

SZEGEDI TUDOMÁNYEGYETEM

Természettudományi Kar

Optikai és Kvantumelektronikai Tanszék

Fizika tanár szak

SZAKDOLGOZAT

Mérések Michelson-interferométerrel

Készítette: Zoó Edit

Témavezetők: Dr. Kovács Attila, Dr. Osvay Károly

2003

Tartalmi összefoglaló

Kulcsszavak: interferencia, Michelson-interferométer, optikai úthossz, hullámhosszmérés, hullámhosszkülönbség-mérés

A szakdolgozatomban megvizsgáltam az SzTE TTK fizikus szak "Laboratóriumi gyakorlat 5." hallgatói laboratórium Michelson-interferométeren alapuló mérési gyakorlatát, melyet erre a gyakorlatra rendszerint kapott kiugróan rossz érdemjegyek tettek indokolttá. Célom volt a gyakorlat olyan jellegű átalakítása, mely a Michelson-interferométert a hallgatók számára könnyebben érthetővé illetve az azzal kapcsolatos méréseket pontosabban elvégezhetővé teszi.

Ennek keretében először meghatároztam az optimális interferenciagyűrű-számot – 100 db gyűrű-, mellyel még megfelelően pontosan lehet az interferométer mikrométercsavarjának áttételét megmérni, és a hallgatóktól is elvárható e feladat teljesítése.

A hullámhossz mérésénél viszont, ahol távcsövön keresztül kell megfigyelni a gyűrűket, saját méréseim alapján arra a következtetésre jutottam, hogy a 100 db gyűrű leszámolása túlzottan fárasztó egy átlagos hallgatónak, ezért itt a korábban is alkalmazott 50 db gyűrű számolását javasoltam.

A fehér fényű interferencia kísérletek helyett, melyek véghezvitele a gyakorlatvezetők aktív részvételét igényelte, a korábbi „Nátrium-dublett hullámhosszkülönbségének mérése” feladat visszaállítását javasoltam, melyet a hallgatók önállóan is el tudnak végezni.

A fentiek figyelembevételével egy új sillabuszt készítettem, mely már egy részletes elméleti összefoglalót tartalmaz egy módosított feladatsorral, és kibővítettem az ellenőrző kérdéssort is. Mellékeltem a MathCad programmal készített mintajegyzőkönyveket.

Tartalom

<u>1</u>	<u>Bevezetés</u>	4
<u>2</u>	<u>Pedagógiai vonatkozások</u>	6
2.1	<u>A gyakorlatok érdemjegyeinek összehasonlítása</u>	6
2.2	<u>A 2002/2003-as tanévben használt sillabusz</u>	9
2.3	<u>Mérési jegyzőkönyv készítése MathCad programmal</u>	11
<u>3</u>	<u>Elméleti összefoglaló</u>	13
3.1	<u>A fény mint hullám</u>	13
3.2	<u>A fényinterferencia feltételei</u>	14
3.3	<u>Amplitúdóosztás. Michelson-interferométer</u>	16
3.3.1	<u>A Michelson-interferométer beállítása</u>	18
3.3.2	<u>Egyenlő beesés görbéi</u>	20
3.3.3	<u>Egyenlő vastagság görbéi</u>	22
3.3.4	<u>Interferenciacsíkok láthatósága</u>	23
3.3.5	<u>Hullámhossz meghatározása</u>	24
3.3.6	<u>Kicsiny hullámhossz-különbség meghatározása</u>	26
<u>4</u>	<u>Új mérések, eredmények</u>	28
4.1	<u>Az optimális interferenciagyűrű-szám meghatározása</u>	28
4.2	<u>A 2003/2004-es tanévtől használandó új feladatsor mintajegyzőkönyvekkel</u>	34
<u>5</u>	<u>Összefoglalás</u>	45
	<u>Irodalomjegyzék</u>	46
	<u>Köszönetnyilvánítás</u>	47
	<u>Nyilatkozat</u>	48
	<u>Függelék</u>	49

1 Bevezetés

A Michelson-interferométer megjelenítése a fizika oktatásában igen nagy jelentőséggel bír. Több szempontból is fontos eszköz a természettudományban. A diákok számára egyrészt segít megérteni a fény hullámtulajdonságait, a fényinterferenciát, másrészt hullámhosszat, elmozdulást és törésmutatót mérhetünk vele nagy pontossággal.

A IV. éves fizikus hallgatók a *Laboratóriumi gyakorlat* 5. kurzus keretében hajtják végre a „*Mérések Michelson-interferométerrel*” című gyakorlatot. Dolgozatom elsődleges célja, hogy a jelenlegi laboratóriumi gyakorlat feladatait a hallgatók tudásszintjéhez igazítsam. Segítséget nyújtok ahhoz, hogyan haladjanak a mérés során, illetve instrukciókat kapnak a mérés sikeres elvégzéséhez.

Dolgozatom 2. fejezetében pedagógiai szempontból elemzem az interferométerrel kapcsolatos mérések során felmerülő problémákat. Bemutatom a hallgatók számára eddig kiadott sillabuszt, melynek egyik fő problémája az elméleti összefoglaló hiánya, mivel a gyakorlat sikeres végrehajtásához elengedhetetlen a hallgatók megfelelő elméleti tudása. Szükség van egy teljes elméleti háttér kidolgozására, aminek a szűkebb változata az általam javasolt új sillabuszban olvasható, mely a Függelékben található. A második problémacsoportot a gyakorlat mérési része képezi, mint például a gyakorlat során alkalmazott ún. optimális gyűrűszám meghatározása. Látható lesz, hogy bár az interferencia egyszerűségét hangsúlyozom, a tapasztalatok mégis azt mutatják, hogy a hallgatók részéről nagy pontosságot igénylő mérésről van szó.

A 3. fejezetben a méréshez szükséges elméleti háttér bővebb leírását taglalom. A 4. fejezetben először kísérletileg meghatározom, hogy minimálisan mennyi interferenciagyűrű leszámolásával kaphatnak a hallgatók megfelelő pontosságot a méréseknél, majd bemutatom az általam javasolt új feladatlapot, illetve az általam készített, a hallgatóktól elvárando mintajegyzőkönyvet.

A Michelson-interferométer, -mely lényegét tekintve egy igen egyszerű eszköz-, bemutatása már a középiskolában indokolt lenne ahhoz, hogy megfelelő képet kapjanak a diákok a fényinterferenciáról, illetve magáról az interferométerről. Ott ugyanis ilyen részletességgel nem esik szó a témáról kivéve, ha olyan iskoláról van szó, ahol meglepően

sok diák érdeklődik a fizika iránt. Sajnos sok helyen a kísérleti eszközök hiánya teszi kevésbé érdekessé a Fizika tárgyat.

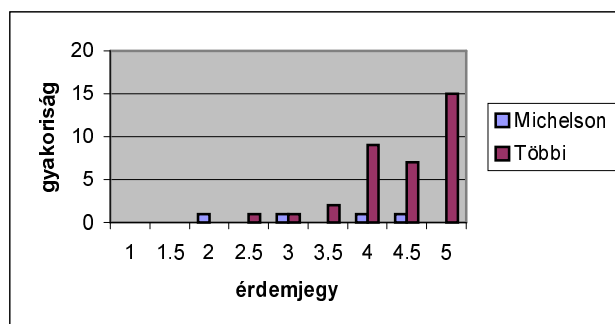
2 Pedagógiai vonatkozások

Dolgozatom elsődleges célja, hogy ismertessem a Michelson-interferométerrel kapcsolatos laboratóriumi gyakorlat során felmerülő problémákat, illetve ezekre a problémákra megoldást adjak. Egy olyan dolgozat elkészítése a feladatom, ami nagyban elősegíti mind a hallgatók, mind a gyakorlatot vezető oktatók munkáját. Jelen fejezet első részében összehasonlítom a laboratóriumi mérési gyakorlatok érdemjegyeit, majd bemutatom az eddig használt feladatlapot, végül ismertetem a hallgatói laboratóriumi gyakorlaton már több mérésnél jól bevált – azonban a Michelson-interferométeres mérésnél eddig még nem alkalmazott –, MathCad programmal készített jegyzőkönyv előnyeit.

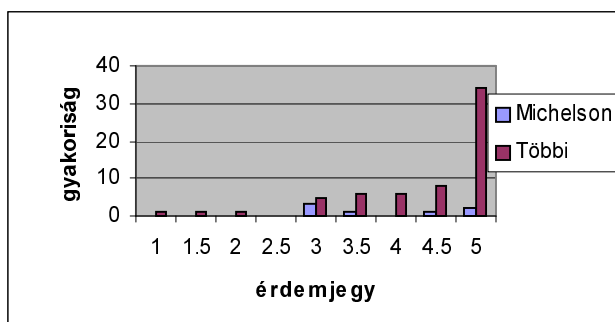
2.1 A gyakorlatok érdemjegyeinek összehasonlítása

Megvizsgáltam az elmúlt két tanév, a 2001/2002-es és a 2002/2003-es tanév őszi félévében a IV. éves fizikus hallgatóknak a „*Laboratóriumi gyakorlat 5.*” kurzuson szerzett érdemjegyeit. Kiértékeltem külön az összes mérési jegyzőkönyvre, illetve a gyakorlat kezdetén a hallgatók elméleti felkészültségét ellenőrző kérdésekre adott válaszok érdemjegyeinek eloszlását. Külön megvizsgáltam a Michelson-interferométeres jegyzőkönyvre, illetve az ahhoz tartozó ellenőrző kérdésekre kapott érdemjegyek eloszlását. Az 1. és a 2. ábrán bemutatott grafikonok azt mutatják, hogy a Michelson-interferométerrel kapott érdemjegyek eloszlása jelentősen eltér a többi gyakorlat érdemjegyeinek eloszlásától.

A hallgatók 10 db gyakorlatot végeznek el az őszi félév során. A grafikonokon szereplő „Többi” kifejezés az alábbi gyakorlatokat jelöli: Fotográfia, Logikai kapuk vizsgálata, Digitális méréstechnika tulajdonságai, Ködfénykisülés vizsgálata, Gravitációs állandó meghatározása, Fresnel-elhajlás vizsgálata, Lineáris rendszerek I., Astabil multivibrátor építése, Jelzőlámpa építése digitális kapukból.

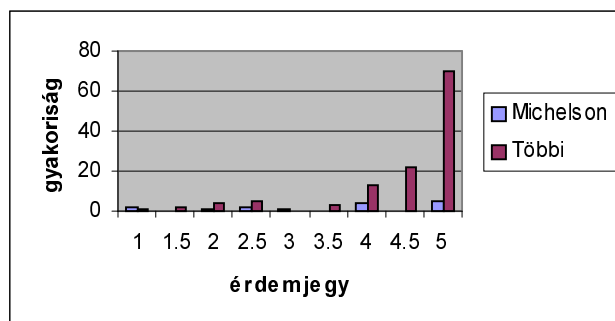


(a)

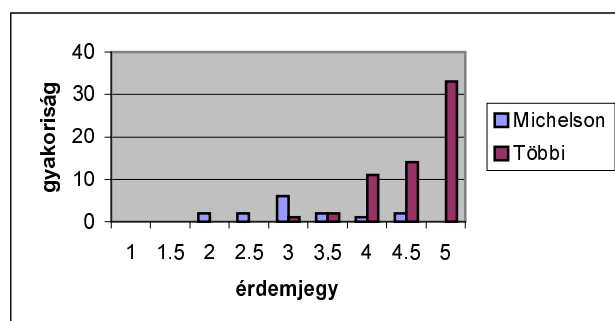


(b)

1. ábra A 2001/2002-es tanévben a mérési jegyzőkönyvek (a) és az ellenőrző kérdésekre adott válaszok (b) érdemjegyeinek gyakorisága



(a)



(b)

2. ábra A 2002/2003-es tanévben a mérési jegyzőkönyvek (a) és az ellenőrző kérdésekre adott válaszok (b) érdemjegyeinek gyakorisága

Az elsőként vizsgált 2001/2002-es tanév hallgatóinak a Michelson-interferométeres gyakorlat mérési jegyzőkönyvére kapott jegyei egyenletesen oszlanak el a kettes, hármas és négyes osztályzat körül, azonban a többi gyakorlati jegyzőkönyvet jó, illetve jeles osztályzatra teljesítették, ahogyan ezt az *1.a ábra* mutatja. Hasonló eredményt ad az *1.b ábra* is, ahol a gyakorlathoz kapcsolódó kérdésekre kapott érdemjegyek gyakoriságát látjuk. Látható, hogy míg a legtöbb jeles osztályzat a „többi” gyakorlat kérdéseire adódott, -annak ellenére, hogy elégtelen jegy is született, -az interferométerrel kapcsolatban viszont csak a közepes tudásszintet érték el a hallgatók.

Sajnos a következő, 2002/2003-as tanév fizikus hallgatóinak eredményei sem mutatnak jelentős változást. A *2.a ábráról* leolvasható, hogy az interferométerről készített mérési jegyzőkönyvekre kapott jegyek között továbbra is szerepel az elégséges, sőt az elégtelen. Néhány kiemelkedő képességű hallgató tudta csak megfelelő szintre teljesíteni a gyakorlatot. A *2.b ábrából* látható, hogy az ellenőrző kérdésekre kapott válaszok érdemjegyei a Michelson-interferométerrel kapcsolatosan a közepes jegynél a leggyakoribbak, míg a „többi” gyakorlat esetében a jeles érdemjegynél.

Meg kell jegyeznünk, hogy az un. hibaszámítás* általában minden gyakorlatnál problémát jelent a hallgatóknak, azonban a Michelson-interferométeres gyakorlat esetén ez különösen szembetűnő. Sokszor vagy egyszerűen elhagyják a hibaszámolást, vagy előfordul, hogy „meghamisítják” az eredményeket. A mérési jegyzőkönyvekből a tapasztalt gyakorlatvezetők ugyanis nyomon tudják követni, hogy sok esetben a hallgatók „nem hisznek a szemüknek”, és a számított hiba nagyságát utólag – lerontják. Ezen jelenségeknek egy oka lehet, hogy a hallgatók nem tudnak vagy nem elég biztosan tudnak hibát számolni.

A fentiek alapján megállapíthatjuk, hogy a IV. éves fizikus laboratóriumi gyakorlatokon a hallgatók számára a Michelson-interferométerrel végrehajtott mérések a többi gyakorlathoz képest nagyobb problémát okoznak. Vizsgáljuk meg ezután a hallgatók által végrehajtandó feladatokat az eddig használt sillabusz alapján.

* A gyakorlat során a hallgatóknak minden feladatban meg kell határozniuk a mérés hibáját, a megfelelő képlet segítségével. Az abszolút hiba a mérés pontosságát jelzi, megadja, hogy az aktuális mérési adat mennyire közelíti meg a végeredményt. A relatív hiba pedig az abszolút hiba és a végeredmény arányát jelenti, melyet százalékban szokás megadni.

2.2 A 2002/2003-as tanévben használt sillabusz

Az alábbiakban bemutatom a "Mérések Michelson-interferométerrel" című laboratóriumi gyakorlatnak a 2002/2003-as tanévben használt feladatlapját, mely lényegében megegyezik az elmúlt 5-6 évben használt feladatlappal.

Feladatlap

Eszközlista:

- kompakt Michelson-interferométer
- He-Ne lézer (1 mW)
- 2 db lencse ($f = 18 \text{ mm}$, $f = 250 \text{ mm}$)
- mikroszkóp objektív (No. 471874)
- tartók és ernyő
- kombinált fehér és Hg-lámpa
- színszűrőkészlet
- halogénlámpa tápegységgel
- mikroszkóp fedőlemez tartóban

Feladatok:

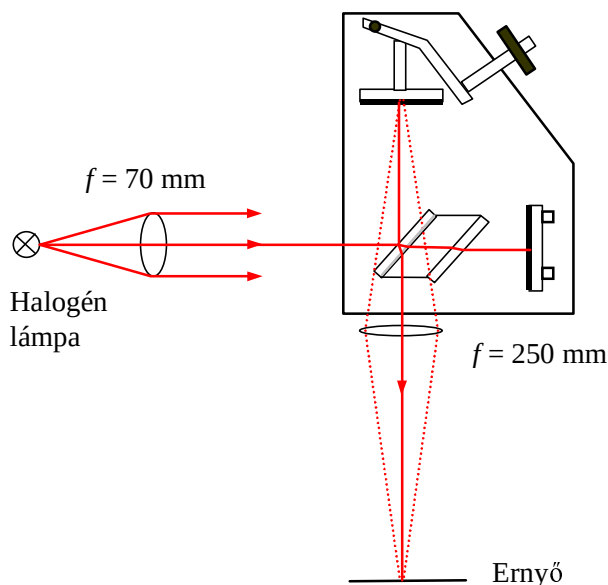
1. Állítsa be a Michelson-interferométert a He-Ne lézer segítségével! A lézernyaláb divergenciájának növeléséhez használja a mikroszkóp objektívot! Figyelje meg az interferenciagyűrűket a kimenethez helyezett ernyőn ! **A direkt lézer-nyalábba soha ne nézzen!**
2. Mérje meg az interferométer mikrométercsavarjának az áttételét a 15.0 mm-es állásnál a He-Ne lézer ismert hullámhossza ($\lambda = 632.8 \text{ nm}$) alapján 50 db gyűrű leszámolásával 3-szor! A mikrométercsavar "kotyogása" miatt a mérés során csak egy irányba tekerje a mikrométercsavart! Adja meg a mérések hibáját!
3. Cserélje ki a He-Ne lézert a Hg-fehér lámpával és vegye ki a mikroszkóp objektívet is! A Hg-lámpára helyezze fel a 2-es számú színszűrőt, az interferométer kimenetéhez pedig helyezze fel az előzőleg végtelenre állított távcsövet! Mérje meg a Hg-lámpa intenzívebb ibolyaszínű vonalának hullámhosszát az előbbi módszer inverzének alkalmazásával! Adja meg a mérés hibáját és hasonlítsa össze a mért hullámhossz értéket az irodalmi értékkel ($\lambda = 435.8 \text{ nm}$)!
4. Ismét a He-Ne lézerrel világítsa ki az interferométert, és a lézernyaláb divergenciáját a mikroszkóp objektívval növelje meg! Állítsa az interferométer karhosszait a lehető legjobban egyenlő hosszakra, majd egy kicsit döntse meg az interferométer tükrét!
5. Vegye ki a He-Ne lézert és a mikroszkóp objektívot! Halogénlámpa párhuzamosított nyalábjával világítsa ki az interferométert és az interferométer egyik tükrének síkját képezze le az ernyőre (lásd 1. ábra) ! Állítson elő színes interferenciacsíkokat! Rajzolja le az ernyőn kialakult képet és értelmezze a jelenséget!

6. Határozza meg a kiadott mikroszkóp-fedőlemez csoport-törésmutatóját a fehérfényű interferencia segítségével! Használja a 4-es számú színszűrőt! A fedőlemez vastagsága 0.25 mm. Határozza meg az előző mérés hibáját!

Irodalom:

[1] A. Nussbaum, R. A. Phillips: *Modern Optika* (Műszaki Könyvkiadó, 1982), 6.fej.

[2] Budó Á., Mátrai T.: *Kísérleti Fizika III.* (Tankönyvkiadó, Budapest, 1985)



Kísérleti elrendezés a fehér fényű interferenciacsíkok előállításához

Kérdések:

1. Rajzolja le a Michelson-interferométert!
2. Mit látunk az interferométer távcsövében, ha azt monokromatikus síkhullámmal világítjuk ki?
3. Mit látunk az interferométer távcsövében, ha azt kiterjedt monokromatikus fényforrással világítjuk meg?
4. Hogyan változik az interferométer távcsövében megfigyelhető gyűrűk száma, ha a kar-hosszak különbségét csökkentjük?
5. Definiálja az időbeli koherenciát!
6. Milyen kapcsolat van a sávszélesség és a koherenciahossz között?
7. Hogyan mérhető a koherenciahossz Michelson-interferométerrel?
8. Mennyivel kell korrigálni az optikai úthosszak egyenlőségéhez az interferométer másik karját, ha az egyikbe l vastagságú, n törésmutatójú üveglemezt teszünk?
9. Mi a csoport-törésmutató?
10. Ismertesse a Michelson-féle kísérletet

Látható, hogy hiányzik a szokásos elméleti összefoglaló, csak egy ábra szerepel a kísérleti elrendezésről. A kurzus oktatói úgy gondolták, hogy az ajánlott irodalom feltüntetése ezt a problémát megoldja. A hallgatók érdemjegyei azonban nem ezt mutatják.

További tapasztalat, hogy a hallgatók nem tudták befejezni a gyakorlatot időben, hosszúnak és fárasztónak találták. Ez származhat a túlzottan sok feladatból, különös tekintettel a fehér fényű interferenciakísérletekre, melyek nem szerepeltek korábban a feladatok között [5].

Ennek a problémának a megoldására két lehetőség van: az egyik, hogy kivesszük ezt a gyakorlatot a IV. éves fizikus hallgatói labor gyakorlatai közül. A másik lehetőség, hogy bennmarad a gyakorlat, viszont némiképp leegyszerűsödik. A Michelson-interferométeres gyakorlat megtartása mellett két fontos érv is szól. Elsősorban az interferencia általános ismeretei miatt fontos, másodsorban pedig a fizika alapvető eszköze az interferométer.

Vizsgáljuk meg, hogyan lehet a laboratóriumi gyakorlatot korszerűsíteni:

- Ha az elméleti összefoglalót írjuk újra, az több szempontból is megfelelő. Egyrészt egy helyen találnak meg mindent a hallgatók, így nem kell több könyvből átnézni az elméletet, - tapasztalatok szerint ezt erősen hanyagolják is-, valamint magyar nyelven íródik, így a nyelvtudás sem okozhat problémát.
- Ha a megszámolandó gyűrűk számát próbáljuk meg optimalizálni a gyakorlat során, akkor szintén megkönnyíthetjük a hallgatók dolgát. Kevésbé lesz fárasztó, ugyanakkor a gyakorlat idejébe is bele kell, hogy férjen.

2.3 Mérési jegyzőkönyv készítése MathCad programmal

A hallgatók a laboratóriumi gyakorlatokon készített jegyzőkönyveket másod-, illetve harmadévfolyamon füzetbe készítik, a grafikonokat pedig milliméterpapíron ábrázolják. Negyedévfolyamon már lehetőség van arra és talán szükséges is, hogy a hallgatók számítógép segítségével készítsék el jegyzőkönyvüket, jelen esetben a MathCad programmal. Ennek a programnak a használata ideális a mérési jegyzőkönyvek elkészítéséhez, amint ez a többi gyakorlat esetében már bebizonyosodott.

A MathCad program alkalmas mérési adatok beolvasására, azok grafikus ábrázolására, elméleti modellszámolásokra. A programba a képleteket úgy kell beírni, mintha azt a saját füzetünkbe írnánk, nem pedig a „szokásos” programnyelvek stílusában.

Így nyomon követhető a hallgatók munkája a mérés kiértékelése során, valamint ha hibát vétenek, a hibaforrás is könnyen megtalálható.

Jelen dolgozatban az általam javasolt feladatok mérési mintajegyzőkönyvét a fentiek alapján szintén MathCad programmal készítem el. Így lehetőség van arra, hogy ellenőrizsem a jegyzőkönyv készítésének időtartamát és biztosítva legyen, hogy a mérések végrehajtása és a jegyzőkönyv készítése a gyakorlat 7 órás időtartamába biztosan beleférjen.

3 Elméleti összefoglaló

3.1 A fény mint hullám

Sokáig a fényt az energia egyik formájának tekintettük, amely egyenes vonalban terjed; ez a megközelítés képezi a geometriai optika alapját. A fény hullámtermészetével a fizikai optika foglalkozik. A fizikai optika tárgyának egy lehetséges megközelítése annak elsődleges megállapítása, hogy a fény elektromágneses természetű, és ezért a Maxwell-egyenletek írják le. A fény alapvető sajátosságait ezután ezekből az egyenletekből származtatjuk. Az elvileg legegyszerűbb fényhullám, egy homogén, izotróp és átlátszó közegben az x irányban haladó monokromatikus, lineárisan poláros síkhullám, melynek elektromos térerősségét az

$$E(x,t) = a \sin \left[\omega \left(t - \frac{x}{c'} \right) + \alpha \right] \quad (3.1)$$

vagy az

$$E(x,t) = a \sin \left[2\pi \left(\nu t - \frac{x}{\lambda'} \right) + \alpha \right] \quad (3.2)$$

egyenlettel írhatjuk le, ahol: a a térerősség amplitúdója, c' a közegbeli terjedési vagy fázissebesség, ν a rezgésszám vagy frekvencia, $\omega = 2\pi\nu$ a körfrekvencia, λ' a közegbeli hullámhossz, a $[]$ zárójelben álló kifejezés a fázis, az α a fényforrásra jellemző fázisállandó.

Tudjuk azt is, és (3.2)-nél már fel is használtuk, hogy egy homogén és izotróp közegben

$$c' = \nu\lambda', \text{ speciálisan vákuumban } c = \nu\lambda \quad (3.3)$$

ti. a ν frekvencia független a közegtől. Ily módon a közeg vákuumra vonatkozó vagy abszolút törésmutatója: $n = c/c' = \lambda/\lambda' (>1)$, tehát az n törésmutatójú közegben a fény terjedési sebessége (c') és hullámhossza (λ') n -szer kisebb, mint vákuumban:

$$c' = \frac{c}{n}, \lambda' = \frac{\lambda}{n}. \quad (3.4)$$

Így az n törésmutatójú közegben haladó (3.1) típusú fényhullám jellemezhető az

$$E = a \cdot \sin \left[\omega \left(t - \frac{nx}{c} \right) + \alpha \right] = a \cdot \sin \left[2\pi \left(vt - \frac{nx}{\lambda} \right) + \alpha \right] = a \cdot \sin(\omega t - nkx + \alpha) \quad (3.5)$$

kifejezésekkel is, amelyekben nx – az x geometriai útnak és a törésmutatónak a szorzata – az ún. optikai út vagy fényút, $k = 2\pi/\lambda$ pedig a (kör)hullámszám.

Két vagy több hullám találkozásakor az elektromágneses fényelmélet értelmében a két fényhullámban terjedő elektromos, ill. mágneses térerősség összegződik: $E = E_1 + E_2$ és $H = H_1 + H_2$, ekkor tehát a szuperpozíció elve az $\mathbf{E}$ és $\mathbf{H}$ vektorjellegéből következik.

A fény intenzitása arányos az amplitúdó négyzetével:

$$I \sim a^2 \quad (3.6)$$

a (3.1)-gyel leírt hullám esetében.

3.2 A fényinterferencia feltételei

A fény hullámtermészetének feltételezésére az interferenciajelenségek adtak okot. Fényinterferencia lép fel két egyenlő frekvenciájú fényhullám találkozásakor, és a fényintenzitásnak maximuma, ill. minimuma van azokon a helyeken, amelyeken a két hullám közötti δ fáziskülönbség a π -nek páros, ill. páratlan számú többszöröse.

A megfigyelhető interferencia egyik fontos feltétele: csak koherens fényhullámok interferálhatnak, azaz olyan hullámok, amelyek ugyanazon fényforrás ugyanazon pontjából indulnak ki, tehát ugyanabból az emissziós aktusból származnak. Ha a két hullámot első közelítésben (3.5) típusú síkhullámnak tekintjük, akkor a találkozási pontban az elektromos térerősséget a szuperpozíció elve alapján az

$$E = E_1 + E_2 = a_1 \sin \left[2\pi \left(vt - \frac{n_1 s_1}{\lambda} \right) + \alpha_1 \right] + a_2 \sin \left[2\pi \left(vt - \frac{n_2 s_2}{\lambda} \right) + \alpha_2 \right] \quad (3.7)$$

függvény írja le, ahol s a sugarak úthosszát jelöli, n pedig az abszolút törésmutató. Egyszerű trigonometriai átalakítással következik:

$$E = a \cdot \sin(2\pi vt + \alpha) \quad (3.8)$$

ahol

$$a^2 = a_1^2 + a_2^2 + 2a_1a_2 \cos\left[2\pi \frac{n_1s_1 - n_2s_2}{\lambda} - (\alpha_1 - \alpha_2)\right] \quad (3.9)$$

adja meg az eredő rezgés a amplitúdóját, az α fázisállandó értékére pedig most nincs szükségünk. Mivel a (3.6) szerint az amplitúdónégyzetek a megfelelő I fényintenzitásokkal arányosak, ezért a két fénysugár találkozási pontjában az eredő fényintenzitás:

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1I_2} \cos \delta, \quad (3.10)$$

ahol

$$\delta = 2\pi \frac{n_1s_1 - n_2s_2}{\lambda} - (\alpha_1 - \alpha_2) \quad (3.11)$$

a fáziskülönbség. A fényintenzitások additivitásától való eltérésre – vagyis az interferenciára – nyilván a $2\sqrt{I_1I_2} \cos \delta$ „interferenciatag” a mérvadó. Ha a pontszerű fényforrások inkoherensek, akkor a kizárólag a két fényforrásra jellemző fázisállandók $\alpha_1 - \alpha_2$ különbsége az előzők értelmében rendszertelenül és igen gyorsan változik, úgyhogy $\cos \delta$ -nak és ezzel együtt az interferenciatagnak a megfigyelési időre vonatkozó átlagértéke zérus: inkoherens fényforrások esetében interferencia nem figyelhető meg, azaz a fényintenzitások összegződnek.

Két koherens fényforrás esetén viszont a két fázisállandó azonossága miatt $\alpha_1 - \alpha_2 = 0$, és így a δ fáziskülönbség időben állandó:

$$\delta = 2\pi \frac{n_1s_1 - n_2s_2}{\lambda} = 2\pi \frac{\Delta}{\lambda} \quad (3.12)$$

itt, mint már említettük λ a vákuumbeli hullámhossz, $\Delta = n_1s_1 - n_2s_2$ pedig az optikai útkülönbség.

Két koherens fénysugár interferenciája fénymaximumot, ill. –minimumot eredményez aszerint, amint a Δ optikai útkülönbség a $\lambda/2$ -nek páros, ill. páratlan számú többszöröse.

$$\Delta = n_1s_1 - n_2s_2 = \{\pm m\lambda \text{ -nál maximum (m=0, 1, 2,...)}, \quad (3.13)$$

$$\left\{\pm \left(m - \frac{1}{2}\right)\lambda \text{ -nál minimum (m=1, 2, ...)}\right.$$

Az m egész szám a megfelelő interferenciamaximum vagy –minimum rendszáma. Ha a két homogén közeg azonos ($n_1 = n_2 = n$), és $\lambda' = \lambda/n$ az ebben a közegben fennálló hullámhossz, akkor (3.13) az $s_1 - s_2$ közönséges vagy geometriai útkülönbségre vonatkozó $s_1 - s_2 = \pm m\lambda'$, ill. $\pm (m - 1/2)\lambda'$ feltételre egyszerűsödik. (3.10)-ből láthatóan a fényintenzitás maximuma, ill. minimuma: $I_1 + I_2 \pm 2\sqrt{I_1 I_2} = (\sqrt{I_1} \pm \sqrt{I_2})^2$, speciálisan az $I_1 = I_2$ esetben $4I_1$, ill. 0, és ekkor az I fényintenzitás mint a δ fáziskülönbség függvénye:

$$I = 2I_1(1 + \cos \delta) = 4I_1 \cos^2 \frac{\delta}{2} \quad (3.14)$$

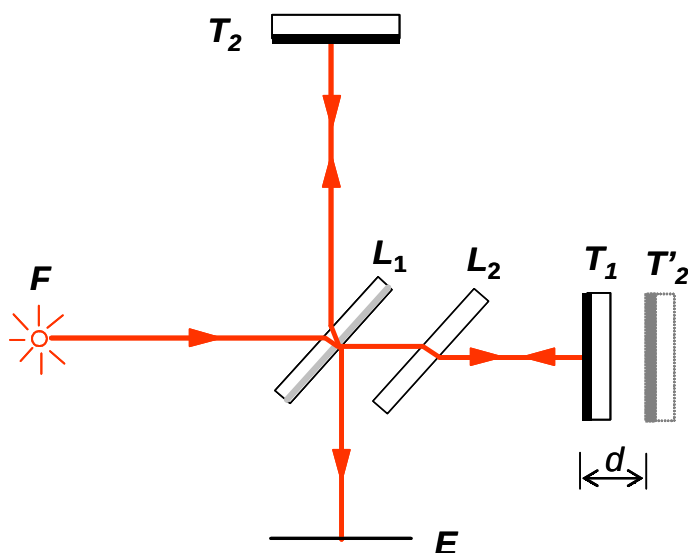
3.3 Amplitúdóosztás. Michelson-interferométer

A fény igen sok tulajdonsága megmagyarázható, ha feltesszük, hogy a fény hullám. A hullám egy speciális tulajdonsága, hogy a megfelelő feltételek teljesülése esetén akár önmagával vagy akár egy másik hullámmal képes interferálni. Az interferenciának két osztálya van; az egyiket hullámfrontosztással hozzuk létre - ahol a hullámfrontot oldalirányban tükrökkel vagy diafragmákkal szegmensekre osztjuk- a másik osztási lehetőség pedig részleges tükrözéssel történik- ebben az esetben a két eredő hullámfront megtartja eredeti szélességét, de csökken az amplitúdójuk.

A Michelson-interferométer jó példája az amplitúdóosztáson alapuló eszközöknek. Itt az így kapott két nyaláb más-más irányban halad a síktükrök felé, ahonnan újra egyesülve interferenciacsíkokat hoznak létre. Ez a műszer a fényforrás által kibocsátott fény hullámhosszáinak, egy tárgy hosszúságának vagy egy anyag törésmutatójának pontos mérésére alkalmas.

A Michelson^{*}-interferométert a 3. ábra tünteti fel. Az F fényforrás monokromatikus fényt sugároz. Az interferométer működésének megértéséhez először csak annak a fénysugárnak az útját kövessük, amelyik az L_1 síkpárhuzamos üveglemezre 45° -os szögben esik be.

^{*} Albert Abraham Michelson (1852-1931) amerikai fizikus, aki 1907-ben fénytannal kapcsolatos munkájáért Nobel-díjat kapott.



3.ábra A Michelson-interferométer sematikus rajza

Mivel az L_1 lemez hátsó oldala féligáteresztő tulajdonságú ezüstréteggel van bevonva (a bevonatot szürke csík jelzi az ábrán), a fénysugár két részre válik szét. Míg az egyik sugár a beeső fénysugárral párhuzamosan halad tovább a T_1 tükör felé, addig a másik sugár a beeső fénysugár irányára merőlegesen halad a T_2 tükör irányában. Mindkét sugár merőlegesen esik be a tükrökre, melyekről visszaverődve a féligáteresztő rétegnek ugyanabba a pontjába érkeznek, mint ahonnan kiindultak. A rétegen a sugarak ismét kettéválnak: a fény egy része visszatér a fényforrásba, a másik része eléri az E ernyőt. Az ábrán látható, hogy a T_2 tükörről visszaverődő sugár háromszor halad át az L_1 nyalábosztó lemezen. Ha a T_1 tükörről visszaverődő sugár útjában nem lenne az L_2 kiegyenlítőlemez – mely az L_1 lemezzel mindenben azonos, csak éppen bevonat nincs rajta –, akkor az optikai úthosszak nem lennének egyenlők az interferométer két karjában, ami az interferenciajelenségek megfigyelésénél problémát okozna.

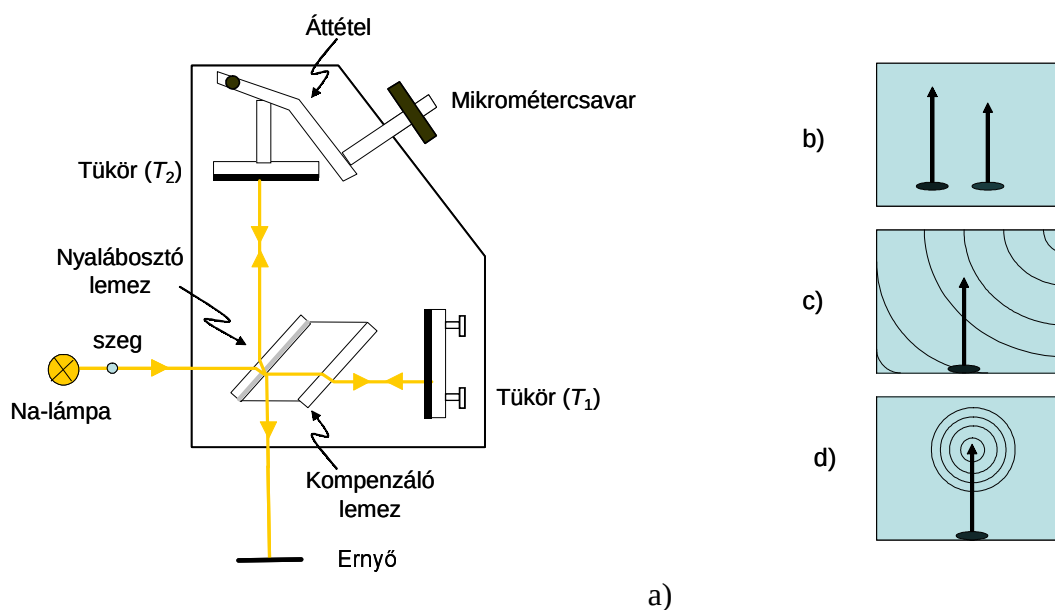
A 3. ábrán T'_2 a T_2 tükörnek a féligáteresztő rétegre vonatkozó tükörképét jelöli. Az ernyőn kialakuló interferenciakép úgy tekinthető, mintha azt a T_1 és T'_2 tükrök közötti d vastagságú levegőréteg hozná létre. Ezt a levegőréteget a tükrök megfelelő beállításával pontosan síkpárhuzamosnak is választhatjuk.

3.3.1 A Michelson-interferométer beállítása

3.3.1.1 A „szeg”-módszer:

A gyakorlaton használt interferométernek (4. ábra) csak a T_2 tükre mozgatható előre-hátra. Első lépésben a T_2 tükröt addig mozgatjuk, amíg a két kar hossza közelítőleg egyenlő nem lesz. Ehhez vonalzóval megmérjük a távolságokat a nyalábosztó középpontja és az egyes tükrök középpontja között. A második lépésben egy fejen álló kis szöget (esetleg valami más pontszerű tárgyat) helyezünk a nyalábosztó elé. Ekkor a megfigyelő az egyes karokban levő tükrökről visszavert két képet fogja látni (4.b ábra). A harmadik lépésben a nyalábosztót egy monokromatikus fényforrással világítjuk meg, és a dönthető T_1 tükrön levő állítócsavarokkal a szög két képét fedésbe hozzuk (4.c ábra). Ha ezt végrehajtjuk, interferenciacsíkok jelennek meg a látótérben (4.d ábra). A negyedik lépésben az interferenciakép középpontját hozzuk a látótér középpontjába a tükrön levő állítócsavarok finom forgatásával.

Végül a mozgatható T_2 tükör helyzetét állítjuk be úgy, hogy az útkülönbség közel nulla legyen. Ezt pedig a karhossz finom változtatásával érhetjük el úgy, hogy a gyűrű mérete maximális legyen. A nagyobb gyűrűket könnyebb megfigyelni, ezáltal könnyebb velük dolgozni is.

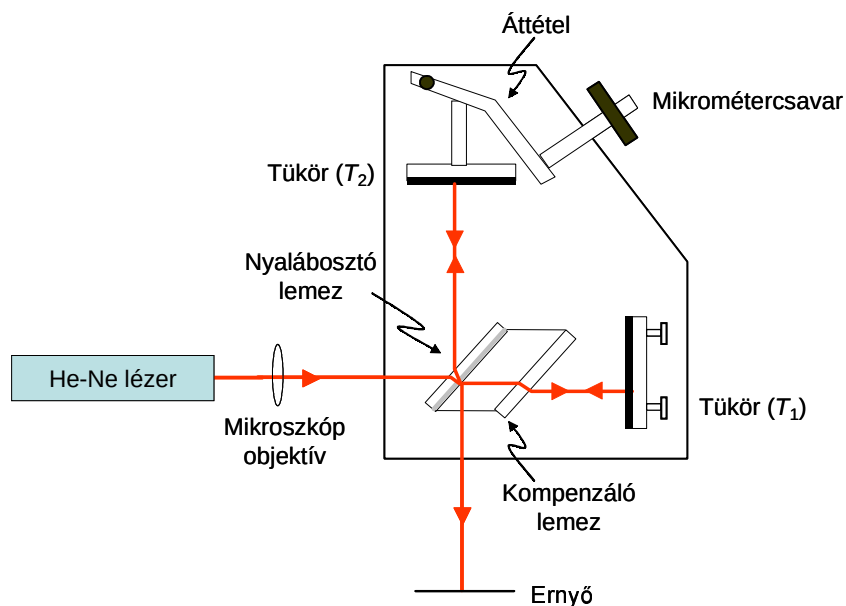


4. ábra Eljárás az interferométer beállítására „szeg” módszerrel [1]

3.3.1.2 Hélium-Neon lézerrel történő beállítás

Ez a módszer szintén nagyon egyszerű. A „szeg”-módszerrel szemben előnye, hogy a hallgatók megismerik és gyakorolják az optikai elemek lézerrel történő beállítását, mely beállítási eljárás manapság igen elterjedt a kutatói laboratóriumokban.

Az első feladat beállítani az interferométert, ami jelen esetben azt jelenti, hogy párhuzamosra állítjuk a tükröket, mikrométercsavarokkal, hogy a fényforrásból érkező fénysugarak párhuzamosan haladjanak.



5. ábra Az interferométer beállítása He-Ne lézerrel

a tágítatlan fénynyalábja közvetlenül jut a pupillába, akkor a szemfenék maradandó károsodást szenvedhet!

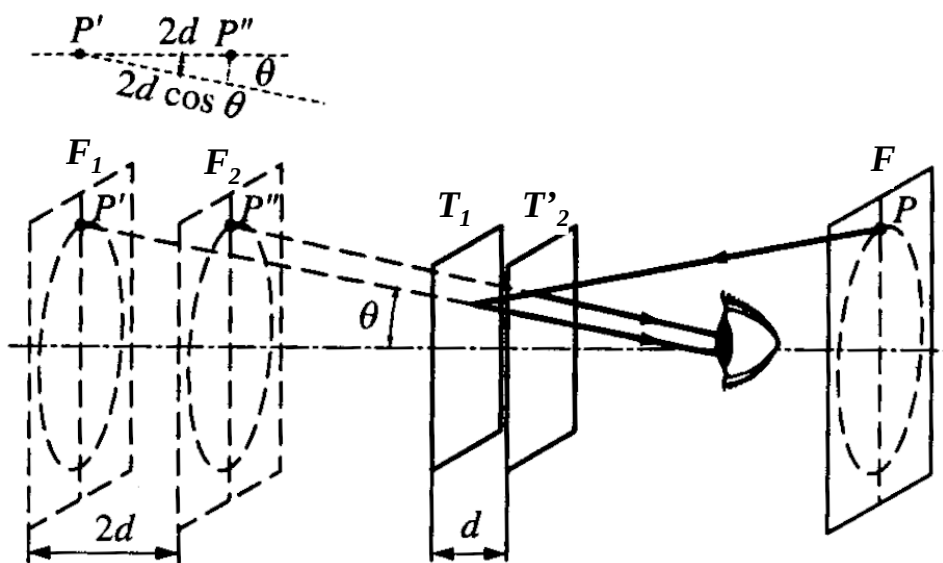
Az 5. ábra a hallgatói laboratóriumon használt Michelson-interferométer felépítését mutatja. Először a lézer és az interferométer közé még nem tesszük be a mikroszkóp objektívét, hanem a lézerrel közvetlenül világítunk bele az interferométerbe. Mivel a tükrök biztos nem párhuzamosak illetve a nyalábosztó lemez felületén nemkívánatos reflexiók is történnek, így az interferométer kimenetén több fénypontot is látunk.

Hozzuk fedésbe az „összetartozó” fénypontokat a T_1 tükrön található állítócsavarok segítségével. Ha már interferenciacsíkokat látunk a fénypontokban, akkor tegyük be a

mikroszkóp objektívet, amire azért van szükség, mert kis távolságon nagy nyalábtágítást kell alkalmaznunk. Az ernyőn lévő csíkokat figyelve addig állítsuk finoman a tükör állítócsavarjait, míg interferenciagyűrűket nem kapunk. Ekkor az interferométer mérésre kész állapotba került.

3.3.2 Egyenlő beesés görbéi

Ha a tükroket pontosan „párhuzamosra” állítottuk be, azaz a T_1 tükör és a T_2 tükörnek a nyalábosztó ezüstréteg tükrözése által létrehozott T'_2 látszólagos képe párhuzamos, akkor az interferenciakép koncentrikus gyűrűkből áll. Ezeket a gyűrűket használják a legtöbb interferométeres méréskor. Értelmezésüket az 6. ábra segítségével végezhetjük el.



6. ábra Az egyenlő beesés görbéinek (koncentrikus interferenciagyűrűknek) keletkezése a Michelson-interferométerben [2]

Az interferométer két tükre az F kiterjedt fényforrás két képét F_1 -et és F_2 -öt hozza létre. A fényforrás egy P pontjának képei P' és P'' . A megfelelő P' és P'' pontokból a végtelenre akkomodált szemhez θ szög alatt érkező két fénysugár közötti útkülönbség

$2d \cos \theta$, ahol $2d$ a fényforrás két képe közötti távolság. A két sugár erősíti egymást (3.13) alapján, ha

$$2d \cos \theta = m\lambda \quad (3.15)$$

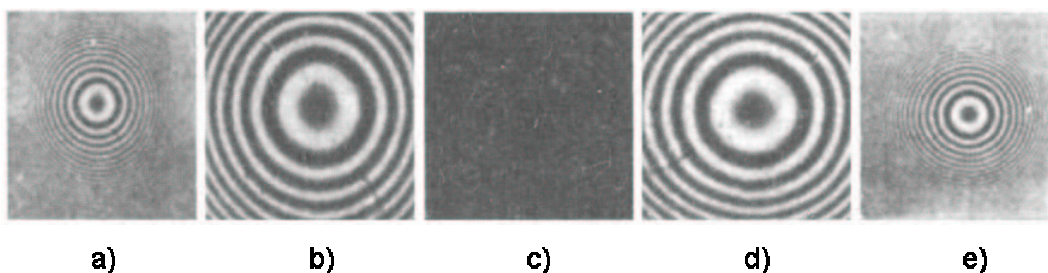
ahol m egész számot jelent, és az *interferencia rendjének* nevezzük. Mivel adott m, λ és d mellett a θ szög konstans, a maximumok kör alakban helyezkednek el. A koszinusz értékének növelésével megmutatható, hogy a gyűrűk sugarai arányosak az egész számok négyzetgyökével, ahogy a Newton-gyűrűk esetében is történik. Az intenzitáseloszlás a (3.14) alapján az

$$I = 4a^2 \cos^2 \frac{\delta}{2} \quad (3.16)$$

egyenletet követi, ahol a fáziskülönbséget a következő kifejezés adja meg:

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} 2d \cos \theta \quad (3.17)$$

Azokat a görbákat, ahol párhuzamos nyalábokat interferáltatunk a θ beesési szög által meghatározott fáziskülönbséggel, *egyenlő beesés görbéinek* nevezik.



7. ábra Az egyenlő beesés görbéi a Michelson-interferométerben. A karhosszkülönbség a középponttól kifelé növekszik mindkét irányban. [2]

A 7. ábra mutatja, hogyan néznek ki az interferenciagyűrűk eltérő karhosszkülönbségeknél. Ha T_1 néhány cm-re van T_2 mögött, a csíkrendszer általános megjelenése az (a)-nak megfelelő, ahol a gyűrűk nagyon szorosan helyezkednek el. Ha T_1 -et most lassan T_2 felé mozgatjuk úgy, hogy d csökken, egy adott gyűrűnek, amelyet az m rend adott értéke jellemez, csökken a sugara, mert a $2d \cos \theta$ szorzatnak konstansnak kell

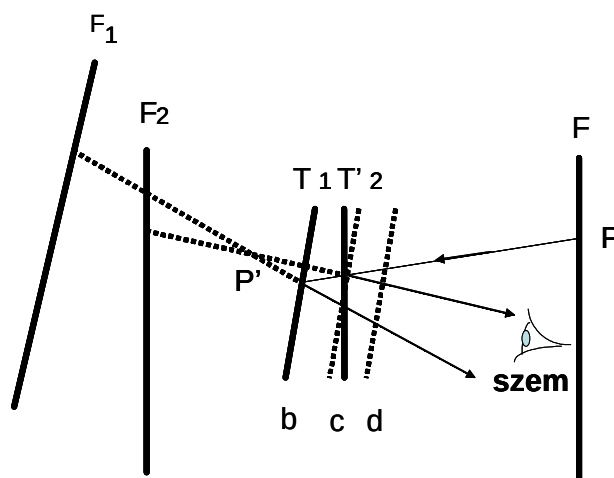
maradnia. Ezért a gyűrűk összemennek a középpontban, és minden alkalommal eltűnik egy gyűrű, amikor a $2d$ λ -val, vagy d $\lambda/2$ -vel csökken. Ez abból következik, hogy a középpontban $\cos \theta = 1$, tehát

$$2d = m\lambda \quad (3.18)$$

Ahhoz, hogy m értéke 1-gyel megváltozzon, d -nek $\lambda/2$ -vel kell megváltoznia.

3.3.3 Egyenlő vastagság görbéi

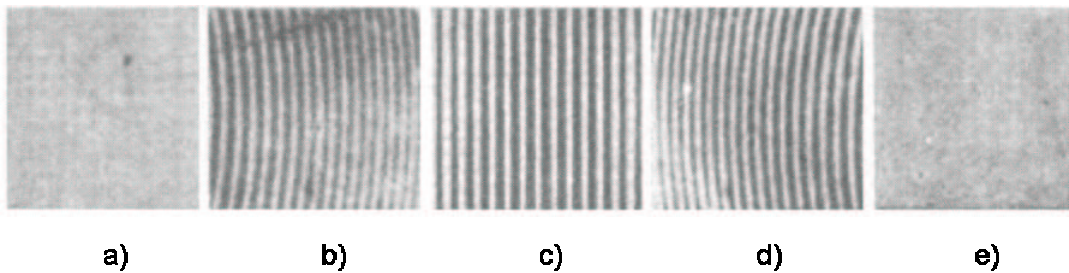
Akkor is kaphatunk interferenciaképet egyszínű fénnel, ha a T_1 és a T_2 tükör nem pont „párhuzamos” egymással. Ez esetben a tükrök közötti tér ék alakú lesz. A kiterjedt fényforráson lévő P pont különböző helyzeteinél megmutatható, hogy a két sugár közötti útkülönbség változatlan marad, de P' és a tükrök távolsága megváltozik. Ha a tükrök közötti szög nem túl kicsi, az utóbbi távolság sosem lesz nagy, és így, ahhoz, hogy tisztán láthassuk a csíkokat, a szemnek a hátsó T_1 tükörre vagy annak közelébe kell fókuszálnia.



8. ábra Interferenciacsíkok kialakulása ferde helyzetű tükrökkel

a Michelson-interferométerben [2], b,c,d a 9. ábrához tartozó T_1 tükörpozíciókat jelöli

A lokalizált csíkok gyakorlatilag egyenesek, mert az útkülönbség a látómezőben most elsősorban a tükrök közötti „légréteg” vastagságától függ (lásd 9. ábra). Közelítőleg merőleges beesés esetén az egyenlő vastagságú helyek az „ék” szélével párhuzamos egyenesen vannak. A csíkok azonban elég nagy d esetén nem pontosan egyenesek, mert az útkülönbség a szögtől függ. Általában görbülnek, és mindig konvexek a tükrök által alkotott „ék” vékony széle felé.(9.b, d ábra)



9. ábra Az egyenlő vastagság görbéi a Michelson-interferométerben. A karhosszkülönbség a középponttól kifelé növekszik mindkét irányban. [2]

Ha a tükrök közötti távolságot csökkentjük, a csíkok balra mozognak és egy új csík halad át a középpontban minden alkalommal, amikor d $\lambda/2$ -vel változik. Amint a karhosszkülönbség nullához közelít, a csíkok egyenesebbekké válnak, míg el nem érjük azt a pontot, ahol T_1 ténylegesen metszi T'_2 -t, amikor is tökéletesen egyenesek (9.c ábra). E ponton túl az ellenkező irányba kezdenek görbülni. Ha üres mezőt látunk (9.a,e ábra), azt jelenti, hogy nagy útkülönbségeknél ez a fajta csík nem figyelhető meg. Mivel az útkülönbség fő változása d szélességének változásából következik, ezeket a csíkokat *egyenlő vastagság görbéinek* nevezzük.

3.3.4 Interferenciacsíkok láthatósága

Az interferométerrel három fajta mérés végezhető el: színeképvonalak szélességének és finomszerkezetének mérése, hossz vagy elmozdulás mérése a fény hullámhosszának segítségével, valamint a törésmutatók mérése.

A színeképvonal szélességének meghatározásához vezessük be az interferenciacsíkok láthatóságának fogalmát az alábbi összefüggéssel:

$$V = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} \quad (3.19)$$

ahol $I_{\max}$ és $I_{\min}$ az interferenciakép maximumainak és minimumainak intenzitásai. Minél lassabban csökken V növekvő útkülönbség mellett, annál élesebb a vonal. Ebből leolvasható, hogy pl. a monokromatikus fénnel nyert körkörös csíkok még akkor is láthatók, amikor a tükröt több cm-re elmozdítottuk. Ha azonban a fényforrás nem

szigorúan monokromatikus, hanem véges sávszélességű, akkor a csíkok az útkülönbség növelésével elmosódottá válnak, és végül eltűnnek. Fehér fénynél láthatatlanná válnak, ha d csak néhány hullámhossznyi. Mivel azonban egy vonal sem tökéletesen éles, a különböző alkotó hullámhosszak különböző helyzetű csíkokat eredményeznek, így még ebben az esetben is korlátozott a használható útkülönbség.

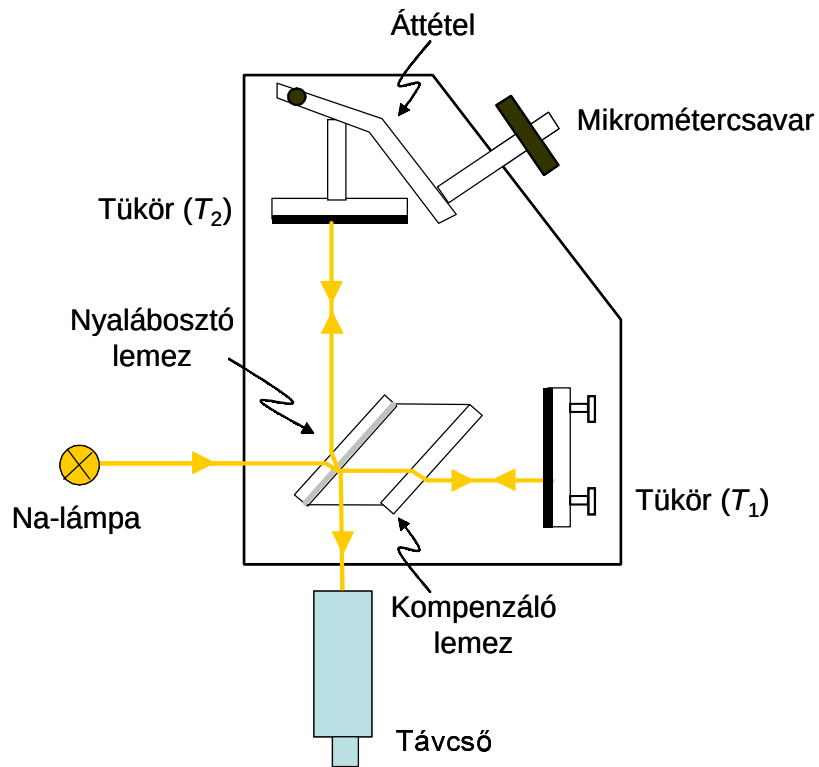
Bizonyos vonalaknál a láthatóság d változtatásával nem csökken egyenletesen, hanem több-kevesebb rendszerességgel ingadozik. Ez arra utal, hogy a vonal finom szerkezetű, és két vagy több, egymáshoz nagyon közeli vonalból áll. Nátriumfény esetén pl. a csíkok váltakozva élesek és diffúzak, amint a két D vonaltól származó csíkok egybeesnek vagy szétválnak. A két egymást követő maximális láthatósági hely közötti csíkok száma kb. 1000, ami azt jelenti, hogy az alkotók hullámhosszai kb. $1/1000$ részben különböznek egymástól.

Az interferencia nagy útkülönbség esetén történő eltűnésének van egy másik fontos momentuma, melyet szintén érdemes megvizsgálni. A Fourier-tétel szerint egy véges sávszélességű fényforrás időben véges hosszúságú hullámcsomagnak felel meg. Az időbeli hossz és a sávszélesség egymással fordítottan arányos. Ezért amikor a két sugár az interferométerben olyan távolságokat tesz meg, amelyek az egyes „csomagok” időbeli hosszánál nagyobb mértékben különböznek, ezek többé nem fedhetik át egymást, és interferencia sem lehetséges.

3.3.5 Hullámhossz meghatározása

A hullámhossz meghatározásához a következőket kell tennünk. A fényforrást az interferométer elé helyezzük viszonylag közel (10. ábra). Ekkor nincs szükség kollimátorlencse alkalmazására. Ha a fény több, diszkrét hullámhosszat tartalmaz, akkor az általuk létrehozott gyűrűrendszerek egy pont körül koncentrikusan helyezkednek el, ami nagyon zavaró a mérés során. Ezért ebben az esetben egy megfelelően rövid sávszélességű szűrőt kell elhelyeznünk a fényforrás elé.

A nátrium-lámpa esetében, ahol nagyon kicsi a NaD vonalak közötti hullámhosszkülönbség, szűrőt nem lehet és nem is kell használni. Azonban ekkor a karhosszkülönbségtől függően hol szinte teljesen kivilágosodik a látótér, hol pedig „egy” gyűrűrendszert látunk. Állítsuk úgy be a karhosszkülönbséget, hogy ez utóbbi eset álljon fenn.



10. ábra Hullámhossz mérése Michelson-interferométerrel

A gyűrűk középpontjának megjelölésére használjuk a távcsőben lévő skálát. A T_2 tükröt mozgató mikrométercsavart forgatva változtassuk a T_2 tükörnek a távolságát. Közben figyeljük meg a gyűrűk mozgását. Számoljunk meg bizonyos számú, a skála egy adott pontján áthaladó gyűrűt, és a mikrométercsavarról olvassuk le a T_2 tükör eközben történt elmozdulásának megfelelő skálarészeket. Ha kezdetben a távcső közepén világos gyűrű volt, akkor ha a tükör $\lambda/2$ távolsággal mozdult el, az interferáló két fénysugár között éppen λ útkülönbség állt elő, ami ismételten egy újabb világos gyűrű létrejöttét eredményezte. Ha tehát a T_2 tükör elmozdulása s , akkor a skála adott pontján áthaladt világos (vagy sötét) gyűrűk száma:

$$N = \frac{2s}{\lambda} \quad (3.19)$$

Az s a mikrométercsavarral mérhető, N pedig az elmozdult gyűrűk ismert száma, ezek alapján a hullámhossz meghatározható.

Mivel a mérési pontosság növeléséhez a mikrométercsavar egy áttételen keresztül mozgatja a T_2 tükröt a laboratóriumi gyakorlaton használt interferométernél, ezért a hullámhossz meghatározására alkalmas (3.18) összefüggés a következőképpen módosul:

$$\lambda = \frac{A 2 s}{N} \quad (3.20)$$

ahol A a mikrométercsavar áttétele.

3.3.6 Kicsiny hullámhossz-különbség meghatározása

A Michelson-interferométerrel nagy felbontóképessége miatt igen kicsiny hullámhosszkülönbségek mérése is lehetséges. Így például meghatározható az egyes atomok színekében jelentkező ún. dublett vonalak hullámhosszkülönbsége is. Két egymáshoz nem túl közel levő vonal hullámhosszainak arányát a laboratóriumokban mozgatható tükrű interferométerrel mérik. A módszer a két hullámhossz keltette csíkok egybeesésének és eltérésének megfigyelésén alapul. Ha figyelmünket a középen lévő gyűrűkre ($\cos \theta = 1$) korlátozzuk, akkor a $2d \cos \theta = m\lambda$ /maximumok/ egyenlet alapján felírhatjuk, hogy

$$2d_1 = m_1 \lambda = \left(m_1 + \frac{1}{2} \right) \lambda' \quad (3.21)$$

ahol $\lambda > \lambda'$. Ebből

$$m_1 (\lambda - \lambda') = \frac{2d_1}{\lambda} (\lambda - \lambda') = \frac{\lambda'}{2} \quad (3.22)$$

$$\lambda - \lambda' = \frac{\lambda \lambda'}{4d_1} = \frac{\lambda^2}{4d_1} \quad (3.23)$$

ha a λ és λ' közötti különbség kicsi. A tükröt még távolabb mozgatva, a gyűrűk egy pillanatra egybeesnek, majd ismét különválnak. A következő eltérésnél:

$$2d_2 = m_2\lambda = \left(m_2 + \frac{1}{2}\right)\lambda' \quad (3.24)$$

Ha kivonjuk egymásból a két szomszédos eltérés egyenleteit, a következőt kapjuk:

$$2(d_2 - d_1) = (m_2 - m_1)\lambda = (m_2 - m_1)\lambda' + \lambda' \quad (3.25)$$

amiből, ha λ közel egyenlő λ' -vel, a következő adódik:

$$\lambda - \lambda' = \frac{\lambda'^2}{2(d_2 - d_1)} \quad (3.26)$$

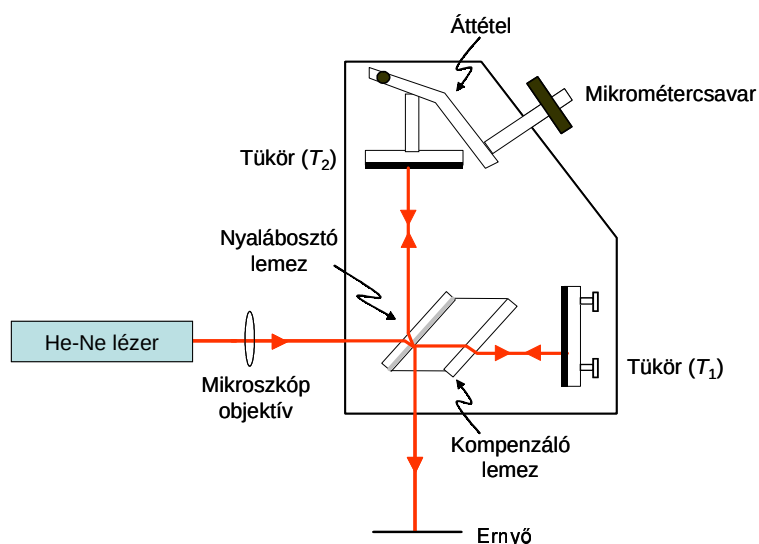
A $d_2 - d_1$ különbséget vagy közvetlenül a skáláról leolvassuk, vagy a gyűrűket két eltérés közötti megszámlálva határozhatjuk meg a λ hullámhossz ismeretében.

A gyűrűk sugarainak megmérése, a hullámhosszak nagyon pontos összehasonlítását teszi lehetővé. Megjegyzem, hogy hasonló módszerrel a vas több száz vonalának hullámhosszát mérték meg a vörös kadmiumvonalhoz viszonyítva, néhány századnyi pikométer pontossággal!

4 Új mérések, eredmények

4.1 Az optimális interferenciagyűrű-szám meghatározása

Ebben a fejezetben megvizsgálom, mekkora az a gyűrűszám, ami mellett a mérési pontosság még megfelelő, és a hallgatók számára nem jelent túl nagy megterhelést. Mivel a mikrométercsavar kezdőpozíciója adott volt, leolvastam a végpozíciókat, kiszámoltam azok átlagát és hibáját, végül meghatároztam az áttételt is, illetve annak a hibáját. Méréseim során leszámoltam 25, 50, 100, 150 és 200 darab gyűrűt, miközben mértem a mérés elvégzéséhez szükséges időt.



11. ábra Kísérleti elrendezés az áttétel meghatározásához

A Michelson-interferométer áttételének meghatározásához szükséges kísérleti elrendezésben a fényforrást egy 2 mW-os hélium-neon lézer szolgáltatja (lásd 11. ábra). Ennek használata fokozott elővigyázatosságot követel, mivel súlyos károkat okozhat a hallgatók szemében, ha azt nem az előírásoknak megfelelően használják. Erre a gyakorlatvezetőknek mind a szillabuszban, mind a laboratóriumi gyakorlaton fel kell hívni a hallgatók figyelmét.

A lézer fényét egy - 0.25 numerikus apertúrájú- mikroszkóp objektív segítségével divergens nyalábbá tesszük. A T_2 tükör és a mikrométercsavar között egy 1:5 arányú áttétel található, melynek pontos meghatározását kell a gyakorlaton elvégezniük a hallgatóknak. Mivel holtjátéka van a mikrométercsavarnak, ezért célszerű mindig azonos

irányba tekerni, mert előfordulhat, hogy ha az ellenkező irányba kezdem el tekerni, sokáig meg sem mozdul a gyűrű.

A mérési adataimat az 1. táblázat tartalmazza, ahol a mikrométercsavar kezdőpozícióját x_0 , a végpozíciókat pedig x_1 jelöli. Az A áttétel kiszámítását a következő képlet segítségével végeztem a (3.20) összefüggés alapján:

$$A = \frac{N \cdot \lambda}{2(x_0 - x_1)} \quad (4.1)$$

ahol N a gyűrűk száma, λ pedig a hullámhossz, ami jelen esetben 632.8 nm. Az adatok hibáinak számítását a hibaterjedés ismeretében végezhetjük el.

N	X1 (mm)					$X_{\text{átlag}}$ (mm)	δx (mm)	$A_{\text{átlag}}$	δA	$T_{\text{össz. mérés}}$ (s)	$T_{1\text{mérés}}$ (s)
	1. mérés	2. mérés	3. mérés	4. mérés	5. mérés						
25	14.955	14.955	14.950	14.950	14.956	14.953	0.003	0.17	0.02	200	40
50	14.920	14.920	14.915	14.908	14.912	14.915	0.005	0.19	0.01	550	110
100	14.830	14.828	14.840	14.840	14.830	14.833	0.006	0.190	0.008	750	150
150	14.760	14.758	14.760	14.745	14.760	14.756	0.007	0.195	0.006	900	180
200	14.670	14.680	14.660	14.675	14.660	14.669	0.009	0.191	0.005	1300	260

1. táblázat A Michelson-interferométer áttétele különböző gyűrűszám mellett

Az 1. táblázat alapján jól látható, hogy az áttétel mérési pontossága a gyűrűk számával nő. Az $N=150$ és $N=200$ db. gyűrű esetén az áttétel mérési hibája kb. fele az $N=25$ ill. $N=50$ db. gyűrűvel mért eredményeknek. Vegyük észre, hogy a gyűrűszám növelésével egyre pontosabb a mérés, de időben tovább tart és egyre fárasztóbb is a hallgatók számára. Az áttételre kapott átlagérték a gyűrűk számával lényegében monoton növekszik, kivéve az utolsó, $N=200$ esetet.

Tapasztalataim szerint a hallgatók számára az $N=100$ db gyűrű leszámolása lenne megfelelő a gyakorlat céljainak teljesítéséhez. Ez a gyűrűszám azonban csak az áttétel változásának számolásakor alkalmas. A gyakorlat további feladataiban viszont a hallgatók a spektrállámpa vonalait távcsövön keresztül vizsgálják, ami fizikailag megnehezíti a mérést. A saját, illetve a hallgatók eddigi tapasztalatai alapján arra a megállapításra jutottam, hogy ekkor elegendő az 50 db gyűrű számolása. Így a hallgatók számára kevésbé

lenne megterhelő a gyakorlat. A mérés többszöri megismétlése is –legalább ötször- az adatok pontosságát biztosítja.

A következőkben az optimális gyűrűszám meghatározásáról készített mérési jegyzőkönyvemet ismertetem.

A mérés pontossága és az interferenciagyűrűk száma közötti kapcsolat vizsgálata

A He-Ne lézer hullámhossza: $\lambda := 632.8 \cdot 10^{-6} \text{ mm}$

A mikrométercsavar kezdőpozíciója: $x_0 := 15.000 \text{ mm}$

A kezdő- és végpozíció leolvasási hibája: $\delta x_0 := 0.003 \text{ mm}$

a.) A gyűrűk száma: $N := 25$

A mikrométercsavar végpozíciói:

$$x_1 := (14.955 \quad 14.955 \quad 14.950 \quad 14.950 \quad 14.956) \text{ mm}$$

A végpozíciók átlaga: $x_{1\text{atl}} := \text{mean}(x_1) \quad x_{1\text{atl}} = 14.953 \text{ mm}$

A végpozíciók szórása: $\sigma_{x1} := \text{Stdev}(x_1^T) \quad \sigma_{x1} = 0.003 \text{ mm}$

A végpozíciók szórása ugyanannyi, mint a leolvasási hiba, ezért a végpozíciók hibája:

$$\delta x_1 := \sigma_{x1}$$

Az áttétel átlagértéke: $A := \frac{N \cdot \lambda}{2 \cdot |x_0 - x_{1\text{atl}}|} \quad \boxed{A = 0.17}$

Az áttétel hibája:

$$\delta A := \sqrt{\left[\frac{N \cdot \lambda}{2} \cdot \frac{1}{(x_0 - x_{1\text{atl}})^2} \cdot \delta x_1 \right]^2 + \left[\frac{N \cdot \lambda}{2} \cdot \frac{1}{(x_0 - x_{1\text{atl}})^2} \cdot \delta x_0 \right]^2} \quad \boxed{\delta A = 0.02}$$

b.) A gyűrűk száma: $N := 50$

A mikrométercsavar végpozíciói:

$$x_1 := (14.920 \quad 14.920 \quad 14.915 \quad 14.908 \quad 14.912) \text{ mm}$$

A végpozíciók átlaga: $x_{1\text{atl}} := \text{mean}(x_1) \quad x_{1\text{atl}} = 14.915 \text{ mm}$

A végpozíciók szórása: $\sigma_{x1} := \text{Stdev}(x_1^T) \quad \sigma_{x1} = 0.005 \text{ mm}$

Mivel a végpozíciók szórása nagyobb, mint a leolvasási hiba, ezért a végpozíciók hibája:

$$\delta x_1 := \sigma_{x_1}$$

Az áttétel átlagértéke: $A := \frac{N \cdot \lambda}{2 \cdot |x_0 - x_{1atl}|}$ $A = 0.19$

Az áttétel hibája:

$$\delta A := \sqrt{\left[\frac{N \cdot \lambda}{2} \cdot \frac{1}{(x_0 - x_{1atl})^2} \cdot \delta x_1 \right]^2 + \left[\frac{N \cdot \lambda}{2} \cdot \frac{1}{(x_0 - x_{1atl})^2} \cdot \delta x_0 \right]^2}$$
 $\delta A = 0.01$

c.) A gyűrűk száma: $N := 100$

A mikrométercsavar végpozíciói:

$$x_1 := (14.830 \quad 14.828 \quad 14.840 \quad 14.840 \quad 14.830) \text{ mm}$$

A végpozíciók átlaga: $x_{1atl} := \text{mean}(x_1) \quad x_{1atl} = 14.834 \text{ mm}$

A végpozíciók szórása: $\sigma_{x_1} := \text{Stdev}(x_1^T) \quad \sigma_{x_1} = 0.006 \text{ mm}$

Mivel a végpozíciók szórása nagyobb, mint a leolvasási hiba, ezért a végpozíciók hibája:

$$\delta x_1 := \sigma_{x_1}$$

Az áttétel átlagértéke: $A := \frac{N \cdot \lambda}{2 \cdot |x_0 - x_{1atl}|}$ $A = 0.190$

Az áttétel hibája:

$$\delta A := \sqrt{\left[\frac{N \cdot \lambda}{2} \cdot \frac{1}{(x_0 - x_{1atl})^2} \cdot \delta x_1 \right]^2 + \left[\frac{N \cdot \lambda}{2} \cdot \frac{1}{(x_0 - x_{1atl})^2} \cdot \delta x_0 \right]^2}$$
 $\delta A = 0.008$

d.) A gyűrűk száma: $N := 150$

A mikrométercsavar végpozíciói:

$$x1 := (14.760 \ 14.758 \ 14.760 \ 14.745 \ 14.760) \text{ mm}$$

A végpozíciók átlaga: $x1_{atl} := \text{mean}(x1) \quad x1_{atl} = 14.757 \text{ mm}$

A végpozíciók szórása: $\sigma_{x1} := \text{Stdev}(x1^T) \quad \sigma_{x1} = 0.007 \text{ mm}$

Mivel a végpozíciók szórása nagyobb, mint a leolvasási hiba,
ezért a végpozíciók hibája:

$$\delta x1 := \sigma_{x1}$$

Az áttétel átlagértéke: $A := \frac{N \cdot \lambda}{2 \cdot |x0 - x1_{atl}|} \quad A = 0.195$

Az áttétel hibája:

$$\delta A := \sqrt{\left[\frac{N \cdot \lambda}{2} \cdot \frac{1}{(x0 - x1_{atl})^2} \cdot \delta x1 \right]^2 + \left[\frac{N \cdot \lambda}{2} \cdot \frac{1}{(x0 - x1_{atl})^2} \cdot \delta x0 \right]^2} \quad \delta A = 0.006$$

e.) A gyűrűk száma: $N := 200$

A mikrométercsavar végpozíciói:

$$x1 := (14.670 \ 14.680 \ 14.660 \ 14.675 \ 14.660) \text{ mm}$$

A végpozíciók átlaga: $x1_{atl} := \text{mean}(x1) \quad x1_{atl} = 14.669 \text{ mm}$

A végpozíciók szórása: $\sigma_{x1} := \text{Stdev}(x1^T) \quad \sigma_{x1} = 0.009 \text{ mm}$

Mivel a végpozíciók szórása nagyobb, mint a leolvasási hiba,
ezért a végpozíciók hibája:

$$\delta x1 := \sigma_{x1}$$

Az áttétel átlagértéke: $A := \frac{N \cdot \lambda}{2 \cdot |x0 - x1_{atl}|} \quad A = 0.191$

Az áttétel hibája:

$$\delta A := \sqrt{\left[\frac{N \cdot \lambda}{2} \cdot \frac{1}{(x0 - x1_{atl})^2} \cdot \delta x1 \right]^2 + \left[\frac{N \cdot \lambda}{2} \cdot \frac{1}{(x0 - x1_{atl})^2} \cdot \delta x0 \right]^2} \quad \delta A = 0.005$$

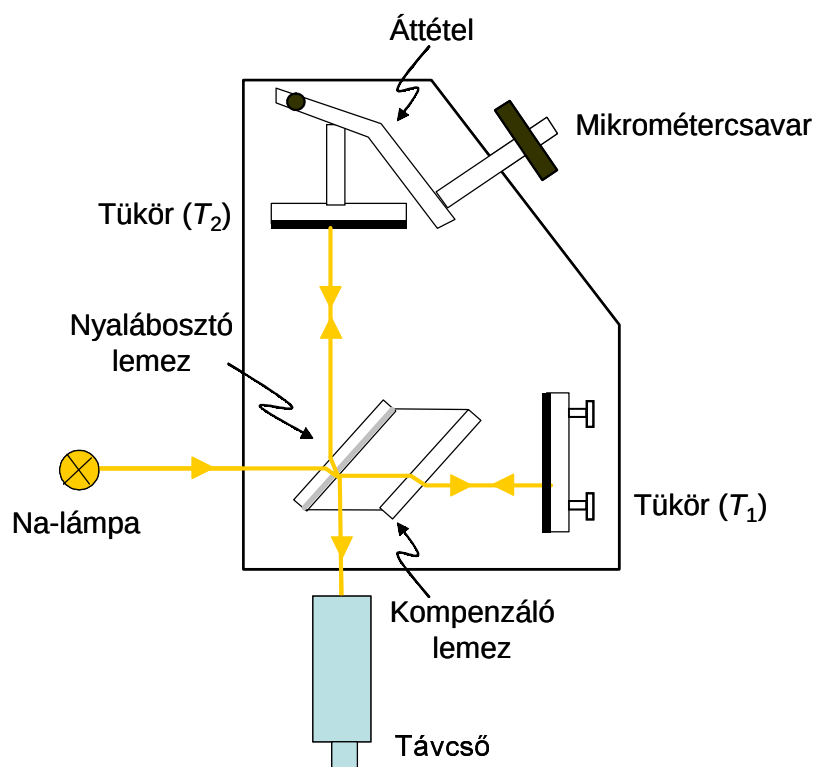
4.2 A 2003/2004-es tanévtől használandó új feladatsor mintajegyzőkönyvekkel

Az előző fejezetbeli méréseim alapján a következő feladatlapot állítottam össze. A teljes sillabusz a szakdolgozatom végén a Függelékben olvasható.

1. Állítsa be a Michelson-interferométert a He-Ne lézer segítségével! **A direkt lézernyalábba soha ne nézzen!**
2. Mérje meg az interferométer mikrométercsavarjának az áttételét a mikrométercsavar 0.0, 5.0, 10.0, 15.0, 20.0 mm-es állásnál a He-Ne lézer ismert hullámhossza ($\lambda = 632.8 \text{ nm}$) alapján 100 db gyűrű leszámolásával 5-ször! Készítsen kalibrációs görbét! A görbén tüntesse fel a mérési pontok hibáját!
3. Mérje meg a NaD vonal közepes hullámhosszát 50 db gyűrűvel 5-ször, a 15-ös beosztás környékén. Adja meg a mérés hibáját!
4. Mérje meg a NaD vonal hullámhosszkülönbségét! Adja meg a mérés hibáját!

Ebben a fejezetben az általam elkészített hallgatói laboratóriumi gyakorlat mintajegyzőkönyve található. A saját mérési adataimat a MathCad program segítségével rögzítettem. Minden egyenletet felírtam, kiszámoltam, ahol szükséges volt ott grafikont is készítettem. A következőkben ismertetem a gyakorlat további feladatait, illetve a hozzá tartozó megoldásokat.

A 2. feladatban a mikrométercsavar áttételét kell meghatároznunk. A kísérleti elrendezést a 12. *ábra* mutatja be. A 3. feladatban a NaD vonal közepes hullámhosszának meghatározásához szükséges mérési jegyzőkönyv olvasható. A 4. feladat pedig a NaD vonal hullámhossz-különbségének meghatározása.



12. ábra Kísérleti elrendezés a spektrállámpa hullámhosszának meghatározására

A 2. táblázatból látható, hogy állandó gyűrűszám mellett vizsgáltam meg az áttétel változását, a mikrométercsavar helyzetének függvényében. A mikrométercsavar kezdőpozíciói adottak $-0,5, 10, 15, 20 \text{ mm}$ - Leolvastam a végpozíciókat, átlagoltam azokat, majd kiszámoltam az áttételt illetve annak hibáját.

X_0	1. mérés	2. mérés	X_1 (mm) 3. mérés	4. mérés	5. mérés	$X_{\text{átlag}}$ (mm)	δx (mm)	$A_{\text{átlag}}$	δA
0	0.160	0.150	0.158	0.160	0.140	0.154	0.008	0.221	0.001
5	5.152	5.142	5.148	5.150	5.150	5.148	0.003	0.213	0.007
10	10.153	10.155	10.162	10.155	10.158	10.157	0.003	0.202	0.006
15	14.830	14.828	14.840	14.840	14.830	14.834	0.006	0.190	0.008
20	20.215	20.220	20.220	20.225	20.225	20.171	0.004	0.185	0.006

2. táblázat Állandó -100 db. - gyűrűszám mellett mért áttételváltozás

2. feladat: Az áttétel meghatározása a mikrométercsavar helyzetének függvényében

mérési jegyzőkönyv

A He-Ne lézer hullámhossza: $\lambda := 632.8 \cdot 10^{-6} \text{ mm}$

A gyűrűk száma állandó: $N := 100$

a.) A mikrométercsavar kezdőpozíciója: $x_0 := 0.000 \text{ mm}$

A mikrométercsavar kezdő-és végpozíciójának leolvasási hibája: $\delta x_0 := 0.003 \text{ mm}$

A mikrométercsavar végpozíciói: $x_1 := (0.160 \ 0.150 \ 0.158 \ 0.160 \ 0.140) \text{ mm}$

A végpozíciók átlaga: $x_{1\text{atl}} := \text{mean}(x_1)$ $x_{1\text{atl}} = 0.154 \text{ mm}$

A végpozíciók szórása: $\sigma_{x1} := \text{Stdev}(x_1^T)$ $\sigma_{x1} = 0.009 \text{ mm}$

Mivel a végpozíciók szórása nagyobb, mint a leolvasási hiba, ezért a végpozíciók hibája:

$$\delta x_1 := \sigma_{x1}$$

Az áttétel átlagértéke: $A_0 := \frac{N \cdot \lambda}{2 \cdot |x_0 - x_{1\text{atl}}|}$ $A_0 = 0.21$

Az áttétel hibája:

$$\delta A_0 := \sqrt{\left[\frac{N \cdot \lambda}{2} \cdot \frac{1}{(x_0 - x_{1\text{atl}})^2} \cdot \delta x_1 \right]^2 + \left[\frac{N \cdot \lambda}{2} \cdot \frac{1}{(x_0 - x_{1\text{atl}})^2} \cdot \delta x_0 \right]^2}$$
 $\delta A_0 = 0.01$

b.) A mikrométercsavar kezdőpozíciója: $x_0 := 5.000 \text{ mm}$

A mikrométercsavar végpozíciói:

$x_1 := (5.152 \ 5.142 \ 5.148 \ 5.150 \ 5.150) \text{ mm}$

A végpozíciók átlaga: $x_{1\text{atl}} := \text{mean}(x_1)$ $x_{1\text{atl}} = 5.148 \text{ mm}$

A végpozíciók szórása: $\sigma_{x1} := \text{Stdev}(x1^T)$ $\sigma_{x1} = 0.004 \text{ mm}$

Mivel a végpozíciók szórása nagyobb, mint a leolvasási hiba, ezért a végpozíciók hibája:

$$\delta_{x1} := \sigma_{x1}$$

Az áttétel átlagértéke: $A_1 := \frac{N \cdot \lambda}{2 \cdot |x0 - x1_{atl}|}$ $A_1 = 0.213$

Az áttétel hibája:

$$\delta A_1 := \sqrt{\left[\frac{N \cdot \lambda}{2} \cdot \frac{1}{(x0 - x1_{atl})^2} \cdot \delta_{x1} \right]^2 + \left[\frac{N \cdot \lambda}{2} \cdot \frac{1}{(x0 - x1_{atl})^2} \cdot \delta_{x0} \right]^2}$$
 $\delta A_1 = 0.007$

c.) A mikrométercsavar kezdőpozíciója: $x0 := 10.000 \text{ mm}$

A mikrométercsavar végpozíciói:

$$x1 := (10.153 \quad 10.155 \quad 10.162 \quad 10.155 \quad 10.158) \text{ mm}$$

A végpozíciók átlaga: $x1_{atl} := \text{mean}(x1)$ $x1_{atl} = 10.157 \text{ mm}$

A végpozíciók szórása: $\sigma_{x1} := \text{Stdev}(x1^T)$ $\sigma_{x1} = 0.004 \text{ mm}$

Mivel a végpozíciók szórása nagyobb, mint a leolvasási hiba, ezért a végpozíciók hibája:

$$\delta_{x1} := \sigma_{x1}$$

Az áttétel átlagértéke: $A_2 := \frac{N \cdot \lambda}{2 \cdot |x0 - x1_{atl}|}$ $A_2 = 0.202$

Az áttétel hibája:

$$\delta A_2 := \sqrt{\left[\frac{N \cdot \lambda}{2} \cdot \frac{1}{(x0 - x1_{atl})^2} \cdot \delta_{x1} \right]^2 + \left[\frac{N \cdot \lambda}{2} \cdot \frac{1}{(x0 - x1_{atl})^2} \cdot \delta_{x0} \right]^2}$$
 $\delta A_2 = 0.006$

d.) A mikrométercsavar kezdőpozíciója: $x_0 := 15.000 \text{ mm}$

A mikrométercsavar végpozíciói:

$$x_1 := (14.830 \ 14.828 \ 14.840 \ 14.840 \ 14.830) \text{ mm}$$

A végpozíciók átlaga: $x_{1\text{atl}} := \text{mean}(x_1) \quad x_{1\text{atl}} = 14.834 \text{ mm}$

A végpozíciók szórása: $\sigma_{x1} := \text{Stdev}(x_1^T) \quad \sigma_{x1} = 0.006 \text{ mm}$

Mivel a végpozíciók szórása nagyobb, mint a leolvasási hiba,
ezért a végpozíciók hibája:

$$\delta_{x1} := \sigma_{x1}$$

Az áttétel átlagértéke: $A_3 := \frac{N \cdot \lambda}{2 \cdot |x_0 - x_{1\text{atl}}|} \quad A_3 = 0.190$

Az áttétel hibája:

$$\delta A_3 := \sqrt{\left[\frac{N \cdot \lambda}{2} \cdot \frac{1}{(x_0 - x_{1\text{atl}})^2} \cdot \delta_{x1} \right]^2 + \left[\frac{N \cdot \lambda}{2} \cdot \frac{1}{(x_0 - x_{1\text{atl}})^2} \cdot \delta_{x0} \right]^2} \quad \delta A_3 = 0.008$$

e.) A mikrométercsavar kezdőpozíciója: $x_0 := 20.000 \text{ mm}$

A mikrométercsavar végpozíciói:

$$x_1 := (20.165 \ 20.170 \ 20.170 \ 20.175 \ 20.175) \text{ mm}$$

A végpozíciók átlaga: $x_{1\text{atl}} := \text{mean}(x_1) \quad x_{1\text{atl}} = 20.171 \text{ mm}$

A végpozíciók szórása: $\sigma_{x1} := \text{Stdev}(x_1^T) \quad \sigma_{x1} = 0.004 \text{ mm}$

Mivel a végpozíciók szórása nagyobb, mint a leolvasási hiba,
ezért a végpozíciók hibája:

$$\delta_{x1} := \sigma_{x1}$$

Az áttétel átlagértéke: $A_4 := \frac{N \cdot \lambda}{2 \cdot |x_0 - x_{1\text{atl}}|} \quad A_4 = 0.185$

Az áttétel hibája:

$$\delta A_4 := \sqrt{\left[\frac{N \cdot \lambda}{2} \cdot \frac{1}{(x_0 - x_{1\text{atl}})^2} \cdot \delta_{x1} \right]^2 + \left[\frac{N \cdot \lambda}{2} \cdot \frac{1}{(x_0 - x_{1\text{atl}})^2} \cdot \delta_{x0} \right]^2} \quad \delta A_4 = 0.006$$

f.) A mikrométercsavar áttételének kalibrációs görbéje

A mikrométercsavar pozíciói: $x := \begin{pmatrix} 0 \\ 5 \\ 10 \\ 15 \\ 20 \end{pmatrix} \text{ mm}$ $p := 0..4$

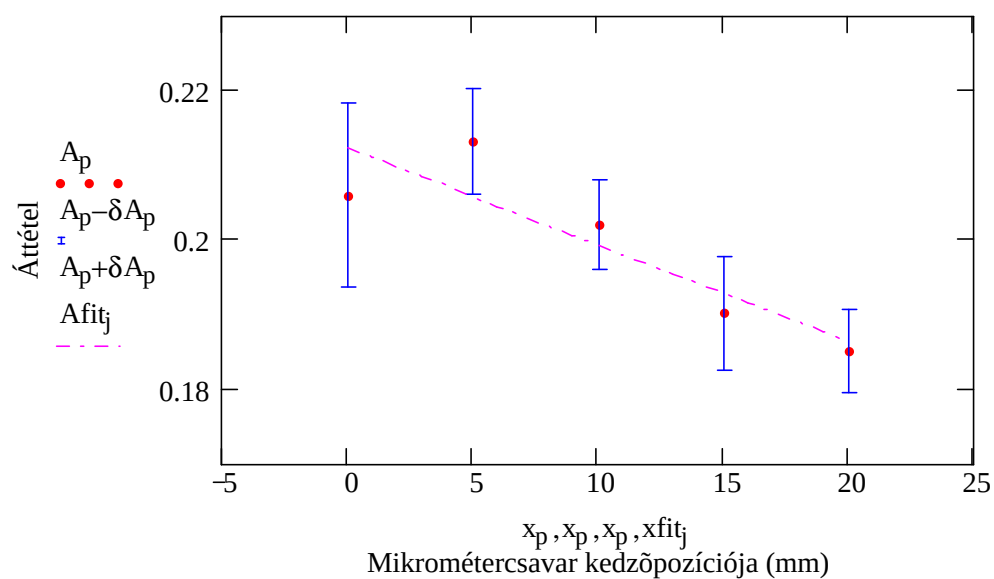
Illesztés a mért áttételi értékekre: $s := \text{slope}(x, A)$ $b := \text{intercept}(x, A)$

$j := 0..20$ $x_{\text{fit}j} := j$

$s = -1.3 \times 10^{-3}$

$b = 0.212$

A kalibrációs görbe egyenlete: $A_{\text{fit}j} := s \cdot x_{\text{fit}j} + b$



3. feladat: A NaD vonal közepes hullámhosszának meghatározása

mérési jegyzőkönyv

A gyűrűk száma: $N := 50$

A mikrométercsavar kezdőpozíciója: $x_0 := 14.65 \text{ mm}$

A mikrométercsavar kezdő-és végpozíciójának leolvasási hibája: $\delta x_0 := 0.003 \text{ mm}$

A mikrométercsavar végpozíciói:

$$x_1 := (14.570 \ 14.570 \ 14.570 \ 14.565 \ 14.570) \text{ mm}$$

A végpozíciók átlaga: $x_{1\text{atl}} := \text{mean}(x_1)$ $x_{1\text{atl}} = 15 \text{ mm}$

A végpozíciók szórása: $\sigma_{x1} := \text{Stdev}(x_1^T)$ $\sigma_{x1} = 0.002 \text{ mm}$

Mivel a végpozíciók szórása kisebb, mint a leolvasási hiba, ezért a végpozíciók hibája:

$$\delta x_1 := \delta x_0$$

Az áttétel átlagértéke és hibája az 2. feladat alapján: $A := 0.190$ $\delta A := 0.008$

Az NaD vonal közepes hullámhossza:

$$\lambda := \frac{A \cdot 2 \cdot |x_0 - x_{1\text{atl}}|}{N} \cdot 10^6 \quad \boxed{\lambda = 616} \text{ nm}$$

A hullámhossz hibája:

$$\delta \lambda := \sqrt{\left(\frac{2 \cdot A}{N} \cdot \delta x_1\right)^2 + \left(\frac{2 \cdot A}{N} \cdot \delta x_0\right)^2 + \left(\frac{2 \cdot |x_0 - x_{1\text{atl}}|}{N} \cdot \delta A\right)^2} \cdot 10^6 \quad \boxed{\delta \lambda = 41} \text{ nm}$$

4. feladat: A NaD vonal hullámhossz-különbségének meghatározása

mérési jegyzőkönyv

1.) A maximális intenzitáshoz tartozó mikrométercsavar-pozíciók meghatározása

A maximális intenzitáshelyek relatív rendszáma: p

A mikrométercsavar pozíciói (a,b,c,d,e mérés)

$$\begin{array}{cccc}
 p := \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \\ 7 \end{pmatrix} & x_a := \begin{pmatrix} 21.305 \\ 19.86 \\ 18.215 \\ 16.96 \\ 15.345 \\ 13.88 \\ 12.52 \\ 11.04 \end{pmatrix} & x_b := \begin{pmatrix} 21.315 \\ 19.89 \\ 18.4 \\ 16.97 \\ 15.47 \\ 13.97 \\ 12.58 \\ 11.24 \end{pmatrix} & x_c := \begin{pmatrix} 21.28 \\ 19.89 \\ 18.36 \\ 16.95 \\ 15.39 \\ 13.97 \\ 12.5 \\ 11.22 \end{pmatrix} \\
 & x_d := \begin{pmatrix} 21.33 \\ 19.8 \\ 18.4 \\ 16.88 \\ 15.47 \\ 14.00 \\ 12.515 \\ 11.22 \end{pmatrix} & x_e := \begin{pmatrix} 21.35 \\ 19.77 \\ 18.47 \\ 16.86 \\ 15.43 \\ 14.03 \\ 12.67 \\ 11.105 \end{pmatrix} &
 \end{array}$$

i := 0..7

A 2. feladat alapján az áttétel, mint a mikrométercsavar függvénye:

$$A(x) := (-1.3 \cdot 10^{-3}) \cdot x + 0.212$$

A valódi elmozdulások meghatározása az A áttétel figyelembevételével:

$$\Delta x_{a_i} := \int_{x_{a_0}}^{x_{a_i}} A(x) \, dx \quad \Delta x_{b_i} := \int_{x_{b_0}}^{x_{b_i}} A(x) \, dx \quad \Delta x_{c_i} := \int_{x_{c_0}}^{x_{c_i}} A(x) \, dx$$

$$\Delta x_{d_i} := \int_{x_{d_0}}^{x_{d_i}} A(x) dx \quad \Delta x_{e_i} := \int_{x_{e_0}}^{x_{e_i}} A(x) dx$$

2.) A mérési eredmények kiértékelése

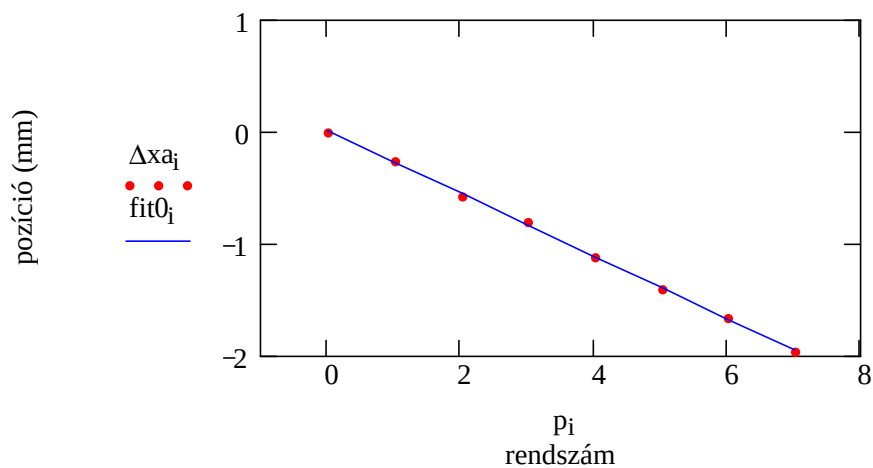
A mérési pontokra illesztett egyenes meredeksége: s_0

Az illesztett egyenes meredekségének metszéspontja a függőleges tengellyel $p=-$ -nál: b_0

Az illesztett egyenes egyenlete: fit_0

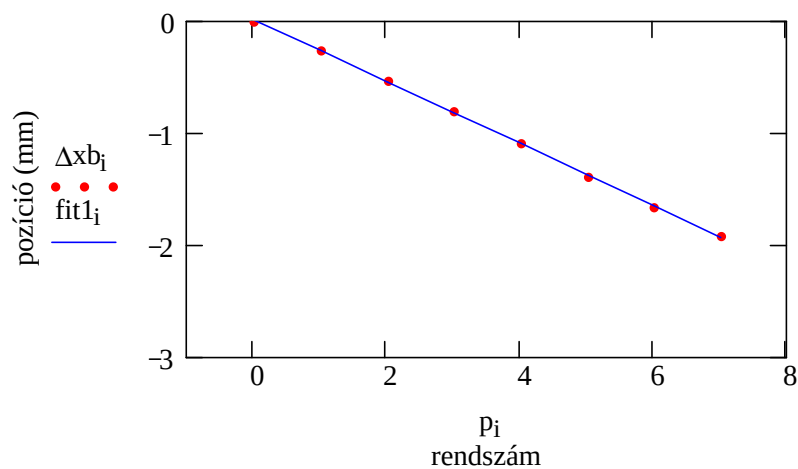
1. mérési sorozat

$$s_0 := \text{slope}(p, \Delta x_a) \quad b_0 := \text{intercept}(p, \Delta x_a) \quad \text{fit}_{0_i} := s_0 \cdot p_i + b_0$$



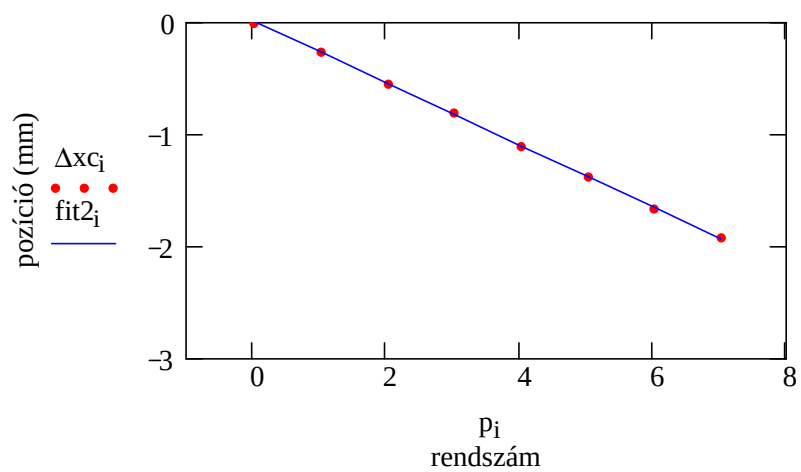
2. mérési sorozat

$$s_1 := \text{slope}(p, \Delta x_b) \quad b_1 := \text{intercept}(p, \Delta x_b) \quad \text{fit}_{1_i} := s_1 \cdot p_i + b_1$$



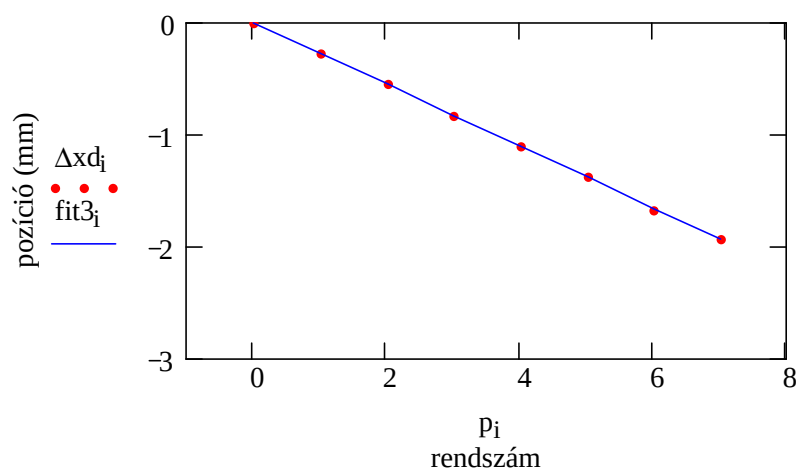
3. mérési sorozat

$$s_2 := \text{slope}(p, \Delta x_c) \quad b_2 := \text{intercept}(p, \Delta x_c) \quad \text{fit2}_i := s_2 \cdot p_i + b_2$$



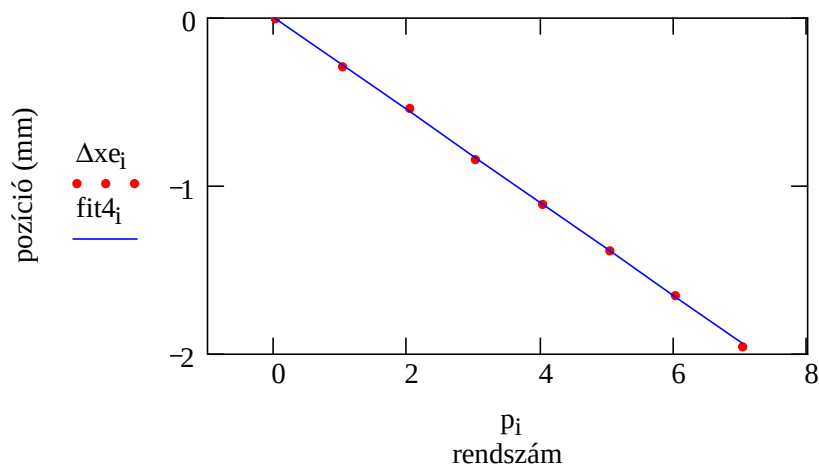
4. mérési sorozat

$$s_3 := \text{slope}(p, \Delta x_d) \quad b_3 := \text{intercept}(p, \Delta x_d) \quad \text{fit3}_i := s_3 \cdot p_i + b_3$$



5. mérési sorozat

$$s_4 := \text{slope}(p, \Delta x_e) \quad b_4 := \text{intercept}(p, \Delta x_e) \quad \text{fit}_4 := s_4 \cdot p_i + b_4$$



A szomszédos maximumhelyek közötti távolság átlaga és hibája:

$$s_{\text{atl}} := |\text{mean}(s) \cdot 1000| \quad s_{\text{atl}} = 278 \quad \mu\text{m}$$

$$\delta s := \text{Stdev}(s) \cdot 1000 \quad \delta s = 1 \quad \mu\text{m}$$

A közepes hullámhossz és hibája a 3. feladat alapján:

$$\lambda := 616 \text{ nm} \quad \delta \lambda := 41 \text{ nm}$$

A Na dublett hullámhosszkülönbségének mért átlagértéke és hibája:

$$\Delta \lambda := \frac{\lambda^2}{2 \cdot s_{\text{atl}}} \cdot \frac{1}{10^3} \quad \Delta \lambda = 0.68 \text{ nm}$$

$$\delta \Delta \lambda := \sqrt{\left(\frac{\lambda}{s_{\text{atl}}} \cdot \delta \lambda \right)^2 + \left(\frac{\lambda^2}{2 \cdot s_{\text{atl}}^2} \cdot \delta s \right)^2} \cdot \frac{1}{10^3} \quad \delta \Delta \lambda = 0.091 \text{ nm}$$

5 Összefoglalás

A szakdolgozatomban megvizsgáltam az SzTE TTK fizikus szak "Laboratóriumi gyakorlat 5." hallgatói laboratórium Michelson-interferométeren alapuló mérési gyakorlatát, melyet erre a gyakorlatra rendszerint kapott kiugróan rossz érdemjegyek tettek indokoltá. Célom volt a gyakorlat olyan jellegű átalakítása, mely a Michelson-interferométert a hallgatók számára könnyebben érthetővé illetve az azzal kapcsolatos méréseket pontosabban elvégezhetővé teszi.

Célom volt egy új sillabusz elkészítése, mivel a gyakorlat azt mutatja, hogy a hallgatók nincsenek teljesen tisztában azzal, mi is a feladatuk. Az elméleti összefoglalóban a szerintem is fontosnak tartott dolgokat jegyeztem le, mert sokszor az is problémát okozott, hogy túl hosszú a méréssel kapcsolatos tudnivalók leírása.

A méréseket magam is elvégeztem, mellyel kapcsolatos szubjektív véleményemről is beszámolok. Meghatároztam az optimális gyűrűszámot -100-, amit gyakorlatilag csak a mérés első részében tudunk alkalmazni. A hátralévő feladatokban viszont az eddig jól bevált -50- gyűrűszámmal tudjuk legkönnyebben végrehajtani a mérést.

Úgy vélem, hogy sikerült egy olyan laboratóriumi méréssorozatot illetve jegyzőkönyvet készíteni, ami a fényinterferenciával és annak egy eszközével, a Michelson-interferométerrel az átlagos hallgatók számára is jól követhető formában foglalkozik. Remélem dolgozatommal nagyban hozzájárulok ahhoz, hogy a hallgatók sokkal jobb teljesítményt nyújtsanak a Michelson-interferométeres laboratóriumi gyakorlat során.

Irodalomjegyzék

- [1] Nussbaum, R. A. Phillips: Modern Optika (Műszaki Könyvkiadó, 1982), 6. fejezet
- [2] Ábrahám György szerk.: Optika (Panem-McGraw-Hill, 1998)
- [3] R. Guenther. Modern Optics (J. Wiley & Sons Inc. 1990)
- [4] Budó Á., Mátrai T.: Kísérleti Fizika III. (Tankönyvkiadó, Budapest, 1985)
- [5] Lang János: Fizika Laboratóriumi Gyakorlatok (Tankönyvkiadó, Budapest, 1976)

Köszönetnyilvánítás

Ez úton szeretnék köszönetet mondani témavezetőimnek, Dr. Kovács Attilának és Dr. Osvay Károlynak , hogy segítséget nyújtottak a téma kiválasztásában illetve a felmerült problémák megoldásában, valamint lehetőséget biztosítottak ahhoz, hogy ezt a dolgozatot a Szegedi Tudományegyetem Optikai és Kvantumelektronikai Tanszékén készítssem el.

Nyilatkozat

Alulírott Zoó Edit V. éves fizika tanár szakos hallgató, kijelentem, hogy a szakdolgozatban foglaltak saját munkám eredményei, és csak a hivatkozott forrásokat (szakirodalom eszközök, stb.) használtam fel.

Tudomásul veszem azt, hogy szakdolgozatomat a Szegedi Tudományegyetem könyvtárában, a kölcsönözhető könyvek között helyezik el.

aláírás

dátum

Függelék

Mérések Michelson-interferométerrel

feladatlap

2003/2004. I. félév

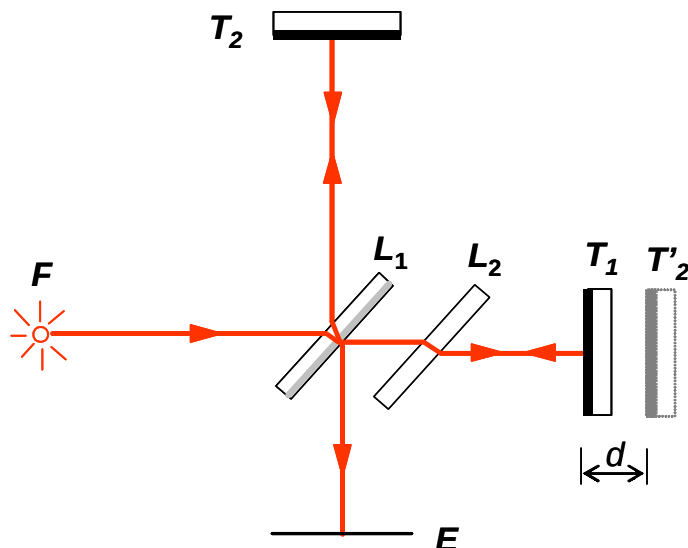
Célkitűzés

- A Michelson interferométer működésének megismerése
- Spektrumvonalak hullámhosszának nagy pontosságú meghatározása
- Spektrális dublett vonalak hullámhosszkülönbségének meghatározása

I. Elméleti összefoglaló

A spektroszkópia interferencián alapuló bontóeszközei közül igen nagy felbontóképességükkel tűnnek ki az interferométerek, melyek az interferáló sugarak száma szerint feloszthatók kétsugaras illetve soksugaras interferométerekre. A kétsugaras interferométerek egyik fontos típusa a Michelson-interferométer, mely többek között alkalmas igen pontos hullámhosszmérésre, illetve dublett vonalak kicsiny hullámhosszkülönbségének meghatározására.

A Michelson-interferométer sematikus rajzát mutatja az *F1. ábra*. Az *F* fényforrás monokromatikus fényt sugároz. Az interferométer működésének megértéséhez először



F1. ábra

csak annak a fénysugárnak az útját kövessük, amelyik az L_1 síkpárhuzamos üveglemezre

45°-os szögben esik be. Mivel az L_1 lemez hátulsó oldala féligáteresztő tulajdonságú ezüstréteggel van bevonva (a bevonatot szürke csík jelzi az ábrán), a fénysugár két részre válik szét. Míg az egyik sugár a beeső fénysugárral párhuzamosan halad tovább a T_1 tükör felé, addig a másik sugár a beeső fénysugár irányára merőlegesen halad a T_2 tükör irányában. Mindkét sugár merőlegesen esik be a tükrökre, melyekről visszaverődve a féligáteresztő rétegnek ugyanabba a pontjába érkeznek, mint ahonnan kiindultak. A rétegen a sugarak ismét kettéválnak: a fény egy része visszatér a fényforrásba, a másik része eléri az E ernyőt. Az ábrán látható, hogy a T_2 tükrőről visszaverődő sugár háromszor halad át az L_1 nyalábosztó lemezen. Ha a T_1 tükrőről visszaverődő sugár útjában nem lenne az L_2 kiegyenlítőlemez – mely az L_1 lemezzel mindenben azonos, csak éppen bevonat nincs rajta –, akkor az optikai úthosszak nem lennének egyenlők az interferométer két karjában, ami az interferenciajelenségek megfigyelésénél problémát okozna.

Az $F1$. ábrán T'_2 a T_2 tükörnek a féligáteresztő rétegre vonatkozó tükörképét jelöli. Az ernyőn kialakuló interferenciakép úgy tekinthető, mintha azt a T_1 és T'_2 tükrök közötti d vastagságú levegőréteg hozná létre. Ezt a levegőréteget a tükrök megfelelő beállításával pontosan síkpárhuzamosnak is választhatjuk. Ha ekkor pontszerű fényforrással világítjuk ki az interferométert, akkor az ernyőn közvetlenül láthatjuk az *egyenlő beesés görbéit* (koncentrikus gyűrűket). Ha kiterjedt fényforrást (pl. spektrállámpát) használunk, akkor az interferométer kimenetén egy távcsőn keresztül figyelhetjük meg a gyűrűket.

Ha viszont az egyik tükröt megdöntjük (pl. vízszintes tengely körül), azaz ék alakú levegőréteget hozunk létre, és a fényforrás fényét egy lencsével párhuzamosítjuk, akkor a tükrökre élesre állított távcsőben az *egyenlő vastagság interferenciacsíkjai* mutatkoznak.

I.1 Hullámhossz meghatározása

A Michelson-interferométer alkalmas abszolút hullámhosszmérésre az alább leírtak szerint. Egy mikrométercsavar segítségével az egyik tükröt a ráeső sugár irányában eltoljuk. Tegyük fel, hogy kezdetben az interferencia-gyűrűrendszer centruma világos. Ha a tükröt $\lambda/4$ távolsággal mozdítjuk el, akkor az interferáló fénysugarak közötti útkülönbség $\lambda/2$ -vel változik, azaz a centrum sötétté válik. A tükör további $\lambda/4$ nagyságú elmozdulása újabb $\lambda/2$ útkülönbség változást okoz, így ismét a centrum világos lesz. Tovább mozgatva a tükröt, a centrum hol kivilágosodik, hol elsötétül, attól függően, hogy mennyit változott a két fénysugár közötti útkülönbség. Ha a tükör elmozdulása s , és az elmozdulás során a

gyűrűrendszer centruma N -szer világosodott ki (vagy sötétedett el), akkor a hullámhossz az alábbi összefüggés alapján adódik:

$$\lambda = \frac{2s}{N} \quad (\text{f.1})$$

Ezzel a módszerrel a hullámhossz 100 nm-nél is kisebb hibával mérhető meg. A hiba jelentősen csökkenthető a leszámolt gyűrűk számának növelésével.

I.2. Kicsiny hullámhosszkülönbségek mérése

Az egyes anyagok színekében jelentkező dublett vonalak igen kicsiny hullámhosszkülönbsége is meghatározható a Michelson-interferométerrel. Az előbbi *I.1. fejezetben* leírtak után ez az állítás kissé meglepőnek tűnik, azonban a hullámhosszmérésnél említett módszertől eltérő eljárást alkalmazunk.

Ha a vizsgálandó fény két közel egyenlő λ és λ' hullámhosszú vonalat tartalmaz, a gyűrűknek két közel azonos helyen jelentkező rendszere várható a látómezőben, amelyek pl. a T_2 tükör mozgatásával szintén elmozdulnak. A tükör igen finom mozgatásával elérhető, hogy a gyűrűk olyan helyzetbe kerülnek, hogy az egyik, pl. a λ hullámhosszhoz tartozó gyűrűrendszer sötét gyűrűinek helyén jelentkeznék a másik, λ' hullámhosszú vonalhoz tartozó maximumhelyek világos gyűrűi. Ez akkor áll elő, ha az útkülönbségre az egyik hullámhosszból $\lambda/2$ -vel több fér rá, mint a másiktól, akkor ugyanis a fókuszsík ugyanazon pontjában a λ' hullámhosszra nézve az útkülönbség a maximum, a λ hullámhosszra nézve pedig a minimum feltételét elégíti ki. Ha a gyűrűk közel egyenlő intenzitásúak, akkor a látótér egyenletes megvilágítású lesz.

Tovább mozgatva a T_2 tükröt, azt látjuk, hogy egyre inkább megkülönböztethető a két gyűrűrendszer, majd egyszer csak egy gyűrűrendszert látunk. Ez akkor fordul elő, amikor az útkülönbségre mindkét hullámhosszból egész számú fér rá. A tükör további mozgatásával aztán ismét egyenletes kivilágítású lesz a látótér. Ekkor a középen levő gyűrűkre $\cos \theta = 1$, így a $2d \cos \theta = m\lambda$ (maximumok) egyenlet alapján felírhatjuk, hogy

$$2d_1 = m_1\lambda = \left(m_1 + \frac{1}{2}\right)\lambda' \quad (\text{f.2})$$

ahol $\lambda > \lambda'$. Ebből

$$m_1(\lambda - \lambda') = \frac{2d_1}{\lambda}(\lambda - \lambda') = \frac{\lambda}{2} \quad (\text{f.3})$$

$$\lambda - \lambda' = \frac{\lambda\lambda'}{4d_1} = \frac{\lambda^2}{4d_1} \quad (\text{f.4})$$

ha a λ és λ' közötti különbség kicsi. A tükröt még távolabb mozgatva, a gyűrűk egy pillanatra egybeesnek, majd ismét különválnak. A következő eltérésnél:

$$2d_2 = m_2\lambda = \left(m_2 + \frac{1}{2}\right)\lambda' \quad (\text{f.5})$$

Ha kivonjuk egymásból a két szomszédos eltérés egyenleteit, a következőt kapjuk:

$$2(d_2 - d_1) = (m_2 - m_1)\lambda = (m_2 - m_1)\lambda' + \lambda' \quad (\text{f.6})$$

amiből, ha λ közel egyenlő λ' -vel, a következő adódik:

$$\lambda - \lambda' = \frac{\lambda^2}{2(d_2 - d_1)} \quad (\text{f.7})$$

A $d_2 - d_1$ különbséget vagy közvetlenül a skáláról leolvassuk, vagy a gyűrűket két eltérés közötti megszámolva határozhatjuk meg a λ hullámhossz ismeretében.

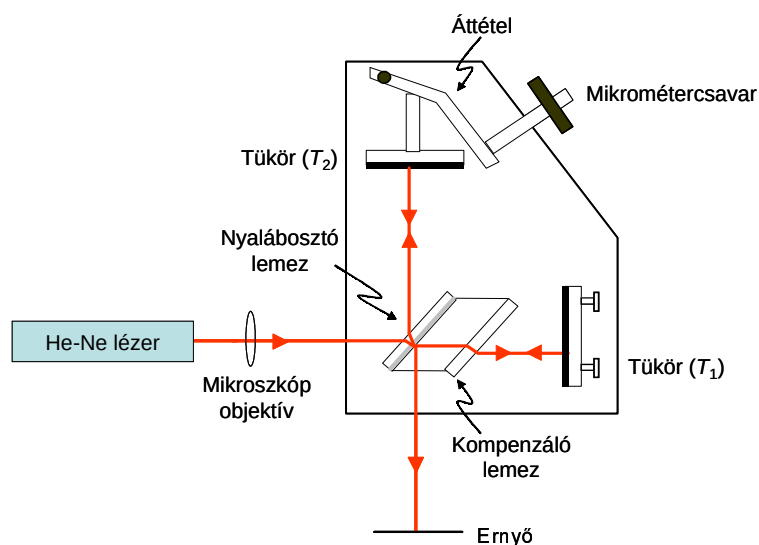
II. A kísérleti elrendezés és a mérés menete

II.1. Az interferométer beállítása

A mérésekhez egy kompakt Michelson-interferométert használunk (lásd F2. ábra). A két tükör közül a T_1 -gyel jelzett dönthető, míg a T_2 pedig előre-hátra tolható egy mikrométercsavar segítségével.

Az első feladat beállítani az interferométert, ami jelen esetben azt jelenti, hogy párhuzamossá tenni az interferométer tükröit. Ehhez egy He-Ne lézert használunk

fényforrásként. **A lézert óvatosan kell kezelni, mivel ha a tágítatlan fénynyalábja közvetlenül jut a pupillába, akkor a szemfenék maradandó károsodást szenvedhet!** Először a mikroszkóp objektívet még nem tesszük be, hanem csak a lézerrel világítunk bele az interferométerbe. Mivel a tükrök biztos nem párhuzamosak illetve a nyalábosztó lemez felületén nemkívánatos reflexiók is történnek, így az interferométer kimenetén több fénypontot is látunk.



F2. ábra

Hozzuk fedésbe az „összetartozó” fénypontokat a T_1 tükrön található állítócsavarok segítségével. Ha már interferenciacsíkokat látunk a fénypontokban, akkor célszerű betenni a mikroszkóp objektívet, amire azért van szükség, mert kis távolságon nagy nyalábtágítást kell alkalmaznunk. Az ernyőn lévő csíkokat figyelve addig állítsuk finoman a tükrök állítócsavarjait, míg interferenciagyűrűket nem kapunk. Ekkor az interferométer mérésre kész állapotba került.

II.2. Az áttétel meghatározása

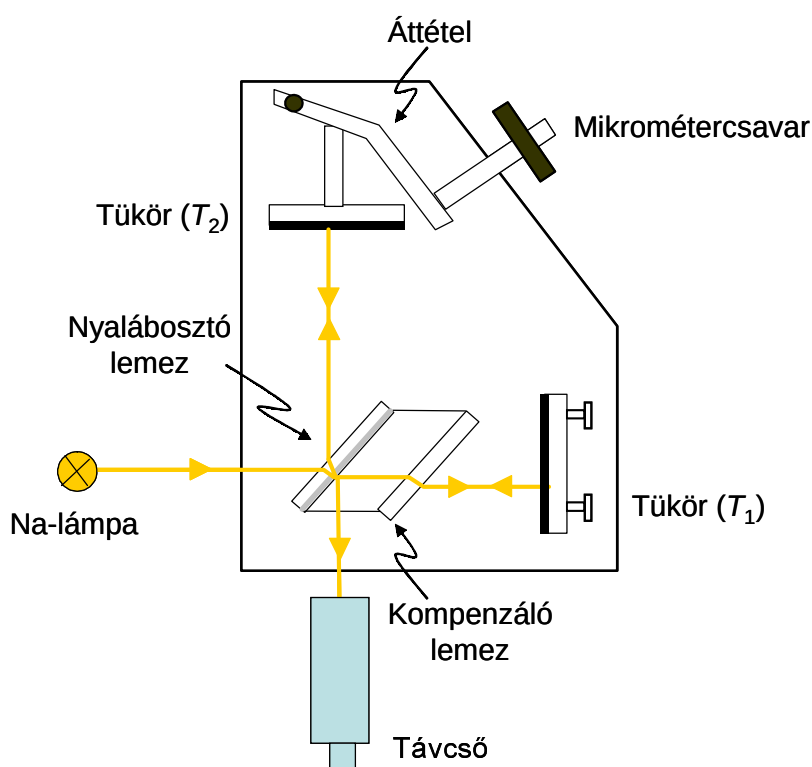
Vegyük észre, hogy a mikrométercsavar egy áttételen keresztül mozgatja a T_2 tükröt. Ahhoz, hogy hullámhosszat tudjunk mérni, először meg kell határoznunk az áttétel értékét. A módszer ugyanaz, mint amit az I.1. fejezetben a hullámhosszmérésről írtunk, csak most annak inverzét használjuk úgy, hogy a hullámhosszat ismertnek vesszük, jelen esetben $\lambda = 632.8 \text{ nm}$. Az A áttétel a

$$A = \frac{N\lambda}{2|x_0 - x_1|}$$

összefüggésből adódik, ahol x_0 és x_1 a mikrométercsavar kezdő- és végpozíciója, N pedig a gyűrűk száma.

II.3. A hullámhossz meghatározása

A gyakorlat során a nátrium-lámpa dublett vonalának közepes hullámhosszát határozzuk meg. Ehhez a kísérleti elrendezést az *F.3 ábrán* látható módon állítsuk össze. A távcsövet mielőtt behelyeznénk az interferométerbe, állítsuk végtelenre.



F3. ábra

A hullámhossz a $\lambda = \frac{A \cdot 2|x_0 - x_1|}{N}$ formulából adódik.

II.4. A NaD vonal kis hullámhosszkülönbségének meghatározása.

A kísérleti elrendezés továbbra is ugyanaz. A mikrométercsavart állítsuk a 0 pozícióba és tekerjük el a 20-as állásig. Közben jegyezzük fel a mikrométercsavar állását azokon a helyeken, ahol a látótér egyenletes megvilágítású volt. Majd ábrázoljuk

grafikonon, ahol a vízszintes tengelyen a kivilágosodások relatív rendszáma van, míg a függőleges tengelyen a tükör valódi elmozdulásai. Illesszünk egyenest a kapott mérési pontokra. A meredekség megadja a szomszédos látótér kivilágosodásai közötti átlagos elmozdulást. Ezen értékek átlagát képezzük ($\bar{s}$) és ekkor a $\Delta\lambda$ hullámhosszkülönbség a

$$\Delta\lambda = \frac{\bar{\lambda}^2}{2\bar{s}}$$

formulából adódik.

III. Eszközlista

- kompakt Michelson-interferométer
- He-Ne lézer (2 mW)
- Spektrállámpa (Na)
- Távcső
- Mikroszkóp objektív (NA = 0.25)
- Tartók, ernyő

IV. Feladatok

1. Állítsa be a Michelson-interferométert a He-Ne lézer segítségével! **A direkt lézernyalábra soha ne nézzen!**
2. Mérje meg az interferométer mikrométercsavarjának az áttételét a mikrométercsavar 0,0; 5,0; 10,0; 15,0; 20,0 mm-es állásnál a He-Ne lézer ismert hullámhossza ($\lambda = 632.8$ nm) alapján 100 db gyűrű leszámolásával 5-ször! Készítsen kalibrációs görbét! A görbén tüntesse fel a mérési pontok hibáját!
3. Mérje meg a NaD dublett vonal közepes hullámhosszát 50 db gyűrűvel 5-ször a 15-ös beosztás környékén! Adja meg a mérés hibáját!
4. Mérje meg a NaD dublett vonal hullámhosszkülönbségét! Adja meg a mérés hibáját!

Ajánlott irodalom:

- [1] Ábrahám György szerk.: *Optika* (Panem-McGraw-Hill, Budapest, 1998)
- [2] Budó Á., Mátrai T.: *Kísérleti Fizika III.* (Tankönyvkiadó, Budapest, 1985)
- [3] A. Nussbaum, R. A. Phillips: *Modern optika mérnököknek és kutatóknak* (Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1982)

Ellenőrző kérdések:

1. Rajzolja le a Michelson-interferométert és ismertesse a működését!
2. Mit látunk az interferométer kimenetén, ha monokromatikus síkhullámmal világítjuk meg, és
 - a.) a tükrök függőlegesen állnak?
 - b.) a függőleges síkból az egyik tükör egy kis szöggel ki van döntve?
3. Mit látunk az interferométer kimenetén, ha kiterjedt monokromatikus fényforrással világítjuk meg, és
 - a.) a tükrök függőlegesen állnak?
 - b.) a függőleges síkból az egyik tükör egy kis szöggel ki van döntve?
4. Mit látunk az interferométer kimenetén, ha monokromatikus gömbhullámmal világítjuk meg, és
 - a.) a tükrök függőlegesen állnak?
 - b.) a függőleges síkból az egyik tükör egy kis szöggel ki van döntve?
5. Hogyan változik az interferométer távcsövében megfigyelhető gyűrűk száma, ha a karhosszak különbségét csökkentjük?
6. Hogyan határozható meg a mikrométercsavar áttétele? Adja meg a mérés hibáját!
7. Hogyan határozható meg egy monokromatikus fényhullám hullámhossza a Michelson-interferométerrel? Adja meg a mérés hibáját!
8. Hogyan határozható meg a kicsi hullámhossz-különbség (pl. Na-dublett) a Michelson-interferométerrel? Adja meg a mérés hibáját!
9. Miért van szükség az egyik karban egy plánparallel lemezre? Ennek a lemeznek a vastagsága hogyan viszonyul a nyalábosztó lemez vastagságához?
10. Definiálja az időbeli koherenciát!
11. Milyen kapcsolat van a sáv szélesség és a koherenciahossz között?
12. Hogyan mérhető a koherenciahossz/idő Michelson-interferométerrel?
13. Ismertesse a Michelson-féle kísérletet!