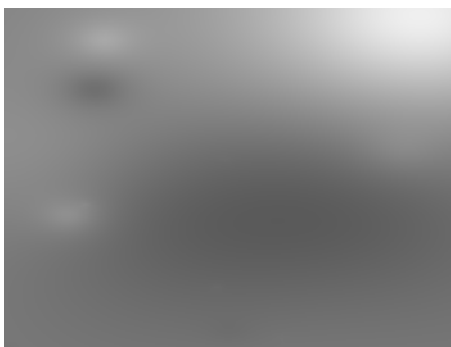
A 4.8 ábrán azt láthatjuk, hogy a kiértékelhető oszloptartomány hogyan változott. Itt 0 – 15 között telítődést tapasztalunk, ugyanis itt még a kép összes oszlopa kiértékelhető. A zajszintet növelve a kiértékelhetőség egyre csökken, ugyanis a széleken az alacsony láthatóságú hullámokra már nem lehet helyesen illeszteni. A szimulált képeket a mérések során felvett képekkel összehasonlítva az állapítható meg, hogy a valóságnak a 10-15 féltértékszélességű zaj felel meg, ami  $GDD$ -ben  $1-2 \text{ fs}^2$ , a  $TOD$ -ban  $30-40 \text{ fs}^3$  szórásnak felel meg, míg az összes oszlop kiértékelhető.



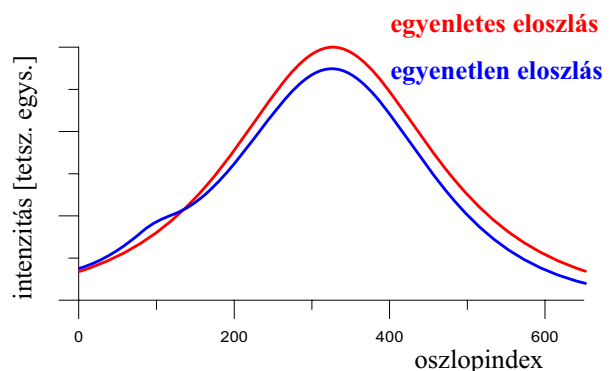
4.8. ábra A kiértékelhető tartomány

#### 4.2.d Az intenzitás-eloszlás egyenetlensége

A hibaanalízis során figyelembe kell vennünk az intenzitás-eloszlás egyenetlenségének hatását is. Ezalatt azt értem, hogy a nyalábban természetes módon vannak sötétebb-világosabb foltok, melyek gyakran időben változóak is lehetnek. Ezeket előidézhetik a tükrök és egyéb optikai eszközök egyenetlenségei, lokális apró szennyeződései (porszem-



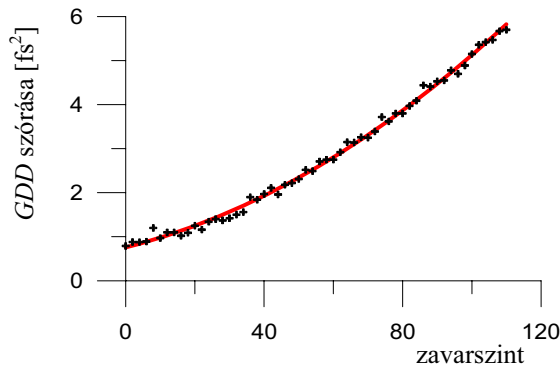
4.9.a ábra Példa a szimulált zavar eloszlására



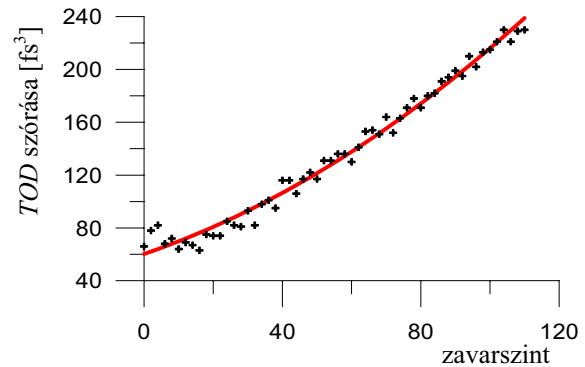
4.9.b ábra Az referenciakar metszete

csék), mechanikai rázkódások, légmozgások és egyéb zavaró körülmények. Az eddigi szimulációk során az intenzitás-eloszlások (a zajt leszámítva) minden esetben valamilyen

egyszerű függvény szerint változtak, most ezeket úgy alakítom át, hogy foltokat helyezek el rajtuk. A foltok mérete, alakja, színmélysége és elhelyezkedése véletlenszerűen alakul ki. A 4.9.a ábrán látható egy ilyen szimulált eloszlás, mellette a 4.9.b ábra pedig azt szemlélteti, hogy az eredeti, pirossal rajzolt szekáns hiperbolikus alakú intenzitás-eloszlás hogyan módosul a zavar következtében.



4.10.a ábra *GDD* zavarfüggése



4.10.b ábra *TOD* zavarfüggése

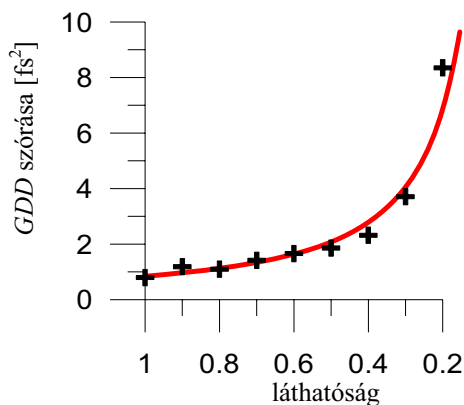
Az effektus erősségét elég nehéz jellemezni, én a foltok maximumának abszolút értékben vett átlagát veszem irányadónak; ennek függvényében ábrázoltam a diszperziós együtthatók szórását. A szimuláció viszont csak akkor fog hasonlítani a valóságos mérésekhez, ha az egyes képek különböző zavarral terheltek, valamint nem feledkezünk meg a Gaussos zajról sem, melynek 15-ös szintet választottam.

A 4.10.a és b ábrákon látható a zavar modellezésének eredménye. Mindkét grafikon hasonló, közel lineáris függést mutat, csak a nagyságrendek különböznek. Ezek alapján az effektus hatása nem mondható túl jelentősnek, de a mérések elvégzésénél oda kell rá figyelni. Valós körülmények között készült képeken igencsak nehéz megmondani, hogy mekkora mértékű zavarral jellemezhető; 20-30-as értékek átlagosnak mondhatóak, de nem ritka a 100 feletti érték sem. Programom ebben a hibaforrásban szolgáltat új eredményeket az előzményben leírt eljárásokhoz képest, ugyanis az új koszinusz-illesztés eredményességét nem befolyásolja az erőteljesen változó amplitúdó.

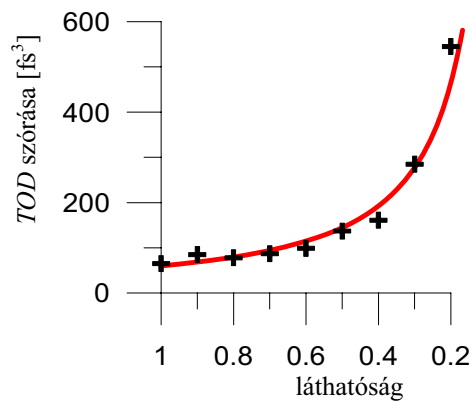
Az időben változó tulajdonság miatt egy kézenfekvő megoldás is adódik jobb eredmények eléréséhez: egymás utáni képek átlagolása, amire a CCD-kamera képeit rögzítő szoftver lehetőséget is ad. Ez viszont egy következő problémát von maga után, a csíkok helyzetének esetleges  $y$  irányú elmozdulásának következtében a kép elmosódott lesz. Az interferencia koszinuszos jellege megmarad, de a vonalak láthatósága csökken. A csíkok mozgását előidézheti az asztal rázkódása, ami különösen normál munkaidőben, az épületben bekapcsolt nagyobb gépek rezgéseiből, valamint az embercsoportok épületen belüli

mozgásából eredhet, amikhez ráadásul a laborbeli rotációs vákuumpumpa hatása is hozzáadódik. Emellett a légkondicionálásból adódó különböző hőmérsékletű levegőtömegek keveredéséből származó laborbeli légmozgás is hozzájárul az effektushoz. Ha azonban minimalizáljuk a mechanikai mozgásokat a laborban, hosszú átlagolás során is magas marad az interferencia láthatósága.

A láthatóság csökkenésével azonos zajszintet feltételezve romlik a kiértékelhetőség, melyet a 4.11.a és b ábrákon mutatok be. A szimulációkban a korábbiakhoz hasonlóan szintén 15-ös félértékszélességű zajt állítottam be.



**4.11.a ábra** A GDD hibája a láthatóság függvényében



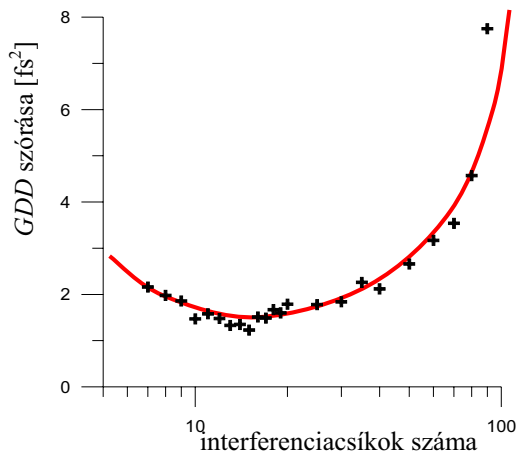
**4.11.b ábra** A TOD hibája a láthatóság függvényében

A görbék egyszerű reciprokos összefüggést mutatnak, tehát nem érdemes nagyon gyenge láthatóságú képeket felvenni; 0.5 és 1 között viszont csak kicsit változik a szórás, ezek sikeresen kiértékelhetőek. Valós körülmények között az átlagolás nélkül felvett képek láthatósága általában 0.5-0.6 körül van, ami valamennyire szabályozható az expozíciós idővel, a kamera sötétáramának és erősítésének megfelelő beállításával.

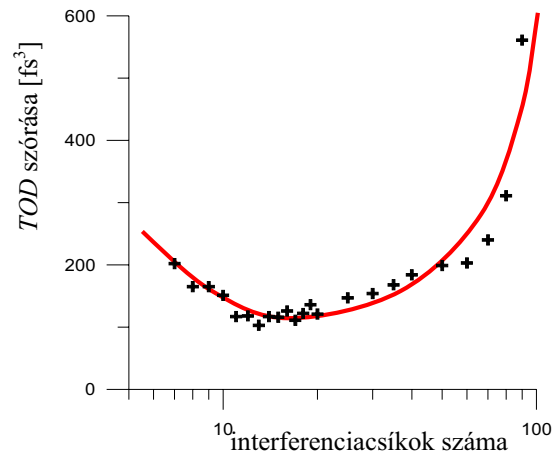
#### 4.2.e. A csíkok sűrűsége

A mérések során lehetőségünk adódik a csíkok számának beállítására, melyet a már korábban látott módon egy tükör döntésével érhetünk el. Ezért érdemes szimulációkat végezni annak kiderítésére, hogy a csíkok sűrűsége milyen hatással van a kiértékelhetőségre. Ha kevés csík van, akkor zaj kisebb hatással van a fázis értékének kiszámolására, mivel sokkal több adatra illesztünk. Ez viszont drasztikusan megnöveli a műveletek számát és a program hosszabb ideig fut. Ha sűrű csíkrendszerrel értékelünk ki, alacsonyabb láthatóság mellett kell dolgoznunk, mivel a vékony csíkok könnyebben elmosódnak. A futás ideje viszont alacsony lesz. Mindkét végletnek van tehát előnye és hátránya egyaránt.

A szimulációs eredmények a 26. a és b ábrákon láthatóak. Kezdeti beállításként a zajt 15-ös félértékszélességűnek, a láthatóságot 0.5-nek választottam.



**4.12.a ábra** A *GDD* szórása a csíkszám függvényében



**4.12b ábra** A *TOD* szórása a csíkszám függvényében

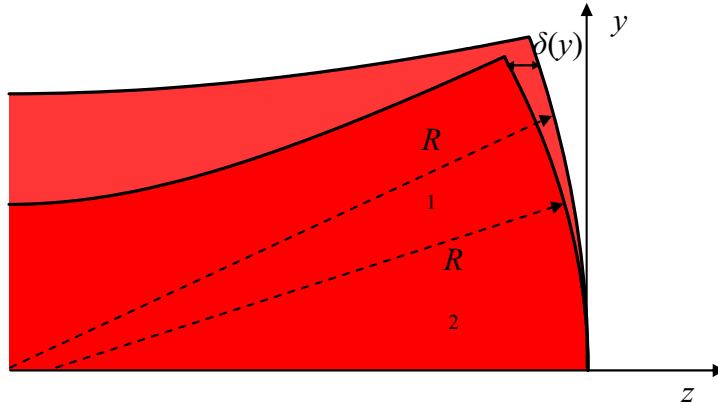
A vízszintes tengelyeket logaritmikus skálával ábrázoltam, mivel a két nagyságrendet átölelő adathalmaz jobban áttekinthető. A grafikonokból a következő következtetéseket vontam le: Nem célszerű túl kevés csíkot beállítani, ugyanis 6 alatt a program nem futott le. Magas csíkszám és gyenge láthatóság esetén nagy lesz az eredmények szórása. Az optimális végeredményt 15-20 csík beállítása adja. Ennek megfelelően korábbi, rögzített csíkszám mellett végzett szimulációimat 15-ös érték mellett végeztem.

#### 4.2.f. Eltérő nyalábsugár

A lézer-oszcillátor nagy ismétlési frekvenciája miatt a kísérleti berendezést is meg lehet építeni, hogy egymást követő impulzusok találkozzanak a karok egyesítésekor és ezek interferenciáját vizsgáljuk. A különböző úthossz azt eredményezni, hogy az impulzusfrontok eltérő görbületi sugárral rendelkeznek detektálásakor. Ennek modellezéséhez vizsgálunk meg két, a 4.13. ábrán látható, eltérő görbületi sugarú Gauss-nyalábot. A görbületi sugarat a

$$R(z) = z + \frac{1}{z} \left( \frac{\pi w_0^2}{\lambda} \right)^2 \quad (4.3)$$

egyenlet alapján számoljuk, ahol  $z$  a nyalábnyaktól a terjedés irányában mért távolság,  $w_0$  a terjedési irányra merőleges nyalábsugár a nyalábnyakban,  $\lambda$  pedig a hullámhossz. Valós értékeket behelyettesítve megbecsültem a görbületi sugarakat: ha a nyalábnyakat az oszcillátor kimenetéhez helyezzük, a spektrográfiát a 10 illetve 14 m utat tesznek meg a nyalábok, ami  $w_0 = 4$  mm mellett  $R_1 = 300$  m és  $R_2 = 400$  m eredményt adott.



4.13 ábra Különböző görbületi sugarú Gauss-nyalábok

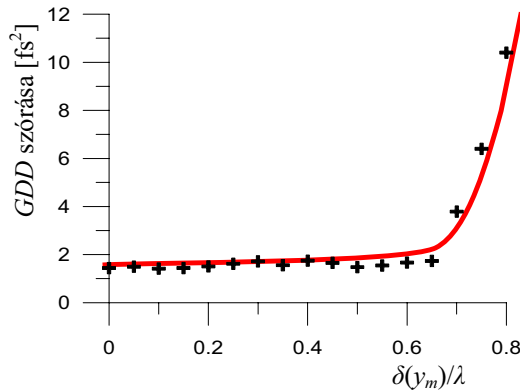
A különböző sugarú nyalábokat összehasonlító 4.13. ábrán  $\delta(y)$ -nal jelöltem a két burkoló közötti  $z$  irányú távolságot, mely egyszerű geometriai megfontolásokkal

$$\delta(y) = \left( R_1 - \sqrt{R_1^2 - y^2} \right) - \left( R_2 - \sqrt{R_2^2 - y^2} \right) \approx \frac{R_1 - R_2}{2R_1R_2} \cdot y^2 \quad (4.4)$$

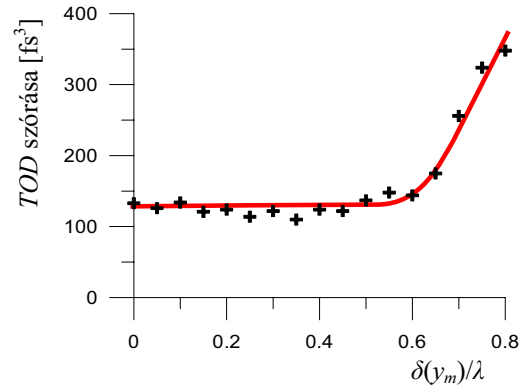
értékűnek adódik. A fenti görbületi sugarakat, valamint a CCD-chip 3.67 mm-es függőleges hosszának felét beírva  $\delta(y) = 1.35$  nm-t kapunk, ami a hullámhossz 0.0017-szerese.

Mivel ez jelenség is egyszerűen szimulálható, megvizsgáltam, hogy ez az eltérés milyen hatással van a kiértékelésre, illetve milyen értéknél válik kritikussá. A 4.14.a és b

ábra szemlélteti az eredményt. A becsült eredményem messze alatta marad annak az értéknek, ahol a hiba jelentkezik.



**4.14.a ábra** Eltérő görbületi sugár hatása a *GDD*-re

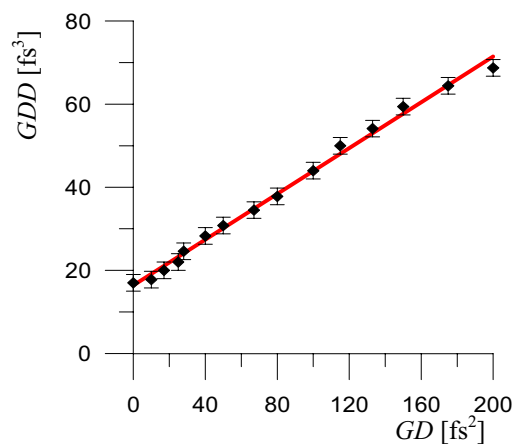


**4.14.b ábra** Eltérő görbületi sugár hatása a *TOD*-ra

A vízszintes tengely,  $\delta(y_m)/\lambda$  a kép alsó és felső peremén ( $y_m$ ) a görbületi sugárból adódó útkülönbség és hullámhossz arányát adja meg. Egészen 0.7-es értékig ez a diszperziós állandók mérését ez a jelenség nem befolyásolja, és körülbelül ez az a határ aminél már ránézésre is meg lehet állapítani, hogy a csíkok torzultak: hullámhosszuk függőleges irányban erősen változik.

#### 4.2.g. A csíkok dőlése

Méréseim közben feltűnt az a jelenség, hogy eltérő csíkdőlés mellett különböző diszperziós együtthatókat mértem, holott a körülmények változatlanok voltak. Az elméleti összefoglalóban már említettem, hogy a csíkok dőlése a csoportképlettel van kapcsos-



**4.15. ábra** A csíkok dőlésének hatása



latban. Mérés közben csoportkéleltetést és így csíkdőlést az egyik kar hosszának néhány  $\mu\text{m}$ -es változtatásával lehet létrehozni. A 4.15. ábra valós mérések, tehát ezúttal nem szimuláció eredményét mutatja. A grafikonon a  $GDD$ -t látjuk a  $GD$  függvényében, azonos körülmények között.

A jelenségre ugyan találtunk egy lehetséges magyarázatot, de a szimulációk ezt nem támasztották alá. Ahogyan az ismert, egy spektrográf részének képe nem pontosan függőleges vonalak lesznek a detektálási síkon, hanem enyhén görbültek; a spektrumvonal közepe emiatt 2-3 pixellel el van tolódva a szélekhez képest. Ez a leképzési hiba torzítja az interferenciacsíkok görbültségét is, annál jelentősebb mértékben, minél jobban dőlt a csík. A szimulációk azonban sokkal nagyobb (15-20 pixeles) eltolódás mellett sem mutattak a 4.15. ábra grafikonjához mérhető meredekséggel rendelkező effektust.

Konklúzióként levonható, hogy a precíz mérésekhez a csíkokat vízszintesre kell állítani, hogy a dőlésből származó hibát minimalizáljuk.

### 4.3 Nemlineáris törésmutató

Az ultrarövid lézerimpulzusok energiájának növelésével (azonos nyalábméret mellett) növekszik az intenzitás is. Nagy impulzus-intenzitások esetén pedig már nemlineáris jelenségek lépnek fel, melynek következtében a törésmutató intenzitásfüggése

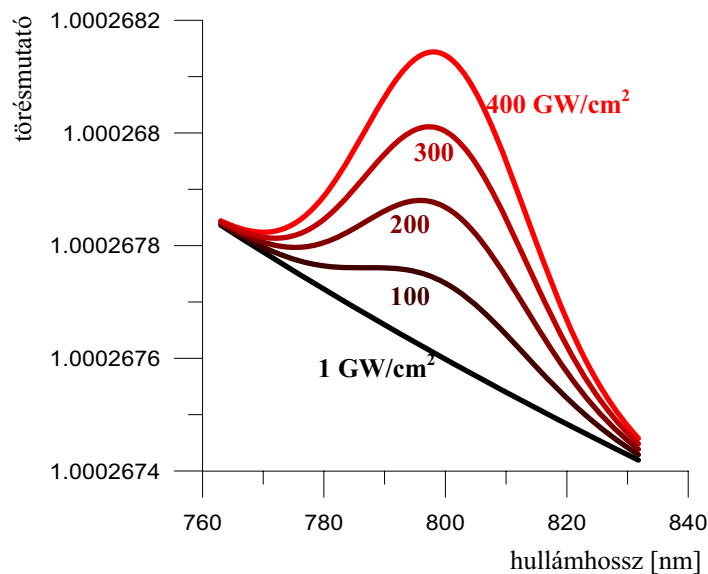
$$n(\omega) = n_0(\omega) + n_2(\omega) \cdot I(\omega) \quad (4.5)$$

észlelhetővé válik. A nem-zérus  $n_2$ -vel rendelkező anyagokat Kerr-szerű anyagoknak nevezzük. A Kerr-effektus a harmadrendű nemlineáris polarizációval hozható kapcsolatba, ugyanis a törésmutató változása arányos a elektromos térerősség abszolút érték négyzetének időbeli átlagával,  $\langle \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) \cdot \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) \rangle$ -vel, ezáltal az intenzitással is. A nemlineáris törésmutató alkalmazása széles körben elterjedt, például a nemlineáris spektroszkópia terén, optikai kapcsolók, optikai logikai kapuk létrehozásához, passzív lézer móduszinkronizációhoz, optikai torzulások korrekciójához sikerrel használható.

Lineáris diszperzió mérésekor ezért a nagy impulzusenergiák hibaforrást jelentenek, de egyúttal lehetőség nyílik a nemlineáris törésmutató mérésére is. Bemutatom, hogy kiértékelőprogramom átalakításával hogyan válik mérhetővé ez a mennyiség.

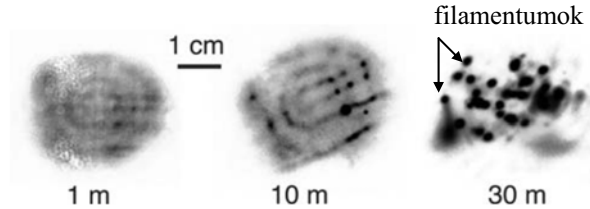
#### 4.3.a Nemlineáris közegben előforduló jelenségek

Levegő esetén a nemlineáris törésmutató értéke  $n_2 = 1.1 \cdot 10^{-9} \text{ cm}^2/\text{GW}$ . A 4.16. ábrán láthatjuk a törésmutatót a hullámhossz függvényében különböző intenzitású impulzu-



4.16. ábra A törésmutató torzulása

sokra. Az egyes görbék mellett feltüntettem a hozzájuk tartozó csúcsintenzitást is. A 400 GW/cm<sup>2</sup>-es intenzitásérték átlagos nyalábparaméterekkel számolva 5 mJ-nyi energiát jelent. A grafikonról kiderül az is 1 GW/cm<sup>2</sup> lézerintenzitás alatt a nemlineáris jelenségek nem okoznak hibát a lineáris *GDD* és *TOD* meghatározásában.



**4.17. ábra** A lézernyaláb intenzitás-eloszlása [14]

A nemlineáris törésmutató sok érdekes jelenség létrejöttéhez vezet, például önfókuszálódáshoz és önfázismodulációhoz. A fenti törésmutató-profil eredményeként az impulzus a közeget lencseként érzékeli, ami a nyaláb összeszűküléséhez vezet. A csökkenő nyalábméret miatt az intenzitás növekszik, ezáltal a folyamat önmagát erősíti. Az ilyen jellegű fókuszáló közeget Kerr-lencsének nevezzük. A minimális nyalábméret elérésekor a 4.17. ábrán látható, úgynevezett filamentumok keletkeznek, melyek rendkívül stabilak, normál légköri körülmények között több száz méternyi terjedés után is kimutathatóak [14].

Az önfókuszálódás azonban csak egy kritikus teljesítmény felett jelentkezik, mely vastag nemlineáris ( $n_2 > 0$ ) közeget feltételezve

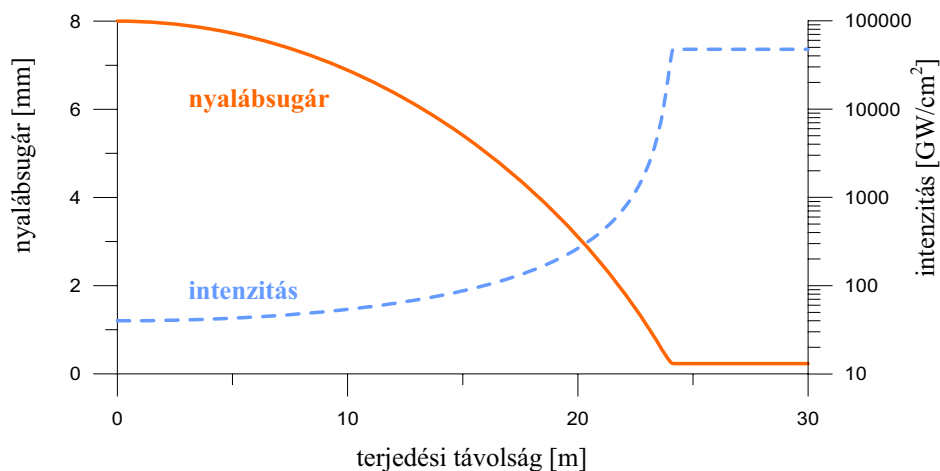
$$P_{krit.} = \frac{(1.22\lambda)^2 \pi \epsilon_0 c}{32n_2} \quad (4.6)$$

alakban írható fel. Az önfókuszálódás távolsága

$$z_f = \frac{0.369\pi w_0^2 / \lambda}{(P / P_{krit.})^{1/2} - 0.858} \quad (4.7)$$

formulából számolható [15].

A 4.18. ábrán láthatjuk, hogy a nyaláb milyen módon fókuszálódik vastag nemlineáris anyagban. Narancssárga, folytonos vonallal a nyaláb sugarának változását jelöltem, mely a kezdeti, 8 mm-es sugárról indulva 0.23 mm-es minimumot ér el, amely 24 m megtétele után következik be. A kék szaggatott vonal az intenzitást mutatja, ahogy logaritmus skálán 40 GW/cm<sup>2</sup>-ről 47 TW/cm<sup>2</sup>-re nő.



**4.18. ábra** Az önfókuszálódás jelensége

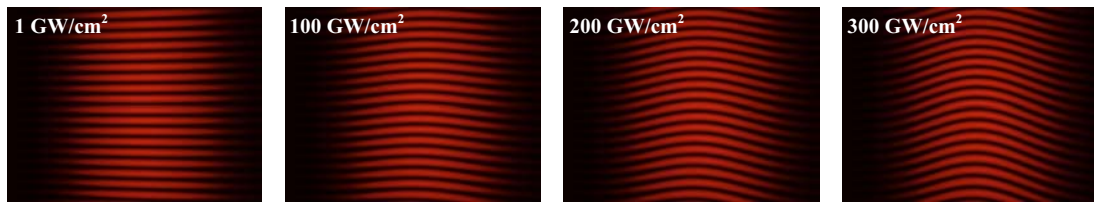
#### 4.3.b Nemlineáris törésmutató mérési elve

Az  $n_2$  mérésére eddig számos módszert kidolgoztak. Szilárd anyagok esetén leggyakoribbak az úgynevezett *Z-scan* eljárásen alapuló módszerek [15-17], amely során egy vékony mintát egy lencsével fókuszált lézernyaláb fókuszpontja körül a terjedés irányában ( $z$ -tengely mentén) mozgatnak. A vizsgált mennyiséget így a fókusztól mért távolság függvényében mérik, amely összefügg az intenzitással. Gázok vagy folyadékok esetén sok más mellett gyakran előfordulnak Mach-Zehnder-interferométeren alapuló technikák [15,18], de spektrálisan bontott interferenciát tudomáson még nem alkalmaztak.

Gázok nemlineáris törésmutatójának meghatározására már végeztek ugyan méréseket, de ezek többnyire nagy szórással vannak megadva, és egy próbálkozástól (0.2 és 3 bar között [19]) eltekintve a nyomásfüggést és a spektrális változást még nem ellenőrizték. Az általunk tervezett mérésben a 800 és (másodharmonikus keltés segítségével) 400 nm körüli spektrális bontás mellett a nyomásfüggést is vizsgáljuk.

#### 4.3.c Kiértékelés

A mérés során felvett interferogramok hasonlóak lesznek a lineáris törésmutató esetéhez, azzal a különbséggel, hogy a csíkok erősebb görbültséggel fognak rendelkezni. A 4.19. ábrásorozat ezt szemlélteti.



**4.19. ábra** Az interferenciacsíkok görbültsége különböző intenzitások mellett

Az  $n_2$  meghatározása nem egy képből, hanem egy interferogram-sorozatból történik, amelyben az intenzitás változik. A kiértékelés hasonlóan zajlik a lineáris esethez, egészen a fázis-képek kiszámolásáig. Az interferogram-sorozat minden egyes eleméhez rögzítenünk kell a mérőkar pontos intenzitás-eloszlását. Ezek az információk elegendőek a nem-lineáris törésmutató meghatározásához az interferenciakép minden pontjában. A (4.5) kifejezést beírva a fázis és a törésmutató közti összefüggésbe, kapjuk hogy

$$\varphi = \frac{\omega L}{c} \cdot (n + n_2 \cdot I). \quad (4.8)$$

Az egy pixelhez tartozó fáziseltolódásokra egyenest kell illeszteni az intenzitás függvényében és a kapott meredekséget visszaosztva  $\omega L/c$ -vel az  $n_2$ -t kapjuk. Egy oszlop értékeit összehasonlítva átlagot és szórást állapíthatunk meg, míg a különböző oszlopban kapott eredményekből a spektrális függésre deríthetünk fényt.

A mérést még nem volt alkalmam megvalósítani, így a lehetséges hibaforrásokat nem tudtam valóságos körülmények között elemezni. Véleményem szerint a legnagyobb gondot az intenzitás-eloszlás pontos meghatározása fogja jelenteni, ugyanis a CCD-kamera zaja túl nagy lehet a pontos méréshez. Ezenkívül a kamera csak a relatív eloszlást tudja rögzíteni, a pontos intenzitás-értéket másképp kell mérnünk, de ezzel csak az átlagintenzitást tudjuk detektálni, az eloszlást nem. Így az intenzitás meghatározásával kapcsolatban még problémák lesznek, de reményeim szerint hamarosan sor kerülhet megoldásukra és a mérés megvalósítására.

## 5. ÖSSZEFOGLALÁS

Dolgozatomban a spektrálisan bontott interferogramok kiértékelésére egy új algoritmust fejlesztettem ki, amely jóval nagyobb pontossága miatt extrém kicsiny értékű diszperziók mérését is lehetővé teszi.

A lehetséges hibaforrásokat tesztelve megállapítottam hogy a legkedvezőbb eredmények eléréséhez a nyalábok közti szöget úgy kell beállítanunk egy tükör döntésével, hogy 15-20 interferenciacsík legyen látható a felvett képen. Amennyiben a mechanikai rezgések nem mozgatják túl nagy amplitúdóval a csíkokat, érdemes a képeket átlagolnunk. Ha a csíkok nem mosódnak nagyon el, jobb eredményeket fogunk kapni. A referenciakar hosszának finom beállításával, melyet egy mikrométercsavarral végezhetünk el, a csíkokat vízszintesre kell állítanunk, hogy a csíkok dőléséből származó eltérést kiküszöböljük.

A program mellékeredményként több dologról is információt szolgáltat, melyeket néha ellenőriznünk kell: spektrális kalibrációk egyezését, a korrelációt, valamint azt hogy elegendő oszlop kiértékelhető-e. Ha az érték túl alacsony, például a lehetséges 652-ből 400 alatt van, az nem lesz elegendő a helyes illesztéshez.

Túl nagy impulzusenergiák, illetve -intenzitások már nemlineáris jelenségeket idéznek elő. Ez szintén negatívan befolyásolja a kiértékelést. Figyelnünk kell arra, hogy az intenzitás  $1 \text{ GW/cm}^2$  érték alatt maradjon. Nagyobb értékek mellett már jelentős torzulások jelennek meg, amelyek lehetővé teszik a nemlineáris törésmutató meghatározását.

## 6. MELLÉKLETEK

### 6.1 Nemlineáris függvény illesztése legkisebb négyzetek módszerével [20]

Tekintsünk egy tetszőleges  $f(x)$  függvényt  $x$  változóval. Tegyük fel, hogy  $m$  helyen adott a függvény értéke:  $y_1 = f(x_1), \dots, y_m = f(x_m)$ ; de a függvénynek csak az analitikus alakját ismerjük, amelyet  $n < m$  ismeretlen paraméter határoz meg:  $f(x, \lambda_1, \dots, \lambda_n)$ . Ekkor felírhatunk egy  $n$  ismeretlenes egyenletrendszert, melyet az ismeretlenek számánál több,  $m$  egyenlet alkot.

$$\begin{aligned} y_1 &= f(x_1, \lambda_1, \dots, \lambda_n) \\ &\dots \\ y_m &= f(x_m, \lambda_1, \dots, \lambda_n) \end{aligned} \quad (6.1)$$

Célunk megtalálni azon  $\lambda_1, \dots, \lambda_n$  értékeket, melyek legjobban kielégítik ezt az egyenletrendszert. Ehhez válasszunk megfelelő kiindulási értékeket a  $\lambda_i$ -knek, és vezessük be a  $d\beta_i$ -t a következőképpen:

$$d\beta_i = y_i - f(x_i, \lambda_1, \dots, \lambda_n). \quad (6.2)$$

Lineáris közelítéssel becslést adunk arra, hogy milyen  $d\lambda_i$  értékkel kell a kiindulási paramétereinket változtatni ahhoz, hogy a  $d\beta_i$ -k 0-hoz közeledjenek. A következőképpen indulunk ki:

$$d\beta_i = \sum_{j=1}^n \left. \frac{df}{d\lambda_j} \right|_{x_i, \lambda} \cdot d\lambda_j, \quad (6.3)$$

ahol  $i = 1, \dots, m$ ; valamint  $\lambda = (\lambda_1, \dots, \lambda_n)$ . Ezt az egyenletet mátrixos alakba is írhatjuk az

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \left. \frac{df}{d\lambda_1} \right|_{x_1, \lambda} & \dots & \left. \frac{df}{d\lambda_n} \right|_{x_1, \lambda} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \left. \frac{df}{d\lambda_1} \right|_{x_m, \lambda} & \dots & \left. \frac{df}{d\lambda_n} \right|_{x_m, \lambda} \end{bmatrix} \quad (6.4)$$

$m \times n$ -es mátrix bevezetésével, valamint a  $d\beta = (d\beta_1, \dots, d\beta_m)$  és  $d\lambda = (d\lambda_1, \dots, d\lambda_n)$  vektorok definiálásával:

$$d\beta = \mathbf{A} \cdot d\lambda \quad (6.5)$$

A feladatunk innen a lineáris egyenletrendszer megoldása  $d\lambda$ -ra. Mivel az  $\mathbf{A}$  együttható-mátrix nem négyzetes, a megoldás kicsit komplikáltabb, ha nem alakítjuk át. Tegyük meg ezt, szorozzuk balról az egyenletet  $\mathbf{A}$  mátrix transzponáltjával:

$$\mathbf{A}^T d\boldsymbol{\beta} = \mathbf{A}^T \mathbf{A} \cdot d\boldsymbol{\lambda} . \quad (6.6)$$

Definiáljuk a következő mátrixot illetve vektort:

$$\mathbf{a} = \mathbf{A}^T \mathbf{A} , \quad (6.7)$$

$$\mathbf{b} = \mathbf{A}^T \cdot d\boldsymbol{\beta} . \quad (6.8)$$

Így a következő egyenletet kapjuk  $d\boldsymbol{\lambda}$ -ra:

$$\mathbf{a} \cdot d\boldsymbol{\lambda} = \mathbf{b} , \quad (6.9)$$

amely már könnyen megoldható standard mátrix-technikákkal, mint például a Gauss-elimináció. A kiszámolt  $d\boldsymbol{\lambda}$  értékeket előjelesen hozzá kell adnunk a kezdeti  $\boldsymbol{\lambda}$ -hoz, majd új  $d\boldsymbol{\beta}$ -t és  $\mathbf{A}$  mátrixot számolni és az iterációt egészen addig folytatni, míg a  $d\boldsymbol{\lambda}$  értékek az előre megadott küszöb alá nem kerülnek. Meg kell jegyezni, hogy az eljárás természetesen egyes függvényekre nem konvergál elég jól, és a konvergencia jelentős mértékben elősegíthető, ha a legjobban illeszkedő paraméterek közelében választjuk ki kezdeti értékeinket. A végső iteráció után  $R^2 = d\boldsymbol{\beta} \cdot d\boldsymbol{\beta}$  megadja a maradék négyzetösszeget.



## 6.2 Polinom illesztése [21]

Adottak  $y_1, \dots, y_n$  értékek  $x_1, \dots, x_n$  helyeken, melyre egy polinomot kell illesztenünk. Tekintsünk egy  $k$ -ad rendű polinomot:

$$y = a_0 + a_1 \cdot x + a_2 \cdot x^2 + \dots + a_k \cdot x^k \quad (6.10)$$

A legkisebb négyzetek módszerével keressük az  $a_i$  együtthatókat. Az eltérések négyzetét

$$R^2 = \sum_{i=1}^n [y_i - (a_0 + a_1 \cdot x_i + a_2 \cdot x_i^2 + \dots + a_k \cdot x_i^k)]^2 \quad (6.11)$$

adja. Az együtthatók szerinti parciális deriváltjának nullát kell adnia:

$$\begin{aligned} \frac{d(R^2)}{da_0} &= -2 \cdot \sum_{i=1}^n [y_i - (a_0 + a_1 \cdot x_i + a_2 \cdot x_i^2 + \dots + a_k \cdot x_i^k)] = 0, \\ \frac{d(R^2)}{da_1} &= -2 \cdot \sum_{i=1}^n [y_i - (a_0 + a_1 \cdot x_i + a_2 \cdot x_i^2 + \dots + a_k \cdot x_i^k)] x_i = 0, \\ &\vdots \\ \frac{d(R^2)}{da_k} &= -2 \cdot \sum_{i=1}^n [y_i - (a_0 + a_1 \cdot x_i + a_2 \cdot x_i^2 + \dots + a_k \cdot x_i^k)] x_i^k = 0. \end{aligned} \quad (6.12)$$

Ez pedig a következő egyenletrendszerhez vezet:

$$\begin{aligned} a_0 n + a_1 \sum_{i=1}^n x_i + \dots + a_k \sum_{i=1}^n x_i^k &= \sum_{i=1}^n y_i, \\ a_0 \sum_{i=1}^n x_i + a_1 \sum_{i=1}^n x_i^2 + \dots + a_k \sum_{i=1}^n x_i^{k+1} &= \sum_{i=1}^n x_i y_i, \\ &\vdots \\ a_0 \sum_{i=1}^n x_i^k + a_1 \sum_{i=1}^n x_i^{k+1} + \dots + a_k \sum_{i=1}^n x_i^{2k} &= \sum_{i=1}^n x_i^k y_i. \end{aligned} \quad (6.13)$$

Mátrix-alakba átírva:

$$\begin{bmatrix} n & \sum_{i=1}^n x_i & \dots & \sum_{i=1}^n x_i^k \\ \sum_{i=1}^n x_i & \sum_{i=1}^n x_i^2 & \dots & \sum_{i=1}^n x_i^{k+1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sum_{i=1}^n x_i^k & \sum_{i=1}^n x_i^{k+1} & \dots & \sum_{i=1}^n x_i^{2k} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ \vdots \\ a_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^n y_i^k \\ \sum_{i=1}^n x_i y_i \\ \vdots \\ \sum_{i=1}^n x_i^k y_i \end{bmatrix}, \quad (6.14)$$

amely már megoldható Gauss-eliminációval, vagy más egyenletrendszer-megoldó algoritmussal. Lényeges viszont, hogy itt nem kell iterálnunk, ezért kezdőértékekre sincs szükség.

## 6.3 A kiértékelőprogram fontosabb részei

```
#include <stdio.h>
#include <stdlib.h>
#include <iostream.h>
#include <string.h>
#include <fstream.h>
#include <math.h>

double *vec(int n)                memórafoglalás vektornak
{...}

char *String(int n)              memórafoglalás sztringnek
{...}

double **matrix (int rows, int cols)  memórafoglalás mátrixnak
{...}

int **loadmx (char *fn,int rows,int cols)  mátrix betöltése
{...}

void cosfit(int j, int L, double *v, double r[5], double frq0)  koszinusz-illesztés
{...}

double *pol3fit(int n, double *x, double *y)  harmadfokú polinom illesztése
{...}

double *valogat(int rows,double *x, double *y) kiértékelhető adatok kiválogatása
{...}

void illeszt(int rows, int cols, int col, double *v,double **PHASE, double *CORR,int fr)
{...}
                                illesztés vezérlése

double slope (double *y, int n)    egyenes meredeksége
{...}

double intercept (double *y, int n)  egyenes tengelymetszete
{...}

main(int argc, char *argv[])
{
    char *kepstv;
    kepstv = String(10);
    double *GDDv;
    GDDv=vec(10);
    double *sdGDDv;
    sdGDDv=vec(10);
    double *TODv;
    TODv=vec(10);
    double *sdTODv;
    sdTODv=vec(10);
    int *nrv;
    nrv = (int*) calloc(10,sizeof(int));

    FILE * result;
    result = fopen("result","w");
    char *sor;
    sor = String(10);

    char *kep;
    char *kepszam;
    char kepst;
    char kepend;
    kep = String(10);
    kepszam = String(1);

    kepst = argv[2][0];
    kepend = argv[3][0];
    char *kref;
```

```

kref = String(10);
strcpy(kref, sor);
strcat(kref, "ref.dat");
cout << kref;

char *ksam;
ksam = String(10);
strcpy(ksam, sor);
strcat(ksam, "sam.dat");
cout << ksam;

FILE *dat;
dat = fopen(ksam, "rt+");
int lng = 10000;
char *q;
q = String(lng);
char *s;
s = String(lng);
int rows=0;
int cols=1;

if (dat == NULL)
    cout << "A file nem nyitható meg!\n";
fgets(q, lng, dat);
strcpy(s, q);

for(int i=0; i<lng; i++)
    if ( s[i]==' ' )
        cols++;

while (s!=NULL)
{
s = fgets(q, lng, dat);
rows++;
}
fclose (dat);
free(s);
free(q);

int CNT = 0;

cout << rows << " / " <<cols <<"\n" ;
int **S;
S = loadmx(ksam, rows, cols);
int **R;
R = loadmx(kref, rows, cols);

while(kepst<kepend+1)
{
    kepszam[0]=kepst;
    strcpy(kep, sor);
    strcat(kep, kepszam);
    strcat(kep, ".dat");

    int **M;
M = loadmx(kep, rows, cols);

    double m0=0;
double r0=0;
double s0=0;

    double **N;
N = matrix(rows, cols);

    for (int r=0; r<rows; r++)
        for (int c=0; c<cols; c++)
            {
                m0=M[r][c];
                r0=R[r][c];
                if (r0==0)
                    r0 = 1;
                s0=S[r][c];
                if (s0==0)
                    s0 =1;
            }
}

```

a kép méreteinek meghatározása

az adatfájl egy sorának maximális karakterszáma

oszlopok számolása

sorok számolása

mérőkar és referenciakar betöltése

interferogram betöltése

normálás

```

        N[r][c] = (m0-s0-r0)/(2*sqrt(s0*r0));
    }

    free(M);

    int L800 = 307;      a 800 nm-hez tartozó oszlopindex beállítása
    double atl=0;
    for(int i=1; i<cols; i++)
        atl+=N[L800][i]/cols;

    int fr=0;
    for (int i=1; i<cols; i++)
        if (N[L800][i]>=atl && N[L800][i-1]<atl)
            fr++;

    double **PHASE;
    PHASE = matrix(cols, rows);

    double *CORR;
    CORR = vec(rows);
    double *v;

    for (int COL=0; COL<rows; COL++)
    {
        printf("%s : %d\n", kep, COL);
        v = vec(cols);
        for (int i=0; i<cols; i++)
        {
            v[i] = N[COL][i];
        }

        illeszt(cols, rows, COL, v, PHASE, CORR, fr);
        free(v);
    }

    cout << "\n";
    free(N);

    ofstream dataout("CORR.dat");
    if (dataout.is_open())
    {
        for (int c=0; c<rows; c++)
            dataout << CORR[c]<< "\n";
        dataout.close();
    }

    ofstream dataout20("PHASE0.dat");
    if (dataout20.is_open())
    {
        for (int r=0; r<cols; r++)
        {
            for (int c=0; c<rows; c++)
                dataout20 << PHASE[r][c]<< " ";
            dataout20 << "\n";
        }
        dataout20.close();
    }

    int count=1;
    double pi = 4.0*atan(1.0);
    for (int G=0; G<20; G++)
    {
        count = 0;
        for (int i=1; i<rows; i++)
        {
            if (PHASE[cols/2][i]-PHASE[cols/2][i-1]>5)
            {
                for(int j=0; j<cols;j++)
                    PHASE[j][i] -= 2.0*pi;
                count++;
            }
            if (PHASE[cols/2][i-1]-PHASE[cols/2][i]>5)

```

csíkok számolása

fázis-mátrix

korrelációs vektor

az éppen feldolgozás alatt  
lévő oszlopszám kiírása

illesztés

korrelációs vektor exportálása

nyers fázismátrix exportálása

a fázismátrix oszlopainak össze-  
igazítása ( $2\pi$  periodicitás miatt  
előforduló ugrások javítása)

```

        {
            for(int j=0; j<cols;j++)
                PHASE[j][i] += 2.0*pi;
            count++;
        }
    cout << count << "\n";
    count = 0;
}

```

```

ofstream dataout2("PHASE.dat");
if (dataout2.is_open())
{
    for (int r=0; r<cols; r++)
    {
        for (int c=0; c<rows; c++)
            dataout2 << PHASE[r][c]<< " ";
        dataout2 << "\n";
    }
    dataout2.close();
}

```

igazított fázismátrix exportálása

kiértékelési tartomány kiválasztása

```

int imin;
int imax;
double corrrth = 0.9;
int ind = L800;

while (CORR[ind]>corrrth)
    ind++;
imax = ind;

ind = L800;
while (CORR[ind]>corrrth)
    ind--;
imin = ind ;
if (imin<0)
    imin=0;
if(imax>=rows)
    imax = rows-1;
imin = 0;
int nr = imax - imin + 1;

```

korrelációs küszöb beállítása

```

double *DW;
DW = vec(nr);
double *Ph2;
Ph2 = vec(nr);

for (int n=0; n<nr; n++)
{
    DW[n] = (Fq[imin+n] - Fq[L800])*(2.0*pi*0.299792)/(0.8*Fq[L800]);
    Ph2[n]= PHASE[0][imin+n];
}

```

```

double *coeff;
double **Ccoeff;
Ccoeff = matrix(5,cols);

```

együtthatókat és korrelációs adatokat  
tartalmazó mátrix létrehozása

```

for(int cs=0; cs<cols; cs++)
{
    coeff = valogat(nr,DW,Ph2);
    for (int k=0; k<5; k++)
        Ccoeff[k][cs] = coeff[k];
}

```

kiértékelhető adatpontok kiválogatása  
és harmadfokú polinom-illesztés

```

for (int n=0; n<nr; n++)
    Ph2[n] = PHASE[cs][imin+n];
}

```

```

ofstream dataout5("Ccoeff.dat");
if (dataout5.is_open())
{
    for (int k=0;k<5;k++)
    {
        for(int cs=0; cs<cols;cs++)

```

együttható-mátrix expotálása

```

        dataout5 << Coeff[k][cs] << " ";
        dataout5 << "\n";
    }
    dataout5.close();
}

double GDD=0;
double TOD=0;
for(int i=0; i<cols;i++)
{
    GDD += 2.0*Coeff[2][i]/cols;
    TOD += 6.0*Coeff[3][i]/cols;
}

double sdGDD=0;
double sdTOD=0;

for(int i=0; i<cols; i++)
{
    sdGDD +=pow(GDD - 2.0*Coeff[2][i],2)/cols;
    sdTOD +=pow(TOD - 6.0*Coeff[3][i],2)/cols;
}

sdGDD = sqrt(sdGDD);
sdTOD = sqrt(sdTOD);

cout << "Kéértékelt oszlopok száma: " << nr <<"\n";
cout << "GDD = " << GDD << " +/- " << sdGDD << " fs2\n";
cout << "TOD = " << TOD << " +/- " << sdTOD <<" fs3\n";

fprintf(result,"%c %f\n",kepst,GDD);

char *resfile
resfile = String(10);
strcpy(resfile,"res");
strcat(resfile,kep);

ofstream dataout6(resfile);
if (dataout6.is_open())
{
    dataout6 << GDD << " " << sdGDD << " ";
    dataout6 << TOD << " " << sdTOD << " ";

    dataout6.close();
}

kepstv[CNT]=kepst;
GDDv[CNT]=GDD;
sdGDDv[CNT]=sdGDD;
TODv[CNT]=TOD;
sdTODv[CNT]=sdTOD;
nr[CNT]=nr;

kepst++;
CNT++;
}
fclose(result);
}

```

GDD és TOD átlagok számolása az együtthatókból

szórások számolása

végeredmény kiírása

végeredmény fájlba exportálása

## **KÖSZÖNETNYILVÁNÍTÁS**

Köszönettel tartozom Dr. Osvay Károlynak állandó támogatásáért, rengeteg segítségért, és nem utolsósorban végtelen türelméért. Dr. Kovács Attilának a kiértékeléssel kapcsolatos tapasztalatainak megosztásáért, Dr. Kurdi Gábornak és Görbe Mihálynak a mérések összeállításában nyújtott segítségéért, valamint a TeWaTi kutatócsoport minden tagjának a hatékony csapatmunkáért és a jó hangulatért.

Köszönöm családomnak, szeretteimnek, évfolyamtársaimnak és barátaimnak, hogy biztatással és érdeklődéssel kísérték figyelemmel eddigi kutatómunkámat.

## IRODALOMJEGYZÉK

- [1] S.O. Kasap: „Optoelectronics and Photonics” *Prentice Hall* (2001)
- [2] B. Edlén: „The refractivity of air” *Metrologia* **2** (1966) 71-80
- [3] K.P. Birch, M.J. Downs: „Correction to the updated Edlén Equation for the refractive index of air” *Metrologia* **31** (1994) 315-316
- [4] J. Calatroni, J.C. Vienot: "Holographic analysis of dispersive pupils in space\_time optics," *Appl. Opt.* **20** (1981) 2026
- [5] C. Sainz, J.E. Calatroni and G Tribillon: „Refractometry of liquid samples with spectrally resolved white light interferometry” *Meas. Sci. Technol.* **1** (1990) 356
- [6] Kovács A.P.: „Optikai elemek fázistulajdonságainak interferometrikus vizsgálata” *PhD értekezés* (2000)
- [7] A. Poppe, R. Holzwarth, A. Apolonski, G. Tempea, Ch. Spielmann, T. Hänsch, F. Krausz: „Few-cycle optical waveform synthesis” *Appl. Phys. B.* **72** (2001) 373
- [8] A.P. Kovács, K. Varjú, K. Osvay, Zs. Bor: „On the formation of white-light interference fringes” *Am. J. of Phys.* **66** (1998) 985-989
- [9] **Börzsönyi Ádám**: „Gázok diszperziójának mérése ultrarövid lézerimpulzusok spektrális-an bontott interferenciájával” *OTDK-dolgozat* (2005)
- [10] K. Osvay, **Á. Börzsönyi**, A.P. Kovács, G. Kurdi, M. Görbe: „Dispersion of femtosecond pulses in ambient and low pressure air” *CLEO-Europe* (2005)
- [11] **Börzsönyi Ádám**: „A levegő nyomásfüggő diszperziójának mérése 1 bar és 0.01 mbar között” *TDK-dolgozat* (2006)
- [12] Balogh Renáta: „Interferometrikus impulzusmérés” *OTDK-dolgozat* (2005)
- [13] Görbe Mihály: „A spektrálisan bontott interferometrikus szögdiszperzió-mérés pontosságának vizsgálata” *Diplomamunka* (2002)
- [14] G. Méchain, G. Méjean, J. Kasparian: „Propagation of TW laser filaments in adverse atmospheric conditions” *Appl. Phys. B* **80** (2005) 785-789
- [15] R.L. Sutherland: „Handbook of Nonlinear Optics” *Marcel Dekker* (2003)
- [16] M. Balu, J. Hales, D.J. Hagan, E.W.V. Stryland: „Dispersion of nonlinear refraction and two-foton absorption using a white-light continuum Z-scan” *Opt. Soc. of Am.* **13** (2005) 3594-3598
- [17] R. de Nalda, R. del Coso, J. Requierjo-Isidro: „Limits to the determination of the nonlinear refractive index by the Z-scan method” *J. Opt. Soc. Am. B* **19** (2002) 289-296



- [18] M.J. Morgan, C.-Y. She, R.L. Carman: „Interferometric measurements of the nonlinear refractive-index coefficient relative to CS<sub>2</sub> in laser-system-related materials” *IEEE J. Quant. Electron.* **11** (1975) 259-263
- [19] E.T.J. Nibberling, G. Grillion, M.A. Franco, B.S. Prade, A. Mysyrowicz: „Determination of the internal contribution to the nonlinear refractive index of air, N<sub>2</sub> and O<sub>2</sub> by use of focused high-intensity femtosecond laser pulses” *J. Opt. Soc. Am. B* **14** (1997) 650-660
- [20] Eric W. Weisstein. "Nonlinear Least Squares Fitting." From *MathWorld*--A Wolfram Web Resource. <http://mathworld.wolfram.com/NonlinearLeastSquaresFitting.html>
- [21] Eric W. Weisstein. "Least Squares Fitting--Polynomial." From *MathWorld*--A Wolfram Web Resource. <http://mathworld.wolfram.com/LeastSquaresFittingPolynomial.html>

## NYILATKOZAT

Alulírott *Börzsönyi Ádám, fizikus* szakos hallgató, kijelentem, hogy a diplomadolgozatban foglaltak saját munkám eredményei, és csak a hivatkozott forrásokat (szakirodalom, esz-  
közök, stb.) használtam fel.

Tudomásul veszem azt, hogy diplomamunkámat a Szegedi Tudományegyetem könyvtárában, a kölcsönözhető könyvek között helyezik el.

Szeged, 2006. május 11.

.....