JÓZSEF ATTILA TUDOMÁNYEGYETEM
KÍSÉRLETI FIZIKAI TANSZÉK

A digitális képfeldolgozás csillagászati alkalmazásai

(Diplomamunka kivonat)

Készítette:
Kaszás Gábor
(V. éves fizikus hallgató)

Témavezető:
Dr. Szatmáry Károly
tudományos főmunkatárs

SZEGED
1996

Hibakorrekció

A CCD technika két alapvető hibával terhelt, melyek szerencsére egyszerű módszerekkel korrigálhatóak. Első probléma a sötétáram, a chip elektronikus zaja. Ez a zaj a berendezésre jellemző és hőmérséklettől ill. az expozíciós időtől függő mennyiség. A sötétjel mint additív tag épül a CCD-s képre. Mivel a chip egyes cellái nem azonos sötételektront termelnek, a nyers képek gyakran reménytelenül rossznak tűnnek. A javításhoz sötétképeket kell készíteni. Ezeknek a képpel megegyező expozíciós idővel és lehetőleg azonos körülmények között kell készülniük. Nem szabad azonban az elektronikus fluktuációk sztochasztikus voltáról sem megfeledkeznünk. Vagyis a sötétkép finomszerkezete véletlenszerű struktúrával rendelkezik. Ez annál kifejezettebb, minél rövidebb az expozíciós idő, ugyanis idővel a random folyamatok átlaga stabilizálódik. Tehát szükséges több sötétképet exponálni, mégpedig annál többet, minél rövidebb az expozíció. Sokszor a sötétkép levonása már kielégítő eredményt szolgáltat. Jelölje $I_p(i,j)$ *a p-edik nyers kép i-edik sorában és j-edik oszlopában lévő pixel intenzitásértékét digitális egységekben (DU), valamint* $D_p(i,j)$ *a p-edik sötétkép hasonló képelemét. Ebben az esetben a korrigált kép* $I'^{p}(i,j)$ *a következő módon áll elő:*

$$I'(i,j) = \frac{\sum_{p=1}^{N} I_p(i,j)}{N} - \frac{\sum_{p=1}^{M} D_p(i,j)}{M}.$$

A számítás során feltettük, hogy az objektumok azonos helyen találhatók a különböző képeken. Amennyiben a feltétel nem teljesül, csúsztatással ill. forgatással mindenkor fedésbe hozhatók.

A cellák érzékenységbeli különbsége a kiterjedt objektumoknak (galaxisok, gömbhalmazok, stb.) hamis mintázatot kölcsönöz, de a CCD fotometriában is szisztematikus hibához vezethet. A megoldás az ún. flat-field korrekció. Rövid expozíciós idővel leképezünk egyenletesen kivilágított tárgyat (szürkületi ég, fehér fal, felhő, stb.). Az így kapott képek átlagát az átlag sötétjelre korrigáljuk. Az átlagolás itt is a random mintázatot hivatott csökkenteni. Sajnos sok esetben a lokális ingadozások lényegesen nagyobb hibával terhelik a flat–field-et, mint a pixelek érzékenységbeli eltéréséből adódó moduláció. Az ilyen hibák elkerülése érdekében törekedni kell a hosszabb expozíciós időre. Most legyen $F_p(i,j)$ *p-edik flat–field megfelelő pixele. A korrekció alakja a következő:*

$$F(i,j) = \frac{\sum_{p=1}^{N} F_p(i,j)}{N} - \frac{\sum_{p=1}^{M} D_p(i,j)}{M},$$

$$I''(i,j) = \frac{I'(i,j)}{F(i,j)} \langle F(i,j) \rangle.$$

A helyes exponálási idők megválasztása a legfontosabb tényezője a CCD alapú detektálásnak. Természetesen az elektronikus, termikus és más véletlenszerű zajok minimalizálása érdekében növelni kell az integrációs időket, de a dinamikai tartomány, időfelbontás és a távcső mechanikai pontossága korlátot szab.

A mi esetünkben alkalmazott SBIG ST–6 kamera 16 bites A/D konverterrel rendelkezik, minek következtében 65535 intenzitásfokozatot képes elkülöníteni. Ez elegendően nagy dinamikai tartományt biztosít, de gyakran – a nagy érzékenység miatt – telítésbe megy a kép. Ilyenkor egyes pixelek intenzitásértéke digitális egységekben meghaladja a 65535-öt. Ez több szempontból is használhatatlanná teszi a képet. A fotometria során nem tudjuk helyesen megállapítani a csillag képének profilját ill. az intenzitást, másrészt másodlagos hibák jelennek meg. A kicsordult pixel töltéseit átveszik a kiolvasásban őt követő képpontok is, ez az ún. kifolyás. Fontos megjegyezni, hogy önmagában a sötétzaj is képes telítésbe vinni a képet.

A rövidperiódusú folyamatok tanulmányozása során az időfelbontás szintén fontos korlátozó tényező. Esetünkben 60 s bizonyult a legrövidebb alkalmazható időnek, a 7-12^m fényesség tartományban. Azaz 1 db 60 s-os kép redukálásából adódó értékek jelentenek egy mérési eredményt.

A gyakorlatban gondot jelentő óragép problémák szintén meghatározzák az expozíciós idő maximumát. Ez különösen a halvány (12-15^m) objektumok esetén fontos. Vegyünk pl. egy kamerát, amely 10-15 ívperc átmérőjű égterületet képez le. 512 x 512-es felbontást feltételezve ez 1.18 ívmásodpercet jelent egyetlen pixel esetében. Tehát az expozíció alatt a követésnek ennél kisebb hibával kell működnie. A távcső pl. öt perc alatt 4500 ívmásodpercet fordul el, mindezt **1.18/4500 = 0.03 %** *-os relatív hibával.*

Geometriai képátalakítások

A különböző körülmények között készült képek geometriai transzformációkkal hozhatók fedésbe egymással. Ezen átalakítások teszik lehetővé a képek összegzését és összehasonlítását. A legfontosabb geometriai transzformációk a csúsztatás, skálázás és forgatás.

Az `x`, `y` *tengely mentén végzett* `a`, `b` *bázisú csúsztatást a következő egyenletek írják le:*

$$x' = x + a,$$
$$y' = y + b.$$

A kép `r`, `s` *paraméterű nyújtása:*

$$x' = r \cdot x,$$
$$y' = s \cdot y.$$

Az óramutató járásával megegyező, α *szögű forgatás az alábbi mátrixegyenletben foglalható össze:*

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha \\ -\sin\alpha & \cos\alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}.$$

Amennyiben a forgatás az (x_0, y_0) *pont körül történik, az egyenletek az itt látható alakot öltik:*

$$x' = x_0 + (x - x_0)\cos\alpha + (y - y_0)\sin\alpha,$$
$$y' = y_0 - (x - x_0)\sin\alpha + (y - y_0)\cos\alpha.$$

A geometriai átalakítások során a kerekítések miatt egyes pixelek a transzformált képben határozatlan intenzitással rendelkeznek. A megoldáshoz az inverz transzformáció segítségével juthatunk el. A nem meghatározott pontok koordinátáit visszatranszformáljuk és az intenzitást - a megfelelő helyen - kiolvassuk az eredeti képből. Amennyiben kifutunk a kép határain, a pixelt háttér értékűre állítjuk. Javul az eredmény, ha a kiolvasáskor pl. spline interpolációt alkalmazunk. Egyszerűbb és hatékonyabb a következő interpolációs formula:

$$x' = \text{integer}(x),\ \alpha = x - x',$$
$$y' = \text{integer}(y),\ \beta = y - y',$$

$$I(x', y') = A,$$
$$I(x', y'+1) = B,$$
$$I(x'+1, y') = C,$$
$$I(x'+1, y'+1) = D,$$

$$I'(x', y') = (1 - \alpha)(1 - \beta) A + (1 - \alpha) \beta B + \alpha (1 - \beta) C + \alpha \beta D.$$

A képletben I *az eredeti,* I' *az interpolált intenzitást jelenti;* (x, y) *pedig az inverz transzformációval nyert koordináta, valós reprezentációban.*

Konvolúciós szűrők

A szűrések elsődleges feladata a CCD képekre épülő különféle zajok eliminálása. Különösen fontos zajcsökkentő módszer a konvolúció. Ez a művelet új intenzitásértékeket határoz meg minden egyes képpont számára, figyelembe véve az adott pont környezetét. Az eljárás jellegét a mintavételező mátrix, az ún. konvolúciós mátrix mérete és elemei határozzák meg. A számítás során a mátrixot végigtoljuk a képen pontról pontra, és a mátrix által lefedett elemeknek súlyozott átlagát képezzük. A súlyokat a mátrix elemei jelentik. Tehát a transzformált kép pontjainak intenzitása egyenlő lesz az eredményül kapott átlagértékekkel. Példaképpen emeljük ki a kép egy 3x3-as részletét:

$$\begin{bmatrix} I(a-1,\,b-1) & I(a-1,\,b) & I(a-1,\,b+1) \\ I(a,\,b-1) & I(a,\,b) & I(a,\,b+1) \\ I(a+1,\,b-1) & I(a+1,\,b) & I(a+1,\,b+1) \end{bmatrix}.$$

Ha a konvolúciós mátrix

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix},$$

akkor az új intenzitásértékek a következőképpen számíthatók:

$$S_1 = 1\ I(a-1,\,b-1) + 2\ I(a-1,\,b) + 1\ I(a-1,\,b+1)$$
$$S_2 = 2\ I(a,\,b-1) + 4\ I(a,\,b) + 2\ I(a,\,b+1)$$
$$S_3 = 1\ I(a+1,\,b-1) + 2\ I(a+1,\,b) + 1\ I(a+1,\,b+1)$$
$$I'(a,\,b) = \frac{S_1 + S_2 + S_3}{16}.$$

A súlyösszeggel való osztás akadályozza meg a túlcsordulást.

Aluláteresztő konvolúciós szűrő

A szűrő a kép modulációjának magas frekvenciás komponenseit csillapítja. A gyakorlatban jelentős problémát okoz a kozmikus sugárzás, ill. az elektronikus zajok következtében fellépő időben és térben gyorsan változó diszkrepanciák. Az ilyen esetekben a kép hasznos információtartalmának sérülése nélkül kell a nagyfrekvenciás zajt leválasztani. A konvolúciós mátrix méretét a kép felbontásához kell illeszteni, de a számítási teljesítményt figyelembe véve javasolt a 3 x 3-as, vagy az 5 x 5-ös méret. Az átlagolás során a központi elemet vesszük legnagyobb súllyal, majd csökkenő mértékben a környezetét, ügyelve a szimmetriára:

$$\begin{bmatrix} c_5 & c_4 & c_3 & c_4 & c_5 \\ c_4 & c_2 & c_1 & c_2 & c_4 \\ c_3 & c_1 & c_0 & c_1 & c_3 \\ c_4 & c_2 & c_1 & c_2 & c_4 \\ c_5 & c_4 & c_3 & c_4 & c_5 \end{bmatrix},$$

$$c_0 \geq c_1 \geq c_2 \geq c_3 \geq c_4 \geq c_5 \geq 0.$$

A módszer kiválóan alkalmas a képek elkenésére és a zajok enyhítésére. Hátránya a rossz szelektivitás. Fáradságos feladat a helyes súlyfaktorok megválasztása. Az ilyen típusú szűrők angol elnevezései: average, soften, blur, smooth.

Felüláteresztő konvolúciós szűrő

Az eljárás a kép finom részleteit emeli ki, elnyomva a térben lassú változásokat. A számítás során alkalmazott konvolúciós mátrix jellemzői:

$$\begin{bmatrix} c_5 & c_4 & c_3 & c_4 & c_5 \\ c_4 & c_2 & c_1 & c_2 & c_4 \\ c_3 & c_1 & c_0 & c_1 & c_3 \\ c_4 & c_2 & c_1 & c_2 & c_4 \\ c_5 & c_4 & c_3 & c_4 & c_5 \end{bmatrix},$$

$$c_0 \geq 0 \geq c_1 \geq c_2 \geq c_3 \geq c_4 \geq c_5.$$

A módszer jelentősen erősíti a kép nagyfrekvenciás zaját, ezért csak korlátozott mértékben alkalmazható. Segítségével élesíthetőek az enyhén homályos képek és kiemelhetők a Hold-, ill. bolygóképek részletei. A szűrők angol elnevezései: crispen, sharpen.

Egy ötletes megoldással aluláteresztő szűrővel is elérhető részletkiemelés. Habár a hagyományos fotózás és a digitális képfeldolgozás módszerei eltérőek, néhány mesterfogás mégis alkalmazható a CCD képekre. Először is leválasztjuk a képről a nagyfrekvenciás térharmonikusokat. Ezt megtehetjük konvolúciós, vagy Fourier transzformációs módszerekkel. Az analóg technikában a kép elkenése számtalan módon történhet: pl. rossz fókuszálással vagy a fényútba helyezett matt üveglappal. A következő lépésben a keletkezett maszkot (unsharp mask) levonjuk az eredeti képből. A fotózásban a maszk negatívján világítjuk át a képet. A végső kép csak a nagyfrekvenciás komponenseket tartalmazza. A módszer akkor előnyös, ha nagy amplitúdójú alapjelből szeretnénk a nagyfrekvenciás jelet elkülöníteni.

Kereszt konvolúció

Az eddig említett módszerek négyzetes mátrixot alkalmaztak a konvolúcióhoz. Előfordul, hogy a súlymátrix alakja zavaróan ráépül az átlagolt képre. Ilyenkor előnyösebb két egymásutáni egydimenziós konvolúció alkalmazása, először a kép soraira, majd az így előállított mátrix oszlopaira. Míg a mátrixos módszer esetében négyzetesen függ a műveletek száma a mátrix méretétől, addig a kereszt konvolúciónál a konvolúciós függvény pontjainak számától lineárisan függ.

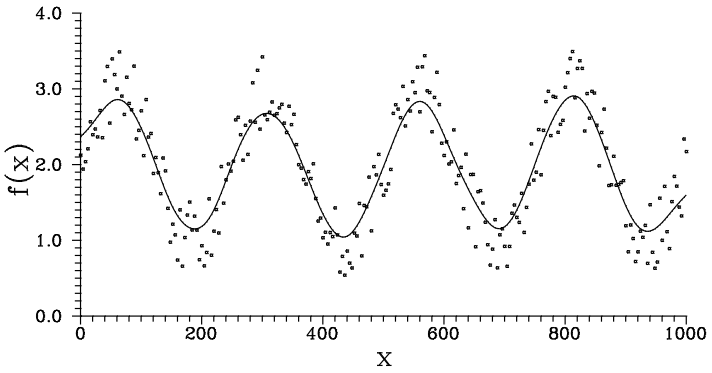
A legfontosabb kereszt konvolúcióval számolható szűrő a Gauss-szűrő. A súlyfüggvény diszkrét alakja:

$$g_m = \exp\left\{ -\left[\frac{m - \frac{N}{2}}{\sqrt{2}\,\sigma} \right]^2 \right\}, \quad m = 0, \ldots, N.$$

A konvolúció diszkrét megvalósítása egydimenzióban:

$$I'_n = \sum_{m=0}^{N} I_m\, g_{n-m}.$$

A Gauss-konvolúció rendkívül jól használható a digitális képfeldolgozásban, hisz a legtöbb véletlenszerű folyamat Gauss-eloszlást követ. A számunkra fontos csillag-profilokat is random jelenségek formálják, ezért csaknem haranggörbe alakúak. A sokféle lehetőség közül tehát a Gauss-szűrő tekinthető a legtermészetesebbnek.



1. ábra. Gauss símítás hatása. Az eredeti adatok zajjal kevert szinusz-függvény diszkrét pontjai. Az átlagolás (folytonos vonallal összekötve)csaknem teljesen visszaállította az eredeti függvényalakot.

Aszimmetrikus konvolúció

Az aszimmetrikus konvolúció segítségével kiemelhetjük az objektumok határvonalait. A módszer fontos szerepet játszik az alakfelismerésben. A csillagászatban a halvány galaxisok és ködök képeit erősítik kontúr-szűrőkkel.

A szűrés lényege a képen történő változások kiemelése. A kép egydimenziós gradiensét képezve, a változásoknál kapunk erős jelet. Mivel azonban a kép egy diszkréten mintavételezett kétváltozós függvény, az eljárás ekvivalens a [-1,0,1] vektorral végzett kereszt konvolúcióval. A kapott eredményt normálni kell, hogy megszabaduljunk a negatív és extrém nagy intenzitásértékektől. A kontúr kép az eredeti felvételt, mint ferdén oldalról megvilágított domborzatot ábrázolja. A változások helyén fehér vagy fekete a kép a derivált előjelétől függően, az állandó területeken pedig szürke.

Az algoritmus izotróp változata a Laplace-szűrő. A differenciáloperátor alakja:

$$\left[\frac{\partial^2}{\partial x^2} \bar{i} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \bar{j} \right].$$

Diszkrét esetben a szűrés három különböző mátrixszal végzett konvolúcióval számolható:

$$\begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & 4 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ -1 & 8 & -1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 \\ -2 & 4 & -2 \\ 1 & -2 & 1 \end{bmatrix}.$$

A szűrő rendkívüli módon kiemeli a kép zaját, mivel mindhárom konvolúció aluláteresztő jelleggel bír. A gyakorlatban csak gondos előtisztítást követően alkalmazható a Laplace operátor. Mindenképpen számolnunk kell némi információvesztéssel.

Izotróphoz közeli szűrőt több anizotróp szűrő szuperpozíciójából is nyerhetünk. A legismertebb a Sobel-operátorok kombinációja. Az objektum kontúrjait először függőleges, majd vízszintes irányban keressük meg, és a két ideiglenes képből állítjuk elő a végeredményt. Az eljárás formailag a következő:

$$H_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 0 & -2 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix} \text{ és } H_2 = \begin{bmatrix} -1 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix},$$

$$K_1 = H_1 * I \text{ és } K_2 = H_2 * I,$$

$$I' = \sqrt{K_1 \times K_1 + K_1 \times K_2}.$$

Sajnos kis felbontás esetén érezhetően a tengelymenti változások erősödnek. Kis jel/zaj viszony mellett előnyösebb a Prewitt-szűrő, ez enyhébben gerjeszti a modulációkat:

$$H_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix} \text{ és } H_2 = \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}.$$

Árnyékhatást érhetünk el a következő Sobel-szűrővel:

$$\begin{bmatrix} -2 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}.$$

Ehhez hasonló mátrixokkal tetszőleges megvilágítás szimulálható. Ez teszi lehetővé a különböző irányú változások tanulmányozását.

Statisztikus szűrők

Az eddig tárgyalt szűrők lineárisak voltak. Az ilyen típusú eljárásokkal nem lehetséges a zaj szelektív csillapítása, azaz a szűrés a valós információ megsértését is jelenti. A statisztikus szűrők a zaj természete alapján végeznek tisztítást.

Definiáljunk egy tetszőleges alakú mintavételező maszkot, amely a kép páratlan számú, szomszédos elemét választja ki. Pontról-pontra végigpásztázzuk a maszkkal a képünket, és a lépésekben elkülönített képpontokat sorbarendezzük intenzitásuk alapján, majd a kiválasztó minta központi helyén álló pixelt felcseréljük a rendezett vektor meghatározott elemével. Alapvetően háromféle szűrőt szokás megkülönböztetni:
***maximum szűrő**, ha a minta által kiválasztott elemek legnagyobbikával cseréljük fel a centrális elemet;*
***minimum szűrő**, ha a fókuszált elemet a legkisebb pixelértékre cseréljük;*
***medián szűrő**, ha a cserét a rendezett vektor középső elemével végezzük el.*

A módszer igen finoman hangolható, ha a cserét feltételekhez kötjük, azaz ha a cserét csak akkor hajtjuk végre, mikor a két érték különbsége meghalad egy küszöbértéket.

A nyers CCD képen gyakran megfigyelhetünk holt és meleg pontokat. Ezek pl. a háttérből élesen kiálló csúcsok. A jelenség oka az impulzusszerű elektronikus ingadozások és a kozmikus sugárzás. A csillagkereső algoritmusok halálát jelentik ezek a deviáns képpontok. Szerencsére a medián szűrővel maradéktalanul eltávolíthatók. Ez a "betegség" csak egy pixelt támad meg (ameddig a töltések nem csorognak át a szomszédos cellákba is), ezzel szemben a halvány csillagok több szomszédos képponton okoznak változást. A sorbarendezéskor az extrém értékek elkülönülnek és a hirtelen változások eltűnnek a tisztított képről.

A maximum és minimum szűrők az intenzitásértékek elnyomására vagy kiemelésére szolgálnak. A két eljárás együttes használatával redukálható a háttér zaja. Végrehajtva a képen a minimum szűrőt, a háttérzaj nullába transzformálódik, de általában is csökken a pixelek intenzitása. A következő lépésben egy maximum szűrővel visszaállíthatók az intenzitásértékek. Mindezek után csökken a fluktuáló háttér és kisimulnak az extrém viselkedésű területek. Az eljárást addig kell ismételni, amíg a nemkívánatos elemek el nem tűnnek a képről. Ügyelnünk kell arra, hogy az egyes ciklusokban eltérő maszkot alkalmazzunk, különben a mintavételező alakja ráépül a képre.

Képkorrekció Fourier transzformáció segítségével

A Diszkrét Fourier Transzformáció (DFT) fontos szerepet játszik a digitális képfeldolgozásban is. Segítségével jelentős információk nyerhetők a képek szerkezetéről, valamint hatékonyan kezelhető nagyszámú szűrési és kép-rekonstrukciós probléma.

Képek Diszkrét Fourier Transzformáltja

Jelöljük I_{ab}*-vel a kép egy pixelének intenzitását, ahol* $a = 0, \ldots, N_a - 1$ *és* $b = 0, \ldots, N_b - 1$*. A kép transzformáltja a következő módon számítható:*

$$D_{mn} = \frac{1}{N_a N_b} \sum_{a=0}^{N_a-1} \sum_{b=0}^{N_b-1} I_{ab} \exp\left[-i\, 2\, \pi \left(\frac{1}{N_a}\, a\, m + \frac{1}{N_b}\, b\, n \right) \right], \quad \text{ahol}$$

$$m = 0, \ldots, N_a - 1 \quad \text{és} \quad n = 0, \ldots, N_b - 1.$$

Az így kapott eredmény a térharmonikusok intenzitáseloszlását mutatja. A térfrekvenciák azonosításához a képet négy egyenlő részre kell osztani és az így keletkezett képnegyedeket helyes sorrendbe kell mozgatni. A rekonstrukciót végző műveletsor:

$$D'_{mn} = \begin{cases} D_{(m+\frac{N_a}{2})(n+\frac{N_b}{2})}, & \text{ha} \quad m < \frac{N_a}{2} \quad \text{és} \quad n < \frac{N_b}{2} \\ D_{(m+\frac{N_a}{2})(n-\frac{N_b}{2})}, & \text{ha} \quad m < \frac{N_a}{2} \quad \text{és} \quad n \geq \frac{N_b}{2} \\ D_{(m-\frac{N_a}{2})(n+\frac{N_b}{2})}, & \text{ha} \quad m \geq \frac{N_a}{2} \quad \text{és} \quad n < \frac{N_b}{2} \\ D_{(m-\frac{N_a}{2})(n-\frac{N_b}{2})}, & \text{ha} \quad m \geq \frac{N_a}{2} \quad \text{és} \quad n \geq \frac{N_b}{2} \end{cases}.$$

A D' *mátrix középső része tartalmazza a kis térfrekvenciákhoz tartozó amplitúdókat, a peremvidék a magas frekvenciához tartozókat. Az iránytól független frekvencia a következő módon definiálható:*

$$f_{mn} = \sqrt{\left[\frac{m - \frac{N_a}{2}}{N_a} \right]^2 + \left[\frac{n - \frac{N_b}{2}}{N_b} \right]^2}.$$

A továbbiakban a D' *mátrixot nevezzük a kép DFT transzformáltjának.*

A kétdimenziós DFT gyakorlati megvalósítása

A transzformációs képletet szemügyre véve, az reménytelenül sok műveletet tartalmaz. Szerencsére a probléma visszavezethető egydimenziós DFT-re, amit pedig gyors algoritmussal (FFT) számíthatunk. Egyetlen gond, hogy N_a *-nak ill.* N_b *-nek 2 hatványának kell lennie. Belátható, hogy az eredeti kép 0-kal való bővítésével nem változtatjuk meg a transzformált szerkezetét és természetesen a számítási idő még mindig kedvezőbb. Más módszerekkel is feldolgozhatóvá tehetjük adatainkat az FFT-hez, pl. interpoláció alkalmazásával, képredukcióval vagy ablakozással. Most alakítsuk át a kiinduló egyenletet:*

$$D_{mn} = \frac{1}{N_b} \sum_{b=0}^{N_b-1} \left[\frac{1}{N_a} \sum_{a=0}^{N_a-1} I_{ab}\, e^{-i\,2\,\pi\,\frac{1}{N_a}\,am} \right] e^{-i\,2\,\pi\,\frac{1}{N_b}\,bn} .$$

A zárójelben lévő rész csak b*-től és* m*-től függ. Ez tulajdonképpen* N_b *db egydimenziós Fourier transzformációt jelent. Az eredmény egy* $N_a \times N_b$ *típusú mátrix:* A_{mb}*. A következő lépés a külső szumma végrehajtása. Ez pedig* N_a *db transzformációt jelent, az* A_{mb} *mátrix soraira alkalmazva. Tehát először az eredeti mátrix oszlopainak kell előállítani a Fourier transzformáltját, majd a keletkezett ideiglenes mátrix sorainak. Természetesen az összes transzformáció FFT-vel számítható.*

Szűrés a DFT együtthatók módosításával

A DFT eljárás a képet a térharmonikusok koordinátáira transzformálja, ezért frekvenciatartománybeli szűrésre nyílik lehetőség. Számtalan szűrőprofil definiálható, mellyel szelektíven csillapítani vagy erősíteni lehet egy-egy térfrekvenciát. A művelet során a transzformált kép pixeleit változtatjuk, majd inverz DFT-t alkalmazunk. Az inverz DFT a DFT-től csak a komplex rész előjelében különbözik. Nem szabad megfeledkeznünk arról sem, hogy a transzformált mátrix elemei komplex számok, tehát a fázistag is szükséges a IDFT elvégzéséhez. A szűrőprofil esetünkben a frekvencia-erősítés grafikonját jelenti. A szűrő alkalmazásakor végighaladunk a transzformált pixelein, képezzük a pontbeli irányfügggetlen frekvenciát, és a profil alapján a frekvenciához tartozó erősítéssel szorozzuk a mátrixelemet.

A leggyakrabban alkalmazott szűrők az alul-, ill. felüláteresztő szűrők. Az elsővel a nagyfrekveciás részt csillapítjuk, azaz a $\boldsymbol{D}'$ *mátrix perifériás elemeit csökkentjük. A szűrt kép lágyabb, a zajok és a finom részletek elkenődnek. Az eljárás kiválóan alkalmas ködökről és galaxisokról készült képek megmunkálására. A felüláteresztő szűrő a kép részleteit emeli ki és ezzel együtt a zajt is erősíti. Ebben az esetben a* $\boldsymbol{D}'$ *mátrix központi elemeit kell csökkenteni. Alkalmazási területe a Hold-, bolygó- és gömbhalmazképek javítása.*

Konvolúció és dekonvolúció DFT segítségével

Vegyünk két valós értékű, kétváltozós függvényt $f(x_1, x_2)$*-t és* $s(x_1, x_2)$*-t. A kétdimenziós konvolúciós integrál alakja a következő:*

$$v(x_1, x_2) = \int \int f(x_1, x_2)\ s(x_1 - t_1, x_2 - t_2)\ dt_1\ dt_2.$$

Diszkrét esetben az integrálok egyszerű összegzést jelentenek:

$$v_{mn} = \sum_{a=0}^{N_a - 1} \sum_{b=0}^{N_b - 1} f_{ab}\ \ s_{(m-a) \bmod N_a,\ (n-b) \bmod N_b}\ , \text{ ahol}$$

$$m, a = 0, ..., N_a - 1 \quad \text{és} \quad n, b = 0, ..., N_b - 1.$$

A ciklikus konvolúciónak a DFT térben a közönséges szorzás felel meg:

$$DFT[\ v_{mn}\ ] = DFT[\ f_{mn}\ ] \cdot DFT[\ s_{mn}\ ].$$

A konvolúció egyik tagja pedig osztással nyerhető:

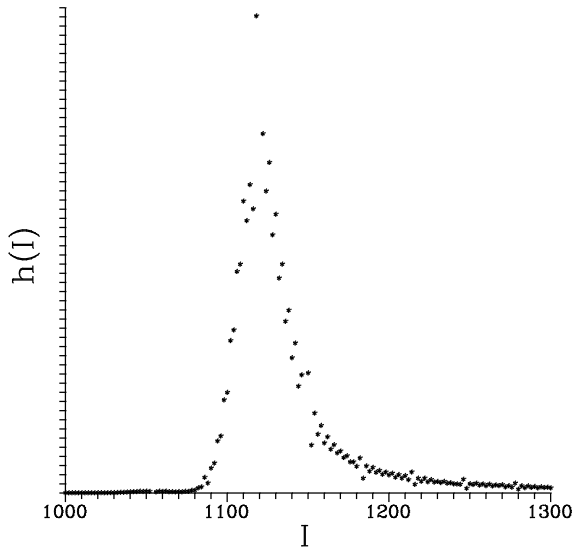
$$f_{mn} = IDFT\left[\frac{DFT[\ v_{mn}\ ]}{DFT[\ s_{mn}\ ]}\right].$$

A DFT transzformáltak szorzása az eredeti képek konvolúcióját jelenti. Tehát először a képeket a frekvencia-térbe transzformáljuk, a keletkezett mátrixok elemeit rendre összeszorozzuk és az eredményt inverz transzformáljuk. A végtermék tehát a két kép konvolúciója. A továbbiakban az egyik képet kitüntetjük és átviteli- vagy súlyfüggvénynek (PSF – Point Spread Function) nevezzük. Ez egy rendszer válasza a kétdimenziós Dirac-δ gerjesztésre. Esetünkben legyen a súlyfüggvény kétdimenziós haranggörbe, azaz a távcső és légkör együttese képezze le a pontszerű fényforrást Gauss alakúvá. Végrehajtva az algoritmust egy tetszőleges képen az előbbi súlyfüggvénnyel, a finomszerkezet eltompul és a csillagok képei kiszélesednek, mégpedig a haranggörbe méretével arányosan. Tehát ily módon egy finoman hangolható aluláteresztő szűrőt nyertünk. Sokkal érdekesebb azonban a dekonvolúció problémája. Az előbbi súlyfüggvénnyel végzett dekonvolúció, ami a DFT térben a súlyfüggvénnyel történő osztást jelenti, a csillagprofilokat éles csúcsokká alakítja. Az effektus azzal magyarázható, hogy az osztás során azok a térharmonikusok gerjesztődnek, amiket a rendszer elnyomott. Ez utóbbi módszer a leghatékonyabb előszűrés a csillagkereső algoritmusokhoz.

Az eljárás rendkívül hatékony, de számos problémát rejt magában. A gyakorlatban szinte csak nehézségekkel találkozunk. Ügyelnünk kell, hogy a képnegyedek a művelet elvégzése után helyes sorrendben álljanak. Az elkenés során, a

ciklikus jelleg miatt, a kiinduló képet meghatározott méretű sötét kerettel kell körülvenni. Ez megakadályozza, hogy a lelógó szélek megjelenjenek a kép szemköztes oldalán. Az élesítés során a kép nagyfrekvenciás komponenseit hangsúlyozzuk, ami egyben a zajok kiemelését is jelenti. Másrészt a zajok az osztásnál jelentenek veszélyt. Gyakran a DFT kép egyes részei rendkívül kis amplitúdóval rendelkeznek. Az osztás ilyen esetekben túlcsorduláshoz, vagy a zajtartalom mérhetetlen kiemeléséhez vezet. Némi orvoslást jelent, ha a kiemelést felülről korlátozzuk. Ezzel a fojtással tudjuk a zajra hangolni az élesítést. Nagyon fontos továbbá tudni, hogy a DFT-vel csak lineáris rendszerek hatása eliminálható. A linearitás itt a képek összeadására és skalárral való szorzására vonatkozik. A megmaradó nemlineáris perturbációk a nagyfrekvenciás térkomponenseket zavarják.

Háttér meghatározása



2. ábra. *Az M3 gömbhalmazról készült kép hisztogramja.* (I_{max} = 1119, σ = 26)

A képekre épülő additív tag eredete kettős. Az atmoszféra fényszórása következtében számtalan kóborló foton érkezik a csillagmentes égterületekről is. Ez a hatás annál kifejezettebb, minél több intenzív fényforrás van jelen az égen, pl. felkelő Nap, városok fényszennyezése, Hold. Rossz légköri viszonyok mellett éppen az égi háttér a mérési eredmények rendkívül nagy szórásának oka. Hasonló effektushoz vezetnek azonban a CCD chipben fotonok nélkül keletkező termikus elektronok is. Ennek hatása a sötétkép levonásával csak részben szüntethető meg. Ugyanis mindkét jelenség véletlenszerű és nem homogén szintemelkedést eredményez – a háttér deviációját a két folyamat együttes szórása határozza meg, amely semmilyen módon nem különíthető el. A gyakorlatban tehát a háttérnek csak a várható értékét és a szórását tudjuk meghatározni. E két érték ismeretében azonban mesterséges alapszintet tudunk generálni.

Nagyon sokféleképpen adhatunk becslést a sötétszintre. A következő algoritmus nagy számításigényű, de a rendkívül nagy kiterjedésű objektumokról készült képektől eltekintve stabil eredményt szolgáltat. Első lépésben meghatározzuk a kép hisztogramját, ami esetünkben a pixelek intenzitásértékeinek relatív gyakorisága:

$$h(I) = \frac{[I,\ I + \Delta I] \text{ intervallumba eső pixelek száma}}{\text{össz pixelek száma}}.$$

A ΔI *általában egy digitális egység vagy annak egész számú többszöröse. Az ily módon kapott pontpárokra spline interpolációs polinomot illesztünk és meghatározzuk a maximumot, a kapott érték a háttér várható értéke. A hisztogram általában egy torzult haranggörbe. A baloldali kiszélesedés, ami a háttértől alacsonyabb intenzitású pixelek eloszlása, lényegében a sötétjel szórásának az eredménye. A leszálló ágat a*

hasznos információ torzítja el. A deviáció meghatározásához tükrözzzük a maximumra a hisztogramot, felülírva a jobboldalt, és a kapott szimmetrikus pontpárokra Gauss görbét illesztünk. A görbe félértékszélessége szolgáltatja majd a szórás értéket.

Nagyfelbontású képek esetében kétféle módon is gyorsíthatunk az algoritmuson. Monte-Carlo módszert alkalmazva csak mintákat veszünk a képből a hisztogramhoz, valamint ΔI*-t a digitális egység sokszorosának választjuk.*

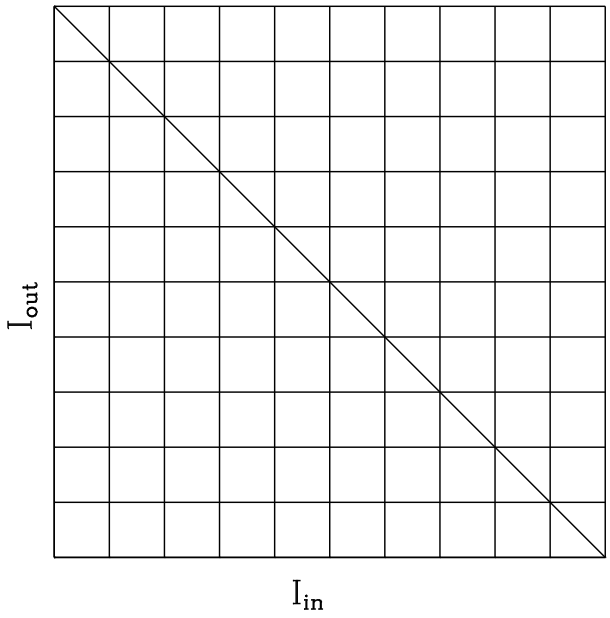
A mesterséges háttér létrehozható I_0 *várható érték és* σ *szórás ismeretében:*

$$I_{\text{háttér}} = I_0 + \left[\sum_{i=1}^{k} \mathrm{RND}(\sigma) - \sigma \frac{k}{2} \right].$$

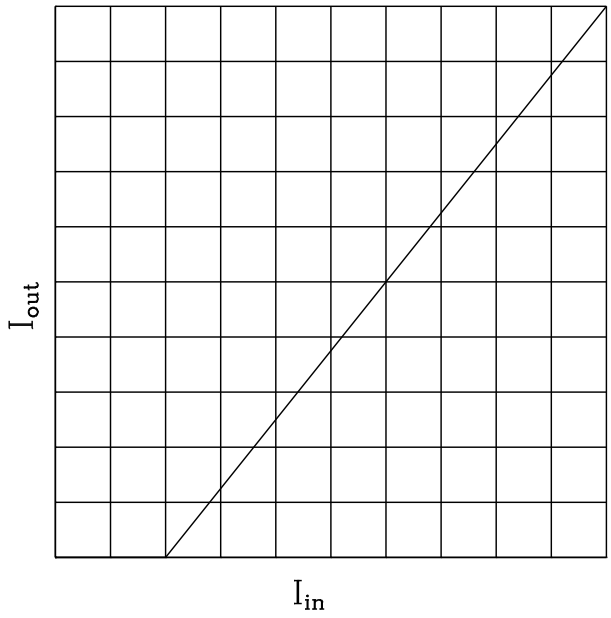
A képletben szereplő $\mathrm{RND}(\sigma)$ *függvény véletlenszám generátor* $[0, \sigma]$ *intervallumból. A k értéke tetszőlegesen megválasztható, célszerű 15-nek választani.*

Hisztogram átalakítása

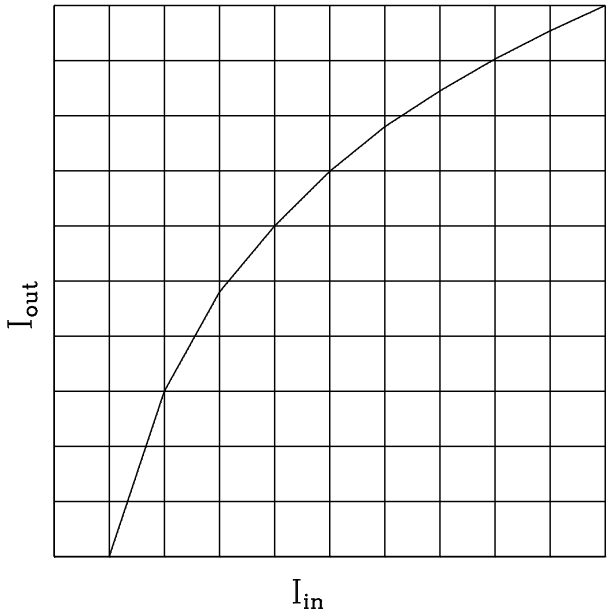
A hisztogram módosítása a képmegjelenítés során használt fontos eszköz. Rendkívül óvatosan kell bánnunk ezzel a lehetőséggel, mert könnyen meghamisíthatjuk a felvétel információtartalmát. Tehát az átalakított képek nem használhatók fotometriai elemzésre. Ügyesen konstruált átviteli fügvénnyel (LUT – Look Up Table) bármely intenzitástartományba eső pixelek kihangsúlyozhatók vagy elnyomhatók, pl. kiemelhetünk egy halvány galaxist a háttérből anélkül, hogy a csillagok hatalmas foltokká nőnének. Az ábrázolás során az intenzitás-fokozatokhoz képest lényegesen kevesebb színárnyalattal rendelkezünk, ezért a számunkra fontos tartományokat a LUT segítségével transzformálhatjuk megkülönböztethető színekre. Az ábrákon néhány LUT grafikonja látható.



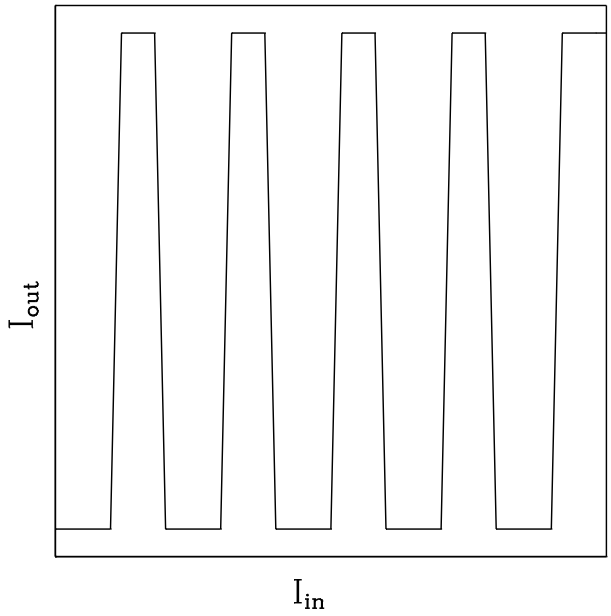
3. ábra. Invertálást megvalósító átviteli függvény.



4. ábra. Háttér kikapcsolására szolgáló LUT.



5. ábra. Logaritmikus LUT a halvány ködök és galaxisok kiemeléséhez.



6. ábra. Ekvidenzitogram létrehozásához szükséges átviteli függvény.

Néhány speciális esetben, a próbálgatás helyett hatékonyabb a hisztogram kiegyenlítése. Ebben az esetben a LUT a hisztogram integrálásával nyerhető:

$$h'(I') = \int_0^{I'} h(I)\, dI.$$

A monoton növő átviteli függvény a gazdagabb pixel-populációk számára biztosít több színfokozatot.

Csillagkereső algoritmusok

Az automatizált fotometria legkényesebb része a képen szereplő csillagok koordinátáinak pontos meghatározása. A manuális keresés során kijelöljük a csillagot tartalmazó területet, és pl. elliptikus haranggörbe illesztésével meghatározzuk a maximumhelyet. A legnehezebb feladat stabil algoritmust tervezni a kérdéses terület kiválasztására, azaz csillagfelismerő eljárást készíteni. A bemenő paraméterek: a háttér értéke és szórása, a csillag-profil minimális és maximális félérték-szélessége és a szomszédos csillagok legkisebb távolsága. Első lépésben megkeressük azokat a képterületeket, ahol az intenzitásértékek a háttérből kiemelkednek. A keletkezett ponthalmazból illesztéseket indítunk, figyelembe véve a félérték-szélességre kirótt korlátokat. Amennyiben a négyzetes hibafüggvény csökkenthető és az amplitúdó nem extrém, csillagot találtunk. Az illesztett haranggörbét levonjuk a képből, ezzel a csillag maradványa belemerül a háttérbe. Ha kettős csillagról van szó, a társ képe sértetlenül megmarad. A szomszédos csillagok minimális távolságával lehet hangolni az algoritmust, hogy a nem túl szoros kettőscsillagokat is megtalálja. Az iteratív keresést addig folytatjuk, amíg a kívánt csillagokat az algoritmus meg nem találja. Természetesen ez az egyszerű modell szinte sohasem biztosít járható utat. Ennél bonyulultabbak és több műveletet igényelnek a Fourier transzformációs eljárások. Segítségükkel éles csúcsokká alakíthatók a kiterjedt csillag-profilok. A keletkezett deviáns képpontok a csillagokat fogják jelezni. Különösen kis jel/zaj viszony esetén hatékony ez a módszer.

A gyakorlatban nem valósítható meg általános csillagkereső program. Minden berendezéshez és intenzitásviszonyhoz adaptálni kell a meglévő eljárásokat.

CCD fotometria

A változócsillagok észlelésének egyik formája a CCD kamerával készült képek digitális feldolgozása által valósítható meg. A módszer előnye, hogy egyidőben akár több tucat csillag is megfigyelhető. A rendkívüli érzékenységnek és a tág dinamikai tartománynak köszönhetően a CCD-n alapuló fényesség meghatározás manapság a legfontosabb fotometriai eszköz. Nagyszámú matematikai módszer teszi lehetővé az adatok gyors és rugalmas kinyerését a képekből.

A széleskörben alkalmazott fotometriai módszerek alapvetően két csoportra oszthatóak: ***apertúra fotometria*** *és* ***illesztéses fotometria****.*

Az apertúra fotometria a kis felbontású képek redukálására javasolt módszer. Az algoritmus mérsékelt számítási kapacitást igényel és pontossága alig marad el az illesztéses fotometria pontosságától. Mivel az általam használt SBIG ST–6 CCD kamera pixelmérete nem tette lehetővé a csillagok profiljának precíz felbontását, ezért a felvételek kiértékelésére ilyen eljárást alkalmaztam. Jelöljük (x_0, y_0)*-al a csillag képbeli koordinátáját. Kör apertúra esetén a fényesség meghatározása a következő módon lehetséges:*

$$S = \frac{\sum_{(a - x_0)^2 + (b - y_0)^2 \le r^2} I_{ab}}{n}$$

r – apertúra sugara
n – összeintegrált pontok száma

$$M = -2.5 \log \left[\frac{S - H}{S_0} \right]$$

M – instrumentális magnitúdó
H – háttér
S_0 – viszonyítási alap.

Az alkalmazásokban a kör helyett előnyösebb ellipszist alkalmazni. A tengelyek méretei illesztéssel határozhatók meg. Ezen paramétereknek a csillag profilt jól leíró elliptikus haranggörbe félértékszélességeivel kell megegyezniük. A profil kiszélesedését meghatározó folyamatok minden csillag esetén azonosak, ezért az egy kép csillagaihoz illesztett haranggörbék félértékszélességei megegyezőek. Célszerű tehát a csillagkereső algoritmus által meghatározott összes csillagra egyszerre elvégezni az illesztést, ezzel pontosabban megbecsülhetők a kérdéses tengely értékek.

A ROMAFOT fotometriai programcsomag

A MIDAS (Munich Image Data Analysis System) az egyik legteljesebb és legkiforrottabb – csillagászati képek feldolgozására kidolgozott – számítógépes környezet. A program több tucat modulja a külöféle detektorok képeinek kényelmes és hatékony kiértékelésére készült. A beépített FORTRAN szerű programozási nyelv segítségével könnyen összekapcsolhatók az alprogramok és természetesen újak is fejleszthetők. További hatalmas segítség a programozási nyelv által támogatott kép és táblázat típusú változók, mellyekkel a legkülönfélébb matematikai műveletek végezhetők.

A képek redukálása során a STDRED, és a Római Csillagászati Obszervatórium által kifejlesztett ROMAFOT csomagokat használtam. A továbbiakban vázlatosan összefoglalom az alkalmazott függvényeket. A több mint 800 oldalas eredeti dokumentáció leírása messze túlhaladná ezen dolgozat kereteit. A ROMAFOT lehetőséget ad apertúra és illesztéses fotometriára is. A működés alapértelmezésben automatikus, de az egyes lépések interaktívvá tehetők. A rendszer legfontosabb parancsai a következők:

SKY/ROMAFOT [kép] ? ? [NX,NY]

Háttér meghatározása. A negyedik paraméterben megadható, hogy a program hány különálló cellában számolja ki a hisztogramot.

SEARCH/ROMAFOT [kép] ? ? ? ? R,[A] [B]

*Csillagok azonosítása a képen. Az **A** és **B** paraméterekkel a keresés kritériumai állíthatók be. Az első a csillagszerű objektumok háttérből való, relatív kiemelkedésének minimuma, a második pedig a maximális félértékszélesség. A megtalált csillagok koordinátáit tartalmazó táblázat neve az eredeti képnév INT végződéssel.*

GROUP/ROMAFOT [kép]

A megtalált objektumok rendszerezése. Az eljárás segítségével elkülöníthetők a helytelenül beazonosított elemek.

FIT/ROMAFOT [kép]

Illesztéses fotometria. A csillagprofilokhoz illesztett függvény alakja a következő:

$$F(a_i, p_i) = a_1\, x + a_2\, y + a_3 + f(x, y, p_i), \quad \text{ahol}$$

$$f(x, y, p_i) = p_1 \exp\left(- \frac{(x - p_2)^2 + (y - p_3)^2}{p_4^2} \right) \quad \text{GAUSS , vagy}$$

$$f(x, y, p_i) = p_1 \left(1 + \frac{(x - p_2)^2 + (y - p_3)^2}{p_4^2} \right)^{-p_5} \quad \text{MOFFAT.}$$

Az alapértelmezett eredmény táblázat neve: az eredeti képnév plusz egy INT végződés.

REGISTER/ROMAFOT [táblázat] [táblázat]

A SKY és FIT parancsok által kiszámolt adatok alapján instrumentális magnitúdót számol. A paraméterként megadott táblázatok a bemenő és kimenő adatokat jelentik.

DIAPHRAGM/ROMAFOT [kép] [táblázat] [táblázat] [D]

*Apertúra fotometria. A két táblázat közül az első az illesztés kimenete, a második pedig az eredményeket fogja tartalmazni. A **D** paraméterrel a diafragma átmérője állítható be.*

RESIDUAL/ROMAFOT [kép] [kép] [kép] [táblázat]

A maradék kép kiszámítására alkalmas függvény. A paraméterek sorrendben a következők: eredeti felvétel, szintetizált kép, különbség kép és a megtalált csillagok adatait tartalmazó táblázat.

```
DEFINE/PARAM P1 ? C "Enter mode: "
GOTO 'P1'
INIT:
SET/MIDAS PROMPT=[Gipper]
SET/MIDAS OUTPUT=NO
SET/CONTEXT ROMAFOT
GOTO QUIT
STDRED:
DEFINE/LOCAL CCDMEAN/R/1/1 0
INDISK/FITS gipper.fits temp
COPY/II temp gipper R4 D
INDISK/FITS gipperFLT.fits temp
COPY/II temp gipperFLT R4 D
STAT/IMAGE gipperFLT ? ? ? SN
CCDMEAN = {OUTPUTR(3)}
COMPUTE/IMAGE  gipperOUT = {CCDMEAN(1)} * gipper / gipperFLT
RENAME/IMAGE gipperOUT gipper ? NO_CONFIRM
FILTER/MED gipper gipperOUT 1,1,0.5
RENAME/IMAGE gipperOUT gipper ? NO_CONFIRM
FILTER/GAUSS gipper gipperOUT 1,1
RENAME/IMAGE gipperOUT gipper ? NO_CONFIRM
GOTO QUIT
SOLVE:
SKY/ROMAFOT gipper ? ? 10,8
SEARCH/ROMAFOT gipper ? ? ? ? R,15 5
GROUP/ROMAFOT gipper
FIT/ROMAFOT gipper
REGISTER/ROMAFOT gipperINT gipperOUT
DIAPHRAGM/ROMAFOT gipper gipperOUT gipperDIA05 5
DIAPHRAGM/ROMAFOT gipper gipperOUT gipperDIA10 10
DIAPHRAGM/ROMAFOT gipper gipperOUT gipperDIA15 15
RESIDUAL/ROMAFOT gipper gipperOUT gipperDIF gipperOUT
GOTO QUIT
OUT:
LOAD/IMAGE gipperOUT
ASSIGN/PRINT FILE gipperOUT.dat
PRINT/TABLE gipperOUT gipperOUT N
ASSIGN/PRINT FILE gipperDIA05.dat
PRINT/TABLE gipperDIA05 gipperOUT N
ASSIGN/PRINT FILE gipperDIA10.dat
PRINT/TABLE gipperDIA10 gipperOUT N
ASSIGN/PRINT FILE gipperDIA15.dat
PRINT/TABLE gipperDIA15 gipperOUT N
ASSIGN/PRINT TERMINAL
$cat gipperOUT.dat
$cat gipperDIA05.dat
$cat gipperDIA10.dat
$cat gipperDIA15.dat
GOTO QUIT
CLEAN:
$rm -f gipper.bdf
$rm -f gipperOUT.bdf
$rm -f gipperDIF.bdf
$rm -f gipperFLT.bdf
$rm -f gipperINT.tbl
$rm -f gipperCAT.tbl
$rm -f gipperSKY.tbl
$rm -f gipperOUT.tbl
$rm -f gipperDIA05.tbl
$rm -f gipperDIA10.tbl
$rm -f gipperDIA15.tbl
$rm -f *~
GOTO QUIT
DONE:
CLEAR/CONTEXT ROMAFOT
GOTO QUIT
QUIT:
```

A teljesség kedvéért közlöm az általam írt MIDAS program teljes listáját. A nem ismertetett eljárások az adatok konvertálását és az elsődleges hibajavításokat és szűréseket végzik.